24

Eigenthum von
K. Wittmann
No. 59.

Merc.
329 c

Feller

Dr. F. E. Feller und Dr. C. G. Odermann,

Das Ganze
der
kaufmännischen Arithmetik.

Für

Handels-, Real- und Gewerb-Schulen,

so wie

zum Selbstunterricht für Geschäftsmänner überhaupt.

Herausgegeben

von

Dr. Carl Gustav Odermann,

Director der öffentlichen Handelslehranstalt zu Leipzig.

BIBLIOTHECA REGIA MONACENSIS

Neunte, zum Theil umgearbeitete und vermehrte Auflage.

Verlag von Otto August Schulz.

Leipzig 1864.

L. n. 2709

Dem Vorstande

der

öffentlichen Handelslehranstalt

zu

LEIPZIG

in aufrichtiger Verehrung zugeeignet.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Vorwort.

Nachdem in der siebenten und in der achten Auflage des vorliegenden Buches wesentliche Veränderungen, wie wünschenswerth dem Unterzeichneten manche auch erschienen, unterblieben sind, um den gleichzeitigen Gebrauch zweier rasch auf einander gefolgter Auflagen beim Unterrichte nicht zu erschweren, hätte auch die gegenwärtige neunte Auflage, die ihrer Vorgängerin nicht minder rasch gefolgt ist, wesentliche Veränderungen nicht erfahren sollen. Der Herausgeber hat sich aber nicht entschliefsen können, unverändert zu lassen, was einer Verbesserung und Erneuerung bedurfte und so erscheint sie als eine zum Theil umgearbeitete und vermehrte. Ganz umgearbeitet sind die Procentrechnung und die Waarenrechnung, zum Theil umgearbeitet und vermehrt ist die Münzrechnung, überall ist Rücksicht genommen auf die Veränderungen, welche Preise und Course erfahren haben und manches neue ist namentlich in die Uebungsaufgaben aufgenommen worden. Dagegen ist ganz in Wegfall gekommen ein Zusatz zur Waarenrechnung, die Vergleichung der Zölle und die Vergleichung der Schiffsfrachten betreffend, sowie der die Berechnung der Seeschäden behandelnde Abschnitt; ersterer, weil er den Gegenstand nicht erschöpfend darstellte, eine ausführlichere Behandlung aber zuviel Raum in Anspruch genommen haben würde, letzterer, weil die Berechnung der Seeschäden weniger in den Bereich der Arithmetik als vielmehr in den der Handelswissenschaft gehört, da das Wesentliche der-

selben die Grundsätze sind, nach denen man die Seeschäden classificiert, während der arithmetische Theil lediglich die Anwendung der Procentrechnung oder der Gesellschaftsrechnung fordert. Ungeachtet dieser fast einen Bogen ausmachenden Kürzung enthält die gegenwärtige Auflage sechs Columnen mehr, darf also mit Recht als eine vermehrte bezeichnet werden.

Die Entfernung des Unterzeichneten von dem Druckorte sowie seine umfänglichen Amtsgeschäfte, in Verbindung mit dem dringenden Wunsche der Verlagshandlung, das Erscheinen dieser neuen Auflage auf alle Weise beschleunigt zu sehen, haben die unerfreuliche Folge gehabt, dafs die Arbeit nicht ganz frei von Druckfehlern geblieben ist. Wir haben die wichtigeren gewissenhaft verzeichnet und bitten um deren Beachtung vor dem Gebrauche des Buches, das sich auch in dieser neuen Bearbeitung der wohlwollenden Aufnahme erfreuen möge, die ihm bisher zu Theil geworden ist.

Leipzig, im April 1864.

Dr. Odermann.

INHALT.

	Seite
Einleitung	1
I. Rechnen mit unbenannten Zahlen. §. 1—6.	
1) Addition	3
2) Subtraction	3
3) Multiplication	4
4) Division	12
5) Theilbarkeit der Zahlen	15
II. Rechnen mit benannten Zahlen. §. 7—33.	
1) Addition	22
2) Subtraction	26
3) Multiplication	28
4) Division	34
III. Rechnen mit gemeinen Brüchen. §. 34—83.	
1) Veränderungen der Form der Brüche:	
a) Abkürzung der Brüche	40
b) Brüche auf einen gegebenen oder auf einerlei Nenner zu bringen (Erweiterung der Brüche)	43
c) Verwandlung einer ganzen oder einer gemischten Zahl in einen Bruch	46
2) Veränderungen des Werthes der Brüche:	
a) Addition	46
b) Subtraction	48
c) Multiplication	50
d) Division	61
3) Resolvierung der Brüche	65
4) Verwandlung niederer Sorten in einen Bruch einer höhern Sorte	67
IV. Decimalbrüche. §. 84—128.	
1) Verwandlung gemeiner Brüche in Decimalbrüche	72
2) Verwandlung der Decimalbrüche in gemeine Brüche	75
3) Vorbemerkungen zur Rechnung mit Decimalbrüchen	76

Seite
4) Addition . 77
5) Subtraction 79
6) Multiplication 80
7) Division . 86
8) Resolvierung der Decimalbrüche 92
9) Verwandlung niederer Sorten in einen Decimalbruch einer höhern Sorte 94

V. Verhältnisse und Proportionen. §. 129—198.
1) Einfache Regeldetri 98
a) Mit directen Verhältnissen:
1) Multiplicationsaufgaben 100
2) Divisionsaufgaben 111
3) Gemischte Aufgaben 116
b) Mit indirecten Verhältnissen 131
2) Zusammengesetzte Regeldetri:
a) Regel Multiplex 133
b) Kettenregel 138
3) Gesellschaftsrechnung 142

VI. Alligationsrechnung. §. 199—209 151

VII. Procentrechnung. §. 210—260.
Allgemeines . 161
A) Anwendung der Procentrechnung bei Berechnung von Provision, Courtage u. s. w. mit Ausschlufs von Gewinn und Verlust, Rabatt, Zinsen und Discont 164
B) Anwendung der Procentrechnung auf die Berechnung von Gewinn und Verlust 182
C) Anwendung der Procentrechnung auf die Berechnung von Rabatt 187
D) Anwendung der Procentrechnung in denjenigen Fällen, welche den Gebrauch der Kettenregel fordern . . . 196

VIII. Zinsrechnung. §. 261—293.
1) Berechnung einfacher Zinsen:
a) Aufsuchung der Zinsen 201
b) Aufsuchung des Kapitals 217
c) Aufsuchung des Zinsfufses 219
d) Aufsuchung der Zeit 222
e) Aufsuchung eines um die Zinsen vermehrten Kapitals . 224
f) Aufsuchung der Zinsen oder des Kapitals, welche in einem, Kapital und Zinsen darstellenden Werthe enthalten sind 225

Seite

g) Aufsuchung eines mittleren Zinsfufses für mehrere Kapitalien 226
2) Berechnung zusammengesetzter Zinsen 228

IX. Discontrechnung. §. 294—309.
1) Einfacher Discont auf Hundert 233
2) Einfacher Discont vom Hundert 236
3) Zusammengesetzter Discont 243

X. Terminrechnung. §. 310—316 245

XI. Gold- und Silber-Rechnung. §. 317—328 252

XII. Münzrechnung. §. 329—376.
Allgemeines . 270
a) Berechnung der Ausmünzungsverhältnisse 277
b) Berechnung des Werthes der Münzen 289

XIII. Berechnung des Gold- und Silber-Verhältnisses. §. 377—381 . 324

XIV. Wechselrechnung. §. 382—420.
Allgemeines . 330
1) Parirechnung und Berechnung einer Wechselsicht aus der andern . 332
2) Wechselreductionen:
a) directe Wechselreductionen 340
b) indirecte Wechselreductionen 362
c) Wechselreductionen mit Spesen 364
3) Arbitragerechnung:
Allgemeines . 372
A) Arbitragen über directe Wege.
a) Wahl zwischen directem Trassieren und directem Remittieren 374
b) Wahl zwischen kurzer und langer Sicht 378
B) Arbitragen über indirecte Wege.
a) Benutzung der Papiere anderer Plätze 383
b) Benutzung der Vermittelung anderer Plätze . . . 394
Arbitragen über gemünzte und ungemünzte Metalle . . . 396
Feste Zahlen 400
Paritätstabellen 401
4) Wechselcommissions-Rechnung 403

XV. Berechnung der Staatspapiere und Actien. §. 421—429. 410

XVI. Berechnung der Mafse und Gewichte. §. 430—443. . 425

XVII. Waarenrechnung. §. 444—469.
1) Berechnung des Betrags einer gegebenen Waarenmenge . 442

	Seite
2) Calculaturen:	
A) Einfache Calculaturen	451
B) Zusammengesetzte Calculaturen	458
C) Productionscalculaturen	477
3) Preisparitäten. Feste Zahlen. Calculationstabellen	480
Nachtrag: Berechnung der Spiritus- und Getreide-Preise	488
Uebersicht der Münzen, Mafse u. s. w.	499
Resultate der Uebungsaufgaben	507
Register	529

EINLEITUNG.

Die Arithmetik oder Zahlenlehre ist derjenige Theil der Mathematik, welcher sich mit der Zahl beschäftigt. Unter Zahl versteht man aber ebensowohl die Einheit, als eine bestimmte Wiederholung derselben (Mehrheit). Die Untersuchung, wie viel Einheiten in einer gegebenen Mehrheit enthalten sind, nennt man das Zählen. Dieses Zählen erfolgt nach dem dekadischen Systeme, dessen gründliche Kenntnis hier vorausgesetzt wird. Theils durch eine einfache Verbindung oder Trennung gegebener Zahlen, theils durch zusammengesetzte Verbindungen und Trennungen, neue Gröſsen schaffen, heiſst rechnen.

Die Arithmetik hat es entweder mit unbenannten Zahlen zu thun, — dann wird sie die reine Arithmetik genannt; oder sie beschäftigt sich mit benannten, d. h. solchen Zahlen, welche gewisse Benennungen tragen, z. B. Thaler, Scheffel, Meilen, — dann führt sie den Namen angewandte Zahlenlehre. Diese Anwendung kann sich zwar auf fast alle Verhältnisse des materiellen Lebens beziehen; doch setzt das Rechnen mit benannten Zahlen stets eine mehr oder weniger vollständige Bekanntschaft mit dem Wesen der zu berechnenden Gegenstände voraus. Wer das ganze Gebiet der reinen Arithmetik kennt, ist darum noch nicht in den Stand gesetzt, die auf Bauwesen, auf Bergbau, auf Chemie, Physik u. s. w. Bezug habenden Rechnungsoperationen zu verstehen; dies wird immer nur vom Architekten, vom Bergmann u. s. w. verlangt werden können.

Obgleich die Anwendung der Arithmetik auf den Handel im allgemeinen dem bürgerlichen Leben am nächsten liegt, so setzen doch die eigentlich kaufmännischen Rechnungsoperationen nicht minder Kenntnisse mancherlei Art voraus, welche zu deren Verständnis und Ausführung nicht entbehrt werden können. Es wird daher z. B. niemand eine Wechselarbitrage, eine Waarencalculation oder dergl. richtig verstehen und ausführen, dem die dahin einschlagenden Verhältnisse (die Wechsellehre, die Handelsusanzen u. s. w.) unbekannt sind.

Ein Lehrbuch der kaufmännischen Arithmetik könnte vielleicht unter Weglassung der Elemente des Rechnens sogleich mit der

Procentrechnung beginnen, weil eigentlich hier erst die Anwendung der Arithmetik auf die Verhältnisse des Handels ihren Anfang nimmt; zum kaufmännischen Rechnen aber, das sich durch Einfachheit und Kürze auszeichnen mufs, sind mancherlei Anweisungen erforderlich, welche schon mit den sogenannten vier Species beginnen müssen. Daher beginnt auch das vorliegende Werk mit den Grundrechnungsarten (den sogenannten vier Species), indes nur um diejenigen Abkürzungen und Vortheile zu lehren, von denen der gewöhnliche Rechenunterricht in der Regel nichts weifs, deren Kenntnis daher nicht unbedingt vorausgesetzt werden kann. Wenn die gemeinen Brüche so wie die Decimalbrüche ausführlicher behandelt worden sind, als man es von einer kaufmännischen Arithmetik verlangen dürfte, so hat dies seinen Grund in der Erfahrung, dafs mancher, der eine hohe Meinung von seinem arithmetischen Wissen hat, dennoch in der Bruchrechnung nicht fest ist, und dafs jeder Unterricht, was er auch immer zum Gegenstande haben mag, nicht gedeihen kann, wenn er nicht auf einer guten Grundlage ruht.

BIBLIOTHECA REGIA MONACENSIS

I. Rechnen mit unbenannten Zahlen.

1) Vortheile bei der Addition.

§. 1. 1) Vor allen Dingen schreibe man, jedoch nicht etwa nur beim Addieren, sondern beim Rechnen überhaupt, deutliche Ziffern, nicht zu grofs — denn dadurch verschwendet man den Raum und die Rechnung verliert an Uebersichtlichkeit —, doch auch nicht zu klein, weil dadurch leicht Verwechselungen eintreten können. Die Erfahrung hat es bewährt, dafs diejenigen welche gut schreiben, in der Regel auch die zuverlässigsten Rechner sind.

2) Namentlich für das Addieren ist das genaue Untereinandersetzen der Ziffern, der Einer unter die Einer, der Zehner unter die Zehner u. s. w. unerläfsliche Bedingung.

3) Man enthalte sich durchaus des den Rechner selbst und andere so sehr störenden lauten Rechnens, beim Addieren aber des Gebrauches der Wörtchen und, sind oder dergl., zwischen den einzelnen Posten.

4) So viel als thunlich addiere man von 10 zu 10, doch suche man nicht mühsam die Ergänzung bis 10 in der Columne auf, weil dadurch leicht Irrthümer entstehen. Folgt dieselbe Zahl mehrere Male hintereinander, so kann man, statt zu addieren, auch multiplicieren; z. B.:

$$6+6+6+6=4\times 6=24.$$

5) Hat man gröfsere Additionen zu machen, so thut man wohl, die zur nächstfolgenden Zahlenreihe hinüberzunehmenden Zehner, Hunderter u. s. w. auf eine wenig bemerkliche Weise unterhalb dieser nächstfolgenden Reihe anzumerken; man erleichtert sich dadurch das Nachrechnen.

6) Der Sicherheit halber addiere man einmal aufwärts und einmal abwärts, oder theile, bei sehr langen Columnen, eine jede in 2 oder 3 Abtheilungen, deren Summen mit der Summe der ganzen Columne übereinstimmen müssen.

7) Will man, vielleicht in zusammengesetzten Rechnungen, die Addition zweier oder mehrerer Zahlen nur andeuten, so geschieht dies durch das Zeichen +, welches *plus* oder und ausgesprochen wird. (S. oben unter 4.)

2) Vortheile bei der Subtraction.

§. 2. 1) Man schreibe, wie bei der Addition, die Ziffern so unter einander, dafs die Einer des Subtrahenden gerade unter die

Einer, die Zehner gerade unter die Zehner des Minuenden u. s. w. zu stehen kommen.

2) Findet sich bei Ausführung der Subtraction im Subtrahenden eine Zahl welche gröfser ist als die in der entsprechenden Stelle des Minuenden stehende, so kann man entweder von der nächsten Zahl im Minuenden eine Einheit entlehnen, oder die nächste Zahl im Subtrahenden um eine Einheit erhöhen. Letzteres ist wegen der §. 5 zu lehrenden Divisionsmethode vorzuziehen. Z. B.:

39254 anstatt 7 (Hunderter) von 11 (Hunderten) sagt man 8 von 12
18783 anstatt 8 (Tausender) von 8 (Tausendern) sagt man 9 von 9
20471

3) Sobald eine Subtraction nur angedeutet werden soll, bedient man sich des Zeichens — oder ÷, welches *minus* (weniger) ausgesprochen wird.

§. 3. Als Probe für die Richtigkeit der Subtraction kann man die Addition des Restes zu dem Subtrahenden, oder die Subtraction des Restes vom Minuenden ansehen; im erstern Falle mufs der Minuend, im letztern der Subtrahend als Resultat erscheinen.

3) Vortheile bei der Multiplication.

§. 4. 1) Man gewöhne sich nicht zu sehr daran, den Multiplicator neben dem Multiplicanden stehen zu haben, am allerwenigsten setze man beide Factoren unter einander. Beides erschwert die zusammengesetzten Rechnungen ungemein. Ferner mache man immer denjenigen Factor zum Multiplicator, welcher die wenigsten Stellen hat, Nullen und eine Eins nicht mitgerechnet.

2) Bei Multiplicationen mit mehrstelligen Factoren gewöhne man sich, ebensowohl auszurücken als einzurücken, oder mit andern Worten, die Multiplication ebensowohl mit der höchsten als mit der niedrigsten Stelle des Multiplicators zu beginnen. Z. B.

47538 × 724	47538 × 725
332766	190152
95076	95076
190152	332766
34417512	34417512

Einen besondern Vortheil gewährt diese Gewohnheit dann, wenn der Multiplicator in einer seiner Stellen eine Eins hat. Man benutzt alsdann den Multiplicanden sogleich als Product der Multiplication mit dieser Eins und erspart auf diese Weise das nochmalige Niederschreiben der Ziffern, aus denen der Multiplicand besteht. Es können hierbei folgende Fälle eintreten:

a) Der Multiplicator hat eine Eins in der Einerstelle. Man führt dann die Multiplication von der rechten zur linken Seite aus und betrachtet den Multiplicanden selbst als erstes Theilproduct. Z. B.

825462 × 831
2476386
6603696
685958922

b) Der Multiplicator hat eine Eins in der höchsten Stelle. Hier führt man die Multiplication von der linken zur rechten Hand aus. Z. B.:

925436 × 183
7403488
2776308
169354788

c) Es befindet sich eine Eins in einer der übrigen Stellen des Multiplicators. Man rückt dann entweder um so viele Stellen rechts aus, als im Multiplicator Ziffern rechts vor der Eins stehen, oder um eine Stelle links ein; im erstern Falle beginnt man die Multiplication mit den Einern, im letztern mit derjenigen Stelle des Multiplicators, die sich links zunächst der Eins befindet. Das Weitere ersieht sich besser aus folgenden Beispielen.

425563 × 8123
1276689
851126
3404504
3456848249

oder:

425563 × 8123
3404505
851126
1276689
3456848249

34259 × 8213
102777
68518
274072
281369167

oder:

34259 × 8213
68518
274072
102777
281369167

3) Man trachte nach einer Geläufigkeit, die aus dem Producte der einen Stelle zu dem Producte der andern darauf folgenden mit hinüberzunehmenden Zehner, Hunderter u. s. w. mit diesem letzten Producte zugleich auszusprechen. Z. B.

47536 × 7
332752

Man sage 7 × 6 = 42
7 × 3 = 25 d. i. 21 + 4
7 × 5 = 37 „ 35 + 2
7 × 7 = 52 „ 49 + 3
7 × 4 = 33 „ 28 + 5

4) Mit den nicht über 24 hinausliegenden zweistelligen Zahlen multipliciere man wie mit einstelligen. Z. B.:

143846 × 16
2301536

804263 × 19
15280997

5) Die Multiplication mit einer zweistelligen über 24 hinausliegenden oder mit einer dreistelligen Zahl läſst sich dann unter Ersparung von Ziffern ausführen, wenn man den Multiplicator in Factoren zerlegen kann. Z. B.:

325459 × 72 (= 9 × 8)	14806 × 144 (= 12 × 12)
×9	×12 s. unter 4
2929131	177672
×8	×12
23433048	2132064

Für Geübtere ist diese Zerfällung des Multiplicators auch dann zu empfehlen, wenn derselbe aus einzelnen Factoren + 1 besteht, z. B.

84963 × 37 (= 6 × 6 + 1)
×6
509778
× 6 + 84963
3143631

Das Product der ersten Multiplication mit 6 (509778) wurde wieder mit 6 multipliciert und zu den Producten der einzelnen Stellen dieser Multiplication wurden nach und nach die einzelnen Stellen des Multiplicanden (84963) im Kopfe addiert.

Dagegen ist es zuweilen vortheilhafter, einzelne Multiplicatoren zu einem einzigen zu vereinigen. Z. B. statt 4 × 4 lieber 16 (s. den Vortheil unter 4), statt 5×5 lieber 25 (s. den 8. Vortheil), statt 4×25 lieber 100 (s. den 7. Vortheil).

6) Wenn eine oder mehrere unmittelbar neben einander stehende Stellen des Multiplicators das Vielfache einer oder mehrerer anderer unmittelbar neben einander stehender Stellen desselben sind, so nehme man das Product der Multiplication mit den letztern Stellen sovielmal, als diese in den ersteren enthalten sind.

1) 3249705 × 497	2) 643789 × 16128
22747935 7×7	10300624... 16×8
159235545	82404992
1615103385	10383028992

Erkl. In Beispiel 1) wurde, da 49 = 7 × 7, das Product der 7 mit 7 multipliciert. Die Einerstelle des dadurch erhaltenen Products (5) muſste unter die Zehner (3) des ersten Products gestellt werden, da man mit 49 Zehnern zu multiplicieren hatte. In Beispiel 2) wurde zuerst mit 16, und zwar mit 16 Tausendern, multipliciert. Da 128 = 16 × 8, so durfte, für das Product von 128, nur das Product von 16 achtmal genommen werden; 128 bezeichnet aber 128 Einer, folglich muſste die erste Stelle dieses Products in die Stelle der Einer gesetzt werden, d. h., von der Stelle der Tausender (4) ausgegangen, 3 Stellen rechts heraus. — Um also bei dieser Art zu multiplicieren, die übrigens sehr häufig angewendet werden kann, keinen Fehler zu begehen, darf man nur darauf achten, welche Stelle durch die letzte (niedrigste) Stelle des multiplicierenden Theiles des Multiplicators eingenommen wird. In dieselbe Stelle des Hauptproducts muſs auch die erste Stelle des Theilproducts zu stehen kommen. — Folgende Beispiele mögen noch zu weiterer Erklärung dieses Vortheils dienen.

```
 4726847 × 13104
61449011...  13×8
  491592088 (= 61449011 × 8)
61940603088

   607481 × 54515
  3037405..
   27336645..(=3037405×9)
      9112215 (=3037405×3)
  33116826715
```

```
     84076328 × 14412
  1008915936  12×12
  12106991232.. (= 1008915936 × 12)
  1211708039136

    164976 × 1545135
  2474640..
     7423920...(=2474640×3)
       22271760 (=7423920×3)
  254910191760
```

Vgl. auch §. 63, Beispiel 12.

7) Die Multiplication mit 10, 100, 1000 u. s. w. besteht nur in der Ansetzung von ebensoviel Nullen an den Multiplicanden, als deren der Multiplicator enthält. Z. B.

$$1752 \times 1000 = 1752000$$

Ist der Multiplicator ein Vielfaches von 10, 100, 1000 u. s. w., so multipliciert man zuerst ohne Beachtung der Nullen im Multiplicator und fügt dem erhaltenen Product diese Nullen alsdann bei (*a*); ist auch der Multiplicand ein solches Vielfaches, so läſst man bei Ausführung der Multiplication sämmtliche Nullen unbeachtet, hängt sie aber dem erhaltenen Producte ebenfalls an (*b*).

a) 80173×5000
$= (80173 \times 5) \times 1000$
$= 400865000$

b) 6700×700
$= 67 \times 7 \times 10000$
$= 4690000$

8) Auch diejenigen Zahlen, welche einen Theil aus 100 und 1000 bilden, so wie die Vielfachen derselben gestatten eine Abkürzung der Rechnung, sobald sie als Multiplicatoren auftreten. Solche Zahlen sind: $25 = \frac{1}{4}$ aus 100 und $125 = \frac{1}{8}$ aus 1000, so wie die erst in der Rechnung mit gemeinen Brüchen zu erwähnenden: $12\frac{1}{2} = \frac{1}{8}$ aus 100, $8\frac{1}{3} = \frac{1}{12}$ aus Hundert, $16\frac{2}{3} = \frac{1}{6}$ aus 100 u. s. w. (vgl. §. 65). Ist nun eine Multiplication mit 25 oder mit 125 auszuführen, so wird man mit 100, beziehentlich mit 1000 multiplicieren, und das Product durch 4, beziehentlich durch 8 dividieren, weil man den Multiplicator 4 mal, beziehentlich 8 mal so groſs angenommen hat als er ist. Z. B.

$168_{00} \times 25$
$^{4)}\ 4200$

$1296_{000} \times 125$
$^{8)}\ 162000$

Zweckmäſsiger ist es aber mit der Division (des Multiplicanden) durch 4, beziehentlich 8 zu beginnen und den Quotienten mit 100, beziehentlich mit 1000 zu multiplicieren. Läſst die Division keinen Rest, so erfolgt die Multiplication des Quotienten durch einfaches Ansetzen von 2, beziehentlich 3 Nullen an denselben (Beisp. 1. 2); läſst sie aber einen solchen, so enthält der Quotient einen der Brüche $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$, beziehentlich $\frac{1}{8}$, $\frac{2}{8}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{6}{8}$, $\frac{7}{8}$, und es treten dann, da derselbe mit 100, beziehentlich mit 1000 zu multiplicieren ist, die Zahlen 25, 50, 75, beziehentlich 125, 250, 375, 500, 625, 750, 875 an die Stelle jener 2 beziehentlich 3 Nullen. (Beisp. 3. 4.)

1)	2)
168×25	1296×125
4 in $168 = 42$	8 in $1296 = 162$
$42 \times 100 = 4200$	$162 \times 1000 = 162000$

3)	4)
171×25	1299×125
4 in $171 = 42\,{}^3/_4$	8 in $1299 = 162\,{}^3/_8$
$42\,{}^3/_4 \times 100 = 42_{75}$	$162\,{}^3/_8 \times 1000 = 162_{375}$

Soll dieses Verfahren aber einen wirklichen Vortheil bieten, und wie sich zunächst aus dem Folgenden ergiebt, eine recht häufige Anwendung finden, so mufs man den Werth jener Theile aus 100 und 1000 dem Gedächtnisse einprägen.

9) Ist mit einem Vielfachen jener Theile aus 100 und 1000 zu multiplicieren ($75 = 3 \times 25$, $375 = 3 \times 125$, $625 = 5 \times 125$, $875 = 7 \times 125$), so kann man entweder die Multiplication, wie unter 8 beschrieben, vollziehen, und das Product mit beziehentlich 3, 3, 5, 7 multiplicieren (Beisp. 1. 2), oder man kann das Verfahren umkehren (Beisp. 3. 4).

1)	2)
168×75	1296×625
$168 \times 25 = 4200$	$1296 \times 125 = 162000$
$4200 \times 3 = 12600$	$162000 \times 5 = 810000$

3)	4)
171×75	1299×625
$171 \times 3 = 513$	$1299 \times 5 = 6495$
4 in $513 = 128\,{}^1/_4$	8 in $6495 = 811\,{}^7/_8$
$128\,{}^1/_4 \times 100 = 128_{25}$	$811\,{}^7/_8 \times 1000 = 811_{875}$

Man kann aber auch jene Vielfachen der Theile aus 100 und 1000 als Theile aus Vielfachen von 100 und 1000 ansehen, und damit die Reihe der Zahlen beträchtlich erweitern, mit denen sich abgekürzt multiplicieren (und wie sich aus §. 5 unter 5 und 6 ergiebt) abgekürzt dividieren läfst. Dann hat man zunächst:

$75 = {}^1/_4$ aus 300; $375 = {}^1/_8$ aus 3000;
$625 = {}^1/_8$ „ 5000; $875 = {}^1/_8$ „ 7000,

und ferner:

$175 = {}^1/_4$ aus 700; $225 = {}^1/_4$ aus 900; $275 = {}^1/_4$ aus 1100;
$325 = {}^1/_4$ „ 1300; $425 = {}^1/_4$ „ 1700 u. s. w.
$1125 = {}^1/_8$ „ 9000; $1375 = {}^1/_8$ „ 11000;
$1875 = {}^1/_8$ „ 15000; $2375 = {}^1/_8$ „ 19000 u. s. w.

Das Verfahren ergiebt sich leicht aus folgenden Beispielen.

1)	2)
1418×75	1428×75
——— $\times 3$	4) ———
4254	357
4) ———	——— $\times 300$
$1063\,{}^1/_2 = 1063_{50}$	1071_{00}

3)	4)
1695×175	1696×175
——— $\times 7$	4) ———
11865	424
4) ———	——— $\times 700$
$2966\,{}^1/_4 = 2966_{25}$	2968_{00}

5) 6891×1125
$\overline{}\times 9$
62019
$8)\overline{}$
$7752\,{}^3/_8 = 7752_{375}$

6) 6896×1125
$8)\overline{}$
862
$\overline{}\times 9000$
7758_{000}

7) 14609×1375
$\overline{}\times 11$
160699 (vgl. S. 10 unter 13)
$8)\overline{}$
$20087\,{}^3/_8 = 20087_{375}$

8) 14304×2375
$8)\overline{}$
1788
$\overline{}\times 19000$
33972_{000}

Erkl. Die Ausführung der Beispiele 2, 4, 6 und 8 weicht von derjenigen der übrigen insofern ab, als sie mit der Division des Multiplicanden durch diejenige Zahl beginnt, welche angiebt, um wieviel Mal der Multiplicator so grofs genommen worden als er wirklich ist. Mit dieser Division ist aber darum begonnen, weil die Multiplicanden durch jene Zahlen ohne Rest theilbar sind.

10) Besteht der Multiplicator aus einer Zahl, welche einer der Rangzahlen, d. h. 10, 100, 1000 u. s. w., oder einem Mehrfachen derselben nahe liegt, so multipliciere man mit dieser Rangzahl oder deren Mehrfachen, und subtrahiere den Multiplicanden so viele Mal, als im Multiplicator Einheiten an 100, 1000 u. s. w. fehlen. Z. B.:

854325×998 $(998 = 1000 - 2)$
$000 = 854325 \times 1000$
$\div\ 1708650 = 854325 \times 2$
852616350

7254684×5995 $(5995 = 6000 - 5)$
$43528104000 = 7254684 \times 6000$
$\div\ 36273420 = 7254684 \times 5$
43491830580

Fehlt an dem Mehrfachen der Rangzahl nur eine Einheit, so multipliciert man mit diesem Mehrfachen und zieht den Multiplicanden selbst von oben nach unten ab. Z. B.

14869×59 $(60 - 1)$
892140 $(= 14869 \times 60)$
877271

4876×599 $(600 - 1)$
2925600 $(= 4876 \times 600)$
2920724

11) Sind beide Factoren nur um wenige Einheiten kleiner als eine und dieselbe Rangzahl, so sucht man die Differenzen beider Zahlen zu dieser Rangzahl, subtrahiert diese Differenzen kreuzweise von den gegebenen Factoren, wobei stets gleiche Reste erscheinen, multipliciert den einen dieser Reste mit 100, 1000, 10000 u. s. w. und addiert zu dem Producte dieser Multiplication das Product beider Differenzen*). Z. B.:

*) Eine vollständige Beweisführung für diesen und den folgenden Vortheil läfst sich auf algebraischem Wege sehr leicht, sonst aber nur auf sehr weitläufige Weise vornehmen; sie bleibe also dem Lehrer überlassen.

$$\begin{array}{rcl}
 & \overbrace{}^{1000} & \\
 & 998 \times 995 & \\
\text{Diff. von 998 zu 1000} = & 2 \qquad 5 & = \text{Diff. von 995 zu 1000} \\
(998 \div 5 \text{ oder } 995 \div 2 =) & 993 & \\
 & 993000 & \times 1000 \\
+ 2 \times 5 = & 10 & \\
 & 993010 &
\end{array}$$

Dieses Verfahren läfst sich auch anwenden, wenn die Factoren verschiedenen Rangzahlen nahe stehen; z. B. 995×9975

$$\begin{array}{rr}
 & 995_0 \times 9975 \\
 & 50 \qquad 25 \\
 & 99250000 \\
+ 50 \times 25 = & 1250 \\
 & 9925125
\end{array}$$

Erkl. Hier ist 995, um es der 10000 zu nähern, mit 10 multiplicirt worden, das Product mufste daher durch 10 dividiert werden, was hier durch Weglassen der Null im Producte angedeutet ist. Letzteres ist demnach 9925125.

12) Enthält zufällig der Multiplicand ebenso viel Einheiten über einem Vielfachen von 10, als der Multiplicator Einheiten unter demselben Vielfachen enthält, so multipliciert man das Vielfache von 10 mit sich selbst und zieht das Product der Differenzen ab*). Z. B. 83×77

$$\left.\begin{array}{l} \text{Da } 83 \text{ um } 3 \text{ über} \\ \text{und } 77 \text{ „ } 3 \text{ unter} \end{array}\right\} 80 \text{ ist,}$$

so multipliciert man

$$\begin{array}{rr}
 & 80 \times 80 = 6400 \\
\text{ab} & 3 \times 3 = 9 \\
 & 6391
\end{array}$$

$$\begin{array}{rr}
 & 124 \times 116 \\
120 \times 120 = & 14400 \\
\div 4 \times 4 = & 16 \\
 & 14384
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{rr}
 & 132 \times 128 \\
130 \times 130 = & 16900 \\
\div 2 \times 2 = & 4 \\
 & 16896
\end{array}$$

Bei gröfseren Zahlen bietet dieses Verfahren jedoch nur wenig Vortheil vor der gewöhnlichen Multiplication dar.

13) Eine zweistellige Zahl multipliciert man mit 11, indem man die Summe der beiden Stellen in die Mitte setzt, z. B. $34 \times 11 = 374$.

Besteht die Summe dieser beiden Stellen aus Einern und Zehnern, so werden die letztern zu den Hunderten addiert; z. B. $64 \times 11 = 704$.

Gröfsere Zahlen multipliciert man mit 11 dadurch, dafs man die erste Stelle des Multiplicanden als erste Stelle des Products hinstellt;

*) Vergl. die Anmerkung zu Vortheil 11.

dann erhält man durch Addition der 2. und 1. Stelle des Multiplicanden die 2. Stelle im Product; durch Addition der 3. und 2. Stelle des Multiplicanden die 3. im Product u. s. w. Endlich fügt man die letzte Stelle des Multiplicanden als letzte Stelle im Product an letzteres an, nachdem man zu derselben, falls von der vorhergehenden Stelle des Products Zehner herüber zu nehmen sind, diese addiert hat. Z. B.

```
  5 3                  5 3                  7 5 3
46387 × 11           16804 × 11           2689325 × 11
  6 4 2                6 4 2                8 6 4 2
------               ------               --------
510257               184844               29582575
```

Die Bogen bezeichnen die Verbindung der Stellen des Multiplicanden zur Bildung der Stellen des Products und die dabei befindlichen kleinen Ziffern geben an, die wievielste Stelle im Product durch Addition je zweier Stellen im Multiplicanden gebildet wird. (S. die weitere Erklärung unter 14.)

14) Das Verfahren bei der Multiplication mit 111 läfst sich aus dem Vorigen leicht finden und wird durch folgende Beispiele klar.

```
  3                    3                    7 5 3
 59 × 111            264 × 111            467084 × 111
  4 2                 5 4 2                 8 6 4 2
------               ------               --------
6549                 29304                51846324
```

Der Grund für das Verfahren unter 13) und 14) ergiebt sich leicht aus der Ausführung der Multiplication mit 11 und 111 auf die gewöhnliche Weise:

```
46387 × 11                                    467084 × 111
46387                                           467084
------                                           467084
510257                                        --------
. . . . . = Einer                    ⎫        51846324
. . . . . = Zehner + Einer           ⎪        . . . . . . . . = Einer                                   ⎫
. . . . = Hunderter + Zehner         ⎬ des    . . . . . . . = Zehner + Einer                            ⎪
. . . = Tausender + Hunderter        ⎪ Multi- . . . . . . = Hund. + Zehner + Einer                      ⎪
. . = Zehntausender + Tausender      ⎪ pli-   . . . . . = Tausend + Hund. + Zehner                      ⎬ des
. = Zehntausender                    ⎭ canden. . . . . = Zehntausend. + Tausend. + Hund.                ⎪ Multiplican-
                                              . . . = Hunderttaus. + Zehntaus. + Taus.                  ⎪ den.
                                              . . = Hunderttausender + Zehntausender                    ⎪
                                              . = Hunderttausender.                                     ⎭
```

15) Bestehen beide Factoren nur aus zwei Zahlen, so findet man vom Producte

die 1. Stelle durch Multiplication der Einer,

die 2. Stelle durch Summierung der Producte der kreuzweise multiplicierten Einer und Zehner,

die 3. Stelle durch Multiplication der Zehner.

Z. B. $34 \times 42 = 1428$

Man sage 1) $2 \times 4 = 8$

2) $(2\times3)+(4\times4)=(2)\,2$

3) $4\times3\,(+2) = 14.$

Die in Parenthese gesetzten Ziffern bedeuten hier, wie man leicht sieht, die Reste der vorherigen Multiplication.

16) Besteht die Multiplication aus zwei Factoren, jeder zu drei Stellen, so multiplicirt man 1) die Einer; dann 2) kreuzweise die Einer

und Zehner, die Summe derselben giebt im Producte die Zehner; ferner 3) kreuzweise die Einer und Hunderter, so wie die Zehner; ihre Summe giebt die Hunderter im Producte; darauf 4) kreuzweise die Zehner und Hunderter; ihre Summe giebt die Tausender im Producte. Endlich giebt 5) das Product der Hunderter die Zehntausender im Hauptproducte. Z. B.:

$$425 \times 334$$

1) Die Einer sind $4 \times 5 = (2)0$
2) Die Zehner $4 \times 2 + 3 \times 5 (+2) = (2)5$
3) Die Hunderter $4 \times 4 + 3 \times 5 + 2 \times 3 (+2) = (3)9$
4) Die Tausender $3 \times 4 + 2 \times 3 (+3) = (2)1$
5) Die Zehntausender $3 \times 4 (+2) = 14$

das Product 141950.

Man kann diese Methode auch auf gröfsere Factoren ausdehnen, nur erfordert sie dann gröfsere Uebung und wird unpraktisch.

17) Als Probe der Multiplication dient die ihr entgegengesetzte Division; eine Division in das Product mit einem der beiden Factoren mufs den andern Factor zum Quotienten geben. Alle übrigen Proben durch 9 oder 7 sind theils unzuverlässig, theils unpraktisch.

19) Eine Multiplication wird durch $\times$, oder auch durch einen blofsen Punkt, welche Zeichen Mal ausgesprochen werden, angedeutet.

4) Vortheile bei der Division.

§. 5. 1) Das gewöhnlichste Verfahren beim Dividieren ist zwar immer noch, das Product aus der Multiplication des Quotienten mit dem Divisor unter die betreffenden Stellen des Dividenden zu setzen, um die Subtraction von letzterem zu bewirken; dieses Untersetzen ist jedoch nach einiger Uebung leicht zu beseitigen, so dafs das Abziehen ohne Untersetzen jenes Products bewirkt und nur der jedesmalige Rest niedergeschrieben wird. Z. B.:

```
4357 | 98257432 | 22551
        11117
         24034
          22493
           7082
           2725 = Rest.
```

Wie bereits bei der Subtraction bemerkt worden, wird man wohl thun, die geborgten zehn Einheiten der höhern Stelle zur nächsten Stelle des Subtrahenden zu addieren, anstatt sie von der nächsten Stelle im Minuenden zu entlehnen. — Oft ist im Divisor die zweithöchste Stelle gröfser, als die höchste; darum gewöhne man sich, um den Quotienten zu finden, die Division mit den zwei höchsten Stellen des Divisors in die zwei oder drei höchsten Stellen des Dividenden zu beginnen. Ist die zweithöchste Stelle des Divisors 8 oder 9, so kann man auch, beim Auffinden der Quotientenzahl, die höchste Stelle des Divisors um eine Einheit gröfser annehmen; z. B. 20 in 177 anstatt 19 in 177.

2) Divisionen mit einstelligem Divisor, so wie mit den Zahlen 11 bis mit 24 können selbst ohne Untersetzen der einzelnen Reste ausgeführt werden. Z. B.: 8 in 16307 = 2038, Rest 3.
17 in 162409 = 9553, Rest 8.

3) Läſst sich der Divisor in einzelne Factoren zerlegen, so führe man die Division nach und nach aus. Z. B.

81 in 82623645
(81 = 9 × 9) 9) 9180405
9) 1020045

Freilich setzt dieses Verfahren, wenn die Division durch den ersten Factor einen Rest läſst, die Kenntnis der Division mit Brüchen voraus.

4) Eine Division durch 10, 100, 1000 u. s. w. bewirkt man ganz einfach durch Abtrennung einer, zweier, dreier u. s. w. Stellen rechts vom Dividenden. Z. B.:

10 in 836 = 83 | 6; 10000 in 825645 = 82 | 5645

Die dann rechts vom Striche stehenden Ziffern bezeichnen den Rest, oder den Zähler des zum Quotienten gehörigen Bruches, dessen Nenner der Divisor ist. (Hier $^6/_{10}$; $^{5645}/_{10000}$.)

Wenn in einem mehrstelligen Divisor die Stellen der Einer, Zehner, Hunderter, Tausender u. s. w. mit Nullen besetzt sind, so schneidet man diese Nullen ab, und trennt ebenso viel Stellen vom Dividenden (von der rechten nach der linken Hand), als man Nullen vom Divisor abgeschnitten hat. Hierauf dividiert man durch den von den Nullen befreiten Divisor, und setzt zu dem nach beendigter Division etwa verbliebenen Reste die abgeschnittenen Stellen des Dividenden. Z. B.:

8300 in 685478592
= 83|00 in 6854785|92 = 82587
214
487
728
645
64, also Rest 6492.

Enthalten Divisor und Dividend Nullen, so streicht man in dem einen wie in dem andern die gleiche Anzahl Nullen aus, und beginnt dann die Division. Z. B.:

4600 in 139800	28000 in 14960000	47000 in 968500
= 46 in 1398	= 28 in 14960	= 470 in 9685
		= 47\|0 in 968\|5

Vgl. auch die Division der Decimalbrüche, §. 116.

5) Alle diejenigen Zahlen, welche im vorigen Paragraphen unter 8 und 9 als Theile aus 100 und 1000, so wie aus dem Vielfachen von 100 und 1000 bezeichnet worden sind, und dieser Be-

schaffenheit wegen als Multiplicatoren Vortheile beim Rechnen gewähren, lassen sich auch als Divisoren mit Vortheil benutzen.

Man hat in diesem Falle die Zahlen 100 oder 1000, beziehentlich die Vielfachen derselben als Divisoren zu benutzen, den Dividenden aber vor Ausführung der Division so viel Mal zu nehmen, als der gegebene Divisor in dem erwählten Divisor enthalten ist. Z. B.:

25 in 18406
$18406 \times 4 = 73624$
73624 geth. d. $100 = 736\,^{24}/_{100}$

125 in 36967
$36967 \times 8 = 295736$
295736 geth. d. $1000 = 295\,^{736}/_{1000}$

75 in 18376
($75 = {}^{1}/_{4}$ aus 300)
daher 300 in 18376×4
$= 3|00$ in $735|04 = 245\,^{4}/_{300}$

175 in 96439
($175 = {}^{1}/_{4}$ aus 700)
daher 700 in 96439×4
$= 7|00$ in $3857|56 = 551\,^{56}/_{700}$

375 in 127093
($375 = {}^{1}/_{8}$ aus 3000)
daher 3000 in 127093×8
$= 3|000$ in $1016|744 = 338\,^{2744}/_{3000}$

875 in 214073
($875 = {}^{1}/_{8}$ aus 7000)
daher 7000 in 214073×8
$= 7|000$ in $1712|584 = 244\,^{4584}/_{7000}$

Ueber eine andere Methode der Division mit 75, 875 u. s. w. vgl. §. 117.

7) Wenn der Divisor nur um wenige Einheiten kleiner ist als 100, 1000, 10000 u. s. w., z. B. 98, 996, 9997, oder als ein Vielfaches dieser Zahlen, z. B. 597, 5997, so verrichtet man die Division mit dem für voll genommenen Divisor und addiert zu dem bei jeder Partialdivision bleibenden Reste das Product der Multiplication der Differenz zwischen dem wirklichen und dem gewählten Divisor mit dem Quotienten. Z. B.

```
1)          996 | 49786231 | 49986
     (1000 ∸ 4)   9946
                  9822
                  8583
                  6151
                   175

2)          597 | 498726 | 835
      (600 ∸ 3)   2112
                  3216
                   231
```

Erkl. 1) 1000 in 4978 = 4 mal, Rest 978, dazu 4×4, daher Rest 994; 1000 in 9946 = 9 mal, Rest 946, dazu 9×4, daher Rest 982; 1000 in 9822 = 9 mal, Rest 822, dazu 9×4, daher Rest 858; 1000 in 8583 = 8 mal, Rest 583, dazu 8×4, daher Rest 615; 1000 in 6151 = 6 mal, Rest 151, dazu 6×4, daher Rest 175. — 2) 600 in 4987 = 8 mal, Rest 187, dazu 8×3, daher Rest 211; 600 in 2112 = 3 mal, Rest 312, dazu 3×3, daher Rest 321; 600 in 3216 = 5 mal, Rest 216, dazu 5×3, daher Rest 231.

Vgl. aufserdem §. 117.

8) Als Probe dient die Multiplication des Quotienten mit dem Divisor; das Product mufs, mit Hinzuziehung des etwanigen Restes, den Dividenden geben.

9) Das Divisionszeichen ist, wenn man den Divisor rechts vom Dividenden setzt, ein Colon (:); demnach ist $12:3 = 12$

dividirt durch 3*). — Angedeutet wird die Division auch dadurch, dafs man den Divisor **unter** den Dividenden setzt, z. B. $\frac{131}{9}$. (S. die Bruchrechnung.)

5) Kennzeichen der Theilbarkeit der Zahlen.

§. 6. 1) Wenn in einer Zahl die Stelle der Einer eine gerade Zahl ist, so ist diese Zahl wenigstens durch 2 theilbar.

2) Lassen sich in einer Zahl Zehner und Einer durch 4 ohne Rest theilen, oder sind es Nullen, so ist die ganze Zahl durch 4 theilbar.

3) Durch 8 ist eine Zahl theilbar, wenn die Hunderter, Zehner und Einer sich durch 8 ohne Rest theilen lassen oder Nullen sind.

Dies liefse sich, wenn es von praktischem Nutzen wäre, für 16, auf die Tausender, Hunderter, Zehner und Einer, für 32 auf die Zehntausender, Tausender, Hunderter, Zehner und Einer, u. s. w. ausdehnen. Da nämlich 10 durch 2, 100 durch 4, 1000 durch 8, 10000 durch 16, u. s. w., ohne Rest theilbar sind, so ist auch ein Vielfaches von 10, 100, 1000 u. s. w. durch 2, 4, 8 u. s. w. ohne Rest zu theilen; lassen sich nun auch noch die an der Stelle der Einer, Zehner, Hunderter u. s. w. stehenden Zahlen durch 2, 4, 8 u. s. w. ohne Rest theilen, so mufs sich nothwendig die ganze Zahl durch 2, 4, 8 u. s. w. theilen lassen, ohne dafs ein Rest verbleibt. Auf demselben Grundsatze beruhen

4) die Kennzeichen für 5, 25, 125 u. s. w. Endigt nämlich eine Zahl mit 0 oder 5, so mufs sie durch 5 theilbar sein; endet sie auf 00, 25, 50 oder 75, so ist sie durch 25 theilbar; schliefst sie mit 000, 125, 250, 375, 500, 625, 750 oder 875, so mufs sie durch 125 zu theilen sein. Ebenso mufs sie sich durch $12\frac{1}{2}$ theilen lassen, wenn sie mit 00, $12\frac{1}{2}$, 25, $37\frac{1}{2}$, 50 u. s. w. schliefst; mit $16\frac{2}{3}$, wenn die beiden letzten Stellen aus 00, $16\frac{2}{3}$, $33\frac{1}{3}$, 50, $66\frac{2}{3}$, $83\frac{1}{3}$ bestehen — und so mit jedem Theile aus 10, 100, 1000 u. s. w. (Vgl. §. 65.)

5) Es leuchtet ein, dafs, wenn 10, 100, 1000 u. s. w. durch 9 getheilt, einen Rest von 1 übrig lassen, das Vielfache dieser Zahlen auch dasselbe Vielfache der 1 als Rest geben mufs. Z. B. 7295463.

7000000	geben	7	als	Rest
200000	„	2	„	„
90000	„	0	„	„
5000	„	5	„	„
400	„	4	„	„
60	„	6	„	„
3	„	3	„	„
also 7295463	geben	27	als	Rest.

*) Der Divisor ist in diesem Buche, bis auf wenige Ausnahmen, immer links gestellt: 1) weil man auf der linken Seite des Dividenden zu dividieren beginnt; 2) weil sich im Ansatze der einfachen und der zusammengesetzten Regeldetri der Divisor links befindet, und eine Umstellung unpraktisch wäre.

Die Zahl ohne den Rest ist also durch 9 theilbar, der Rest (27) ebenfalls, demnach ist das Ganze durch 9 ohne Rest zu theilen.

Daraus hat man folgende Regel abgeleitet: Ist die Quersumme einer Zahl durch 9 theilbar, so darf die Zahl selbst, durch 9 dividiert, keinen Rest lassen.

6) Auf demselben Grunde beruht die Regel, dafs, wenn die Quersumme einer Zahl durch 3 theilbar ist, auch die ganze Zahl durch 3 theilbar sein mufs. Theilt man z. B. die Zahl 32471843 ebenso durch 3, wie unter 5 die Zahl 7295463 durch 9, so erhält man als Summe der Reste 9. Die Zahl ohne den Rest ist durch 3 theilbar, der Rest (9) ebenfalls, also ist auch die ganze Zahl durch 3 ohne Rest zu theilen.

7) Vereinigt sich mit dem Merkmale der 3 oder der 9 das der 2, 4, 5, 8, so kann die Zahl natürlich durch 6, 12, 15, 24, oder durch 18, 36, 45, 72 ohne Rest getheilt werden; z. B. 7254684 ist durch 36 theilbar, denn die beiden letzten Stellen (84) sind durch 4, die Quersumme (36) ist durch 9 theilbar.

8) Eine dreistellige Zahl ist durch 11 theilbar, wenn die mittelste Stelle aus ebensoviel Einern besteht oder 11 Einheiten weniger zählt, als die Summe der beiden äufsern Stellen. Z. B. in 385 ist $8 = 3 + 5$; in 935 ist $3 = 9 + 5 \div 11$ oder $9 + 5 = 3 + 11$; folglich sind beide Zahlen durch 11 theilbar.

9) Gröfsere Zahlen sind durch 11 theilbar, wenn die Quersumme der in den ungeraden (d. i. der 1., 3., 5. u. s. w.) Stellen stehenden Zahlen gleich ist der Summe der in den geraden (d. i. der 2., 4., 6. u. s. w.) Stellen stehenden Zahlen, oder wenn die eine Quersumme um 11 oder um ein Mehrfaches von 11 grösser ist als die andere. Z. B. 416396299.

Die ungeraden Stellen sind:

$$9 + 2 + 9 + 6 + 4 = 30$$

Die geraden:

$$9 + 6 + 3 + 1 = 19.$$

30 ist um 11 gröfser als 19, folglich ist die Zahl durch 11 theilbar.

Den Grund dieses Verfahrens wird der Lernende ohne Schwierigkeit aus der S. 10 unter 13 gegebenen Anweisung zur Multiplication mit 11 ableiten können.

10) Man hat auch Merkmale für 7, 13, 17, 99, 101 u. m. a., sie sind aber ohne praktischen Werth, da ihre Anwendung zum Theil mit mehr Aufwand an Mühe und Zeit verbunden ist, als die Untersuchung der Theilbarkeit einer Zahl durch eine der angeführten Zahlen auf dem Wege der einfachen Division.

II. Rechnen mit benannten Zahlen.

§. 7. Drückt eine Zahl eine gewisse Menge Einheiten eines bestimmten Gegenstandes aus, und ist ihr der Name dieses Gegenstandes beigefügt, so heifst sie eine benannte Zahl. Wer mit unbenannten Zahlen zu rechnen versteht, wird es auch ohne grofse Schwierigkeit mit benannten Zahlen können, wenn er nur Kenntnis von dem Verhältnisse hat, in welchem gewisse Zahlen zu einander stehen.

Die Einheiten der Gegenstände, die bei der Rechnung mit benannten Zahlen hauptsächlich in Betracht kommen, sind die verschiedenen Arten der Münzen, Mafse und Gewichte, die man in der Arithmetik mit den Namen Sorten zu bezeichnen pflegt. Insofern eine gewisse Anzahl bestimmter Einheiten dazu gehört, um eine Einheit von höherem Werthe zu bilden, unterscheidet man niedere und höhere Sorten. So ist der Thaler eine höhere Sorte als der Pfennig, das Pfund eine niedrigere Sorte als der Centner u. s. w.

Verhältnisse, in denen die verschiedenen Sorten zu einander stehen, welche in diesem Buche zur Berechnung kommen, ersieht man aus der am Ende desselben gegebenen Uebersicht, und die im kaufmännischen Rechnungswesen dafür gebräuchlichen Abkürzungen enthält das hier folgende Verzeichnis.

Erklärung
der gebräuchlichsten kaufmännischen Abkürzungen für Münzen, Mafse, Gewichte u. s. w.

ℳ = Mark*).

ℬℳ., *Bℳ*, = Banco-Mark, Mark Banco.

Cℳ. = Courant - Mark, Mark Courant.

C.A., *C.B.* = Cassen-Anweisung, Cassen-Billet.

C., *c.*: *Cts.*, *cts.*: = *Centime*, *Cent*, *Centesimo* : *Centimes*, *Cents*, *Centesimi*.

C.M., *Conv.M.*: *Conv.G.* = Conventions-Münze; Conv.-Geld.

d. = *Penny* (eigentlich *denary*), *Pence; Denaro, Denari: Denier(s)*.

Dän. gr. Cour. = dänisch grob Courant.

Duc., # = Ducaten.

Duc. d. R. = *Ducato del regno.*

f. = Gulden (Florin).

Fd'or., *Frd'or.* = Friedrichsd'or.

*) Das Zeichen ℳ dient zur Bezeichnung der in Hamburg und Lübeck geltenden Münze unter dem Namen Mark. Seltener bedient man sich dafür des Zeichens *Mℳ.*, womit meistens nur die Mark als Gewicht bezeichnet wird.

Fr.; *Fr.*, *Fs.*, *Frs.*, *Frcs.* = *Franc*, Frank; *Francs*, Franken.
Gr., *gr.*, gr. = Groschen.
Ggr., *ggr.* = gute Groschen.
gt. = Grot.
Kop. = Kopeken.
Kr., *xr.*, *xr.*, *Kr.* = Kreuzer.
Kr. = Krone (deutsche Goldkrone).
*Kr*ß, *Krthlr.* = Kronenthaler.
£ = *Lira*, (*Lire*, Liren); (ehemaliger) Schweizer Frank (*Livre de Suisse*).
£ = *Livre Sterling*, Pfund Sterling.
L. t. = *Livres tournois.*
Lvls. = *Livre* (Pfund) vlämisch.
Ld'or., *Ldor.* = Louisd'or.
*Ldr*ß, *LdrRß* = Louisd'orthaler.
Mds. = *Maravedis.*
Mgr., *mgr.* = Mariengroschen.
M. Z. = Meſszahlung.
Ngr., *ngr.* = Neugroschen.
Nkr. = Neukreuzer.
Pr. Crt., *Pr. Cour.* = Preuſsisch Courant.
Rß, ß, *Rthlr.* = Thaler (Reichsthaler).
Rbthlr. = Reichsbankthaler; *Rbdlr.* = *Rigsbankdaler.*
Rd., *Rdlr.*, *Rdr.* = *Rigsdaler*, *Riksdaler.*
Rs. = *Reïs*, *Rees.*
r.; *rs.* = *Real*; *Reales*, Realen.
Rvn., *Rvn.* = *Real* (*Reales*) *de vellon.*
Rpta. = *Real* (*Reales*) *de plata.*
R. B. = Rubel Banco, Rubel Papier.
R. S. = Rubel Silber, Silber-Rubel.
S., *s.* = *Soldo*, *Soldi.*
Sch., *ß*, / = (Hamburger) Schilling(e).
s., *sh.*, / = (englische) Schilling(e).
sk. = *Skillingar* (Schilling).
Sgr., *sgr.*, *sgr.* = Silbergroschen.
Souvd'or. = Souveraind'or.
Sov. = *Sovereign* (engl. Goldmünze).
Spthlr., *Sp*ß = Speciesthaler.
Spd. = Speciesdaler in Dänemark, Schweden und Norwegen.
St., *st.*, *Stbr.*; *stvr.* = Stüber, *Styfver*; Stüver.
W. W. = Wiener Währung.
W. G., *W. Z.* = Wechselgeld, Wechselzahlung, auch Waarenzahlung.
₰ = Pfennig(e); ₰ *vls.* = Grot (Pfennig) vlämisch.
$ = Piaster, *Peso duro*, *Duro*, *Dollar.*

Ctr. = Centner.
Pfd., *Pfd.* = Pfund.
Lth. = Loth. — Nloth, Nl. = Neuloth.
Qt. = Quent, Quentchen, Quentel, Quint, Quintel.
Cwt. = *Hundredweight* (Hundertgewicht), Name des engl. Centners.
Qr.; *Qrs.* = *Quarter*; *Quarters.*
oz. = *Ounce* oder *Ounces*, d. h. (englische) Unze oder Unzen.
dwt., *dwts.* = *Pennyweight(s)*, d. h. (engl.) Pfenniggewicht.
Cant. = *Cantaro* (Plur. *Cantari*), d. h. Centner.
@ = *Arroba.*
gr.; *grs.* = *Grain* (*Grains*) in England.
Gr. = *Gramme*; Grän.
Hgr. = Halbgramm.
K°. = *Kilogramme.*
Mk. = Mark.
Kar. = Karat.
car. = *carat* (*carats*) in England.

S℔ = Schiffspfund.
St. = Stein.

b^{tto} = brutto.
sp^{o}, *sp*^{co} = sporco.
T^{a} = Tara.
Ggw. = Gutgewicht.
R., (^{0}) = Ruthe.
F., (′) = Fufs.
Z., (″) = Zoll.
L., (‴) = Linie.

/c = Hundert, z. B. 5*/c* = 5 Hundert.
/m = Tausend, z. B. 5*/m* = 5 Tausend.
$^{0}/_{0}$, *pr. Ct.* = pro Cent, d. h. für Hundert.
$^{0}/_{00}$, *pr. M.* = pro Mille, d. h. für Tausend.
do. = ditto, d. h. desgleichen.
⊙ = Gold; ☽ = Silber; ○ = Kupfer.

§. 8. Die meisten der benannten Einheiten lassen sich entweder in niedere Sorten auflösen oder auf höhere Sorten zurückführen. Die erstere Art der Verwandlung heifst **Auflösung** oder **Resolvierung**, und geschieht mittelst der **Multiplication**; die zweite Art nennt man **Zurückführung** oder **Reduction**, und sie erfolgt durch **Division**.

Die hierbei als Multiplicator oder als Divisor dienende Zahl heifst **Reductions-** oder **Verhältnis-Zahl**. Sie giebt an, wie viel Einheiten einer niedern Sorte auf eine Einheit einer höhern Sorte gehen.

§. 9. Soll eine Anzahl Einheiten einer höhern Sorte in niedere Sorten aufgelöst werden, so darf man die Reductionszahl nur mit dieser Anzahl Einheiten (oder umgekehrt, was in der Regel bequemer sein wird) multiplicieren. Z. B. Wie viel **Neugroschen** sind 14 *ß*? = 14 × 30 *ngr.* = 420 *ngr.* Sollen diese 420 *ngr.* auch noch in **Pfennige** verwandelt werden, so hat man sie mit der Reductionszahl 10 zu multiplicieren, und man findet 420 × 10 ₰ = 4200 ₰. Hieraus ergiebt sich von selbst das Verfahren für den Fall, wo mehrere höhere Sorten auf eine niedere reduciert werden sollen.

Z. B. 1) 116 *ß* 28 *ngr.* 5 ₰; wie viel Pfennige?

30 *ngr.* × 116 = 3480 *ngr.*
dazu: 28 „
116 *ß* 28 *ngr.* = 3508 *ngr.*

10 ₰ × 3508 = 35080 ₰
dazu: 5 „
116 *ß* 28 *ngr.* 5 ₰ = 35085 ₰

2) 16 *Tons* 12 *Cwt.* 3 *Qrs.* 19 ℔; wie viel Pfund?

20 *Cwt.* × 16 = 320 *Cwt.*
hierzu: 12 „
16 *T.* 12 *Cwt.* = 332 *Cwt.*
4 *Qrs.* × 332 = 1328 *Qrs.*
hierzu: 3 „
332 *Cwt.* 3 *Q.* = 1331 *Qrs.*

28 ℔ × 1331 = 37268 ℔
hierzu: 19 „
37287 ℔
also 16 *Tons* 12 *Cwt.* 3 *Qrs.* 19 ℔
= 37287 ℔

3) 7 Ctr. 64 ℔ 5 Lth. 7 Qt. in Preufsen oder Sachsen; wieviel Quentchen?

100 ℔ × 7 = 700 ℔
dazu: 64 „
7 Ctr. 64 ℔ = 764 ℔
30 Lth. × 764 = 22920 Lth.
dazu: 9 „
764 ℔ 9 Lth. = 22929 Lth.

10 Qt. × 22929 = 229290 Qt.
dazu: 7 „
229297 Qt.
also 7 Ctr. 64 ℔ 9 Lth. 7 Qt.
= 229297 Qt.

§. 10. Weit einfacher ist die Resolvierung, wenn alle Sorten dem reinen Decimalsysteme angehören, d. h. wenn immer 10 Einheiten der niedern Sorte eine Einheit der höhern Sorte bilden, wie dies z. B. bei den französischen Mafsen und Gewichten und bei solchen der Fall ist, die dem französischen Systeme nachgebildet sind. Dann stellt man die verschiedenen Sorten, ihrer natürlichen Reihenfolge nach, neben einander, ersetzt die etwa fehlenden durch Nullen und giebt der auf diese Weise gebildeten Zahlenreihe die Benennung der niedrigsten Sorte.

Beispiele.

1) 7 Kilometer 9 Hektometer 5 Dekameter 7 Meter 3 Decimeter in Frankreich; wieviel Decimeter? = 79573 Decimeter.

2) 4 Ctr. 9 ℔ 3 Qt. 5 Hgr. in Hannover (Braunschweig, Oldenburg, Bremen oder Hamburg); wieviel Halbgrammen? = 409035 Hgr.

3) 4 Zuber 4 Malter 1 Mäfslein in Baden; wieviel Becher? = 44010 Becher.

Erkl. Der leicht einzusehende Grund für dieses Verfahren liegt in unserm dekadischen Zahlensysteme. Wie man in diesem Tausender, Hunderter, Zehner und Einer unmittelbar an einander reihen kann, ohne sie durch etwas anderes als eben durch ihre Stellung neben einander kenntlich zu machen, eben so läfst sich mit denjenigen Münzen, Mafsen und Gewichten verfahren, welche nach dem reinen Decimalsysteme eingetheilt sind. Eben so wenig aber, wie bei einer in Ziffern ausgedrückten Zahl irgend eine Ordnung fehlen darf, wenn nicht der Werth der Zahl verändert werden soll, darf bei dieser Art der Resolvierung eine Sorte unerwähnt bleiben; sie mufs vielmehr, falls sie fehlt, durch eine Null ersetzt werden. — In obigen Beispielen wurden bei 2) die fehlende Sorte der Neuloth und bei 3) die fehlenden Sester und Becher auf diese Weise ergänzt.

§. 11. Uebungsaufgaben.

1) Baden. 40 Ohm 7 Stützen 5 Mafs 7 Gläser; wieviel Gläser?
2) Berlin. 364 Thlr. 12 Sgr. 6 ₰; wieviel Pfennige?
3) Berlin. 60 Ctr. 62 ℔ 27 Lth.; wieviel Loth?
4) Frankfurt a. M. 964 fl. 48 xr.; wieviel Kreuzer?
5) Hamburg. 3922 Mk. 14 ß 9 ₰; wieviel Pfennige?
6) Hannover. 1496 Thlr. 15 gr. 8 ₰; wieviel Pfennige?

7) Kopenhagen. 99 Rdlr. 4 ℔ 12 ß; wieviel Schillinge?
8) Leipzig. 12 *Ctr.* 4 *St.* 2 ℔ 10 *Lth.*; wieviel Loth?
9) Lombardei. 7 *Quintale* 5 *Rubbi* 4 *Onci* 9 *Grossi* 5 *Grani*; wieviel *Grani?*
10) London. 48 £ 12 *s.* 9 *d.*; wieviel *Pence?*
11) London. 2 ℔ 4 *oz.* 6 *dwts.* 20 *grs.* Troygew.; wieviel *Grains?*
12) Madrid. 264 *Duros* 19 *Reales* 27 *Maravedis*; wieviel *Maravedis?*
13) Paris. 64 Kilogr. 9 Hektogr. 8 Dekagr. 7 Gr.; wieviel Grammen?
14) Paris. 14 Myriameter 9 Kilometer 7 Meter; wieviel Meter?
15) Petersburg. 2 Berkow. 3 Pud 9 ℔ 20 Solotn. 1 Dola; wieviel Doli?
16) Petersburg. 142 Saschèn 2 Arschin 25 Zoll; wieviel Zoll?
17) Rom. 1891 *Scudi* 5 *Bajocchi* 3 *Quattrini*; wieviel *Quattrini?*
18) Stockholm. 192 Riksdalers 3 Oere; wieviel Oere?
19) Wien. 378 *f.* 12 Nkr.; wieviel Neukreuzer?
20) Wien. 60 *Ctr.* 62 ℔ 27 *Lth.*; wieviel Loth?

§. 12. Soll eine gewisse Anzahl Einheiten einer niedern Sorte in höhere Sorten verwandelt (reduciert) werden, so dividiert man mit der Reductionszahl in die gegebene Anzahl Einheiten der niedern Sorte. Der Quotient bezeichnet die Menge der Einheiten der höhern, der etwa verbleibende Rest die Einheiten der niedern Sorte. Läſst sich die Division nicht ausführen, so kann man sie bloſs andeuten, wodurch ein echter Bruch entsteht. (§. 79.)

Beispiele.

1) 960 *sgr.*; wieviel Thaler?
30 in 960 = 3 in 96 = 32 *ℛ*.

2) 1238 ß; wieviel Mark?
16 in 1238 = 77 ℔
118
Rest = 6 ß, also: 77 ℔ 6 ß.

3) 82481 *Qt.* in Berlin; wieviel Centner, Pfund, Loth und Quentchen?
10 in 82481 = 8248 *Lth.*; Rest 1 *Qt.* — 30 in 8248 = 274 ℔; Rest 18 *Lth.* — 100 in 274 = 2 *Ctr.* Rest 74 ℔.
also: 2 *Ctr.* 74 ℔ 18 *Lth.* 1 *Qt.*

4) 12846932 Doli; wieviel Berkowetz, Pud, Pfund, Solotnik, Doli?
12846932 div. durch 96 = 133822 div. durch 96 = 1393 ℔.
324 — 378
366 — 902
789 — 382
213 — Rest 94 Sol.
212
Rest 20 Doli.

1393 div. d. 40 = 34 div. d. 10 = 3 Bktz.
Rest 33 ℔. Rest 4 Pud
also: 3 Berkowetz 4 Pud 33 ℔ 94 Solotn. 20 Doli.

§. 13. Gehören die zu reducierenden Sorten dem reinen Decimalsysteme an, so erfolgt deren Reduction durch wiederholte Division mit 10, oder durch einfaches Abschneiden je einer Stelle von der rechten nach der linken Hand. Jede der auf diese Weise abgetheilten Stellen bildet eine Sorte für sich.

Z. B. 1) 928304 Afs in Baden, welche höhere Sorten enthalten sie? = 9|2|8|3|0|4 = 9 Stein 2 Pfund 8 Zehnling 3 Centafs 0 Dekafs 4 Afs.

2) Hannover. 64904 Hgr.; w. v. Pfund u. s. w.? = 64 ℔ 9 Nl. 4 Hgr.

3) Paris. 4320276 Meter; w. v. Myriameter u. s. w.? = 432|0|2|7|6 = 432 Myriameter 0 Kilom. 2 Hektom. 7 Dekam. 6 Meter.

§. 14. Uebungsaufgaben.

21) Amsterdam. 12876 *Cts.*; wieviel Gulden und Cents?
22) Augsburg. 16342 ₰; wieviel Gulden, Kreuzer und Pfennige?
23) Baden. 1248632 Becher; wieviel Zuber, Malter, Sester u. s. w.?
24) Berlin. 42312 ₰; wieviel Thaler, Silbergroschen und Pfennige?
25) Bremen. 46123 Schwaren; wieviel Thaler, Groten u. Schwaren?
26) Christiania. 9241 *ß*; wieviel Spd., Ort und Sch.?
27) Constantinopel. 12161 Para; wieviel Piaster und Para?
28) Hamburg. 23164 ₰; wieviel Mark, Schillinge und Pfennige?
29) Köln. 24311 Grän; wieviel Mark, Loth und Grän?
30) Leipzig. 714069 Zent; wieviel Centner u. s. w.?
31) Leipzig. 9256 ₰; wieviel Thaler, Neugroschen und Pfennige?
32) Lissabon. 24831 ℔.; wieviel Quintal, Arroben und Pfund?
33) London. 64325 *d.*; wieviel Pfund, Schillinge und Pence?
34) Lübeck. 9846 ℔; wieviel Schiffpfund, Liespfund und Pfund?
35) New York. 24348 *cts.*; wieviel Dollars und Cents?
36) Paris. 182746 *Cts.*; wieviel Francs und Centimes?
37) Paris. 180954 Meter; wieviel Myriameter u. s. w.?
38) Petersburg. 92643261 Linien; wieviel Werst, Saschen u. s. w.?
39) Wien. 2345432 Nkr.; wieviel Gulden und Neukreuzer?
40) Wien. 186342 *Qt.*; wieviel Centner, Pfund u. s. w.?

1) Addition benannter Zahlen.

§. 15. Was über Addition im allgemeinen bereits bei der Addition mit unbenannten Zahlen gesagt worden ist, gilt auch hier.

Sollen Posten, die aus verschiedenen Sorten bestehen, addiert werden, so stelle man zuvörderst die gleichnamigen Sorten unter einander und beginne hierauf die Addition bei der niedrigsten

Sorte. Erreicht oder übersteigt deren Summe die Reductionszahl zur nächsten höhern Sorte, so dividiere man die Summe durch die Reductionszahl und addiere den Quotienten zur nächsten Sorte. Der bei dieser Addition etwa bleibende Rest bildet dann die gesuchte Summe der niedern Sorte. Mit der höhern Sorte verfährt man ebenso in Bezug auf die ihr wiederum zunächst stehende höhere und so fort, bis endlich die höchste erreicht ist.

Beispiele.

1)

24	ℛ	28	ngr.	5	₰
164	„	21	„	8	„
123	„	26	„	9	„
32	„	11	„	4	„
364	„	—	„	7	„
268	„	27	„	5	„
11	„	1	„	4	„
9	„	7	„	9	„
12	„	29	„	9	„
2	„	7	„	8	„
1014	ℛ	13	ngr.	8	₰

2)

26	ℳ	10	ß	6	₰
194	„	11	„	9	„
32	„	12	„	5	„
296	„	10	„	3	„
64	„	—	„	8	„
261	„	10	„	9	„
9	„	9	„	9	„
—	„	5	„	—	„
6	„	—	„	6	„
161	„	14	„	9	„
1054	ℳ	6	ß	4	₰

Erkl. In 1) beträgt die Summe der Pfennige 68; diese durch die Reductionszahl 10 dividiert, giebt 6 *ngr.* 8 ₰. Erstere werden zur Reihe der Neugroschen addiert; deren Summe = 163 *ngr.*, dividiert durch die Reductionszahl 30, giebt 5 ℛ 13 *ngr.* Endlich addiert man die Reihe der Thaler, indem man die aus den Neugroschen erhaltenen 5 ℛ hinzufügt. — In 2) dividiert man die Summe von 64 durch die Reductionszahl 12; der Quotient giebt 5 ß 4 ₰. Nimmt man diese 5 ß zur Reihe der Schillinge, so ist deren Summe = 86 ß; dividiert durch die Reductionszahl 16, giebt sie 5 ℳ 6 ß. Erstere werden zur Reihe der Mark addiert und man erhält 1054 ℳ.

§. 16. Sehr einfach ist die Addition solcher Maſse u. s. w., welche nach dem reinen Decimalsysteme abgetheilt sind. Hier stellt man bei jedem Posten die einzelnen Sorten ohne weitere Bezeichnung neben einander, indem man von der niedrigsten Sorte aufwärts geht, ersetzt die in der natürlichen Reihenfolge etwa fehlenden Sorten durch Nullen und bezeichnet nur die niedrigste Sorte. Die Addition erfolgt wie die der unbenannten Zahlen, und die Reduction der Summe nach §. 13.

Z. B. 1) Baden. 9 *Ctr.* 4 *St.* 8 Centaſs 9 Aſs + 16 *Ctr.* 4 Zehnl. 9 Centaſs 4 Dekaſs + 5 *St.* 6 ℔ 4 Z. 7 D. + 3 *St.* 4 ℔ + 9 Z. 4 C. 7 Aſs + 4 ℔ 3 Z. 4 Aſs + 3 *Ctr.* 7 *St.* 3 C. 5 Aſs.

2) Hannover: 4 *Ctr.* 62 ℔ 5 Nl. 4 Quint. + 17 ℔ 5 Quint. + 9 ℔ 3 Quint. + 4 Nl. 3 Quint. + 2 *Ctr.* 3 ℔ + 49 ℔ 7 Nl. + 4 Nl. 5 Quint.

1) 9400809 Afs	2) 46254 Quint.
16004940 „	1705 „
564070 „	903 „
340000 „	43 „
9407 „	20300 „
43004 „	4970 „
3700305 „	45 „
30062535 Afs	74220 Quint.
=30 Ctr. 0 St. 6 ℔ 2 Zehnl. 5 Centafs 3 Dekafs 5 Afs.	=7 Ctr. 42 ℔ 2 Nl. — Quint.

§. 17. Chronologische Addition oder Addition zweier Zeitperioden. Diese Art der Addition findet statt, wenn das Ende irgend eines Ereignisses aus dem Anfange und der Dauer desselben bestimmt werden soll. Wird hierbei nur nach Jahren und Monaten gerechnet, so ist es gleichgiltig, ob man die Zeiträume als laufend oder als verflossen ansehen will.

Z. B. A. ist im Mai 1796 geboren und lebte 44 Jahre 9 Monate; wann starb er?

1) Die Zeiten als laufend angenommen:

	1796 J. 5 Mt.
+	44 „ 9 „
	1841 J. 2 Mt.,

also im 1841. Jahre im 2. Monate, d. h. 1841 im Februar.

2) Die Zeiten als verflossen angenommen:

	1795 J. 4 Mt.
+	44 „ 9 „
	1840 J. 1 Mt.,

also nach Ablauf von 1840 Jahren und 1 Monate, oder im J. 1841, nach Ablauf des 1. Monats, d. i. im Februar.

Kommen aber in der Berechnung auch Tage vor, so ist es, der verschiedenen Anzahl der Tage wegen, welche die Monate haben, immer besser, die Zeiten als verflossen anzunehmen. Z. B. Ein Capital wurde ausgeliehen am 15. Sept. 1842 und nach 3 Jahren 6 Monaten und 18 Tagen zurückgezahlt. Wann ist es zurückgezahlt worden?

	1841 J. 8 Mt. 15 T.
+	3 „ 6 „ 18 „
	1845 J. 3 Mt. 2 T.

d. h. nach Verlauf von 1845 J. 3 Mt. u. 2 T., also am 2. April 1846.

Erkl. Hier sind alle Zeiträume als völlig verflossen betrachtet, d. h. die Ausleihung fand statt nach Ablauf von 1841 Jahren 8 Monaten und 15 Tagen; daher auch die Rückzahlung nach Ablauf der durch Addition gefundenen Zeiträume erfolgt. — Die Summe der Tage (33) ist durch Division mit 31, und nicht mit 30, in Monate zu verwandeln. Denn addiert man 8+6 Mt.,

so erhält man 1 J. 2 Mt.; der Monat, welcher aus den Tagen gefunden wird, ist also der 3. Monat im Jahre, d. i. der März, welcher bekanntlich 31 Tage hat. (Vgl. auch §. 20 am Ende.)

§. 18. Uebungsaufgaben.

41) Augsburg. 712 *f.* 12 *xr.* + 1824 *f.* + 314 *f.* 7 *xr.* + 925 *f.* 17 *xr.* + 833 *f.* 14 *xr.* + 3 *f.* 45 *xr.* + 17 *f.* 50 *xr.* + 237 *f.* 30 *xr.* + 822 *f.* 32 *xr.*

42) Amsterdam. 1846 *f.* 28 *cts.* + 972 *f.* 34 *cts.* + 812 *f.* 10 *cts.* + 19 *f.* 34 *cts.* + 4 *f.* 4 *cts.* + 274 *f.* 6 *cts.* + 96 *f.* 32 *cts.* + 12 *cts.* + 162 *f.* 92 *cts.* + 10 *f.* + 234 *f.* 90 *cts.*

43) Berlin. 112 *ℛ* 16 *sgr.* 3 ₰ + 46 *ℛ* 29 *sgr.* 6 ₰ + 34 *ℛ* 12 *sgr.* 11 ₰ + 62 *ℛ* 29 *sgr.* + 311 *ℛ* — *sgr.* 5 ₰ + 66 *ℛ* 24 *sgr.* 9 ₰ + 222 *ℛ* 22 *sgr.* 2 ₰ + 1 *ℛ* 8 *sgr.* 10 ₰ + 269 *ℛ* 3 *sgr.* + 26 *sgr.* 8 ₰ + 9 ₰ + 524 *ℛ* 19 *sgr.* 7 ₰.

44) Bremen. Aus wieviel Ballen besteht folgende Partie Caffee, und wieviel Pfund wiegen diese Ballen zusammen? 61 B. = 7743 ℔; 673 B. = 79025 ℔; 395 B. = 43725 ℔; 79 B. = 9634 ℔; 75 B. = 9271 ℔; 52 B. = 5418 ℔; 10 B. = 1012 ℔; 30 B. = 3876 ℔; 39 B. = 4372 ℔; 26 B. = 2719 ℔; 156 B. = 16320 ℔; 67 B. = 7908 ℔; 25 B. = 3096 ℔; 8 B. = 903 ℔.

45) Hamburg. 1405 ℳ 12 ß 6 ₰ + 13406 ℳ 7 ß 5 ₰ + 8409 ℳ 13 ß 9 ₰ + 2406 ℳ — ß 5 ₰ + 1206 ℳ 5 ß + 9 ß 6 ₰ + 996 ℳ 15 ß 3 ₰ + 1204 ℳ 5 ß 8 ₰.

46) Leipzig. Von 13 Fässern Raffinad wiegt № 1 brutto 11 *Ctr.* 43 ℔, enthält 60 Brode und wiegt netto 10 *Ctr.* 7 ℔. Welches ist das Bruttogewicht sämmtlicher 13 Fässer, w. v. Brode enthalten sie, jedes à 60 Brode, und was wiegen sie netto? № 2: 11 *Ctr.* 49 ℔; 10 *Ctr.* 7 ℔; № 3: 11 *Ctr.* 58 ℔; 10 *Ctr.* 8 ℔; № 4: 11 *Ctr.* 58 ℔; 10 *Ctr.* 7 ℔; № 5: 11 *Ctr.* 53 ℔; 10 *Ctr.* 4 ℔; № 6: 11 *Ctr.* 48 ℔; 10 *Ctr.* 4 ℔; № 7: 11 *Ctr.* 59 ℔; 10 *Ctr.* 5 ℔; № 8: 10 *Ctr.* 49 ℔; 10 *Ctr.* 15 ℔; № 9: 10 *Ctr.* 60 ℔; 10 *Ctr.* 9 ℔; № 10: 10 *Ctr.* 47 ℔; 10 *Ctr.* 7 ℔; № 11: 10 *Ctr.* 57 ℔; 10 *Ctr.* 9 ℔; № 12: 10 *Ctr.* 53 ℔; 10 *Ctr.* 10 ℔; № 13: 10 *Ctr.* 47 ℔; 10 *Ctr.* 9 ℔.

47) London. (Troygewicht.) 12 ℔ 7 *oz.* 10 *dwts.* 9 *grs.* + 9 ℔ 7 *dwts.* 8 *grs.* + 16 ℔ 7 *oz.* 3 *dwts.* 6 *grs.* + 191 ℔ 6 *oz.* 13 *grs.* + 4 *oz.* 10 *grs.* + 10 *oz.* 19 *dwts.* 4 *grs.* + 34 ℔ 16 *dwts.* 10 *grs.* + 26 ℔ 13 *grs.* + 9 ℔ 7 *oz.* 12 *dwts.* 10 *grs.* + 11 *oz.* 12 *dwts.* 18 *grs.* + 36 ℔ 9 *oz.* 14 *dwts.* 18 *grs.* + 26 ℔ 9 *dwts.* 11 *grs.*

48) London. 3 £ + 1075 £ 8 *s.* 11 *d.* + 903 £ 16 *s.* 7 *d.* + 92 £ 10 *s.* 9 *d.* + 358 £ 2 *s.* 9 *d.* + 41 £ 12 *s.* 9 *d.* + 722 £ 11 *s.* 4 *d.* + 95 £ 19 *s.* 3 *d.* + 693 £ 17 *s.* 4 *d.* + 61 £ 3 *s.* 11 *d.* + 27 £ 10 *s.* 8 *d.* + 143 £ 19 *s.* 1 *d.* + 117 £ 6 *s.* 6 *d.* + 82 £ 6 *s.* 6 *d.* + 8 *s.* 1 *d.* + 10 £ 8 *s.* 3 *d.*

49) Paris. 2642 *Fr.* 29 *cts.* + 978 *Fr.* 90 *cts.* + 362 *Fr.* 64 *cts.* + 946 *Fr.* 23 *cts.* + 1912 *Fr.* 64 *cts.* + 8246 *Fr.* 10 *cts.* + 12312 *Fr.* 9 *cts.* + 124 *Fr.* 96 *cts.* + 664 *Fr.* 27 *cts.* + 346 *Fr.* 32 *cts.* + 630 *Fr.* 17 *cts.* + 3248 *Fr.* 21 *cts.* + 31 *Fr.* + 27 *Fr.* 66 *cts.* + 34 *cts.* + 321 *Fr.* 29 *cts.*

50) Petersburg. 27 Berkowetz 9 Pud 26 ℔ 49 Solotnik 11 Doli + 46 B. 3 P. 32 ℔ 42 S. 19 D. + 11 B. 7 ℔ 48 D. + 9 P. 19 ℔ 74 S. + 64 B. 1 P. 39 ℔ 42 S. 11 D. + 32 B. 69 S. + 34 ℔ 80 S. 76 D. + 24 B. 9 P. 12 ℔ 12 S. 12 D. + 32 B. 7 P. 28 ℔ 42 S. 84 D.

51) A. wurde geboren 1762 den 7. Novbr. und lebte 61 Jahre 7 Monate 9 Tage; wann starb er?

52) Ein Capital, am 6. März 1856 ausgeliehen, stand 4 Jahre 9 Monate 12 Tage aus; wann wurde es zurückgezahlt?

2) Subtraction benannter Zahlen.

§. 19. Die Regeln für die Subtraction mit unbenannten Zahlen gelten auch für die Subtraction mit benannten Zahlen. Man setze hier, wie bei der Addition benannter Zahlen, die gleichnamigen Gröfsen unter einander und beginne die Subtraction bei der niedrigsten Sorte. Ist die Anzahl der Einheiten einer Sorte des Subtrahenden gröfser als die der Einheiten derselben Sorte im Minuenden, oder fehlt diese Sorte im Minuenden ganz, so nehme man von der nächsten höhern Sorte des letztern eine Einheit, reduciere sie auf die niedere Sorte, indem man die etwa bereits vorhandenen Einheiten der niedern dazu addiert, und nehme hierauf die Subtraction vor.

Beispiele.

1) 268 ℛ 27 *sgr.* 9 ₰		2) 918 *f.* 28 *xr.* 2 ₰
÷ 132 „ 16 „ 8 „		÷ 628 „ 39 „ 3 „
136 ℛ 11 *sgr.* 1 ₰		289 *f.* 48 *xr.* 3 ₰
3) 269 *Ctr.* — ℔ — *Lth.*		4) 123 £ — *s.* 8 *d.*
÷ 198 „ 29 „ 24 „		÷ 94 „ 16 „ 11 „
70 *Ctr.* 70 ℔ 6 *Lth.*		28 £ 3 *s.* 9 *d.*

Erkl. Das Beispiel 1) bedarf keiner Erläuterung. Da im Subtrahenden von 2) die Zahl der Pfennige (3) gröfser ist, als die im Minuenden, so wurde von den 28 *xr.* ein Kreuzer = 4 ₰ hinweggenommen, und nun wurden 3 ₰ von 4 ₰ + 2 ₰ abgezogen. Da ferner 39 *xr.* von (28 ÷ 1 =) 27 *xr.* nicht abgezogen werden können, so wurde von 918 *f.* ein Gulden = 60 *xr.* hinweggenommen, und nun 39 *xr.* von 27 *xr.* + 60 *xr.* abgezogen. Nachdem man in 3) von 269 *Ctr.* einen Centner = 100 ℔ und von diesen 100 ℔ ein Pfund weggenommen, entstand der Minuend: 268 *Ctr.* 99 ℔ 30 *Lth.* und in 4) erhielt man bei gleichem Verfahren 122 £ 19 *s.* 20 *d.*, worauf die Subtraction wie gewöhnlich erfolgt ist.

Bequemer ist es übrigens in den meisten Fällen, wenn von einer Sorte im Minuenden weniger Einheiten vorhanden sind, als

im Subtrahenden, die Anzahl der Einheiten im Subtrahenden sofort von derjenigen Menge der Einheiten abzuziehen, die man erhält, wenn man von der zunächst stehenden höhern Sorte im Minuenden eine Einheit entlehnt. Zu dem erhaltenen Reste addiert man die Anzahl der Einheiten der niedern Sorte, die bereits im Minuenden vorhanden sind.

So in Beispiel 2) 39 *xr.* von 1 *f.* oder von 60 *xr.* = 21 *xr.*; dazu 27 *xr.* = 48 *xr.*

§. 20. Chronologische Subtraction oder Subtraction zweier Zeitperioden. Diese Art der Subtraction findet statt, wenn der Unterschied zwischen zwei Zeitperioden, oder wenn aus dem Anfange und dem Ende eines Zeitraumes seine Dauer, oder aus dem Ende und der Dauer eines Zeitraumes sein Anfang berechnet werden soll. Auch hier gilt, was bereits bei der chronologischen Addition über die Annahme der Zeiträume als laufend oder als verflossen gesagt worden ist.

Beispiel.

A. ist geboren am 9. October 1806, morgens 10 Uhr, und stirbt am 7. April 1841, nachmittags 4 Uhr; wie alt ist er geworden?

	1840 J.	3 Mt.	6 Tage	16 St.
÷	1805 „	9 „	8 „	10 „
	34 J.	5 Mt.	29 Tage	6 St.

Erkl. Hier ist jede Zeitperiode als völlig verflossen betrachtet, und A. ward demnach geboren nach Ablauf des Jahres 1805, und des 8. Tages nach dem 9. Monat; sein Tod erfolgte nach Ablauf des Jahres 1840, und des 6. Tages nach dem 3. Monat. — Da sich 8 Tage von 6 Tagen nicht subtrahieren lassen, so mufste ein Monat entlehnt werden. Da dieser Monat der dritte im Jahre ist, so waren dafür 31 Tage zu nehmen.

Die Behandlung der Aufgaben aus der chronologischen Subtraction und Addition, wie sie hier und in §. 17 gelehrt worden, reicht für die Bedürfnisse des Geschäftslebens aus. Genau können aber die auf diesem Wege gefundenen Resultate nicht immer und vorzüglich dann nicht sein, wenn es sich um Messung gröfserer Zeiträume handelt, und dabei kleinere Zeittheile, wie Stunden oder Minuten, in Betracht kommen sollen. Hier müssen nothwendig die Schalttage, so wie die Zeitgleichung insbesondere berücksichtigt werden. (Vergl. Paucker, Rechenbuch, 1. Th. 2. Aufl. Mitau, 1840. S. 7 ff.)

§. 21. Uebungsaufgaben.

a) Einfache Subtraction.

53) Berlin. 348 *rf* 22 *sgr.* 6 *S.* ÷ 231 *rf* 28 *sgr.* 10 *S.*
54) Frankfurt a. M. 968 *f.* 26 *xr.* 3 Heller ÷ 637 *f.* 48 *xr.*
55) Leipzig. 628 Scheffel ÷ 312 Sch. 12 Metzen 3 Mäfschen,

56) London. 681 £ ÷ 374 £ 16 *s.* 8 *d.*
57) London. (Troygewicht.) 64 ℔ 10 *dwts.* 16 *grs.* ÷ 31 ℔ 11 *oz.* 11 *dwts.* 18 *grs.*
58) Madrid. 1248 *Duros* 12 *Reales* 6 *Decimas* ÷ 939 *Dur.* 18 *R.* 8 *Dec.*
59) A. war geboren 1769 d. 27. Sept. und starb 1840 d. 8. April; wie alt ist er geworden?
60) Ein Capital, ausgeliehen am 14. März 1859, wurde am 3. Febr. 1861 zurückgezahlt; wie lange hat es ausgestanden?

b) Addition und Subtraction.

61) Die Einnahmeseite eines Cassabuches enthielt folgende Posten: 2000 ꝑ + 4000 ꝑ + 2653 ꝑ 10 *ngr.* + 4 ꝑ 10 *ngr.* 5 ₰ + 22 ꝑ 23 *ngr.* 8 ₰ + 525 ꝑ 22 *ngr.* 5 ₰ + 3 ꝑ 24 *ngr.* + 194 ꝑ 15 *ngr.* + 7 *ngr.* 5 ₰ + 588 ꝑ + 56 ꝑ 5 *ngr.*; die Ausgabeseite dagegen: 1000 ꝑ + 18 ꝑ 15 *ngr.* + 582 ꝑ 12 *ngr.* 5 ₰ + 100 ꝑ + 666 ꝑ 17 *ngr.* + 1720 ꝑ 7 *ngr.* + 1240 ꝑ + 748 ꝑ 23 *ngr.* Wieviel betrug *a*) die Einnahme, *b*) die Ausgabe, *c*) der Cassabestand.

62) 10 Tonnen Reis wiegen brutto (d. h. Fafs und Waare) wie folgt: 8 *Cwt.* — *Qr.* 12 ℔ + 8. 3. 2. + 7. 1. 6. + 7. 2. 10. + 8. 3. 20. + 7. 3. 26. + 8. 2. 14. + 8. 2. 6. + 7. 3. 17. + 7. 0. 2.; die Tara, d. h. das Gewicht eines leeren Fasses, beträgt: 1 *Cwt.* — *Qr.* 7 ℔ + 1. 0. 7. + 0. 3. 9. + 0. 3. 23. + 1. 0. 7. + 1. 0. 7. + 1. 0. 7. + 1. 0. 7. + 0. 3. 27. + 0. 3. 25. *a*) Wieviel wiegen diese 10 Fässer brutto? *b*) Wieviel beträgt die Tara? *c*) Wieviel wiegt die Waare allein oder netto?

63) Wenn von 6384 ℳ 10 ß 6 ₰ noch übrig geblieben waren 3122 ℳ 12 ß 8 ₰; wieviel Mark u. s. w. hatte man weggenommen?

64) Ein Grofshändler hatte während einer gewissen Zeit folgende Partien Caffee eingekauft: 410 Ballen = 46109 ℔; 349 B. = 43158 ℔; 115 B. = 13328 ℔; 70 B. = 9240 ℔; 53 B. = 6867 ℔; 100 B. = 11368 ℔; 43 B. = 5418 ℔; 297 B. = 35520 ℔. Während derselben Zeit hatte er verkauft: 52 B. = 6188 ℔; 30 B. = 3570 ℔; 25 B. = 2975 ℔; 60 B. = 7246 ℔; 100 B. = 11916 ℔; 40 B. = 4762 ℔; 220 B. = 26180 ℔; 600 B. = 71405 ℔. 1) Wieviel Ballen und Pfund betrug *a*) der Einkauf; *b*) der Verkauf; 2) wieviel Ballen und Pfund hatte er noch auf dem Lager?

3) Multiplication benannter Zahlen.

§. 22. Hier kann nur einer der beiden Factoren eine benannte Zahl sein; der andere ist entweder geradezu unbenannt, oder wird doch als unbenannt angenommen. Der unbenannte oder als unbenannt anzunehmende Factor wird alsdann zum Multiplicator, der benannte zum Multiplicanden und das Product führt die Benennung

des Multiplicanden. Denn das Resultat von 18 ℛ × 9, oder 9 ℛ × 18, oder 9 *Ctr.* à 18 ℛ *) ist überall 162 ℛ; woraus zugleich hervorgeht, daſs man auch hier die Factoren verwechseln kann, wenn jeder derselben nur aus einer Sorte besteht, und daſs sich in diesem Falle alle Vortheile der Multiplication mit unbenannten Zahlen anwenden lassen.

Das Verfahren selbst, wenn der Multiplicand aus mehreren Sorten besteht, ist zunächst folgendes: Man multipliciert zuerst die niedrigste Sorte, und reduciert das Product mittelst Division durch die betreffende Reductionszahl auf die nächste höhere Sorte, wenn sich diese Division ausführen läſst. Den erhaltenen Quotienten addiert man zu dem Producte, welches man aus der Multiplication des Multiplicators mit der nächsten höhern Sorte des Multiplicanden erhält. Die gefundene Summe, wenn sie nicht schon der höchsten Sorte angehört, wird ebenfalls mittelst Division durch die Reductionszahl auf eine höhere Sorte gebracht, und so wird mit den übrigen etwa im Multiplicanden befindlichen Sorten fortgefahren, bis die höchste Sorte erreicht ist. Z. B.

134 ℛ 13 *sgr.* 7 ₰ × 9 = 1210 ℛ 2 *sgr.* 3 ₰.

Erkl. 7 ₰ × 9 = 63 ₰, div. durch 12 = 5 *sgr.* 3 ₰; 13 *sgr.* × 9 = 117 *sgr.*, dazu 5 *sgr.* = 122 *sgr.*, div. durch 30 = 4 ℛ 2 *sgr.*; 134 ℛ × 9 = 1206 ℛ, dazu 4 ℛ = 1210 ℛ; also 1210 ℛ 2 *sgr.* 3 ₰.

§. 23. Dieses Verfahren, welches bei einstelligen Multiplicatoren und für solche Sorten anwendbar ist, welche bequeme Reductionszahlen bieten, weil sich die ganze Berechnung ohne Schwierigkeit im Kopfe machen läſst, wird in Fällen, wo diese Voraussetzungen nicht eintreten, durch andere Berechnungsarten ersetzt werden müssen. Dahin gehört, zunächst für Multiplicatoren, welche die Zahl 100 nicht übersteigen, die Zerfällung derselben in einzelne Factoren, welche auch dann noch Vortheil bietet, wenn das Product zweier Factoren dem Multiplicator nicht genau entspricht. (Vgl. Beisp. 3. 4.)

1) 164 ℛ 14 *sgr.* 8 ₰ × 64 (= 8 × 8)
× 8
1315 ℛ 27 *sgr.* 4 ₰
× 8
10527 ℛ 8 *sgr.* 8 ₰

*) Die Theorie verweist Aufgaben, wie 9 *Ctr.* à 18 ℛ, oder 36 ℔ à 19 *ngr.* 2 ₰, auf das Gebiet der Verhältnisse und Proportionen (Regeldetri), während die praktische Arithmetik sie mittelst einer einfachen Multiplication (18 ℛ × 9, oder 19 *ngr.* 2 ₰ × 36) löst. Das Letztere darf nicht befremden. Denn ohne einen Begriff von Verhältnissen und Proportionen zu haben, sieht man ein, daſs man für 9 *Ctr.* den Preis 18 ℛ 9 mal, und für 36 ℔ den Preis 19 *ngr.* 2 ₰ × 36 bezahlen muſs. Daher haben wir keinen Anstand genommen, Aufgaben vorgedachter Art hier zur Berechnung zu bringen, obschon ihrer auch in der Regeldetri wieder Erwähnung gethan werden wird. Dasselbe gilt von den ähnlichen Aufgaben mit gemeinen und Decimal-Brüchen

2) 85 ℳ 12 ß 9 ₰ × 81 (=9×9)
―――――――――――― ×9
772 ℳ 2 ß 9 ₰
―――――――――――― ×9
6949 ℳ 8 ß 9 ₰

3) 164 f. 36 xr. 3 ₰ × 73 [=(9×8)+1]
―――――――――――― ×9
1481 f. 30 xr. 3 ₰
―――――――――――― ×8
11852 f. 6 xr. — ₰ = 164. 36. 3 × 72
\+ 164 „ 36 „ 3 „
――――――――――――
12016 f. 42 xr. 3 ₰

4) Berlin. 32 Ctr. 28 ℔ 11 Lth. 9 Qt. × 83 [=(12×7)÷1]
―――――――――――― ×12
387 Ctr. 40 ℔ 22 Lth. 8 Qt.
―――――――――――― ×7
2711 Ctr. 85 ℔ 9 Lth. 6 Qt.
÷ 32 „ 28 „ 11 „ 9 „
――――――――――――
2679 Ctr. 56 ℔ 27 Lth. 7 Qt.

Erkl. In Beispiel 1) und 2) wurden die Multiplicatoren in je 2 Factoren zerlegt, und die Multiplication, wie die Beispiele selbst zeigen, ausgeführt. In 3) wurde der Multiplicator 73 für (9×8)+1, in 4) der Multiplicator 83 für (12×7)—1 angesehen; daher wurde mit den einzelnen Factoren wie in 1) und 2) multipliciert, der Multiplicand aber in 3) einmal zum Producte addiert, in 4) dagegen einmal subtrahiert.

Diese Addition, beziehungsweise Subraction, wird ein nur einigermafsen geübter Rechner ohne weiteres so im Kopfe vornehmen, dafs er den Multiplicanden nicht erst wieder niederschreibt.

§. 24. Ein anderer Vortheil für die Multiplication mit benannten Zahlen liegt in der Verwechselung der Benennung der Factoren. Denn da es z. B. gleichviel ist, ob man sagt 30 × 7 ngr. oder 7 × 30 ngr., so wird man lieber den letztern Ausdruck wählen, da 30 ngr. = 1 ꝶ, man also 7 × 1 ꝶ hat. Ebenso: 60 ℔ à 7 xr. = 7 ℔ à 60 xr. oder à 1 f.; 320 Ellen à 13 ß = 13 Ellen à 320 ß oder à 20 ℳ; 93 × 17 sgr. = 17 × 93 sgr. oder 17 × 3 ꝶ 3 sgr.

Beispiele.

1) 960 ℔ à 13 sgr.
= 13 ℔ à 960 sgr. (32 ꝶ) = 13×32 ꝶ = 416 ꝶ.

2) 962 ℔ à 13 xr.
= 13 ℔ à 962 xr. (16 f. 2 xr.) = 208 f. 26 xr.

3) 958 ℔ à 13 ß
=13 ℔ à 960 ß (60 ℳ)=780 ℳ — ß
÷13 ℔ à 2 ß = 1 „ 10 „
778 ℳ 6 ß

4) 135 rß 17 ngr. 7 ₰ × 61

8235 rß	— ngr.	— ₰	=135 rß×61
34 „	17 „	— „	=17 ngr.×61=61 ngr. (2 rß 1 ngr.)×17
1 „	12 „	7 „	=7 ₰×61=61 ₰ (6 ngr. 1 ₰)×7
8270 rß	29 ngr.	7 ₰	

5) 34 £ 17 s. 7 d. × 181

6154 £	— s.	— d.	=34 £×181
153 „	17 „	— „	=17 s.×181=181 s. (9 £ 1 s.)×17
5 „	5 „	7 „	=7 d.×181=181 d. (15 s. 1 d.)×7
6313 £	2 s.	7 d.	

6) 112 ℳ 9 ß 7 ₰ × 85

9520 ℳ	— ß	— ₰	=85 ℳ×112 (112=16×7)
47 „	13 „	— „	=9 ß×85=85 ß (5 ℳ 5 ß)×9
3 „	1 „	7 „	=7 ₰×85=85 ₰ (7 ß 1 ₰)×7
9570 ℳ	14 ß	7 ₰	

§. 25. Wenn der Multiplicand aus niederen Sorten besteht, oder deren enthält, so gewährt es grofsen Vortheil, dieselben als Theile der höheren Sorten zu betrachten. Mit dieser sogenannten Zerfällungs-, Zerlegungs- oder Zerstreuungs-Methode, welche durch nachfolgende Beispiele erläutert werden soll, da sich eine für alle Fälle giltige Theorie derselben nicht wohl aufstellen läfst, mache man sich möglichst genau bekannt, da sie hauptsächlich in der Regeldetri vielfache Anwendung findet. Freilich setzt dieselbe Kenntnis der Division mit benannten Zahlen, so wie einen Begriff von dem was ein Bruch ist voraus.

Beispiele.

1) 10 ß 3 ₰ × 213

8 ß × 213 = $^1/_2$ ℳ×213	=	106 ℳ 8 ß — ₰
2 „ × 213 = $^1/_4$ aus $^1/_2$ ℳ×213 . .	=	26 „ 10 „ — „
3 ₰ × 213 = $^1/_8$ „ 2 ß×213 . . .	=	3 „ 5 „ 3 „
		136 ℳ 7 ß 3 ₰

2) 264 rß 18 ngr. 5 ₰ × 78

264 rß×78	=	20592 rß — ngr. — ₰
15 ngr.×78 = $^1/_2$ rß×78	=	39 „ — „ — „
3 ngr.×78 = $^1/_{10}$ rß×78	=	7 „ 24 „ — „
5 ₰×78 = $^1/_2$ ngr.×78	=	1 „ 9 „ — „
		20640 rß 3 ngr. — ₰

3) 124 *f.* 17 *xr.* 2 ₰ × 69

124 *f.* × 69	=	8556 *f.* — *xr.* — ₰
12 *xr.* × 69 = 1/5 *f.* × 69	=	13 „ 48 „ — „
4 „ × 69 = 1/3 aus 12 *xr.* × 69 . .	=	4 „ 36 „ — „
1 „ 2 ₰ × 69 = 1/8 aus 12 *xr.* × 69	=	1 „ 43 „ 2 „
		8576 *f.* 7 *xr.* 2 ₰

4) 210 £ 13 *s.* 6 *d.* × 149

210 £ × 149 = 149 × 210	=	31290 £ — *s.* — *d.*
10 *s.* × 149 = 1/2 £ × 149	=	74 „ 10 „ — „
1 „ × 149 = d. 10 Th. aus 10 *s.* × 149 .	=	7 „ 9 „ — „
2 „ 6 *d.* × 149 = d. 4. Th. aus 10 *s.* × 149	=	18 „ 12 „ 6 „
		31390 £ 11 *s.* 6 *d.*

5) Lübeck. 227 S℔ 14 L℔ 8 ℔ × 135

227 S℔ × 135 = 227 × (15 × 9) . . .	=	30645 S℔ — L℔ — ℔
10 L℔ × 135 = 1/2 S℔ × 135 . . .	=	67 „ 10 „ — „
4 „ × 135 = 1/5 „ × 135 . . .	=	27 „ — „ — „
8 ℔ × 135 = 1/7 aus 4 L℔ × 135 .	=	3 „ 17 „ 2 „
		30743 S℔ 7 L℔ 2 ℔

6) 1837 *f.* 39 *xr.* 2 ₰ × 1442

	1837 × 1442
	25718 . .
	77154 *f.* — *xr.*
1442 × 30 *xr.* od. 1/2 *f.* × 1442	721 „ — „
1442 × 6 „ „ 1/5 aus 30 *xr.*	144 „ 12 „
1442 × 3 „ „ 1/2 „ 6 „	72 „ 6 „
1442 × 2 ₰ „ 1/6 „ 3 „	12 „ 1 „
	2649903 *f.* 19 *xr.*

Erkl. Bei genauer Betrachtung dieser Beispiele wird man leicht finden, dafs, wenn im Multiplicanden die höchste Sorte bereits gegeben ist, man damit anfangen mufs, dieselbe mit dem gegebenen Multiplicator zu multiplicieren. Hierauf nimmt man von der nächsten Sorte, und ist nur diese gegeben, wie in Beispiel 1), gleich anfangs von dieser, eine solche Anzahl von Einheiten, welche e i n e n Theil von der Einheit der höhern Sorte, z. B. die Hälfte, den 3., 4., 5. Theil u. s. w. bildet; so nahm man in 1) statt 10 *ß* zuerst 8 *ß* als die Hälfte einer Mark. Denselben Theil nimmt man dann vom Multiplicator, dem man zu diesem Ende den Namen der höchsten Sorte giebt. So in 5), wo 10 L℔ = der Hälfte von 1 S℔; daher wurde mit 2 in 135 S℔ dividiert. Auf dieselbe Weise verfährt man in Betreff der folgenden Theile des Multiplicanden, so dafs man immer die folgenden niedern Sorten als Theile der unmittelbar oder überhaupt vorhergehenden höhern Sorte betrachtet. Zuletzt werden die einzelnen Resultate addiert. Dafs dabei nicht selten mehr als eine Art der Zerlegung statt finden kann, ist durch folgendes Beispiel bewiesen.

a) 64 ℛ 18 *sgr.* 9 ₰ × 267

64 ℛ × 267 = 267 × (8 × 8) . .	17088 ℛ — *sgr.* — ₰
15 *sgr.* × 267 = 1/2 ℛ × 267 . . .	133 „ 15 „ — „
3 „ × 267 = 1/10 *sgr.* × 267 . .	26 „ 21 „ — „
6 ₰ × 267 = 1/6 aus 3 *sgr.* × 267	4 „ 13 „ 6 „
3 „ × 267 = 1/2 „ 6 ₰ × 267 .	2 „ 6 „ 9 „
	17254 ℛ 26 *sgr.* 3 ₰

b) 64 ꝑ 18 *sgr.* 9 ₰ × 267

64 ꝑ × 267 = 17088 ꝑ — *sgr.* — ₰
15 *sgr.* × 267 = $^1/_2$ ꝑ × 267 = 133 „ 15 „ — „
3 „ × 267 = $^1/_5$ aus 15 *sgr.* × 267 = 26 „ 21 „ — „
9 ₰ × 267 = $^1/_4$ aus 3 „ × 267 = 6 „ 20 „ 3 „
17254 ꝑ 26 *sgr.* 3 ₰

c) 64 ꝑ 18 *sgr.* 9 ₰ × 267

64 ꝑ × 267 = 17088 ꝑ — *sgr.* — ₰
15 *sgr.* × 267 = $^1/_2$ ꝑ × 267 = 133 „ 15 „ — „
$3^3/_4$ „ × 267 = $^1/_4$ aus 15 *sgr.* × 267 = 33 „ 11 „ 3 „
17254 ꝑ 26 *sgr.* 3 ₰

Anstatt zu zerlegen kann man die niederen Sorten, wenn ihnen nur wenige Einheiten zu einer Einheit der höhern Sorte fehlen, für voll nehmen, und das zuviel Genommene sodann abziehen.

254 ℔ à 59 *xr.* = 254 ℔ à 1 *f.* = 254 *f.* — *xr.*
÷ 254 ℔ à 1 *xr.* = 4 „ 14 „
249 *f.* 46 *xr.*

2693 ℳ 15 β × 728 = 2694 ℳ × 728 (vgl. S. 6 unter 6)
1961232 ℳ — β
÷ 728 × 1 β = 45 „ 8 „
1961186 ℳ 8 β

Wie zu verfahren ist, wenn auch der Multiplicator aus mehreren Sorten besteht, soll, da hierbei in einzelnen Fällen vollständige Kenntnis der Bruchrechnung erforderlich ist, in den letzten Beispielen des §. 150 gezeigt werden.

§. 26. Weit einfacher ist die Multiplication solcher benannter Zahlen, die sich in ihren verschiedenen Sorten nach dem reinen Decimalsysteme richten. Hier reduciert man nach §. 10 alle gegebenen Sorten auf die niedrigste, multipliciert hierauf wie gewöhnlich und verfährt mit dem Producte nach §. 13.

Z. B. 1) 4 *Ctr.* 3 *St.* 9 Zehnl. 7 Afs in Baden × 65 = 4309007 Afs × 65 = 280|0|8|5|4|5|5 Afs = 280 *Ctr.* 0 *St.* 8 ℔ 5 Zehnl. 4 Centafs 5 Dekafs 5 Afs.

2) 14 Kilogr. 4 Dekagr. 3 Decigr. × 29
= 140403 Decigr. × 29
407|1|6|8|7 Decigr. = 407 Kilogr. 1 Hektogr. 6 Dekagr. 8 Gr. 7 Decigr.

3) 14 *Ctr.* 13 ℔ 9 Nl. 5 Quint. in Hannover × 1248
= 141395 Quint. × 1248 (vgl. S. 6 unter 6)
17646|09|6|0 Quint. = 17646 *Ctr.* 9 ℔ 6 Nl.

§. 27. Uebungsaufgaben.

65) Amsterdam. 132 Pond 8 Ons 6 Lood 4 Wigtjes 3 Korrels × 63.
66) Augsburg. 242 *f.* 36 *xr.* 2 ₰ × 8.

67) Berlin. 1281 ℛ 25 sgr. 7 ₰ × 12.
68) Berlin. 139 ℛ 19 sgr. 7 ₰ × 61.
69) Köln. 241 Mℓ. 12 Lth. 14 Grän × 64.
70) Frankfurt a. M. 96 *f.* 48 *xr.* × 96.
71) Hamburg. 328 ℔ à 5 *ß* 6 ₰.
72) Hamburg. 205 ℳ 13 *ß* 9 ₰ × 97.
73) Leipzig. 816 ℛ 19 ngr. 7 ₰ × 121.
74) London. 354 £ 17 *s.* 7 *d.* × 147.
75) London. 17 *Tons* 15 *Cwt.* 3 *Qrs.* 18 ℔ × 37.
76) Madrid. 246 @ à 3 *Duros* 15 *Reales* 5 *Decimas.*
77) Paris. 246 *Fr.* 85 *c.* × 106.
78) Paris. 7 Kilogr. 2 Hektogr. 4 Gr. × 312.
79) Petersburg. 147 Pud à 886 *R.* 72 *Kop.*
80) Wien. 1321 Souvd'or. à 16 *f.* 32 Neukr. österr. Währung.
81) 4 Ctr. 28 ℔ in Wien à 25 Nkr. das Pfund.
82) London. 2 Grofs 4 Dutzend 8 Stück, das Stück zu 5 *d.*
83) London. 122 *Cwt.* à 7 £ 11 *s.* 5 *d.*
84) Hannover. 1315 Ellen à 3 ℛ 17 gr. 9 ₰.
85) Paris. 1934 Meter à 9 *Fr.* 55 *cts.*
86) 34 ℔ 17 Lth. in Berlin, à 11 sgr. 3 ₰ das Loth.
87) Wieviel betragen 77 deutsche Goldkronen? *a*) in Leipzig zu 9 ℛ 4 ngr. 5 ₰; *b*) in Wien à 13 *f.* 72 Nkr.; *c*) in Frankfurt a. M. à 16 *f.* 1 *xr.* 2 *H.*; *d*) in Bremen à 8 ℛ 28 *gt.* 4 Schw.
88) Was betragen 864 # zu folgenden Preisen für das Stück? *a*) in Leipzig: 3 ℛ 6 ngr. 3 ₰; *b*) in Berlin: 3 ℛ 6 sgr. 6 ₰; *c*) in Wien: 4 *f.* 60 Nkr.; *d*) in Frankfurt a. M.: 5 *f.* 36 *xr.*; *e*) in Hamburg: 6 ℳ 6 *ß* 3 ₰ *B.º*; *f*) in Hamburg: 7 ℳ 13 *ß* 3 ₰ *Cour.*; *g*) in Stockholm: 5 *Rdlr.* 70 Oere; *h*) in Paris: 11 *Fr.* 85 *cts.*
89) Wieviel bezahlt man für 139 Louisd'or zu folgenden Preisen für 1 Stück? *a*) in Leipzig: 5 ℛ 18 ngr. 5 ₰; *b*) in Berlin: 5 ℛ 18 sgr. 9 ₰; *c*) in Wien: 7 *f.* 95 Nkr.; *d*) in Frankfurt a. M.: 9 *f* 47 *xr.*; *e*) in Hamburg: 11 ℳ 2 *ß* 3 ₰ *B.º*; *f*) in Hamburg: 13 ℳ 10 *ß* 3 ₰ *Cour.*; *g*) in Paris: 20 *Fr.* 85 *cts.*
90) Was betragen 263 *Sov.* zu folgenden Preisen für 1 *Sov.*? *a*) in Leipzig: 6 ℛ 27 ngr. 5 ₰; *b*) in Berlin: 6 ℛ 27 sgr. 9 ₰; *c*) in Hamburg: 13 ℳ 8 *ß* 6 ₰; *d*) in Wien: 9 *f.* 81 Nkr.; *e*) in Paris: 25 *Fr.* 45 *cts.*; *f*) in Amsterdam: 11 *f.* 97 *cts.*

4) Division benannter Zahlen.

§. 28. Auch hier mufs der Divisor eine unbenannte Zahl sein oder bei Ausführung der Division als unbenannt angesehen werden. Denn die Aufgaben: 24 ℛ 16 ngr. sollen durch 8 dividiert werden, oder wieviel kostet 1 ℔, wenn 8 ℔ = 24 ℛ 16 ngr. kosten, sind in

der Ausführung nicht von einander verschieden; in beiden mufs man mit 8 in 24 ß 16 ngr. dividieren, — in beiden erhält der Quotient die Benennung Thaler und Neugroschen, und es ergiebt sich daraus, dafs der Quotient stets die Benennung des Dividenden trägt.*)

§. 29. Das Verfahren bei der Division mit benannten Zahlen ist folgendes: Man dividiert mit dem Divisor in die höchste Sorte des Dividenden; den etwa verbleibenden Rest verwandelt man durch Multiplication mit der betreffenden Reductionszahl in die nächste niedere Sorte, indem man zu dem Producte die etwa im Dividenden befindliche Anzahl von Einheiten derselben Sorte addiert. In die so erhaltene Summe dividiert man ebenfalls mit dem gegebenen Divisor, und verfährt in Bezug auf den etwa erhaltenen Rest, so wie eben gelehrt worden, bis man endlich auf diejenige Sorte kommt, welche keine Unterabtheilung mehr hat. Bei dem hier verbleibenden Reste kann die Division nicht weiter ausgeführt, sondern nur angedeutet oder durch einen Bruch (§. 34) ausgedrückt werden. (Beispiel 1. 2. 3.) Ist die Anzahl der Einheiten der höchsten Sorte des Dividenden kleiner als die der Einheiten des Divisors, so mufs die Reduction auf die nächstniedrige Sorte sofort vorgenommen werden. (Beispiel 4.)

Beispiele.

1) 2486 ß 18 ngr. zu dividieren durch 12.

12 in 2486 ß = 207 ß

Rest 2 ß

× 30

60 ngr. + 18 ngr.

12 in 78 ngr. = 6 ngr.

Rest 6 ngr.

× 10

12 in 60 ₰ = 5 ₰ — Quotient: 207 ß 6 ngr. 5 ₰.

2) 733 ß — ngr. 5 ₰ zu dividieren durch 28.

28 in 733 ß = 26 ß

Rest 5 ß

× 30

28 in 150 ngr. = 5 ngr.

Rest 10 ngr.

× 10

100 ₰ + 5 ₰

28 in 105 ₰ = 3 ₰

Rest 21 ₰ — Quotient: 26 ß 5 ngr. $3^{21}/_{28}$ ₰.

*) Derselbe Grund, aus welchem in die Multiplication mit benannten Zahlen Aufgaben aufgenommen worden sind, die vom strengen Theoretiker der Regeldetri zugewiesen werden würden (vgl. die Anmerkung S. 29), hat uns auch hier veranlafst, Aufgaben wie die obige aufzunehmen. Denn, kosten 8 ℔ = 24 ß 16 ngr., so kostet 1 ℔ aus diesem Betrage den 8ten Theil, und diesen findet man mittelst Division von 24 ß 16 ngr. durch 8. Auch für ähnliche Fälle der Division der Brüche und der Decimalbrüche gilt diese Bemerkung.

3) 248 £ 14 *s.* — *d.* zu dividieren durch 36.

36 in 248 £ = 6 £
Rest 32 £
×20
640 *s.* + 14 *s.*
36 in 654 *s.* = 18 *s.*
Rest 6 *s.*
×12
36 in 72 *d.* = 2 *d.* — Quotient: 6 £ 18 *s.* 2 *d.*

4) 24 ƒ. 28 *xr.* 3 ₰ zu dividieren durch 46.

46 in 24 ƒ. = — ƒ.
×60
1440 *xr.* + 28 *xr.*
46 in 1468 *xr.* = 31 *xr.*
Rest 42 *xr.*
×4
168 ₰ + 3 ₰
46 in 171 ₰ = 3 ₰
Rest 33 ₰ — Quotient: — ƒ. 31 *xr.* $3\frac{33}{46}$ ₰.

5) Hannover. 34 *Ctr.* 13 ℔ 7 Nl. 5 Quint zu dividieren durch 312.

312 in 341375 Quint = 1094 Quint
2937
1295
47
Quotient: 10 ℔ 9 Nl. $4\frac{47}{312}$ Quint.

Anm. Das Verfahren bei diesen Divisionen wird theils aus der Ausführung selbst, theils aus §. 5 klar; es würde auch überall dasselbe gewesen sein, wenn man sich die Divisoren als benannte Zahlen gedacht hätte, z. B. 28 *Ctr.*, 36 *Cwt.*, 46 Ellen kosten 733 ℛ, 248 £ 14 *s.* u. s. w., wieviel kostet 1 *Ctr.*, 1 *Cwt.* u. s. w. — In Beispiel 5) sind sämtliche Sorten des Dividenden, da sie nach dem Decimalsysteme eingetheilt sind, auf die niedrigste reduciert worden; den in dieser niedrigsten Sorte ausgedrückten Quotient hat man sodann in die höheren Sorten verwandelt.

§. 30. Aufserdem giebt es Divisionsaufgaben, in denen auch der Divisor aus mehreren Sorten besteht. In diesem Falle mufs derselbe in derjenigen Sorte ausgedrückt werden, mit welcher die Division, der Aufgabe gemäfs, zu verrichten ist. Doch kann hier nur von Verwandlung höherer Sorten in niedrige die Rede sein; der entgegengesetzte Fall kommt erst in §. 155 zur Besprechung.

Z. B. 1) 27 ℔ 5 *Lth.* kosten 11 ℛ 17 *ngr.* 6 ₰; wieviel kostet 1 Loth?

27 ℔. = 27 × 32 *Lth.* = 864 *Lth.*
+ 5 „
869 *Lth.*

869 in 11 Thlr. = — Thlr.
× 30
330 *ngr.* + 17 *ngr.*
869 in 347 *ngr.* = — *ngr.*
× 10
3470 ₰ + 6 ₰
869 in 3476 ₰ = 4 ₰

Quotient: 4 ₰.

2) 14 *Ctr.* 28 ℔ (1 *Ctr.* = 100 ℔) kosten 1648 ƒ. 30 *xr.*; wieviel kostet 1 ℔?

14 *Ctr.* = 14 × 100 ℔ = 1400 ℔
+ 28 „
1428 ℔

1428 in 1648 ƒ. = 1 ƒ.
Rest 220 ƒ.
× 60
13200 *xr.* + 30 *xr.*
1428 in 13230 *xr.* = 9 *xr.*
Rest 378 *xr.*

Quotient: 1 ƒ. 9 $^{378}/_{1428}$ *xr.*

Erkl. Da in 1) der Preis eines Lothes, in 2) der Preis eines Pfundes gefunden werden sollte, so mufste der Divisor in 1) auf Lothe, in 2) auf Pfunde reduciert werden. Dann verloren beide ihre Benennung und das fernere Verfahren war dem in §. 29 angegebenen gleich.

§. 31. Endlich haben wir noch des Falles zu gedenken, wo sowohl Divisor als Dividend aus mehreren gleichartigen Sorten bestehen, wie in folgendem Beispiele.

Wie oft sind 32 Thlr. 16 *ngr.* 8 ₰ in 195 Thlr. 10 *ngr.* 8 ₰ enthalten?

Hier reduciert man Divisor und Dividend auf die niedrigste Sorte und dividiert sodann wie mit unbenannten Zahlen.

32 Thlr. 16 *ngr.* = 976 *ngr.*
976 *ngr.* 8 ₰
= 9768 ₰

195 Thlr. 10 *ngr.* = 5860 *ngr.*
5860 *ngr.* 8 ₰
= 58608 ₰

Daher 9768 in 58608 = 6 mal, d. h. um die Summe von 195 Thlr. 10 *ngr.* 8 ₰ zu erschöpfen, mufs man 32 Thlr. 16 *ngr.* 8 ₰ sechsmal wegnehmen.

§. 32. Lassen sich Divisor und Dividend durch einen gemeinschaftlichen Factor aufheben, ohne dafs man deshalb lange zu probieren nöthig hat, so kann man sich dadurch die Rechnung erleichtern. So ist z. B. 128 in 312 Thlr. 16 *ngr.* 8 ₰ = 16 in 39 Thlr. 2 *ngr.* 1 ₰; denn Divisor und Dividend haben den gemeinschaftlichen Factor 8, durch welchen sie also abgekürzt werden können.

§. 33. Uebungsaufgaben.

91) Amsterdam. 12 div. in 24348 ƒ. 48 *c.*
92) Berlin. 18 div. in 24311 Thlr. 27 *sgr.*
93) Bremen. 16 div. in 1206 Thlr. 32 *gl.*
94) Constantinopel. 25 div. in 9208 Piaster 39 Para.

95) Frankfurt a. M. 37 div. in 8213 *f.* 23 *xr.*
96) Genua. 64 div. in 23142 *Lire* 64 *Cts.*
97) Griechenland. 75 in 18128 Drachmen 25 Lepta.
98) Hamburg. 3711 ℔ kosten 1275 ℳ 10 *β* 6 ₰; w. v. kostet 1 ℔?
99) Hannover. 288 div. in 4206 *ꝑ* 10 *gr.* 5 ₰.
100) Leipzig. 197 Ellen bezahlt man mit 1099 *ꝑ* 27 *ngr.* 5 ₰; wieviel kostet eine Elle?
101) Leipzig. 123 *Ctr.* kosten 1096 *ꝑ* 22 *ngr.* 5 ₰; w. v. kostet 1 *Ctr.*?
102) London. 24 ℔ 10 *oz.* Troygewicht Silber kosten 72 £ 12 *s.* 9 *d.*; wieviel kostet 1 Unze?
103) Madrid. 2129 div. in 20964 *Duros* 7 *Reales* 8 *Dec.*
104) Neapel. 6311 div. in 328625 *Duc.* 59 *Grani.*
105) Paris. Wenn 10545 *Fr.* gleich 2812 *ꝑ* gerechnet wurden; wieviel Francs kostet 1 *ꝑ*?
106) Petersburg. 24 Berkowetz 9 Pud 26 ℔ kosten 7888 *Rb.* 94 *Kop.*; wieviel kostet 1 ℔?
107) Stockholm. 911 # kosten: *a*) 5276 *ꝑ* 10 *β* Bkz.; *b*) 7914 Riksd. 31 Oere; wieviel kostet 1 #?
108) Wien. 364 div. in 2816 *Ctr.* 28 ℔ 24 *Lth.*
109) Wien. Wieviel Gulden gilt *a*) 1 Napoleonsd'or, wenn 1321 Napd'or. = 10858 *f.* 62 *Nkr.*; *b*) 1 deutsche Goldkrone, wenn 1367 Goldkr. = 18755 *f.* 24 *Nkr.*
110) Wenn man bezahlte 345 Ducaten: *a*) in Leipzig mit 1109 *ꝑ* 22 *ngr.* 5 ₰; *b*) in Wien mit 1642 *f.* 20 *Nkr.*; *c*) in Hamburg mit 2177 ℳ 13 *β Bco*; *d*) in Hamburg mit 2700 ℳ 11 *β* 3 ₰ Courant; *e*) in Frankfurt a. M. mit 1937 *f.* 45 *xr.*; *f*) in Paris mit 4088 *Fr.* 25 *c.*; wie hoch ist ein Ducaten an jedem Platze gerechnet worden?

III. Rechnen mit gemeinen Brüchen.

§. 34. Theilt man die Einheit in irgend eine Anzahl gleicher Theile, so nennt man einen solchen Theil, oder mehrere derselben zusammengenommen, einen Bruch (eine gebrochene Zahl), dem die Einheit als Ganzes oder ganze Zahl entgegengesetzt ist. Theilt man z. B. ein Ganzes in 12 gleiche Theile, so nennt man einen solchen Theil ein Zwölftel, fünf dieser Theile zusammen fünf Zwölftel u. s. w. Man bedarf also zur Bezeichnung eines Bruches zweier Zahlen, von denen die eine angiebt, in wieviel gleiche Theile die Einheit getheilt ist, die andere, wieviel solcher Theile vorhanden sind. Erstere heifst der Nenner, weil sie den Theilen ihren Namen giebt, letztere der Zähler, da sie die Anzahl der vorhandenen Theile anzeigt. In Ziffern drückt man einen Bruch so aus, dafs

man den Zähler oberhalb, den Nenner unterhalb eines wagerechten oder schiefen Striches (Bruchstriches) setzt, z. B. $\frac{1}{12}$, $^5/_{12}$.

Theilt man ein Ganzes in 12 gleiche Theile, so erhält man, wie oben bemerkt wurde, $^1/_{12}$, und werden auf diese Weise 2, 3, 4 u. s. w. Ganze getheilt, so erhält man $^2/_{12}$, $^3/_{12}$, $^4/_{12}$ u. s. w. Achtet man hierbei nun darauf, dafs in den Brüchen, welche durch diese Divisionen entstehen, der Zähler gleich der zu theilenden Zahl (1, 2, 3, 4), der Nenner gleich dem Theiler (12) ist, so ergiebt sich, dafs man jeden Bruch auch als eine Division ansehen kann, bei welcher der Zähler den Dividenden und der Nenner den Divisor darstellt. — Demnach kann z. B. $^3/_8$ ($\frac{3}{8}$) heifsen: der achte Theil eines Ganzen dreimal genommen = drei Achtel, oder 3 Ganze dividiert durch 8 = der achte Theil aus 3 Ganzen.

§. 35. Spricht man von einem Bruche, so denkt man zunächst immer an eine kleinere Anzahl von Theilen als nöthig sind, um ein Ganzes zu bilden, z. B. $^{11}/_{16}$, $^7/_{12}$. Man nennt einen solchen Bruch einen echten, wahren, eigentlichen Bruch, zum Unterschiede von dem unechten, uneigentlichen Bruche, der immer ein Ganzes oder mehr als ein Ganzes darstellt, z. B. $^5/_5$, $^{19}/_4$. Im echten Bruche ist der Zähler kleiner, im unechten Bruche ist er ebenso grofs oder gröfser, als der Nenner.

Daraus ergiebt sich, dafs jede Division, bei welcher der Divisor gröfser ist als der Dividend, einen echten, im umgekehrten Falle aber einen unechten Bruch giebt. Z. B. 8 in 3 = $^3/_8$, 16 in 49 = $^{49}/_{16}$.

Brüche der hier beschriebenen Art nennt man gemeine Brüche im Gegensatze zu den Decimalbrüchen, von denen in §§. 84 ff. die Rede sein wird.

§. 36. Die in einem unechten Bruche enthaltenen Ganzen findet man, wenn man mit dem Nenner des Bruches in dessen Zähler dividiert. Z. B. $^{16}/_4$ = 4 Ganze. Läfst die Division einen Rest, so besteht der Quotient aus Ganzen und einem Bruche, und man nennt ihn eine gemischte Zahl oder einen gemischten Bruch. So geben $^{35}/_8$ die gemischte Zahl $4\,^3/_8$.

§. 37. Da der Zähler eines Bruches die Menge der vorhandenen Theile bestimmt, der Nenner aber diesen Theilen nur den Namen giebt, so ist in einem Bruche auch der Zähler die eigentliche Zahl und jede Vergröfserung des Bruches (durch Addition und Multiplication), so wie jede Verkleinerung desselben (durch Subtraction und Division) wird daher zunächst an dem Zähler vorgenommen werden müssen.

Z. B. $^5/_{16} + {}^2/_{16} = \frac{5+2}{16} = {}^7/_{16}$; $^5/_{16} \times 3 = \frac{5\times3}{16} = \frac{15}{16}$; $^5/_{16} \div {}^2/_{16} = \frac{5-2}{16} = {}^3/_{16}$; $^{15}/_{16} : 3 = \frac{15:3}{16} = {}^5/_{16}$.

Da aber der Nenner den Werth eines jeden durch den Zähler ausgedrückten Theiles bestimmt, so wird der Werth eines Bruches auch durch Veränderung des Nenners geändert. Multipliciert man

nämlich den Nenner eines Bruches mit irgend einer Zahl, so wird das Ganze dadurch in mehr Theile getheilt, jeder Theil also kleiner, mithin der Werth des Bruches verkleinert, während durch Division des Nenners das Ganze als in weniger Theile getheilt erscheint, dadurch also der Werth jedes einzelnen Theiles, folglich auch der des ganzen Bruches, vergröfsert wird.

Multipliciert man in $^{11}/_{16}$ den Nenner mit 2 so hat man $^{11}/_{32}$; dividiert man aber durch 2, so hat man $^{11}/_{8}$. Die Anzahl der Theile ist in beiden Resultaten dieselbe geblieben, aber im ersten ist das Ganze in 32, im zweiten in 8 Theile getheilt; man hat also durch Multiplication mit 2 jeden Theil 2 mal so klein, durch Division 2 mal so grofs gemacht, als er anfangs war, und somit den Bruch überhaupt 2 mal verkleinert, beziehentlich 2 mal vergröfsert.

§. 38. Multipliciert oder dividiert man aber Zähler und Nenner eines Bruches durch eine und dieselbe Zahl, so bewirkt dies keineswegs eine Veränderung des Werthes des Bruches. Man vermehrt im ersten Falle allerdings die Anzahl der vorhandenen Theile, aber man verringert auch den Werth eines jeden Theiles in demselben Verhältnisse; im zweiten Falle verringert man die Anzahl der vorhandenen Theile, aber in demselben Verhältnisse vergröfsert sich auch der Werth jedes einzelnen Theiles. Ein solches Verfahren bewirkt also nur eine Veränderung der Form oder des Ausdruckes des Bruches.

Daher hat man auch die Veränderungen, die mit Brüchen vorgenommen werden können, in Veränderungen der Form und in Veränderungen des Werthes eingetheilt.

1) Veränderung der Form der Brüche.

a) Abkürzung der Brüche.

§. 39. Im allgemeinen ist diejenige Form eines Bruches die bequemste, in welcher Zähler und Nenner desselben keinen gemeinschaftlichen Factor mehr haben oder in den kleinsten Zahlen dargestellt sind. Einen Bruch auf diese Weise ausdrücken, heifst ihn abkürzen, abbrevieren, aufheben. Da jedoch dadurch sein Werth nicht geändert werden darf, so wird man nach §. 38 seinen Zähler und seinen Nenner, jeden durch dieselben Zahlen, dividieren müssen, und zwar so lange, bis beide keinen gemeinschaftlichen Factor mehr haben, d. h. bis man beide nicht mehr durch eine und dieselbe Zahl theilen kann.

Hierzu wird man zunächst die §. 6 angegebenen Kennzeichen für die Theilbarkeit der Zahlen benutzen können, um auf diese Weise nach und nach den gegebenen Bruch abzukürzen. Reichen diese indes nicht aus, oder will man den Bruch auf einmal abkürzen, so findet man den gröfsten gemeinschaftlichen Theiler durch folgendes Verfahren, dessen etwas weitläufige Begründung dem Unterrichte überlassen bleiben mufs.

Man dividiert mit dem Zähler des gegebenen Bruches in dessen Nenner; mit dem verbleibenden Reste dividiert man in den vorigen Divisor (Zähler des Bruches) und so fährt man fort, mit dem jedesmaligen Reste in den unmittelbar vorhergehabten Divisor zu dividieren. Ist der letzte Divisor $= 1$, so läfst sich der Bruch nicht in kleineren Zahlen ausdrücken; im Gegentheile ist dieser letzte Divisor der gröfste gemeinschaftliche Theiler des Bruches.

Z. B. Durch welche Zahl läfst sich der Bruch $^{2613}/_{6019}$ abkürzen?

2613|6019 = 2
793|2613 = 3
234|793 = 3
91|234 = 2
52|91 = 1
39|52 = 1
13|39 = 3.

Hier ist der letzte Divisor 13, folglich läfst sich der Bruch durch diese Zahl abkürzen, und $^{2613}/_{6019}$ im Zähler und Nenner dividiert durch $13 = {}^{201}/_{463}$.

Ferner: Läfst sich der Bruch $^{9064}/_{18905}$ abkürzen?

9064|18905 = 2
777|9064 = 11
1294
517|777 = 1
260|517 = 1
257|260 = 1
3|257 = 85
17
2|3 = 1
1|2 = 2.

Da hier der letzte Divisor 1 ist, so läfst sich der Bruch nicht abkürzen.

§. 40. So grofse Erleichterung es auch gewährt, mit möglichst abgekürzten Brüchen zu rechnen, so macht man doch in der Praxis nicht immer von der Abkürzung Gebrauch, und nur selten wird man das obige zwar sichere, aber etwas weitläufige Verfahren anwenden. Häufig beurtheilt man den Werth eines Bruches nach seinen höchsten Stellen, z. B. $^{19911}/_{21814} = {}^{19}/_{21}$ oder $^{6}/_{7}$; oder rechnet man ihn, wenn es ein Bruch einer an und für sich unbedeutenden Sorte ist, z. B. Kreuzer, Pfennige u. s. w., sobald er $= {}^{1}/_{2}$ und darüber, für ein Ganzes, aufserdem vernachläfsigt man ihn. Oft bringt man ihn auf einen beliebigen kleinen Nenner (§. 43), oder verwandelt man ihn in einen Decimalbruch (§. 89), wobei 2 oder 3 Stellen ausreichen. Der Werth des gegebenen Bruches wird auf diese Weise nur a n n ä h e r n d ausgedrückt.

Ein anderes Verfahren, Annäherungsbrüche aufzufinden, ist folgendes: Nachdem man sich nach §. 39 überzeugt hat, dafs sich der Bruch nicht abkürzen läfst, benutzt man die durch die wiederholten Divisionen erhaltenen Quotienten zur Bildung von Annäherungsbrüchen, so dafs man den ersten Quotienten als den Nenner eines Bruches betrachtet, dessen Zähler $= 1$ ist. Diesen Bruch multipliciert man im Zähler und im Nenner mit dem folgenden Quotienten, indem man zum Producte des Nenners 1 addiert. Alle folgenden Annäherungsbrüche erhält man, wenn man den Zähler und den Nenner des letzten Bruches mit dem folgenden Quotienten multipliciert und zu dem Producte des Zählers den Zähler, zu dem Producte des Nenners den Nenner des vorletzten Annäherungsbruches addiert. Der zuletzt zu erhaltende Bruch ist der ursprüngliche Bruch selbst.

Beispiel.

Der Bruch ${}^{9064}/_{18905}$, welcher sich nach §. 39 nicht abkürzen läfst, soll in Annäherungsbrüchen ausgedrückt werden. Die dort vorgenommene Division hat folgende Quotienten gegeben: 2, 11, 1, 1, 1, 85, 1, 2.

Der 1ste A. Bruch ist demnach $= {}^{1}/_{2}$; der 2te $= \frac{1 \times 11}{2 \times 11 + 1} = \frac{11}{23}$;

der 3te $= \frac{11 \times 1 + 1}{23 \times 1 + 2} = \frac{12}{25}$; der 4te $= \frac{12 \times 1 + 11}{25 \times 1 + 23} = \frac{23}{48}$;

der 5te $= \frac{23 \times 1 + 12}{48 \times 1 + 25} = \frac{35}{73}$; der 6te $= \frac{35 \times 85 + 23}{73 \times 85 + 48} = \frac{2998}{6253}$;

der 7te $= \frac{2998 \times 1 + 35}{6253 \times 1 + 73} = \frac{3033}{6326}$; der 8te $= \frac{3033 \times 2 + 2998}{6326 \times 2 + 6253} = \frac{9064}{18905}$.

Gewöhnlich stellt man dies auf folgende Weise dar:

2.	11.	1.	1.	1.	85.	1.	2.
$\frac{1}{2}$	$\frac{11}{23}$	$\frac{12}{25}$	$\frac{23}{48}$	$\frac{35}{73}$	$\frac{2998}{6253}$	$\frac{3033}{6326}$	$\frac{9064}{18905}$.

Die Theorie dieser Art von Brüchen gehört der reinen Mathematik an; wegen der Anwendung von Annäherungsbrüchen in der kaufmännischen Arithmetik verweisen wir auf die Berechnung der Mafse und Gewichte.

§. 41. Uebungsaufgaben.

a) Folgende Brüche sind abzukürzen:

111) ${}^{792}/_{891}$ 112) ${}^{132}/_{297}$ 113) ${}^{328}/_{416}$ 114) ${}^{704}/_{902}$ 115) ${}^{1320}/_{1440}$
116) ${}^{34408}/_{82654}$ 117) ${}^{6468}/_{7392}$ 118) ${}^{210}/_{504}$ 119) ${}^{5136}/_{5184}$
120) ${}^{1551}/_{2145}$ 121) ${}^{1953}/_{2016}$ 122) ${}^{27216}/_{34992}$ 123) ${}^{4752}/_{6912}$
124) ${}^{25784}/_{38016}$ 125) ${}^{1088}/_{2256}$ 126) ${}^{1557}/_{1737}$ 127) ${}^{1122}/_{3132}$
128) ${}^{239}/_{2151}$ 129) ${}^{4565}/_{5478}$ 130) ${}^{19404}/_{33264}$ 131) ${}^{57416}/_{64593}$
132) ${}^{27964}/_{76901}$ 133) ${}^{322146}/_{439290}$ 134) ${}^{6552}/_{7560}$.

b) Folgende Brüche, die sich nicht abkürzen lassen, sind in Annäherungsbrüchen darzustellen:

135) ${}^{348}/_{1381}$ 136) ${}^{946}/_{8711}$ 137) ${}^{3146}/_{3243}$ 138) ${}^{1246}/_{2871}$ 139) ${}^{1327}/_{2001}$ 140) ${}^{10315}/_{22583}$.

b) **Brüche auf einen gegebenen oder auf einerlei Nenner zu bringen.** (Erweiterung der Brüche.)

§. 42. Soll ein Bruch auf einen gegebenen Nenner gebracht werden, so mufs dieser Nenner so beschaffen sein, dafs der Nenner des zu verwandelnden Bruches in ihm aufgeht. Man dividiert dann mit dem Nenner des Bruches in diesen Nenner; der erhaltene Quotient giebt an, wieviel Bruchtheile der neuen Benennung auf **einen** Bruchtheil der alten Benennung kommen.

Z. B.: Wieviel 24tel gehen auf $1/_8$? — 8 in $24 = 3$ mal; also $1/_8 = 3/_{24}$tel.

Enthält der zu verwandelnde Bruch mehrere Theile, so ist der gefundene Quotient mit dem Zähler des Bruches zu multiplicieren; also $5/_8 = 5 \times 3/_{24} = 15/_{24}$. — Ferner: $7/_{16}$, wieviel 64tel? 16 in 64 $= 4$ mal; $1/_{16}$ daher $= 4/_{64}$; $7/_{16} = 7 \times 4/_{64} = 28/_{64}$.

Anm. Mechanisch läfst sich die Regel für diese Operation so darstellen: Man multipliciert den gegebenen Bruch im Zähler und im Nenner mit dem Quotienten, der sich durch Division mit dem Bruchnenner in den gegebenen Nenner ergiebt. — Diese Multiplication eines Bruches in seinem Zähler und Nenner mit einer Zahl nennt man **Erweiterung** der Brüche; ihr ist die Abkürzung entgegengesetzt.

§. 43. Nicht immer aber hat der Nenner, auf welchen ein gegebener Bruch gebracht werden soll, die in §. 42 angegebene Beschaffenheit. Oft ist es wünschenswerth, Brüche mit grossen, unbequemen Nennern in Brüche mit kleineren, für die praktischen Verhältnisse brauchbaren Nennern zu verwandeln. Hier läfst sich nun die vorgeschriebene Division entweder gar nicht ausführen, oder sie giebt, wenn sie ausführbar ist, einen Rest. In beiden Fällen multipliciert man den Zähler des Bruches mit dem gegebenen Nenner; das durch den Nenner des Bruches dividierte Product giebt den Zähler zu dem gegebenen Nenner. — Läfst diese Division nun einen Rest, so nimmt man, wenn derselbe die Hälfte des Divisors oder mehr ausmacht, den Quotienten für 1 mehr; im Gegentheile läfst man diesen Rest unberücksichtigt.

Beispiele.

1) $5/_7$ wieviel 24tel?
24×5 dividiert durch $7 = 17$, Rest 1. Da derselbe weniger als die Hälfte des Divisors 7, so ist der Bruch $= 17/_{24}$.

2) $959/_{1438}$, wieviel 15tel?
959×15 dividiert durch $1438 = 10$, Rest 5. Der Bruch ist demnach $10/_{15}$.

3) $65/_{82}$, wieviel 16tel?
65×16 dividiert durch $82 = 12$, Rest 56. Da 56 mehr als $1/_2$ des Divisors 82, so ist der Bruch $= \frac{12+1}{16} = 13/_{16}$.

§. 44. Sind mehrere Brüche auf einerlei Nenner (gemeinschaftlichen, Haupt- oder General-Nenner) zu bringen, so mufs dieser natürlich in Bezug auf die Nenner aller gegebenen Brüche die in §. 42 angegebene Beschaffenheit haben. Man wird daher für mehrere Brüche den gemeinschaftlichen Nenner dadurch finden, dafs man die Nenner sämtlicher Brüche mit einander multipliciert. Demnach ist für $^2/_3$, $^5/_8$, $^1/_5$, $^3/_7$ der Hauptnenner $= 3 \times 8 \times 5 \times 7 = 840$.

Von dieser Regel weicht man jedoch in folgenden zwei Fällen ab:

1) Wenn unter den vorhandenen Nennern einer ist, in welchem die übrigen aufgehen. So ist z. B. für die Brüche $^7/_8$, $^{11}/_{15}$, $^{17}/_{120}$, $^5/_6$, $^{17}/_{24}$, $^2/_3$, der Nenner 120 der gemeinschaftliche Nenner, da alle übrigen Brüche sich in 120teln ausdrücken lassen.

2) Wenn einzelne der gegebenen kleineren Nenner in den gröfseren aufgehen, oder wenn mehrere Nenner sich durch eine und dieselbe Zahl abkürzen lassen, oder wenn beides zugleich der Fall ist. Durch nachstehende Beispiele soll dies erläutert werden.

a) Welches ist der Hauptnenner für folgende Brüche: $^5/_8$, $^7/_{12}$, $^2/_3$, $^3/_4$, $^{11}/_{24}$, $^5/_7$, $^4/_5$, $^5/_6$?

Hier gehen 8, 12, 3, 4 und 6 in 24 auf; sie bedürfen also keiner Berücksichtigung, da die Zahl, welche als Hauptnenner für 24 gefunden wird, auch der gemeinschaftliche Nenner für diese Nenner ist. Es bleiben nun noch 24, 7 und 5, welche, mit einander multipliciert, den Hauptnenner 840 geben.

b) Welches ist der Hauptnenner für folgende Brüche: $^2/_3$, $^3/_4$, $^5/_6$, $^1/_7$, $^4/_9$, $^7/_{16}$, $^9/_{35}$, $^{11}/_{16}$, $^{11}/_{24}$, $^{37}/_{45}$, $^1/_4$, $^{68}/_{91}$, $^{14}/_{39}$?

Der bessern Uebersicht wegen stellt man die Nenner neben einander auf, wobei es jedoch, wenn mehrere Brüche mit einem und demselben Nenner gegeben sind, nur der einmaligen Anführung dieses Nenners bedarf, wie auch unser Beispiel zeigt:

3. 4. 6. 7. 9. 16. 35. 24. 45. 91. 39.

und streicht diejenigen Nenner aus, welche in andern der gegebenen Nenner aufgehen, hier also 3. 4. 6. 7. 9. Es bleiben hierauf noch:

16. 35. 24. 45. 91. 39.

Davon lassen sich durch 3 kürzen: 24, 45, 39, und man hat nun folgende Zahlen: 16. 35. 8. 15. 91. 13, wovon 8 und 13 wegfallen, da sie in 16 und in 91 enthalten sind. — Ferner lassen sich durch 5 kürzen: 35, 15, und man hat jetzt: 16. 7. 3. 91, wovon wiederum die Zahl 7 ausfällt, da sie in 91 enthalten ist.

Demnach bleiben: 16, 3, 91, so wie die zur Theilung benutzten Zahlen 3 und 5, welche, mit einander multipliciert, den Hauptnenner 65520 geben.

c) Welches ist der Hauptnenner für die Brüche: $^7/_{12}$, $^3/_4$, $^7/_8$, $^5/_6$, $^5/_8$, $^7/_9$, $^9/_{10}$, $^{11}/_{16}$, $^1/_2$, $^2/_3$?

12. 4. 8. 6. 9. 10. 16. 2. 3.
2) ————————————
6. 9. 5. 8.
2) ————————————
3. 9. 5. 4.

$= 2 \times 2 \times 9 \times 5 \times 4 = 720.$

Die gröfser gedruckten Ziffern in diesem Beispiele bezeichnen diejenigen Nenner, welche bei Bildung des Hauptnenners nicht

in Betracht kommen, weil sie in andern vorhandenen Nennern bereits enthalten sind.

Beim Kopfrechnen, aber auch zur Erleichterung des schriftlichen Rechnens, kann folgendes Verfahren angewendet werden. Es seien z. B. gegeben die Nenner 16, 24, 36, 42. Man suche zuvörderst nur für zwei der Nenner den Hauptnenner, hier z. B. für 16 und 24. Sie lassen sich beide durch 8 theilen, man theile aber nur den einen, z. B. 16, und multipliciere mit dem Quotienten (2) den andern, also $24 \times 2 = 48$. Hierauf suche man für diesen Hauptnenner und für einen der folgenden, z. B. 42, den Hauptnenner. Beide lassen sich durch 6 theilen; man hat also entweder 8×42, oder $48 \times 7 = 336$. Diese Zahl, so wie der noch übrig gebliebene Nenner 36, lassen sich durch 12 theilen, man hat also entweder 28×36, oder $336 \times 3 = 1008$.

Sollen nur zwei Brüche, deren Nenner keinen gemeinschaftlichen Factor haben, unter einerlei Benennung gebracht werden, so darf man nur den Zähler des einen Bruches mit dem Nenner des andern Bruches multiplicieren. Das Product bildet den neuen Zähler desjenigen Bruches, dessen Zähler multipliciert worden ist. Der dazu gehörige Nenner ist = dem Producte beider Nenner. Es seien $^7/_{16}$ und $^5/_{11}$ auf gleichen Nenner zu bringen. Hier ist $7 \times 11 = 77$, $5 \times 16 = 80$, und da $11 \times 16 = 176$, so hat man $^{77}/_{176}$ für $^7/_{16}$, und $^{80}/_{176}$ für $^5/_{11}$. — Der Grund dieses Verfahrens ist leicht einzusehen. Da der Hauptnenner in einem solchen Falle aus der Multiplication beider Nenner entsteht, so mufs man, wenn man mit dem Nenner des einen Bruches in diesen Hauptnenner dividiert, den Nenner des andern Bruches als Quotienten erhalten, und so umgekehrt. Da nun, der Bildung des neuen Zählers wegen, dieser Quotient mit dem Zähler des Bruches, durch dessen Nenner dividiert worden, zu multiplicieren ist, so bedarf es eben jener Division nicht, und die Bildung des neuen Nenners erfolgt erst, nachdem die Zähler gefunden sind.

§. 45. In Bezug auf die zur Abkürzung zu benutzenden Zahlen darf folgendes nicht aufser Acht gelassen werden.

1) Man theile stets mit einer **einfachen Zahl**, d. h. mit einer solchen, die sich selbst nicht erst wieder durch eine andere Zahl theilen läfst, weil man sonst leicht einen zu grofsen Hauptnenner erhält. Z. B. Welches ist der Hauptnenner für die Brüche: $^7/_{16}$, $^{11}/_{18}$, $^{11}/_{42}$?

a)

	16.	18.	42.
6)	16.	3.	7.

Hauptnenner $= 6 \times 16 \times 3 \times 7$
$= 2016$.

b)

	16.	18.	42.
2)	8.	9.	21.
3)	8.	3.	7.

Hauptnenner $= 2 \times 3 \times 8 \times 3 \times 7$
$= 1008$.

Das Verfahren unter *a)* giebt einen zweimal so grofsen Hauptnenner, als das unter *b)*. Der Grund hiervon liegt darin, dafs in *a)* der Factor 2, den die Zahl 16 mit 18 und 42 gemeinschaftlich hat, unberücksichtigt geblieben ist.

2) Man theile nur so lange, als sich wenigstens zwei der noch vorhandenen Nenner durch eine und dieselbe Zahl theilen lassen, weil diese Theilung, wenn sie nur auf einen der Nenner angewendet wird, keine Abkürzung des Hauptnenners bewirkt.

Hätte man in obigem Beispiele den Nenner 8 durch 2 getheilt, so hätte man statt 8 allerdings 4 erhalten, aber bei der endlichen Multiplication hätte man wieder $4 \times 2 = 8$ gehabt.

§. 46. Uebungsaufgaben.

A) Brüche auf einen gegebenen Nenner zu bringen.

141) $^{7}/_{12}$, wieviel 24tel? 142) $^{17}/_{18}$, wieviel 144tel? 143) $^{11}/_{16}$, wieviel 64tel? 144) $^{27}/_{32}$, wieviel 288tel? 145) $^{47}/_{67}$, wieviel 6tel? 146) $^{832}/_{911}$, wieviel 8tel? 147) $^{256}/_{433}$, wieviel 9tel? 148) $^{1246}/_{2871}$, wieviel 16tel?

B) Brüche auf einerlei Nenner zu bringen.

149) Welches ist der kleinste gemeinschaftliche Nenner zu folgenden Nennern: *a*) 2, 9, 8, 6, 144, 16, 24, 3, 18, 36, 12, 72. *b*) 65, 27, 9, 39, 18, 26, 117, 6, 15. *c*) 6, 16, 28, 2, 4, 9, 72, 112, 12, 18. *d*) 20, 36, 68, 170, 135, 60, 306, 459, 255, 136.

150) Folgende Brüche sind auf den kleinsten gemeinschaftlichen Nenner zu bringen: *a*) $^{3}/_{4}$ und $^{5}/_{8}$. *b*) $^{5}/_{12}$ und $^{7}/_{16}$. *c*) $^{7}/_{13}$ und $^{2}/_{3}$. *d*) $^{3}/_{11}$ und $^{4}/_{7}$. *e*) $^{4}/_{9}$, $^{1}/_{4}$, $^{7}/_{12}$. *f*) $^{4}/_{9}$, $^{3}/_{8}$, $^{5}/_{6}$, $^{11}/_{12}$, $^{7}/_{12}$, $^{5}/_{18}$, $^{17}/_{24}$, $^{1}/_{6}$. *g*) $^{9}/_{14}$, $^{5}/_{16}$, $^{11}/_{19}$, $^{3}/_{14}$, $^{17}/_{21}$, $^{5}/_{7}$, $^{3}/_{8}$, $^{1}/_{4}$, $^{17}/_{38}$, $^{11}/_{48}$. *h*) $^{7}/_{11}$, $^{2}/_{3}$, $^{1}/_{13}$, $^{4}/_{17}$, $^{1}/_{2}$, $^{1}/_{3}$, $^{5}/_{7}$, $^{3}/_{11}$.

c) Verwandlung einer ganzen oder einer gemischten Zahl in einen Bruch.

§. 47. Soll eine ganze Zahl in einen Bruch verwandelt werden, so multipliciert man dieselbe mit dem Nenner des gegebenen Bruches; das Product bildet den Zähler zu dem gegebenen Nenner. Z. B. 15 Ganze, wieviel 4tel? $15 \times 4 = 60$, also $^{60}/_{4}$.

Dasselbe Verfahren findet bei Verwandlung einer gemischten Zahl in einen Bruch (Einrichten einer gemischten Zahl) statt; nur hat man zu dem erwähnten Producte die in der gemischten Zahl enthaltenen Bruchtheile zu addieren. Z. B. $9\,^{5}/_{8}$, wieviel 8tel? $9 \times 8 = 72$; $72 + 5 = 77$, also $^{77}/_{8}$.

2) Veränderungen des Werthes der Brüche.

a) Addition der Brüche.

§. 48. Da nur Gleiches zu Gleichem addiert werden kann, so lassen sich auch nur gleichnamige oder gleichartige Brüche, d. h. nur solche addieren, deren Nenner gleichnamig sind. Sind aber die Nenner der zu addierenden Brüche ungleichnamig, so müssen sie, wie in §. 44 gelehrt worden ist, gleichnamig gemacht werden, wobei die in gedachtem Paragraphen angegebenen Fälle zu berücksichtigen sind.

§. 49. Die Addition selbst kann sich, da durch sie nur die Anzahl der Bruchtheile verändert werden kann, nur auf die Zähler beziehen, deren Summe alsdann durch den gemeinschaftlichen Nenner zu dividieren ist. Diese Division ist entweder ausführbar, dann giebt

der Quotient entweder eine ganze oder eine gemischte Zahl; oder sie ist nicht ausführbar, dann ist das Resultat ein echter Bruch.

Beispiele.

Es sollen addiert werden:

1) $\frac{7}{16} + \frac{5}{16} + \frac{9}{16} + \frac{15}{16} + \frac{1}{16} + \frac{11}{16}$.
$= (7 + 5 + 9 + 15 + 1 + 11) : 16$
$= \frac{48}{16} = 3.$

2) $\frac{7}{64} + \frac{9}{64} + \frac{11}{64} + \frac{3}{64} + \frac{13}{64}$.
$= (7 + 9 + 11 + 3 + 13) : 64$
$= \frac{43}{64}.$

3) $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{4}{9} + \frac{7}{18} + \frac{7}{24} + \frac{5}{72} + \frac{5}{36}$.

	72
$\frac{1}{2}$	36
$\frac{3}{4}$	54
$\frac{4}{9}$	32
$\frac{7}{18}$	28
$\frac{7}{24}$	21
$\frac{5}{72}$	5
$\frac{5}{36}$	10

$\frac{186}{72} = 2\frac{42}{72}$ oder $2\frac{7}{12}$

4) $13\frac{1}{8} + 4\frac{3}{5} + \frac{1}{2} + 8\frac{3}{7} + 17\frac{13}{24} + 11\frac{7}{36} + 7\frac{9}{10} + 8\frac{9}{14}$.

	2520
$13\frac{1}{8}$	315
$4\frac{3}{5}$	1512
$\frac{1}{2}$	1260
$8\frac{3}{7}$	1080
$17\frac{13}{24}$	1365
$11\frac{7}{36}$	490
$7\frac{9}{10}$	2268
$8\frac{9}{14}$	1620

68 Ganze $\frac{9910}{2520} = \frac{991}{252} = 3\frac{235}{252}$
$+ 68$
$71\frac{235}{252}$

5) $9\frac{3}{7} + 7\frac{5}{12} + 8\frac{3}{11} + \frac{3}{5} + \frac{7}{19}$

	87780
$9\frac{3}{7}$	37620
$7\frac{5}{12}$	36575
$8\frac{3}{11}$	23940
$\frac{3}{5}$	52668
$\frac{7}{19}$	32340

24 Ganze $\frac{183143}{87780} = 2\frac{7583}{87780}$
$+ 24$
$26\frac{7583}{87780}$

Erkl. Da in den Beispielen 1) und 2) die Brüche gleichnamig sind, so konnten die Zähler sofort addiert werden; als Resultat gab 1) nur Ganze, 2) einen echten Bruch. In 3) sind alle Nenner Factoren des Nenners 72; in 4) wurde bei der Aufsuchung des Generalnenners nach §. 44, unter 2) verfahren; in 5) wurden zur Bildung des Hauptnenners alle Nenner mit einander multipliciert.

§. 50. Uebungsaufgaben.

151) $\frac{3}{24} + \frac{7}{24} + \frac{11}{24} + \frac{19}{24} + \frac{5}{24} + \frac{17}{24}$

152) $9\frac{21}{37} + \frac{4}{37} + 13\frac{11}{37} + \frac{18}{37} + 9 + 12\frac{15}{37} + \frac{27}{37}$.

153) $112\frac{4}{5} + 19\frac{5}{6} + \frac{5}{12} + 28\frac{7}{9} + 11\frac{11}{16} + 7\frac{1}{16} + \frac{19}{12} + 4\frac{1}{2}$.

154) $132\frac{4}{5} + 68\frac{7}{12} + 4\frac{10}{11} + \frac{5}{8} + 126\frac{4}{9} + 8\frac{7}{30} + \frac{37}{20} + 17\frac{29}{40} + 72\frac{5}{16} + \frac{13}{15} + 17\frac{3}{8}$.

155) $18\frac{3}{4}$ ℛ + $21\frac{1}{8}$ ℛ + $7\frac{13}{24}$ ℛ + $11\frac{9}{16}$ ℛ + $142\frac{5}{9}$ ℛ + $49\frac{7}{32}$ ℛ + $19\frac{7}{18}$ ℛ.

156) Leipzig. 164 ℛ $14\frac{1}{2}$ *ngr.* + 94 ℛ $15\frac{3}{4}$ *ngr.* + 260 ℛ $14\frac{5}{8}$ *ngr.* + $20\frac{4}{5}$ *ngr.* + $\frac{3}{20}$ *ngr.* + 126 ℛ $\frac{7}{10}$ *ngr.* + 1 ℛ $1\frac{1}{2}$ *ngr.* + 34 ℛ $14\frac{1}{8}$ *ngr.*

157) London. 87 £ 16 *s.* $4\frac{1}{8}$ *d.* + 132 £ 12 *s.* $9\frac{3}{4}$ *d.* + $\frac{7}{16}$ *d.* + 16 *s.* $8\frac{1}{12}$ *d.* + 99 £ 14 *s.* $\frac{1}{5}$ *d.* + 624 £ 2 *s.* $3\frac{1}{16}$ *d.* + 448 £ — *s.* $4\frac{3}{4}$ *d.* + $9\frac{11}{12}$ *d.* + 132 £ 4 *s.* $3\frac{7}{8}$ *d.*

158) Leipzig (altes Gewicht). $17\frac{1}{8}$ Ctr. $4\frac{3}{4}$ ℔ + $9\frac{1}{2}$ Ctr. $6\frac{1}{8}$ ℔ + $4\frac{7}{8}$ Ctr. + 140 Ctr. $3\frac{1}{8}$ ℔ + $29\frac{1}{4}$ Ctr. $10\frac{1}{2}$ ℔ + $14\frac{1}{4}$ Ctr. 13 ℔ + 198 Ctr. $2\frac{1}{8}$ ℔ + 96 Ctr. $3\frac{7}{8}$ ℔ + 126 Ctr. $9\frac{3}{8}$ ℔ + 60 Ctr. $2\frac{7}{8}$ ℔ + $130\frac{7}{8}$ Ctr. $12\frac{3}{4}$ ℔.*)

159) Petersburg. 18 Bktz. $7\frac{1}{2}$ Pd. + 19 Bktz. $1\frac{3}{4}$ Pd. + 24 Bktz. $7\frac{5}{8}$ Pd. + $9\frac{3}{4}$ Pd. + 70 Bktz. $\frac{1}{8}$ Pd. + 19 Bktz. $4\frac{7}{8}$ Pd. + 164 Bktz. $9\frac{3}{10}$ Pd. + 27 Bktz. $7\frac{1}{5}$ Pd. + 32 Bktz. $1\frac{1}{10}$ Pd. + 170 Bktz. $6\frac{4}{5}$ Pd.

160) London. 14 *Cwt.* $2\frac{5}{7}$ *Qrs.* + 91 *Cwt.* $3\frac{11}{14}$ *Qrs.* + 192 *Cwt.* $2\frac{5}{7}$ *Qrs.* + 27 *Cwt.* $1\frac{17}{28}$ *Qrs.* + 14 *Cwt.* $3\frac{1}{4}$ *Qrs.* + 94 *Cwt.* $2\frac{1}{2}$ *Qrs.* + 164 *Cwt.* $1\frac{1}{8}$ *Qrs.* + 26 *Cwt.* $1\frac{4}{7}$ *Qrs.* + 32 *Cwt.* $1\frac{15}{28}$ *Qrs.*

161) Köln. 11 Mk. $13\frac{1}{2}$ Lth. + 17 Mk. $14\frac{1}{16}$ Lth. + 24 Mk. $9\frac{3}{4}$ Lth. + 12 Mk. $8\frac{11}{16}$ Lth. + 60 Mk. $9\frac{11}{64}$ Lth. + 27 Mk. $4\frac{1}{32}$ Lth. + 42 Mk. $13\frac{3}{16}$ Lth. + $10\frac{1}{2}$ Lth. + 17 Mk. $15\frac{63}{64}$ Lth.

162) Nachdem von einer gewissen Summe nach und nach abgerechnet worden: 184 ℳ $10\frac{1}{2}$ β + 216 ℳ $7\frac{3}{4}$ β + 182 ℳ + 312 ℳ $10\frac{1}{4}$ β + 246 ℳ $8\frac{3}{8}$ β + 360 ℳ $12\frac{5}{8}$ β + 248 ℳ, blieben 96 ℳ $7\frac{1}{8}$ β übrig. Wie grofs war jene Summe?

*) **Anm.** An Orten, wo der Centner in 110 ℔ getheilt wurde, hatte man Gewichtsstücke von $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$ Ctr. und nahm daher wohl auch diese Bruchtheile in die Rechnung auf, sobald man sich jener Gewichtsstücke beim Verwiegen bediente. — Diese Aufgabe ist nur wegen der eigenthümlichen Beschaffenheit der Posten beibehalten worden.

b) Subtraction der Brüche.

§. 51. Da nur Gleiches von Gleichem subtrahiert werden kann, so können auch nur gleichnamige Brüche subtrahiert werden. Sind die Brüche also gleichnamig, so subtrahiert man Zähler von Zähler; der Rest erhält den beiden Brüchen gemeinschaftlichen Nenner.

Z. B. $\frac{11}{12} \div \frac{7}{12} = \frac{11 \div 7}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.

Sind die Brüche aber nicht gleichnamig, so bringt man sie zuerst nach §. 44 auf einen und denselben Nenner.

Z. B.

1) $\frac{7}{16} = \frac{7}{16}$
$\div \frac{3}{8} = \frac{6}{16}$
Rest $= \frac{1}{16}$

2) $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$ (12)
$\div \frac{1}{6} = \frac{2}{12}$
Rest $= \frac{7}{12}$

3) $\frac{7}{9} = \frac{35}{45}$ (45)
$\div \frac{3}{5} = \frac{27}{45}$
Rest $= \frac{8}{45}$

§. 52. Enthält der Minuend keinen Bruch, so nimmt man von ihm ein Ganzes und verwandelt dasselbe nach §. 47 in einen Bruch von der Benennung des Bruches im Subtrahenden. — Dasselbe Verfahren findet auch statt, wenn der Bruch im Minuenden kleiner ist, als der im Subtrahenden.

Beispiele.

1) $\left.\begin{array}{r} 15 \\ \div 10\frac{7}{9} \end{array}\right\} = \left\{\begin{array}{r} 14\frac{9}{9} \\ \div 10\frac{7}{9} \end{array}\right.$
Rest $= 4\frac{2}{9}$

2) $\left.\begin{array}{r} 164 \\ \div 12\frac{7}{15} \end{array}\right\} = \left\{\begin{array}{r} 163\frac{15}{15} \\ \div 12\frac{7}{15} \end{array}\right.$
Rest $= 151\frac{8}{15}$

3) $\left.\begin{array}{r} 13\frac{4}{7} \\ \div 10\frac{6}{7} \end{array}\right\} = \left\{\begin{array}{r} 12\frac{11}{7} \\ \div 10\frac{6}{7} \end{array}\right.$
Rest $= 2\frac{5}{7}$

4) $\left.\begin{array}{r} 124\frac{5}{7} \\ \div 86\frac{8}{9} \end{array}\right\} = \left\{\begin{array}{r} 123\frac{45}{63} + \frac{63}{63} \\ \div 86\frac{56}{63} \end{array}\right.$
Rest $= 37\frac{52}{63}$

Anm. Sind, wie in Beispiel 4, die Zähler beider Brüche grofse Zahlen, so ist es bequemer, den Zähler des Subtrahenden zuerst von den, aus dem weggenommenen Ganzen gebildeten Bruchtheilen abzuziehen, und zu dem Reste den Zähler des Minuenden zu addieren. Daher ziehe man in 4) von dem Ganzen oder von $\frac{63}{63}$ die $\frac{56}{63}$ des Subtrahenden ab, wonach $\frac{7}{63}$ bleiben, dazu die $\frac{45}{63}$ addiert, giebt den Rest von $\frac{52}{63}$. Alsdann $123 \div 86 = 37$ Ganze.

§. 53. Uebungsaufgaben.

163) $164\frac{13}{18} \div 92\frac{11}{18}$. 164) $68\frac{4}{5}$ ℛ $\div$ $23\frac{1}{3}$ ℛ. 165) $92\frac{1}{2} \div 64\frac{7}{8}$. 166) 160 *f.* $\div$ 23 *f.* $44\frac{3}{8}$ *xr.* 167) $326\frac{7}{12} \div 132\frac{9}{16}$. 168) 328 ℛ $14\frac{7}{8}$ *sgr.* $\div$ 196 ℛ. 169) $6245\frac{270}{311} \div 1248\frac{27}{31}$. 170) $(64\frac{1}{2} + 12\frac{3}{8} + 9\frac{7}{16} + \frac{4}{5} + 18\frac{7}{9} + 16\frac{1}{4} + 32\frac{3}{16} + 7\frac{7}{12})$ $\div (24\frac{3}{4} + 2\frac{1}{2} + 7\frac{9}{10} + 8\frac{1}{4} + 30\frac{1}{6} + \frac{4}{9} + 3\frac{1}{12})$. 171) 127 *Mk.* 8 *Lth.* $4\frac{1}{2}$ Grän $\div$ 63 *Mk.* 15 *Lth.* $12\frac{7}{8}$ Gr. 172) Berlin (altes Gew.) $56\frac{1}{8}$ *Ctr.* $7\frac{1}{2}$ ℔ $\div$ $32\frac{3}{4}$ *Ctr.* $9\frac{7}{8}$ ℔. 173) Berlin (neues Gew.) 164 *Ctr.* $19\frac{1}{8}$ ℔ $\div$ 109 *Ctr.* $86\frac{3}{4}$ ℔. 174) 6 Fässer Tabak wiegen brutto (d. h. Tabak und Fafs zusammen): № 1. $917\frac{1}{2}$ ℔. № 2. 940 ℔. № 3. $1027\frac{3}{4}$ ℔. № 4. $887\frac{1}{2}$ ℔. № 5. $930\frac{1}{4}$ ℔. № 6. $1020\frac{1}{4}$ ℔.; die Tara (Gewicht der Fässer allein) betrug: № 1. $87\frac{1}{2}$ ℔. № 2. $85\frac{3}{4}$ ℔. № 3. $90\frac{1}{2}$ ℔. № 4. $90\frac{1}{4}$ ℔. № 5. $86\frac{1}{2}$ ℔. № 6. $90\frac{3}{4}$ ℔. Wieviel Pfund Tabak waren darin enthalten? 175) Leipzig. Wenn das Bruttogewicht einer Partie Zucker 346 *Ctr.* $10\frac{3}{4}$ ℔ und das Nettogewicht (das des Zuckers allein) 312 *Ctr.* $12\frac{1}{2}$ ℔ beträgt, wie grofs ist die Tara?

c) Multiplication der Brüche.

1) Multiplication echter Brüche mit ganzen Zahlen und ganzer Zahlen mit echten Brüchen.

§. 54. Da es bei einer Multiplication völlig gleich ist, welchen der beiden gegebenen Factoren man zum Multiplicator oder zum Multiplicanden macht, so können im allgemeinen obige beide Fälle zusammengefafst werden. Es ist daher $^3/_4 \times 8 = 8 \times {}^3/_4$.

§. 55. Nach §. 37 wird ein Bruch dadurch multipliciert, dafs man entweder seinen Zähler multipliciert, oder seinen Nenner dividiert. Es wird also, wenn man die gegebene ganze Zahl als Multiplicator betrachtet, die Multiplication auf die eine oder auf die andere Weise zu vollziehen sein.

Beispiele.

1) $^5/_{64} \times 3 = \frac{5 \times 3}{64} = \frac{15}{64}$.

2) $^7/_8 \times 5 = \frac{7 \times 5}{8} = {}^{35}/_8 = 4^3/_8$.

3) $^7/_{16} \times 8 = {}^7/_2 = 3^1/_2$.

4) $^1/_{12} \times 4 = {}^1/_3$.

5) $^{11}/_{12} \times 12 = {}^{11}/_1 = 11$.

Erkl. In 1) und 2) wurde die Multiplication dadurch vollzogen, dafs man den Zähler multiplicierte, die Anzahl der Theile also 3 mal, beziehentlich 5 mal vergröfserte. — In 3), 4) und 5) erfolgte die Multiplication durch Division des Nenners. Die Anzahl der Theile blieb so zwar dieselbe, jeder Theil wurde aber 8 mal, beziehentlich 4 mal und 12 mal, vergröfsert. — Aus Beispiel 5) ergiebt sich zugleich, dafs, wenn der Multiplicator dem Nenner des Bruches gleich ist, der Zähler selbst das Product bildet.

§. 56. Betrachtet man aber den Bruch als Multiplicator, was immer rathsam sein wird, wenn die ganze Zahl mehrzifferig oder mehrsortig ist, so bedeutet z. B. die Aufgabe $64 \times {}^3/_8$ entweder: es ist aus 64 der achte Theil zu suchen und dieser 3 mal zu nehmen, oder: es ist 64 mit 3 zu multiplicieren und das Product durch 8 zu theilen. Das Resultat ist daher: 8 in $64 = 8$; $3 \times 8 = 24$, oder $64 \times 3 = 192$, div. durch $8 = 24$.*) Man kann also in diesem Falle entweder die ganze Zahl durch den Nenner dividieren und den Quotienten mit dem Zähler multiplicieren, oder man kann mit der Multiplication durch den Zähler beginnen und das Product durch den Nenner dividieren. Den letztern Weg wird man immer einschlagen, wenn der Nenner des Bruches in der ganzen Zahl nicht aufgeht.

*) Hieraus ergiebt sich zugleich, dafs jede Multiplication mit einem (echten) Bruche eine Verkleinerung des Multiplicanden bewirkt, da das Resultat nur Theile aus dem Multiplicanden darstellt, und zwar ebensoviel, als durch den Bruch selbst ausgedrückt sind.

Beispiele.

1) $27 \times {}^2/_3$
3 in 27 = 9
$9 \times 2 = 18$

2) 64 *ℛ* 24 *ngr.* 8 *₰* $\times {}^5/_8$
8 in 64 *ℛ* 24 *ngr.* 8 *₰* = 8 *ℛ* 3 *ngr.* 1 *₰*
8 *ℛ* 3 *ngr.* 1 *₰* $\times 5 =$ 40 *ℛ* 15 *ngr.* 5 *₰*

3) $64 \times {}^7/_9$
$64 \times 7 = 448$
9 in 448 = $49\,{}^7/_9$

4) ${}^3/_5$ *Ctr.* à 108 *f.* 28 *xr.*
108 *f.* 28 *xr.* $\times 3 =$ 325 *f.* 24 *xr.*
5 in 325 *f.* 24 *xr.* = 65 *f.* $4\,{}^4/_5$ *xr.*

Erkl. Da in Beispiel 1) und 2) die Nenner 3 und 8 in dem Multiplicanden aufgehen, so konnte mit der Division begonnen werden; die Quotienten wurden sodann mit 2 und mit 5 multipliciert. — In 3) und 4) dagegen wurde zuerst mit den Zählern 7 und 3 multipliciert; die erhaltenen Producte dividierte man hierauf durch die betreffenden Nenner.

§. 57. Uebungsaufgaben.

176) ${}^7/_9 \times 4$. 177) ${}^3/_{16} \times 3$. 178) ${}^{17}/_{48} \times 5$. 179) ${}^5/_{36} \times 7$. 180) $16 \times {}^3/_7$. 181) ${}^3/_4$ Elle à 9 *f.* 182) ${}^{17}/_{28} \times 7$. 183) $128 \times {}^5/_{16}$. 184) ${}^7/_{16} \times 16$. 185) ${}^5/_7$ *Cwt.* à 35 *s.* 186) ${}^{17}/_{24} \times 24$. 187) 63 *ℛ* 21 *ngr.* 7 *₰* $\times {}^5/_7$. 188) 144 *f.* 48 *xr.* $\times {}^5/_{24}$. 189) ${}^7/_{20}$ *£* à 13 *ℳ* 8 *β* 6 *₰*. 190) 132 *R.* 84 *Kop.* $\times {}^7/_{12}$.

§. 58. Aus §. 56 geht hervor, dafs sich das Verfahren bei der Multiplication mit einem Bruche auf eine einfache Multiplication (mit dem Zähler) verbunden mit einer Division (durch den Nenner) zurückführen läfst. Hat es nun (nach §. 32) auf das Resultat der Rechnung keinen Einflufs, wenn man z. B. in der Aufgabe: 16 in 12×18 den Divisor 16 und den Factor des Dividenden 12 durch 4, oder 16 und 18 durch 2 verkleinert, so kann man auch immer, wenn die Beschaffenheit der Zahlen es gestattet, den Nenner des Bruches (als Divisor) und die ganze Zahl (als Factor des Dividenden) durch eine und dieselbe Zahl abkürzen.

Beispiele.

1) ${}^7/_{18} \times 4 = \frac{7 \times 2}{9} = {}^{14}/_9 = 1\,{}^5/_9$.

2) $64 \times {}^7/_{12} = \frac{16 \times 7}{3} = \frac{112}{3} = 37\,{}^1/_3$.

3) 128 *f.* 24 *xr.* $\times {}^7/_{32}$
$= \frac{16\ f.\ 3\ xr \times 7}{4} = \frac{112\ f.\ 21\ xr.}{4} =$ 28 *f.* $5\,{}^1/_4$ *xr.*

Erkl. In Beispiel 1) konnten der Multiplicator 4 und der Nenner 18 durch 2, in Beispiel 2) der Multiplicand 64 und der Nenner 12 durch 4, und in Beispiel 3) der Multiplicand 128 *f.* 24 *xr.* und der Nenner 32 durch 8 gekleinert werden.

§. 59. Uebungsaufgaben.

191) $128 \times {}^7/_{12}$. 192) ${}^{19}/_{64} \times 36$. 193) $192 \times {}^5/_{84}$. 194) $364 \times {}^{19}/_{24}$. 195) $306 \times {}^{19}/_{45}$. 196) 864 *f.* 32 *xr.* $\times {}^9/_{20}$. 197) 228 *ℛ* 16 *ngr.* 8 *₰* $\times {}^{11}/_{16}$. 198) 327 *ℳ* 12 *β*

9 ₰ × $^7/_{12}$. 199) $^{11}/_{16}$ Ctr. à 24 ℛ 28 ngr. 200) $^5/_{12}$ Dtzd. à 16 ƒ 36 xr. 201) 2428 × $^{39}/_{64}$. 202) $^{17}/_{64}$ Mk. à 27 ℳ 12 ß.

§. 60. Ist der Nenner des gegebenen Bruches eine Zahl, die sich in einzelne Factoren zerlegen läſst, so ist es bei einem mehrzifferigen und insbesondere bei einem mehrsortigen Multiplicanden vortheilhaft, den Multiplicator in einzelne Theile vom Ganzen zu zerlegen, und dieselben Theile nach und nach vom Multiplicanden zu nehmen, wie dies aus folgenden Beispielen zu ersehen ist. Es ist von Nutzen, sich mit dieser Art zu multiplicieren möglichst vertraut zu machen, da sie auch in der Regeldetri vielfache Anwendung findet. (Vgl. §. 163.)

1) 1364 × $^{19}/_{24}$

$^{12}/_{24} = ^1/_2$ aus 1364	=	682
$^6/_{24} = ^1/_2$ „ $^{12}/_{24}$	=	341
$^1/_{24} = ^1/_6$ „ $^6/_{24}$	=	$56^5/_6$
		$1079^5/_6$

2) 304 ℳ 12 ß 6 ₰ × $^{29}/_{72}$

$^{24}/_{72} = ^1/_3$ aus 304. 12. 6. =	101 ℳ	9 ß	6	₰
$^4/_{72} = ^1/_6$ „ $^{24}/_{72}$ =	16 „	14 „	11	„
$^1/_{72} = ^1/_4$ „ $^4/_{72}$ =	4 „	3 „	$8^3/_4$	„
	122 ℳ	12 ß	$1^3/_4$	₰

3) 197 £ 13 *s.* 6 *d.* × $^{67}/_{288}$

$^{48}/_{288} = ^1/_6$ aus 197. 13. 6. =	32 £	18 *s.*	11	*d.*
$^{16}/_{288} = ^1/_3$ „ $^{48}/_{288}$. . . =	10 „	19 „	$7^2/_3$	„
$^3/_{288} = ^1/_{16}$ „ $^{48}/_{288}$. . . =	2 „	1 „	$2^3/_{16}$	„
	45 £	19 *s.*	$8^{41}/_{48}$	*d.*

4) 164 ℛ 18 ngr. × $^{37}/_{120}$

$^{24}/_{120} = ^1/_5$ aus 164. 18. =	32 ℛ	$27^3/_5$	ngr.
$^{12}/_{120} = ^1/_2$ „ $^{24}/_{120}$. . =	16 „	$13^4/_5$	„
$^1/_{120} = ^1/_{12}$ „ $^{12}/_{120}$. . =	1 „	$1^9/_{60}$	„ (= $^3/_{20}$)
	50 ℛ	$22^{11}/_{20}$	ngr.

Erkl. In Beispiel 1) zerlegte man $^{19}/_{24}$ in $^{12}/_{24} + ^6/_{24} + ^1/_{24}$, und nahm, da $^{12}/_{24} = ^1/_2$, die Hälfte aus 1364; für $^6/_{24}$ wurde die Hälfte aus dem Producte von $^{12}/_{24}$, d.i. aus 682, genommen, und da $^1/_{24}$ = der 6te Theil aus $^6/_{24}$, so wurde aus 341 der 6te Theil genommen. — Beispiel 2) und 3) erklären sich leicht von selbst. — In Beispiel 4) wurden zuerst $^{24}/_{120} = ^1/_5$ aus 164 ℛ 18 ngr. genommen; hierauf, für $^{12}/_{120}$, die Hälfte aus dem Producte von $^{24}/_{120}$. Da das noch zu berechnende $^1/_{120}$ = dem 12ten Theile aus $^{12}/_{120}$, so wurde mit 12 in 16 ℛ $13^4/_5$ ngr. dividiert. Bei dieser Division blieb ein Rest von $1^4/_5$ ngr. = $^9/_5$ ngr. Um

diesen zu dividieren, mufste, da 12 in 9 nicht enthalten ist, nach §. 36 der Nenner 5 mit 12 multipliciert werden, wodurch man $^9/_{60}$ oder $^3/_{20}$ erhielt. Dieses Verfahren setzt also in vielen Fällen eine Kenntnis der Division der Brüche voraus.

§. 61. Ist endlich der als Multiplicator zu benutzende Bruch nur um e i n e n Bruchtheil kleiner als 1, so hat man den Multiplicanden um diesen Bruchtheil zu vermindern.

Z. B. 1) $1268 \times {}^7/_8$
$\div {}^1/_8$ aus $1268 = 158^1/_2$
$1109^1/_2$

2) 126 ℛ 16 *ngr.* 5 ₰ $\times {}^{11}/_{12}$
$\div {}^1/_{12} = 10$ „ 16 „ $3^3/_4$ ₰
116 ℛ — *ngr.* $1^1/_4$ ₰

§. 62. U e b u n g s a u f g a b e n.

203) $1814 \times {}^{19}/_{32}$. 204) $2408 \times {}^{37}/_{150}$. 205) $6074 \times {}^{67}/_{96}$. 206) 216 ℛ 14 *ngr.* 8 ₰ $\times {}^{67}/_{144}$. 207) 114 £ 13 *s.* 8 *d.* $\times {}^{139}/_{360}$. 208) 914 ℛ 27 *sgr.* 8 ₰ $\times {}^{97}/_{640}$. 209) $4576 \times {}^{11}/_{12}$. 210) $208 \times {}^{15}/_{16}$. 211) $916 \times {}^{23}/_{24}$. 212) 114 ℛ 12 *ngr.* 5 ₰ $\times {}^7/_8$. 213) 262 *Fr.* 48 *c.* $\times {}^{19}/_{20}$. 214) 1875 ℳ 13 ß 9 ₰ $\times {}^{31}/_{32}$. 215) $^{15}/_{16}$ *Mℬ* à 366 *f.* 53 *xr.*

2) Multiplication ganzer Zahlen mit gemischten Zahlen und gemischter Zahlen mit ganzen Zahlen.

§. 63. Da dieser Fall von dem vorigen nur dadurch sich unterscheidet, dafs mit der Multiplication durch einen Bruch die Multiplication mit einer ganzen Zahl verbunden ist, so beschränken wir uns darauf, ihn durch Beispiele zu erläutern.

1) $13^5/_8 \times 17$
$^5/_8 \times 17 = {}^{85}/_8 = 10^5/_8$
$13 \times 17 \ldots = 221$
$231^5/_8$

2) $126^5/_6 \times 18$
$^1/_6$ aus $18 = 3$; $3 \times 5 = 15$
$126 \times 18 \ldots\ldots = 2268$
2283

3) $64^7/_{16} \times 36$
$\frac{7 \times 36}{16} = \frac{7 \times 9}{4} = \frac{63}{4} = 15^3/_4$
$64 \times 36 \ldots\ldots = 2304$
$2319^3/_4$

4) $12^3/_8 \times 16$
$= {}^{99}/_8 \times 16$
$= \frac{99 \times 16}{8} = \frac{99 \times 2}{1}$
$= 198$

5) 124 *f.* 28 *xr.* $\times 5^7/_8$

a) 124 *f.* 28 *xr.* $\times 5^7/_8$
$\times 7$
871 *f.* 16 *xr.*
8)
108 *f.* $54^1/_2$ *xr.* = 124 *f.* 28 *xr.* $\times {}^7/_8$
+ 622 „ 20 „ = 124 „ 28 „ $\times 5$
731 *f.* $14^1/_2$ *xr.*

b) 124 f. 28 xr. × $5\frac{7}{8}$

8) 15 f. $33\frac{1}{2}$ xr. ×7

108 f. $54\frac{1}{2}$ xr.

+ 622 „ 20 „

731 f. $14\frac{1}{2}$ xr.

c) 124 f. 28 xr. × $5\frac{7}{8}$ $(=6 \div \frac{1}{8})$ ×6

746 f. 48 xr.

÷ 15 „ $33\frac{1}{2}$ „ $(=\frac{1}{8}$ aus 124. 28.)

731 f. $14\frac{1}{2}$ xr.

d) 124 f. 28 xr. × $5\frac{7}{8}$ $(=\frac{47}{8})$ ×47

5849 f. 56 xr.

8) 731 f. $14\frac{1}{2}$ xr.

6) 2418 × $8\frac{8}{15}$ ×8

19344

+ $1289\frac{3}{5} = \frac{1}{15}$ aus 19344

$20633\frac{3}{5}$

7) 1326 × $56\frac{8}{11}$ ×8 8×7

10608

11) $964\frac{4}{11}$

74256 = 10608 × 7

$75220\frac{4}{11}$

8) 464 ℳ 10 ß 6 ₰ × $12\frac{7}{12}$ ×12

5575 ℳ 14 ß — ₰

232 „ 5 „ 3 „ $=\frac{6}{12}$

38 „ 11 „ $6\frac{1}{2}$ „ $=\frac{1}{12}$

5846 ℳ 14 ß $9\frac{1}{2}$ ₰

9) 106 Thlr 18 sgr. 6 ₰ × $13\frac{14}{17}$ ×13

1386 Thlr — sgr. 6 ₰

81 „ 15 „ $10\frac{16}{17}$ „ $=\frac{13}{17}$ ($\frac{1}{17}$ a. 13)

6 „ 8 „ $1\frac{13}{17}$ „ $=\frac{1}{17}$ ($\frac{1}{13}$ a. $\frac{13}{17}$)

1473 Thlr 24 sgr. $6\frac{12}{17}$ ₰

10) 562 Thlr 46 gt. in Bremen × $486\frac{19}{24}$

3372 Thlr

26976 „ } = 562 × 486. (Vgl. S. 6 unter 6.)

243 „ — gt. = 36 gt. × 486 = $\frac{1}{2}$ Thlr × 486

60 „ 54 „ = 9 „ × 486 = $\frac{1}{4}$ aus 36 gt. × 486

6 „ 54 „ = 1 „ × 486 = $\frac{1}{9}$ „ 9 „ × 486

281 „ 23 „ = 562. 46. × $\frac{12}{24}$

140 „ $47\frac{1}{2}$ „ = „ „ × $\frac{6}{24}$

23 „ $31\frac{11}{12}$ „ = „ „ × $\frac{1}{24}$

273887 Thlr $66\frac{5}{12}$ gt.

11) 334 Thlr 17 sgr. 8 ₰ × $239\frac{37}{40}$ $(=240 \div \frac{3}{40})$

80160 Thlr — sgr. — ₰ = 334 Thlr × 240

136 „ — „ — „ = 17 sgr. × 240 = 8 Thlr × 17

5 „ 10 „ — „ = 8 ₰ × 240 = 20 sgr. × 8

80301 Thlr 10 sgr. — ₰

(16 „ 21 „ $10\frac{3}{5}$ „) $\frac{2}{40}$ oder $\frac{1}{20}$ × 334. 17. 8.

(8 „ 10 „ $11\frac{3}{10}$ „) $\frac{1}{40}$ oder $\frac{1}{2}$ × 16. 21. $10\frac{3}{5}$.

÷ 25 „ 2 „ $9\frac{9}{10}$ „

80276 Thlr 7 sgr. $2\frac{1}{10}$ ₰

$$\begin{array}{r} 12)\quad 1496 \times 136\,^1/_2 \\ \hline 19448 \quad \tfrac{1}{2} \text{ aus } 13 \\ 9724 \\ \hline 204204 \end{array}$$

Erkl. Die Beispiele 1), 2), 3), so wie 5), *a*) und *b*), sind aus den beigefügten Erklärungen leicht verständlich. — In 4) und in 5*d*) wurde die gemischte Zahl eingerichtet, wodurch in ersterer Aufgabe allerdings eine Abkürzung der Rechnung erreicht wurde; in 5*d*) dagegen gewährte das Einrichten von $5\,^7/_8$ keinen Vortheil, wie man denn überhaupt beim Multiplicieren mit gemischten Zahlen mit dem Einrichten derselben sparsam sein mufs, besonders wenn der Multiplicand eine mehrsortige und der Multiplicator eine grofse Zahl ist. — In 5*c*) wurde, da bei $5\,^7/_8$ nur $^1/_8$ zu 6 Ganzen fehlt, mit 6 multipliciert und vom Producte $^1/_8$ aus dem Multiplicanden abgezogen. — Da $^8/_{15}$ nach §. 34 =8 div. durch 15, so ist auch das Product von $^8/_{15}$ gleich dem 15ten Theile des Products von 8, wonach die Ausführung von Beispiel 6) leicht zu verstehen ist, und woraus sich allgemein das Verfahren für den Fall ergiebt, wo mit einer gemischten Zahl zu multiplicieren ist, in welcher der Zähler des Bruches der ganzen Zahl selbst gleich ist. In 7) wurde zuvörderst mit $^8/_{11}$ in der gewöhnlichen Weise multipliciert; die Multiplication mit 56 wurde hierauf so ausgeführt, dafs das Product der Multiplication mit dem Zähler 8 durch 7 multipliciert wurde, da 56=8×7. — In 8) erfolgte die Multiplication mit $^7/_{12}$ durch Zerlegung dieses Bruches in $^6/_{12}$ und $^1/_{12}$. — In 9) wurde zuerst mit 13 Ganzen multipliciert; da $^{13}/_{17}={}^1/_{17}$ aus 13 Ganzen, so wurde das Product von 13 (1386 ℔ — sgr. 6 ₰) durch 17 getheilt, und da $^1/_{17}={}^1/_{13}$ aus $^{13}/_{17}$, so wurde für $^1/_{17}$ der 13te Theil aus dem Producte von $^{13}/_{17}$ (81 ℔ 15 sgr. $10\,^{16}/_{17}$ ₰) genommen. — In Beispiel 10) wurden zuerst 562 ℔ mit 486 unter Anwendung des S. 6 unter 6 gelehrten Verfahrens multipliciert. Dann erfolgte die Multiplication von 46 *gt.* in der §. 25 gelehrten Weise, und hierauf wurden 562 ℔ 46 *gt.* mit $^{19}/_{24}$ nach Anleitung von §. 60 multipliciert. — In Beispiel 11) wurden $239\,^{37}/_{40}=240$ angenommen, und die Multiplication mit 240 erfolgte unter Benutzung des in §. 24 erwähnten Vortheils. Die zuviel genommenen $^3/_{40}$ wurden in $^2/_{40}$ $(={}^1/_{20})$ und $^1/_{40}$ zerlegt, das Product der Multiplication mit diesen Brüchen, der Raumersparnis wegen, sogleich unter das Hauptproduct gestellt, und nachdem die Summe dieser beiden Resultate gefunden und aufgestellt war (25. 2. $9\,^9/_{10}$), durch eine Parenthese als nicht zur Rechnung gehörig bezeichnet. Hierauf erfolgte die Subtraction dieser Summe von dem Producte der Multiplication mit 240. Aus diesen beiden Beispielen ergiebt sich, wie bei der Multiplication mit gemischten Zahlen alle Vortheile in Anwendung gebracht werden können, welche bei der Multiplication mit unbenannten Zahlen (§. 4) gelehrt worden sind. — Beispiel 12) ist in der Weise berechnet, dafs zuerst mit 13 (Zehnern) multipliciert wurde; da nun $6\,^1/_2$ = der Hälfte aus 13, so wurde das Product von 13 durch 2 getheilt, die letzte Stelle des dadurch erhaltenen Quotienten aber mufste in die Einerstelle zu stehen kommen, also eine Stelle nach rechts ausgerückt werden. Dieses Verfahren ist eine weitere Anwendung des bereits S. 6 unter 6 gelehrten Vortheils. Folgende Beispiele sind in ähnlicher Weise berechnet.

$$\begin{array}{r} 1429 \times 133\,^1/_4 \\ \hline 18577 \quad \tfrac{1}{4}\text{ a. }13 \\ 4644\,^1/_4 \\ \hline 190414\,^1/_4 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 4173 \times 157\,^1/_2 \\ \hline 62595 \quad \tfrac{1}{2}\text{ a. }15 \\ 31297\,^1/_2 \\ \hline 657247\,^1/_2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2815 \times 256\,^1/_4 \\ \hline 70375 \quad \tfrac{1}{4}\text{ a. }25 \\ 17593\,^3/_4 \\ \hline 721343\,^3/_4 \end{array}$$

§. 64. Uebungsaufgaben.

216) $23\frac{1}{8} \times 7$. 217) $12\frac{1}{16} \times 24$. 218) $16\frac{11}{18} \times 9$. 219) $65 \times 3\frac{3}{4}$. 220) $312 \times 13\frac{11}{12}$. 221) 164 *f.* 14 *xr.* $\times 6\frac{1}{2}$. 222) 92 ℛ 16 *sgr.* 8 ₰ $\times 12\frac{5}{8}$. 223) $96 \times 8\frac{8}{11}$. 224) 160 £ 12 *s.* 8 *d.* $\times 32\frac{9}{16}$. 225) $18\frac{3}{8}$ *Ctr.* à 19 ℛ. 226) 129 ℳ 8 β $\times 16\frac{17}{24}$. 227) 246 ℛ 26 *sgr.* 8 ₰ $\times 11\frac{15}{16}$. 228) $132\frac{5}{16}$ *Ctr.* à 14 ℛ 17 *ngr.* 5 ₰. 229) $242\frac{13}{20}$ £ à 25 *Fr.* 52 *cts.* 230) $17\frac{3}{4}$ *Ctr.* à 28 ℛ 12 *ngr.*. 231) 145 *f.* 36 *xr.* $\times 24\frac{8}{15}$. 232) $4832 \times 17\frac{18}{25}$. 233) 36 ℛ 18 *sgr.* 6 ₰ $\times 64\frac{11}{24}$. 234) $14\frac{11}{16}$ *Cwt.* à 19 £ 12 *s.* 6 *d.* 235) $5\frac{5}{12}$ Dtzd. à 12 ℛ 36 β in Mecklenb. 236) $1689 \times 115\frac{1}{2}$. 237) $9046 \times 113\frac{2}{3}$. 238) $1935 \times 194\frac{3}{4}$. 239) $54067 \times 184\frac{1}{2}$. 240) 249 *Ctr.* à $61\frac{1}{2}$ *f.*

§. 65. Es ist hier noch der Multiplication mit denjenigen gemischten Zahlen zu erwähnen, welche **einen oder mehrere Theile aus der Zahl 100 bilden**, weil sie sich ebenso abkürzen läſst, wie dies nach §. 4 unter 8 ff. hinsichtlich der Multiplication mit 25, 125 u. s. w. geschehen kann. In Nachfolgendem ist eine Reihe solcher gemischten Zahlen aufgestellt, womit dieselben jedoch nicht erschöpft sind, und aus den erläuterten Beispielen wird das Verfahren bei der Multiplication mit solchen Zahlen klar werden. Soll dasselbe indes wirklich nutzbringend sein, so muſs man die Bruchtheile aus 100, welche diese gemischten Zahlen geben, dem Gedächtnisse einprägen, und dann wird man, bei nicht zu groſsen Zahlen, die Berechnung meistens aus dem Kopfe machen können.

$33\frac{1}{3} = \frac{1}{3}$		$11\frac{1}{9} = \frac{1}{9}$		$6\frac{2}{3} = \frac{1}{15}$	
$66\frac{2}{3} = \frac{2}{3}$		$22\frac{2}{9} = \frac{2}{9}$		$13\frac{1}{3} = \frac{2}{15}$	
$16\frac{2}{3} = \frac{1}{6}$		$44\frac{4}{9} = \frac{4}{9}$		$26\frac{2}{3} = \frac{4}{15}$	
$83\frac{1}{3} = \frac{5}{6}$		u. s. w.		u. s. w.	
$14\frac{2}{7} = \frac{1}{7}$		$9\frac{1}{11} = \frac{1}{11}$		$6\frac{1}{4} = \frac{1}{16}$	
$28\frac{4}{7} = \frac{2}{7}$		$18\frac{2}{11} = \frac{2}{11}$		$18\frac{3}{4} = \frac{3}{16}$	
$42\frac{6}{7} = \frac{3}{7}$	aus 100	$27\frac{3}{11} = \frac{3}{11}$	aus 100	$31\frac{1}{4} = \frac{5}{16}$	aus 100
u. s. w.		u. s. w.		u. s. w.	
$12\frac{1}{2} = \frac{1}{8}$		$8\frac{1}{3} = \frac{1}{12}$		$5\frac{5}{9} = \frac{1}{18}$	
$37\frac{1}{2} = \frac{3}{8}$		$41\frac{2}{3} = \frac{5}{12}$		$27\frac{7}{9} = \frac{5}{18}$	
$62\frac{1}{2} = \frac{5}{8}$		$58\frac{1}{3} = \frac{7}{12}$		$38\frac{8}{9} = \frac{7}{18}$	
$87\frac{1}{2} = \frac{7}{8}$		$91\frac{2}{3} = \frac{11}{12}$		$61\frac{1}{9} = \frac{11}{18}$	
$3\frac{1}{3} = \frac{1}{30}$		$3\frac{1}{8} = \frac{1}{32}$		$2\frac{1}{2} = \frac{1}{40}$	
		u. s. w.			

1) $96 \times 12\frac{1}{2}$
8 in 96 = 12
12 × 100 = 1200

2) $312 \times 8\frac{1}{3}$
12 in 312 = 26
26 × 100 = 2600

3) $67 \times 12\frac{1}{2}$
8 in 67 = $8\frac{3}{8}$
$8\frac{3}{8} \times 100 = 837\frac{1}{2}$

4) $1405 \times 8\frac{1}{3}$
12 in 1405 = $117\frac{1}{12}$
$117\frac{1}{12} \times 100 = 11708\frac{1}{3}$.

Erkl. Da $12\frac{1}{2}$ nur $\frac{1}{8}$ und $8\frac{1}{3}$ nur $\frac{1}{12}$ aus 100, so müfste man, wenn man in beiden Fällen mit 100 multiplicierte, in Beispiel 1) und 3) den 8ten Theil und in Beispiel 2) und 4) den 12ten Theil aus dem erhaltenen Producte nehmen. Statt dessen ist es besser, diesen Theil zuerst aus dem Multiplicanden zu nehmen, und den Quotienten dann mit 100 zu multiplicieren. Jene Division geht nun entweder auf, wie in 1) und 2), oder sie läfst einen Rest wie in 3) und 4). Dieser Rest bildet stets einen oder mehrere Bruchtheile von derselben Benennung, welche der Multiplicator als Theil aus 100 trägt, so z. B. bei der Multiplication mit $12\frac{1}{2} = \frac{1}{8}, \frac{2}{8}$, u. s. w. bis mit $\frac{7}{8}$, bei der Multiplication mit $8\frac{1}{3} = \frac{1}{12}, \frac{2}{12}$, u. s. w. bis mit $\frac{11}{12}$, so dafs, wenn man nur weifs, wieviel diese Bruchtheile aus 100 betragen, die Rechnung sehr einfach ist. (Z. B. $68 \times 12\frac{1}{2} = 8\frac{4}{8} \times 100 = 850$; $169 \times 8\frac{1}{3} = 14\frac{1}{12} \times 100 = 1408\frac{1}{3}$; $145 \times 11\frac{1}{9} = 16\frac{1}{9} \times 100 = 1611\frac{1}{9}$.)

Bildet die als Multiplicator gegebene gemischte Zahl mehrere Theile aus 100, oder was dasselbe ist, einen Theil aus einem Vielfachen von 100, z. B.

$$62\tfrac{1}{2} = \tfrac{5}{8} \text{ von } 100 \text{ oder} = \tfrac{1}{8} \text{ aus } 500;$$
$$66\tfrac{2}{3} = \tfrac{2}{3} \text{ von } 100 \text{ oder} = \tfrac{1}{3} \text{ aus } 200,$$

so kann man die Art der Ausführung der Multiplication von der Beschaffenheit des Multiplicanden abhängig machen, wie folgende Beispiele zeigen.

1) $864 \times 62\frac{1}{2}$	2) $366 \times 66\frac{2}{3}$
8 in $864 = 108$	3 in $366 = 122$
$108 \times 500 = 54000$	$122 \times 200 = 24400$
3) $164 \times 62\frac{1}{2}$	4) $374 \times 66\frac{2}{3}$
$164 \times 5 = 820$	$374 \times 2 = 748$
8 in $820 = 102\frac{4}{8}$	3 in $748 = 249\frac{1}{3}$
$102\frac{4}{8} \times 100 = 10250$	$249\frac{1}{3} \times 100 = 24933\frac{1}{3}$

In 1) und 2) hat man mit der Division durch 8 (3) begonnen, da die Multiplicanden (864 und 366) sich durch diese Zahlen ohne Rest theilen liefsen. Letzteres ist nicht der Fall in 3) und 4). Man hätte also mit der Multiplication durch 500 (beziehentlich 200) beginnen sollen; um die Rechnung aber möglichst zu kürzen, ist nur mit 5 (beziehentlich 3) multipliciert worden; an den Producten hat man dann die Division durch 8 (3) vollzogen und die Quotienten sind hierauf mit 100 multipliciert worden.

Ist endlich die gemischte Zahl so beschaffen, dafs nur ein Theil an 100 fehlt, z. B. $87\frac{1}{2} = \frac{7}{8}$ aus 100, so nimmt man von dem Multiplicanden denselben Theil, der im Multiplicator an 100 fehlt, zieht ihn vom Multiplicanden ab, und multipliciert den Rest mit 100. Z. B.

1) $865 \times 87\frac{1}{2}$ ($\frac{7}{8}$ a. 100)	2) $1931 \times 93\frac{1}{3}$ ($\frac{14}{15}$ a. 100)
865	1931
÷ $108\frac{1}{8}$ (= $\frac{1}{8}$ a. 865)	÷ $128\frac{11}{15}$ (= $\frac{1}{15}$ a. 1931)
$756\frac{7}{8}$ (×100) = $75687\frac{1}{2}$	$1802\frac{4}{15}$ (×100) = $180226\frac{2}{3}$

Auch auf Multiplicatoren, welche ein Mehrfaches und einen Theil von 100 zugleich bilden, läfst sich dieser Vortheil anwenden. Z. B.

1) $897 \times 112\frac{1}{2}$ $(1\frac{1}{8} \times 100)$
$+\frac{1}{8} = 112\frac{1}{8}$
$1009\frac{1}{8}$ $(\times 100)$
$= 100912\frac{1}{2}$

2) $4192 \times 308\frac{1}{3}$ $(3\frac{1}{12} \times 100)$
$\times 3$
12576
$+\frac{1}{12} = 349\frac{1}{3}$
$12925\frac{1}{3} (\times 100) = 1292533\frac{1}{3}$

§. 66. Uebungsaufgaben.

241) $32 \times 33\frac{1}{3}$. 242) $108 \times 11\frac{1}{9}$. 243) $62 \times 14\frac{2}{7}$. 244) $304 \times 9\frac{1}{11}$. 245) $214 \times 87\frac{1}{2}$. 246) $114 \times 66\frac{2}{3}$. 247) $464 \times 93\frac{3}{4}$. 248) $105 \times 18\frac{3}{4}$. 249) 165 Stück à $6\frac{1}{4}$ *₰*. 250) 248 *℔* à $8\frac{1}{3}$ *ngr.* 251) 169 *Ctr.* à $12\frac{1}{2}$ *f.* 252) 321 Stück à $83\frac{1}{3}$ *cts.* in Amsterdam. 253) $1428 \times 306\frac{1}{4}$. 254) $4326 \times 616\frac{2}{3}$. 255) $1316 \times 808\frac{1}{3}$.

3) Multiplication echter Brüche und gemischter Zahlen mit echten Brüchen.

§. 67. Nach §§. 55 und 56 wird z. B. $\frac{16}{17} \times \frac{3}{8}$ entweder heifsen: Es soll aus $\frac{16}{17}$ der achte Theil gesucht und dieser 3 mal genommen, oder es soll $\frac{16}{17}$ mit 3 multipliciert und das Product durch 8 getheilt werden. In beiden Fällen wird der (nach §. 34) durch $\frac{16}{17}$ angezeigten Division eine zweite (durch den Nenner des Multiplicators, 8) hinzugefügt und das Resultat derselben ist mit dem Zähler des Multiplicators (3) zu multiplicieren, so dafs man also nur Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner zu multiplicieren hat. Es erscheinen daher beide Zähler als Factoren des Dividenden und beide Nenner als Factoren des Divisors, woraus nach §. 38 und §. 58 folgt, dafs die Zähler gegen die Nenner, wenn es sich thun läfst, abgekürzt werden können.

Beispiele.

1) $\frac{15}{64} \times \frac{3}{8}$
$= \frac{15 \times 3}{64 \times 8} = \frac{45}{512}$

2) $\frac{15}{64} \times \frac{3}{5}$
$= \frac{3 \times 3}{64 \times 1} = \frac{9}{64}$

3) $\frac{15}{64} \times \frac{8}{11}$
$= \frac{15 \times 1}{8 \times 11} = \frac{15}{88}$

4) $\frac{15}{64} \times \frac{8}{25}$
$= \frac{3 \times 1}{8 \times 5} = \frac{3}{40}$

Erkl. In Beispiel 1) wurden Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multipliciert, da sich keiner der ersteren gegen einen der letzteren aufheben oder abkürzen liefs. In Beispiel 2) konnten 15 und 5 durch 5 aufgehoben werden. In Beispiel 3) liefsen sich 64 und 8 durch 8, im 4. Beispiele 15 und 25 durch 5, und 64 und 8 durch 8 abkürzen.

§. 68. Ist eine gemischte Zahl mit einem echten Bruche zu multiplicieren, so ist sie, nach §§. 56 und 58, wie eine ganze Zahl zu behandeln. Es gelten also dieselben Regeln, welche in §§. 56 bis 61 gegeben worden sind, und wir beschränken uns daher auf einige Beispiele.

1) $15\frac{5}{8}\times\frac{3}{5}$
5 in $15\frac{5}{8}=3\frac{1}{8}$
$3\frac{1}{8}\times3=9\frac{3}{8}$

2) $17\frac{3}{4}\times\frac{5}{7}$
$17\frac{3}{4}\times5=88\frac{3}{4}$
7 in $88\frac{3}{4}=12\frac{19}{28}$

3) $184\frac{3}{8}\times\frac{5}{12}$
$184\frac{3}{8}\times5=921\frac{7}{8}$
12 in $921\frac{7}{8}=76\frac{79}{96}$

4) 108 ⁊ß $18\frac{3}{4}$ *ngr.* $\times\frac{7}{8}$
÷ 13 „ $17\frac{11}{32}$ „ (= $\frac{1}{8}$ aus 108. $18\frac{3}{4}$.)
95 ⁊ß $1\frac{13}{32}$ *ngr.*

Erkl. In Beispiel 1) wurde mit der Division durch den Nenner 5 begonnen, da derselbe in $15\frac{5}{8}$ ohne Rest enthalten ist. – In Beispiel 2) blieb bei der Division mit 7 in $88\frac{3}{4}$ ein Rest von $4\frac{3}{4}$ oder $\frac{19}{4}$, der durch 7 dividiert, $\frac{19}{28}$ als Quotienten gab. — In Beispiel 3) liefs die Division mit 12 in $921\frac{7}{8}$ einen Rest von $9\frac{7}{8}$ oder $\frac{79}{8}$. Da die Division mit 12 in 79 wieder einen Rest ergeben haben würde, so wurde sie, nach §. 38, durch Multiplication des Nenners mit 12 ausgeführt, und das Resultat war $\frac{79}{96}$. — In Beispiel 4) wurde, da $\frac{7}{8}=1\div\frac{1}{8}$, $\frac{1}{8}$ vom Multiplicanden abgezogen. Hier blieb bei der Division mit 8 in 108 ⁊ß $18\frac{3}{4}$ *ngr.* ein Rest von $2\frac{3}{4}$ oder $\frac{11}{4}$ *ngr.*, welcher, durch 8 getheilt, $\frac{11}{32}$ ergab.

§. 69. Uebungsaufgaben.

256) $\frac{3}{8}\times\frac{7}{19}$. 257) $\frac{4}{5}\times\frac{11}{13}$. 258) $\frac{5}{9}\times\frac{7}{10}$. 259) $\frac{7}{11}\times\frac{22}{31}$. 260) $\frac{9}{17}\times\frac{68}{99}$. 261) $\frac{12}{25}\times\frac{5}{24}$. 262) $\frac{348}{709}\times\frac{9}{116}$. 263) $\frac{14}{67}\times\frac{201}{406}$. 264) $\frac{3}{4}$ Dtzd. à $\frac{5}{8}$ ⁊ß. 265) $\frac{7}{8}$ Ellen à $\frac{5}{6}$ ƒ. 266) $\frac{15}{16}$ ℔. à $\frac{5}{8}$ ß. 267) $\frac{4}{7}$ *Cwt.* à $\frac{3}{4}$ £. 268) $13\frac{4}{5}\times\frac{2}{3}$. 269) $64\frac{5}{8}\times\frac{5}{9}$. 270) $63\frac{7}{9}\times\frac{5}{7}$. 271) $128\frac{5}{12}\times\frac{10}{11}$. 272) $120\frac{1}{2}$ St. à $\frac{5}{8}$ ⁊ß. 273) $164\frac{3}{8}$ ℔ à $\frac{5}{6}$ ƒ. 274) $42\frac{3}{4}$ Dtzd. à $\frac{3}{20}$ ⁊ß. 275) 126 ⁊ß $24\frac{3}{4}$ *ngr.* $\times\frac{11}{12}$. 276) $\frac{11}{16}$ ℔ à 2 ß $7\frac{1}{2}$ ß. 277) $269\frac{1}{2}$ ƒ. à $\frac{4}{7}$ ⁊ß. 278) $183\frac{3}{4}$ *Fs.* à $\frac{4}{15}$ ⁊ß. 279) $\frac{17}{20}$ £ à 13 ß $10\frac{3}{4}$ ß. 280) $\frac{15}{16}$ *Mk* à 24 ƒ. $7\frac{1}{2}$ *xr.*

4) Multiplication gemischter Zahlen mit gemischten Zahlen.

§. 70. Sind beide Factoren unbenannte oder einsortige benannte Zahlen, so kann man sie beide in unechte Brüche verwandeln oder einrichten (§. 47), und die Multiplication erfolgt dann nach §. 67, wie in den nachfolgenden Beispielen 1) und 2). In der Regel aber wird es besser sein, beide Brüche unverändert zu lassen, und die Multiplication, so wie sie in §. 63 für Multiplication ganzer Zahlen mit gemischten Zahlen gelehrt worden ist, zu vollziehen, besonders wenn einer der Factoren aus einer mehrsortigen und gemischten Zahl besteht.

Beispiele.

1) $18\frac{3}{4}\times3\frac{5}{8}$
$=\frac{75}{4}\times\frac{29}{8}=\frac{2175}{32}=67\frac{31}{32}$

2) $12\frac{1}{2}$ *Ctr.* à $7\frac{3}{5}$ ƒ.
$=\frac{25}{2}\times\frac{38}{5}=\frac{5\times19}{1\times1}=95$ ƒ.

oder:

$18\frac{3}{4}\times 3\frac{5}{8}$... $\times 5$

8) $93\frac{3}{4}$

$11\frac{23}{32} = 18\frac{3}{4}\times\frac{5}{8}$

$56\frac{1}{4} = 18\frac{3}{4}\times 3$

$67\frac{31}{32}$

2) $7\frac{3}{5}\times 12\frac{1}{2}$

$3\frac{4}{5} = 7\frac{3}{5}\times\frac{1}{2}$

$91\frac{1}{5} = 7\frac{3}{5}\times 12$

95

3) $5\frac{3}{8}$ Ctr. à 12 ꝛß $17\frac{1}{2}$ ngr.

12 ꝛß $17\frac{1}{2}$ ngr. $\times 3$

8) 37 ꝛß $22\frac{1}{2}$ ngr.

4 ꝛß $21\frac{9}{16}$ ngr. $= 12.\ 17\frac{1}{2}\times\frac{3}{8}$

62 „ $27\frac{1}{2}$ „ $= 12.\ 17\frac{1}{2}\times 5$

67 ꝛß $19\frac{1}{16}$ ngr.

4) $27\frac{3}{4}$ ℔ à 9 ƒ. $22\frac{1}{2}$ xr.

$(27\frac{3}{4} = 28 \div \frac{1}{4};\ 28 = 4\times 7)$

9 ƒ. $22\frac{1}{2}$ xr. $\times 4$

37 ƒ. 30 xr. $\times 7$

262 ƒ. 30 xr.

$\div$ 2 „ $20\frac{5}{8}$ „ $= \frac{1}{4}$ aus 9 ƒ. $22\frac{1}{2}$ xr.

260 ƒ. $9\frac{3}{8}$ xr.

5) $5\frac{5}{8}$ Ellen à 13 ꝑ $12\frac{1}{2}$ ß

13 ꝑ $12\frac{1}{2}$ ß $\times 5$

68 ꝑ $14\frac{1}{2}$ ß

\+ 8 „ $9\frac{13}{16}$ „ $= 13.\ 12\frac{1}{2}\times\frac{5}{8}$ (vgl. §. 63, Beisp. 6.)

77 ꝑ $8\frac{5}{16}$ ß

6) 408 £ 16 s. $3\frac{1}{2}$ d. $\times 8\frac{5}{16}$... $\times 8$

3270 £ 10 s. 4 d.

102 „ 4 „ $\frac{7}{8}$ „ $= \frac{4}{16}$

25 „ 11 „ $\frac{7}{32}$ „ $= \frac{1}{16}$

3398 £ 5 s. $5\frac{3}{32}$ d.

Anm. Das in §. 65 gelehrte Verfahren für Multiplication mit gemischten Zahlen welche Theile aus 100 bilden, läfst sich, wenn der Multiplicand eine gemischte Zahl ist, nur dann mit Vortheil anwenden, wenn letzterer so beschaffen ist, dafs er durch Multiplication mit 100 in eine ganze Zahl verwandelt wird. Z. B.

$463\frac{1}{2}\times 12\frac{1}{2} = 8$ in $(463\frac{1}{2}\times 100)$ $46350 = 5793\frac{3}{4}$

$209\frac{4}{5}\times 33\frac{1}{3} = 3$ in $(209\frac{4}{5}\times 100)$ $20980 = 6993\frac{1}{3}$.

§. 71. Uebungsaufgaben.

281) $13\frac{1}{8}\times 6\frac{1}{9}$. 282) $27\frac{5}{12}\times 3\frac{5}{8}$. 283) $184\frac{5}{7}\times 12\frac{6}{11}$. 284) $16\frac{1}{4}\times 9\frac{4}{5}$. 285) $17\frac{3}{4}$ ℔ à $3\frac{1}{2}$ ꝑ. 286) $19\frac{1}{8}$ Ctr. à $4\frac{3}{4}$ ꝛß. 287) $152\frac{1}{2}$ Stück à $6\frac{1}{4}$ ƒ. 288) $325\frac{3}{5}$ Ctr. à $37\frac{1}{2}$ ꝛß.

289) $62\frac{1}{2}$ Dtzd. $3\frac{3}{5}$ ℛ. 290) $9\frac{3}{4}$ *Cwt.* à 4 £ 17 *s.* $8\frac{1}{2}$ *d.*
291) $12\frac{7}{8}$ £ à 13 ß̸ $8\frac{3}{4}$ ß. 292) $25\frac{5}{8}$ *Ctr.* à 19 ℛ $18\frac{3}{4}$ *sgr.*
293) $9\frac{11}{16}$ *Mk.* à 24 ƒ. $33\frac{1}{2}$ *xr.* 294) $184\frac{3}{4}$ Ellen à 4 ℛ $13\frac{1}{8}$ *ngr.*
295) $119\frac{1}{2}$ ℔ à 4 ƒ. $36\frac{1}{2}$ *xr.*

d) Division der Brüche.

§. 72. Da viele Fälle in der Multiplication der Brüche, wie wir bereits gesehen haben, eine Division mit sich bringen, auch schon in §. 37 nachgewiesen ist, dafs ein Bruch auf doppeltem Wege dividiert werden kann, so darf eigentlich das Hauptsächliche aus der Division der Brüche als bekannt vorausgesetzt werden. Bemerkt sei daher nur, dafs allein die Beschaffenheit des Divisors einen Unterschied in der Lösung der zur Division der Brüche gehörigen Aufgaben begründet, je nachdem derselbe nämlich eine ganze Zahl, ein echter Bruch oder eine gemischte Zahl ist, obschon die beiden letzten Fälle auf eine und dieselbe Weise zu behandeln sind, da es nur darauf ankommt, die echten Brüche oder die gemischten Zahlen in ganze Zahlen zu verwandeln.

1) Der Divisor ist eine ganze Zahl.

§. 73. Ist der Dividend ein echter Bruch, so dividiert man dessen Zähler durch den Divisor (Beisp. 1); dafern sich diese Division aber nicht ausführen läfst oder einen Rest ergiebt, multipliciert man mittelst des Divisors den Nenner des Dividenden (Beisp. 2). Lassen sich Divisor und Zähler des Dividenden durch eine und dieselbe Zahl abkürzen, so thue man dies vor der eben erwähnten Multiplication (Beisp. 3). — Ist der Dividend eine gemischte Zahl, so erfolgt die Division zuerst in die ganze Zahl; bleiben hierbei Ganze übrig, so werden sie nebst dem Bruche in einen unechten Bruch verwandelt und dieser wird ebenso wie ein echter Bruch dividiert (Beisp. 4). Die Verwandlung des Dividenden in einen unechten Bruch mufs natürlich schon vor der Division eintreten, wenn die Anzahl der Ganzen des Dividenden kleiner ist, als die der Ganzen des Divisors (Beisp. 5 und 6).

Beispiele.

1) $5 \text{ in } \frac{10}{11} = \frac{2}{11}$

2) $9 \text{ in } \frac{4}{5} = \frac{4}{9 \times 5} = \frac{4}{45}$

3) $12 \text{ in } \frac{18}{25}$
$= 2 \text{ in } \frac{3}{25}$
$= \frac{3}{25 \times 2} = \frac{3}{50}$

4) $8 \text{ in } 26\frac{1}{2} = 3\frac{5}{16}$
$8 \text{ in } 26\frac{1}{2} = 3$
Rest $2\frac{1}{2} : 8 = \frac{5}{2} : 8 = \frac{5}{2 \times 8} = \frac{5}{16}$

5) $16 \text{ in } 13\frac{1}{2}$
$= 16 \text{ in } \frac{27}{2}$
$= \frac{27}{2 \times 16} = \frac{27}{32}$

6) $15 \text{ in } 6\frac{3}{4}$
a) $= 15 \text{ in } \frac{27}{4} = 5 \text{ in } \frac{9}{4} = \frac{9}{20}$
b) $= 5 \text{ in } 2\frac{1}{4} = 5 \text{ in } \frac{9}{4} = \frac{9}{20}$

Erkl. In Beispiel 1) wurde mit 5 in den Zähler 10 dividiert und das Resultat war demnach $^2/_{11}$. — In Beispiel 2) war die Division, da 4 durch 9 sich nicht theilen läfst, durch Multiplication des Nenners 5 zu vollziehen. — In Beispiel 3) konnten, vor Multiplication des Nenners mit 12, diese Zahl und der Zähler 18 durch 6 abgekürzt werden. — Das Verfahren in Beispiel 4) und 5) ergiebt sich aus der aufgestellten Berechnung selbst. In Beispiel 6*a*) wurden der Divisor 15 und der Zähler 27 durch 3 abgekürzt; man konnte aber auch, wie in *b*) geschehen, die Abkürzung durch 3 schon vor Einrichtung der gemischten Zahl vornehmen.

§. 74. Der Fall, wo der Dividend aus einer mehrsortigen gemischten Zahl besteht, ist natürlich ebenso zu behandeln, als wenn der Dividend eine unbenannte oder einsortige Zahl ist. Z. B. 16 *Ctr.* kosten 108 *ℬ* $17\,^1/_2$ *ngr.*; wieviel kostet 1 *Ctr.*? = 6 *ℬ* $23\,^{19}/_{32}$ *ngr.*

16 in 108 *ℬ* $17\,^1/_2$ *ngr.* = 6 *ℬ* 23 *ngr.*

Rest $9\,^1/_2$ *ngr.* : 16 = $^{19}/_2$ *ngr.* : 16 = $^{19}/_{32}$ *ngr.*

§. 75. Uebungsaufgaben.

296) 7 in $^7/_9$. 297) 8 in $^{16}/_{17}$. 298) 5 in $^{12}/_{19}$. 299) 11 in $^{23}/_{32}$. 300) 14 in $^{16}/_{21}$. 301) 12 in $^{18}/_{61}$. 302) 21 in $^7/_{11}$. 303) 27 in $^{18}/_{65}$. 304) 168 in $^{24}/_{37}$. 305) 16 in $^7/_{12}$. 306) 4 in $12\,^4/_5$. 307) 27 in $108\,^{81}/_{92}$. 308) 9 in $4\,^1/_2$. 309) 12 in $5\,^1/_5$. 310) 35 in $12\,^1/_4$. 311) 120 in $248\,^3/_4$. 312) 6 Stück kosten 24 *ℬ* $24\,^3/_4$ *ngr.*; wieviel 1 Stück? 313) 16 *℔.* = 34 *ℬ* $12\,^1/_2$ *sgr.*; wieviel 1 *℔.*? 314) Für 273 Ld'or. bezahlt man 2962 *ℳ* $7\,^5/_8$ *β*; wieviel für 1 Ld'or? 315) 29 Unzen Silber kosten 7 *£* 1 *s.* $11\,^3/_4$ *d.*; wieviel 1 Unze?

2) Der Divisor ist ein echter Bruch oder eine gemischte Zahl.

§. 76. Hier kommt es nur darauf an, den Divisor in eine ganze Zahl zu verwandeln, um die Berechnung der hierher gehörigen Aufgaben entweder als eine Division mit ganzen Zahlen oder ganz nach §. 73 vollziehen zu können. — Um aber einen echten Bruch oder eine gemischte Zahl in eine ganze Zahl zu verwandeln, darf man beide nur mit dem Nenner des Bruches multiplicieren; denn z. B. $^3/_8 \times 8 = 3$; $4\,^3/_5 \times 5 = 23$. (Vgl. §. 55, Erkl.)

Man verwandle also den Divisor durch Multiplication mit seinem Nenner in eine ganze Zahl, und dividiere in den ebenfalls mit diesem Nenner multiplicierten Dividenden nach Anleitung von §. 73. — Wenn der in eine ganze Zahl verwandelte Divisor im Dividenden aufgeht, so kann man auch vor der Multiplication des letztern dividieren. (Beisp. 4.)

a) Der Divisor ist ein echter Bruch.

Beispiele.

1) $^3/_4$ in 7
$= 3$ in 7×4
$= 3$ in $28 = 9\,^1/_3$

2) $^5/_9$ in 15
$= 5$ in 15×9
$= 3 \times 9 = 27$

3) $^{18}/_{25}$ in 12
$= 18$ in 12×25
$= 3$ in 2×25
$= 3$ in $50 = 16\,^2/_3$

4) $^3/_4$ in $^9/_{11}$
$= 3$ in $^9/_{11} \times 4$
$= {}^3/_{11} \times 4 = {}^{12}/_{11} = 1\,^1/_{11}$

5) $^8/_{15}$ in $^{12}/_{25}$
$= 8$ in $^{12}/_{25} \times 15$
$= 2$ in $^3/_5 \times 3$
$= 2$ in $^9/_5 = {}^9/_{10}$

6) $^7/_8$ in $^5/_9$
$= 7$ in $^5/_9 \times 8$
$= 7$ in $^{40}/_9 = {}^{40}/_{63}$

7) $^5/_6$ in $3\,^1/_2$
$= 5$ in $3\,^1/_2 \times 6$
$= 5$ in $21 = 4\,^1/_5$

8) $^5/_8$ in $3\,^2/_3$
$= 5$ in $3\,^2/_3 \times 8$
$= 5$ in $29\,^1/_3 = 5\,^{13}/_{15}$

Erkl. Das Verfahren in Beispiel 1), 2), 4), 6) und 7) ergiebt sich leicht aus der aufgestellten Berechnung selbst. — Ehe in Beispiel 3) die Multiplication des Dividenden 12 mit dem Nenner 25 erfolgte, wurden 18 und 12 durch 6 abgekürzt; ebenso in Beispiel 5) der Divisor 8 und der Dividend $^{12}/_{25}$ durch 4. Die Multiplication von $^3/_{25} \times 15$ ergab $^3/_5 \times 3$ (vgl. §. 58). — In Beispiel 8) gab die Division mit 5 in $29\,^1/_3 = 5$ Ganze und einen Rest von $4\,^1/_3$ oder $^{13}/_3$; $^{13}/_3$ dividiert durch 5 aber giebt $^{13}/_{15}$.

Ist der Divisor nur um einen Bruchtheil kleiner als Eins, so hat man den Dividenden nur durch den Zähler des Divisors zu dividieren, und den erhaltenen Quotienten dem Dividenden hinzuzufügen. Man nehme die Beispiele 1), 6) und 7).

$$\begin{array}{r} 7 \\ + \,^1/_3 \text{ aus } 7 = 2\,^1/_3 \\ \hline 9\,^1/_3 \end{array} \qquad \begin{array}{r} ^5/_9 \\ + \,^1/_7 \text{ aus } ^5/_9 = {}^5/_{63} \\ \hline ^{40}/_{63} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3\,^1/_2 \\ + \,^1/_5 \text{ aus } 3\,^1/_2 = {}^7/_{10} \\ \hline 4\,^1/_5 \end{array}$$

Der Grund für dieses Verfahren läſst sich leicht nachweisen. Dividiert man wie in §. 76 gelehrt ist, so hat man 3 in 7×4; 7 in $^5/_9 \times 8$; 5 in $3\,^1/_2 \times 6$, oder, die Division an dem einen der Factoren des Dividenden, nämlich an der ganzen Zahl, ausgeführt: $7 \times 1\,^1/_3$; $^5/_9 \times 1\,^1/_7$; $3\,^1/_2 \times 1\,^1/_5$, woraus sich das Addieren des 3ten, 7ten und 5ten Theils leicht erklärt.

b) Der Divisor ist eine gemischte Zahl.

Beispiele.

1) $3\,^1/_2$ in 26
$= 7$ in 26×2
$= 7$ in $52 = 7\,^3/_7$

2) $6\,^3/_4$ in 36
$= 27$ in 36×4
$= 3$ in $4 \times 4 = 5\,^1/_3$

3) $4\frac{1}{2}$ in $\frac{4}{5}$
$= 9$ in $\frac{4}{5} \times 2$
$= 9$ in $\frac{8}{5} = \frac{8}{45}$

4) $12\frac{1}{2}$ in $\frac{15}{16}$
$= 25$ in $\frac{15}{16} \times 2$
$= 5$ in $\frac{3}{8} = \frac{3}{40}$

5) $8\frac{3}{4}$ in $12\frac{1}{6}$
$= 35$ in $12\frac{1}{6} \times 3$
$= 35$ in $48\frac{2}{3} = 1\frac{41}{105}$

6) $7\frac{1}{2}$ in $35\frac{5}{6}$
$= 15$ in $35\frac{5}{6} \times 2$
$= 3$ in $7\frac{1}{6} \times 2$
$= 3$ in $14\frac{1}{3} = 4\frac{7}{9}$.

Erkl. Die Beispiele 1), 3) und 5) sind ohne weitere Erläuterung verständlich. — In Beispiel 2) wurden der Divisor 27 und der Dividend 36 durch 9 abgekürzt; ebenso in Beispiel 6) der Divisor 15 und der Dividend $35\frac{5}{6}$ durch 5. — In Beispiel 4) wurden der Divisor 25 und der Dividend $\frac{15}{16}$ durch 5 abgekürzt, und die Multiplication von $\frac{3}{16}$ mit 2 ergab $\frac{3}{8}$ (vgl. §. 59).

Dafs die Division auf dieselbe Weise erfolgt, wenn die gemischte Zahl eine mehrsortige ist, versteht sich von selbst. Daher ist z. B. für die Aufgabe: $6\frac{3}{4}$ *Ctr.* kosten 63 *ℳ* $18\frac{1}{2}$ *ngr.*, wieviel kostet 1 *Ctr.*? die Berechnung:

27 in 63 *ℳ* $18\frac{1}{2}$ *ngr.* $\times$ 4.

§. 77. Gehört der Divisor unter die in §. 65 erwähnten gemischten Zahlen, welche gewisse Theile aus 100 bilden, und ist der Dividend eine unbenannte oder einsortige benannte Zahl, so läfst sich die Division meistens sehr abkürzen, wie aus folgenden Beispielen hervorgeht. (Vgl. auch §. 117 am Ende.)

1) $12\frac{1}{2}$ in 423
$= 100$ in 423×8
$= 33\frac{84}{100} = 33\frac{21}{25}$

2) $6\frac{1}{4}$ in $134\frac{1}{2}$
$= 100$ in $134\frac{1}{2} \times 16$
$= 21\frac{52}{100} = 21\frac{13}{25}$

3) $37\frac{1}{2}$ in 264
$= 300$ in 264×8
$= 100$ in 88×8
$= 7\frac{4}{100} = 7\frac{1}{25}$

4) $31\frac{1}{4}$ *Ctr.* kosten 1985 *ℳ*; w. v. kostet 1 *Ctr.*?
$31\frac{1}{4}$ in 1985
$= 500$ in 1985×16
$= 100$ in 397×16
$= 63\frac{52}{100} = 63\frac{13}{25}$ *ℳ*

Erkl. Da $12\frac{1}{2} = \frac{1}{8}$ und $6\frac{1}{4} = \frac{1}{16}$ aus 100, so konnte in beiden Beispielen durch 100 dividiert werden. Da aber der Divisor im 1. Beispiel 8 mal, im 2. Beispiel 16 mal so grofs angenommen wurde, als er ist, so mufste auch der betreffende Dividend 8 mal und 16 mal genommen werden. — In Beispiel 3) ist $37\frac{1}{2} = \frac{3}{8}$ aus $100 = \frac{1}{8}$ aus 300, und in Beispiel 4) ist $31\frac{1}{4} = \frac{5}{16}$ aus $100 = \frac{1}{16}$ aus 500. Die Ausführung dieser Divisionen und die dabei vorgenommenen Abkürzungen sind auch ohne weitere Erklärung verständlich.

§. 78. Uebungsaufgaben.

316) $\frac{7}{9}$ in 21. 317) $\frac{7}{12}$ in 24. 318) $\frac{25}{37}$ in 35. 319) $\frac{9}{16}$ in 18. 320) $\frac{7}{8}$ in $\frac{5}{7}$. 321) $\frac{3}{4}$ in $\frac{3}{8}$. 322) $\frac{5}{8}$ in $\frac{7}{8}$. 323) $\frac{8}{17}$ in $\frac{16}{51}$. 324) $\frac{3}{4}$ in $4\frac{7}{8}$. 325) $\frac{3}{8}$ in $15\frac{6}{7}$. 326) $\frac{7}{9}$ in $16\frac{1}{3}$. 327) $\frac{5}{12}$ in $18\frac{1}{4}$.

328) $36\frac{1}{2}$ in 292. 329) $13\frac{3}{4}$ in 296. 330) $12\frac{1}{2}$ in 805. 331) $6\frac{1}{4}$ in 412. 332) $66\frac{2}{3}$ in 417. 333) $7\frac{1}{2}$ in $\frac{5}{9}$. 334) $14\frac{1}{2}$ in $\frac{87}{112}$. 335) $5\frac{3}{4}$ in $8\frac{1}{2}$. 336) $13\frac{1}{2}$ in $16\frac{2}{3}$. 337) $14\frac{2}{5}$ in $8\frac{8}{9}$. 338) $12\frac{1}{2}$ in $168\frac{1}{4}$. 339) $8\frac{1}{3}$ in $104\frac{3}{4}$.

340) $13\frac{5}{6}$ Dtzd. kosten 19 *f.* 22 *xr.*; wieviel kostet 1 Dtzd.? 341) $154\frac{3}{4}$ *℔* = 90 *ß* 23 *ngr.* 6 *₰*; wieviel 1 *℔*? 342) $123\frac{1}{4}$ Elle = 389 *ß* — *ß* $1\frac{1}{2}$ *₰*; wieviel 1 Elle? 343) $124\frac{5}{8}$ *£* betragen 1690 *ß* $3\frac{5}{8}$ *ß*; wieviel 1 *£*? 344) $7\frac{1}{2}$ Dtzd. = 5 *£* $3\frac{1}{8}$ *s.*; wieviel 1 Dtzd.? 345) $9\frac{7}{8}$ *Mk.* Gold kosten $3678\frac{7}{16}$ *f.*; wieviel 1 *Mk.*?

3) Resolvierung der Brüche.

§. 79. Einen Bruch **resolvieren** heifst: einen Bruch einer höhern Sorte in ganze Zahlen oder auch in einen Bruch der niedern Sorte auflösen. Das Verfahren dabei ist folgendes:

a) Man multipliciert den Zähler des Bruches mit der Reductionszahl und dividiert das Product durch den Nenner. Z. B. $\frac{5}{8}$ *ß*; wieviel Silbergroschen?

5×30 dividiert durch $8 = 18\frac{3}{4}$ *sgr.*

b) Geht der Nenner in der anzuwendenden Reductionszahl auf, so kann man mit der Division durch den Nenner beginnen, und den Quotienten mit dem Zähler multiplicieren. Z. B. $\frac{7}{12}$ *ß* in Bremen; wieviel Grot?

12 in $72 = 6$; $6 \times 7 = 42$ *gt.*

c) Geht die Reductionszahl in dem Nenner auf, so dividiere man letztern durch dieselbe; das Resultat ist entweder ein echter Bruch oder eine gemischte Zahl. Z. B.

$\frac{3}{64}$ *Mk.*; wieviel Loth?

$$\frac{3 \times 16}{64} = \frac{3 \times 1}{4} = \frac{3}{4} \text{ Lth.}$$

$\frac{11}{40}$ *£*; wieviel Schillinge?

$$\frac{11 \times 20}{40} = \frac{11}{2} = 5\frac{1}{2} \text{ s.}$$

d) Lassen sich der Nenner des Bruches und die Reductionszahl durch eine und dieselbe Zahl theilen, so thue man dies und verfahre dann nach *a*. — Wie zu verfahren, wenn die Reductionszahl eine gemischte Zahl ist, erläutern die Beispiele 3) und 4).

1) $\frac{19}{32}$ *f.*; wieviel Kreuzer und Pfennige?

$\frac{19 \times 60}{32} = \frac{19 \times 15}{8} = \frac{285}{8} = 35\frac{5}{8}$ *xr.*; $\frac{5 \times 4}{8} = \frac{5}{2}$ *₰* $= 2\frac{1}{2}$ *₰*; also 35 *xr.* $2\frac{1}{2}$ *₰*.

2) $\frac{1964}{4875}$ Centner in Preufsen; wieviel Pfund u. s. w.?

$\frac{1964 \times 100}{4875} = \frac{1964 \times 4}{195} = \frac{7856}{195} = 40\frac{56}{195}$ *℔*; $\frac{56 \times 30}{195} = \frac{56 \times 2}{13} = \frac{112}{13} = 8\frac{8}{13}$ *Lth.*; $\frac{8 \times 10}{13} = \frac{80}{13} = 6\frac{2}{13}$ *Qt.*; also 40 *℔* 8 *Lth.* $6\frac{2}{13}$ *Qt.*

3) $^{173}/_{480}$ # à $3\,^{1}/_{4}$ ₰; wieviel Thaler u. s. w. in Berlin?

$$\frac{173\times3\frac{1}{4}}{480}=\frac{173\times13}{480\times4}=\frac{2249}{1920}=1\frac{329}{1920}\text{ ₰};\quad \frac{329\times30}{1920}=\frac{329\times1}{64}=5\frac{9}{64}\text{ sgr.}$$

$$\frac{9\times12}{64}=\frac{9\times3}{16}=1\,^{11}/_{16}\text{ ₰; also } 1 \text{ ₰ } 5 \text{ sgr. } 1\,^{11}/_{16}\text{ ₰.}$$

4) $^{2164}/_{5805}$ neue deutsche Goldkronen à 13 f. $77\,^{1}/_{2}$ Neukr. österr. Währung; wieviel Gulden und Neukreuzer?

$$\frac{2164\times1377\frac{1}{2}}{5805}=\frac{2164\times2755}{5805\times2}=\frac{1082\times551}{1161}=513\frac{589}{1161}\text{ Nkr.}=5\text{ f.}$$
$$13\frac{589}{1161}\text{ Nkr.}$$

Durch Zerlegung des gegebenen Bruches in solche Theile, deren Werth in der niedern Sorte sich ohne schriftliche Berechnung leicht ermitteln läfst, gewinnt die Rechnung in vielen Fällen an Einfachheit. Z. B.

$^{17}/_{64}$ f.; wieviel Kreuzer?
$^{16}/_{64}=^{1}/_{4}$ f. = 15 *xr.*
$^{1}/_{64}=^{1}/_{16}$ aus $^{16}/_{64}$ = $^{15}/_{16}$ „
$15\,^{15}/_{16}$ *xr.*

$^{8}/_{15}$ Ctr. à 110 ℔; w. v. Pfund?
$^{5}/_{15}=^{1}/_{3}$ Ctr. = $36\,^{2}/_{3}$ ℔
$^{3}/_{15}=^{1}/_{5}$ Ctr. = 22 „
$58\,^{2}/_{3}$ ℔.

Ist der zu reducierende Bruch nur um einen Bruchtheil kleiner als ein Ganzes, so suche man den Werth dieses Bruchtheils in den niedern Sorten und ziehe denselben von der Reductionszahl ab. Z. B. $^{14}/_{15}$ ₰ in Bremen; w. v. Grot und Schwaren?

$^{15}/_{15}$ ₰ = 72 *gt.* — *Schw.*
÷ $^{1}/_{15}$ „ = 4 „ 4 „
67 *gt.* 1 *Schw.*

§. 80. Uebungsaufgaben.

346) Augsburg. $^{7}/_{8}$ f.; wieviel Kreuzer und Pfennige?
347) Berlin. $^{7}/_{8}$ ₰; wieviel Silbergroschen und Pfennige?
348) Desgl. $^{364}/_{885}$ Ctr.; wieviel Pfund u. s. w.?
349) Frankfurt a. M. $^{27}/_{55}$ f.; wieviel Kreuzer und Pfennige?
350) Hamburg. $^{125}/_{321}$ ℳ; wieviel Schillinge und Pfennige?
351) Desgl. *a*) $^{187}/_{240}$ Ld'or. à $11\,^{1}/_{4}$ ℳ; *b*) $^{201}/_{517}$ Goldkr. à 18 ℳ $4\,^{3}/_{4}$ β; w. v. Mark, Schill. und Pf.?
352) Leipzig. $^{29}/_{450}$ ₰; wieviel Neugr. und Pfennige?
353) Desgl. $^{265}/_{816}$ # à $3\,^{1}/_{5}$ ₰; wieviel Thaler u. s. w.?
354) London. $^{1211}/_{1814}$ £; wieviel Schillinge und *Pence?*
355) Lübeck. $^{263}/_{972}$ S℔; wieviel Liespfund u. s. w.?
356) Paris. $^{7}/_{8}$ £ à 25 *Fr.* 50 *cts.*; wieviel *Francs* und *Centimes*?
357) Petersburg. $^{5567}/_{10000}$ Pud; wieviel Pfund u. s. w.?
358) Wien. $^{29}/_{78}$ *Mk.*; wieviel Loth und Quintel?

4) Verwandlung niederer Sorten in einen Bruch einer höhern Sorte.

§. 81. *A*) Nur eine ganze Zahl, eine gemischte Zahl oder ein echter Bruch einer niedern Sorte ist in einen Bruch der nächst höhern Sorte zu verwandeln.

a) Es sollen 5 *ngr.* in einen Thalerbruch verwandelt werden. Da 1 *ꝑ* = 30 *ngr.*, so ist 1 *ngr.* = 1 *ꝑ* dividiert durch 30 = $^1/_{30}$ *ꝑ* und demnach sind 5 *ngr.* = 5 × $^1/_{30}$ *ꝑ* = $^5/_{30}$ *ꝑ* = $^1/_6$ *ꝑ*. Daraus ergiebt sich die Regel: Man betrachte die gegebenen Ganzen als den Zähler eines Bruches, dessen Nenner die Reductionszahl (§. 8) ist, und kürze diesen Bruch, wenn möglich, ab.

Beispiele.

1) 7 *₰*; w. v. Neugroschen? = $^7/_{10}$ *ngr.*
2) 27 *gt.*; wieviel Thaler in Bremen? = $^{27}/_{72}$ = $^3/_8$ *ꝑ*.
3) 48 *℔*; wieviel Centner in Baden? = $^{48}/_{100}$ = $^{12}/_{25}$ *Ctr.*

b) Es sollen $4^1/_2$ *ngr.* in einen Thalerbruch verwandelt werden. Da 1 *ngr.* = 1 *ꝑ* dividiert durch 30, so sind $4^1/_2$ *ngr.* = $4^1/_2$ *ꝑ* dividiert durch 30. Wird diese Division nach §. 73 ausgeführt, so erhält man $\frac{9}{2\times 30} = \frac{3}{2\times 10} = \frac{3}{20}$ *ꝑ*.

Beispiele.

1) $17^1/_2$ Neukreuzer österr. Währung; wieviel Gulden? = $\frac{35}{2\times 100} = \frac{7}{2\times 20} = {}^7/_{40}$ *f*.
2) $9^3/_4$ Loth in Berlin; wieviel Pfund? = $\frac{39}{4\times 30} = \frac{13}{4\times 10} = {}^{13}/_{40}$ *℔*.
3) $7^3/_8$ *sgr.*; wieviel Thaler? = $\frac{59}{8\times 30} = {}^{59}/_{240}$ *ꝑ*.
4) $10^1/_2$ *₰*; wieviel Schillinge? = $\frac{21}{2\times 12} = \frac{7}{2\times 4} = {}^7/_8$ *β*.

c) Es sollen $^3/_4$ *₰* in einen Bruch vom Neugroschen verwandelt werden. Da 1 *₰* = 1 *ngr.* dividiert durch 10 = $^1/_{10}$ *ngr.* ist, so sind $^3/_4$ *₰* = $^3/_4$ *ngr.* dividiert durch 10. Diese Division, nach §. 73 ausgeführt, giebt $\frac{3}{4\times 10} = {}^3/_{40}$ *ngr.*

Beispiele.

1) $^7/_8$ *xr.*; wieviel Gulden? = $\frac{7}{8\times 60} = {}^7/_{480}$ *f*.
2) $^3/_4$ *Lth.*; wieviel Pfund (à 32 *Lth.*)? = $\frac{3}{4\times 32} = {}^3/_{128}$ *℔*.
3) $^8/_9$ *β*; wieviel Mark? = $\frac{8}{9\times 16} = \frac{1}{9\times 2} = {}^1/_{18}$ *ℳ*.
4) $^7/_8$ *℔* in Preuſsen; w. v. Centner? = $\frac{7}{8\times 100} = {}^7/_{800}$ *Ctr.*

B) Es soll eine ganze Zahl, eine gemischte Zahl oder ein echter Bruch einer niedern Sorte in einen Bruch der höchsten Sorte verwandelt werden.

a) 4 ₰ in Sachsen; wieviel Thaler? Da 1 ℛ = 300 ₰, so ist 1 ₰ = 1 ℛ dividiert durch 300 = $^1/_{300}$ ℛ; 4 ₰ also = $^4/_{300}$ = $^1/_{75}$ ℛ. Oder: 4 ₰ sind = $^4/_{10}$ = $^2/_5$ *ngr.* und $^2/_5$ *ngr.* sind nach *A*) unter *c*) $= \frac{2}{5\times 30} = \frac{1}{5\times 15} = {}^1/_{75}$ ℛ.

b) $4^1/_2$ ₰ in Preufsen; wieviel Thaler? Entweder: $\frac{4^1/_2}{360} = \frac{9}{2\times 360} = \frac{1}{2\times 40} = {}^1/_{80}$ ℛ; oder $\frac{4^1/_2}{12} = \frac{9}{2\times 12} = \frac{3}{2\times 4} = {}^3/_8$ *sgr.* und $^3/_8$ *sgr.* $= \frac{3}{8\times 30} = \frac{1}{8\times 10} = {}^1/_{80}$ ℛ.

c) $^3/_4$ ₰ in Bayern; wieviel Gulden? Entweder $= \frac{^3/_4}{240} = \frac{3}{4\times 240} = \frac{1}{320}$ ƒ. Oder $^3/_4$ ₰ $= \frac{^3/_4}{4} = {}^3/_{16}$ *xr.* und $^3/_{16}$ *xr.* $= \frac{3}{16\times 60} = {}^1/_{320}$ ƒ.

Beispiele.

1) 3 ₰; wieviel Mark? $= {}^3/_{12} = {}^1/_4$ β $= \frac{1}{4\times 16} = {}^1/_{64}$ ℳ.

2) $4^1/_6$ ₰; wieviel Thaler? $= \frac{25}{6\times 12} = \frac{25}{72}$ *sgr.* $= \frac{25}{72\times 30} = \frac{5}{72\times 6} = {}^5/_{432}$ ℛ.

3) $3^1/_8$ Doli in Petersburg; wieviel Pud? $= \frac{25}{8\times 96} = \frac{25}{768}$ Sol. $= \frac{25}{768\times 96}$
$= \frac{25}{73728}$ ℔ $= \frac{25}{73728\times 40} = \frac{5}{73728\times 8} = \frac{5}{589824}$ Pud.

4) $^4/_5$ ₰; wieviel Gulden? $= \frac{4}{5\times 4} = {}^1/_5$ *xr.* $= \frac{1}{5\times 60} = {}^1/_{300}$ ƒ.

C) Es sollen mehrere niedere Sorten in einen Bruch einer höhern Sorte verwandelt werden. — Das Verfahren ergiebt sich aus dem Vorhergehenden. Folgende Beispiele mögen zur Erläuterung dienen.

1) 14 *ngr.* 6 ₰; wieviel Thaler?
6 ₰ $= {}^6/_{10} = {}^3/_5$ *ngr.*; $14^3/_5$ *ngr.* $= {}^{73}/_5$ *ngr.* $= \frac{73}{5\times 30} = \frac{73}{150}$ ℛ.

2) 16 *xr.* $3^1/_2$ ₰; wieviel Gulden?
$3^1/_2$ ₰ $= {}^7/_2$ ₰ $= \frac{7}{2\times 4} = {}^7/_8$ *xr.*; $16^7/_8$ *xr.* $= {}^{135}/_8$ *xr.* $= \frac{135}{8\times 60} = \frac{9}{8\times 4} = {}^9/_{32}$ ƒ.

3) 28 ℔ 13 *Lth.* $3^1/_2$ *Qt.* altes Gewicht in Sachsen; w. v. Centner?
$3^1/_2$ *Qt.* $= {}^7/_2$ *Qt.* $= \frac{7}{2\times 4} = {}^7/_8$ *Lth.*; $14^7/_8$ *Lth.* $= \frac{119}{8}$ *Lth.* $= \frac{119}{8\times 32} = \frac{119}{256}$ ℔; $28\frac{119}{256}$ ℔ $= \frac{7287}{256\times 110} = \frac{7287}{28160}$ *Ctr.*

4) 39 ℔ 27 *Lth.* $7^1/_2$ *Qt.* in Preufsen; w. v. Centner?
$7^1/_2$ *Qt.* $= {}^{15}/_2$ *Qt.* $= \frac{15}{2\times 10} = \frac{3}{2\times 2} = {}^3/_4$ *Lth.*; $27^3/_4$ *Lth.* $= \frac{111}{4\times 30} = \frac{37}{4\times 10} = {}^{37}/_{40}$ ℔; $39^{37}/_{40}$ ℔ $= \frac{1597}{40\times 100} = \frac{1597}{4000}$ *Ctr.*

5) 9 ℳ 13 β $3^3/_4$ ₰; wieviel Louisd'or à $11^1/_4$ ℳ?
$3^3/_4$ ₰ $= {}^{15}/_4$ ₰ $= \frac{15}{4\times 12} = \frac{5}{4\times 4} = {}^5/_{16}$ β; $13^5/_{16}$ β $= \frac{213}{16}$ β $= \frac{213}{16\times 16} = \frac{213}{256}$ ℳ; $9\frac{213}{256}$ ℳ $= \frac{2517}{256}$ ℳ $= \frac{2517}{256\times 11^1/_4}$ Ld'or. $= \frac{2517\times 4}{256\times 45} = \frac{839\times 1}{64\times 15} = \frac{839}{960}$ Ld'or.

6) 10 ƒ. $18\frac{3}{4}$ Neukr. österr. Währung; w. v. neue deutsche Goldkronen à 13 ƒ. $72\frac{1}{2}$ Nkr.?

($72\frac{1}{2}$ Nkr. $= \frac{145}{2\times100} = \frac{29}{2\times20} = \frac{29}{40}$ ƒ.; 1 Goldkr. also $= 13\frac{29}{40}$ ƒ.)

$18\frac{3}{4}$ Nkr. $= \frac{75}{4\times100} = \frac{3}{4\times4} = \frac{3}{16}$ ƒ.; $10\frac{3}{16}$ ƒ. $= \frac{163}{16}$ ƒ. $= \frac{163}{16\times13^{29}/_{40}} =$
$\frac{163\times40}{16\times549} = \frac{163\times5}{2\times549} = \frac{815}{1098}$ Goldkr.

Nicht selten, besonders aber bei rein decimaler Eintheilung der Sorten ist es vortheilhafter, sowohl die zu reducierenden Sorten als die mehrsortige Reductionszahl in die niedrigste Sorte zu verwandeln. Beispiel 6) gestaltet sich dann auf folgende Weise:

$$10\ ƒ.\ 18\tfrac{3}{4}\ \text{Nkr.} = 1018\tfrac{3}{4} = \tfrac{4075}{4}\ \text{Nkr.}$$
$$13\ ƒ.\ 72\tfrac{1}{2}\ \text{Nkr.} = 1372\tfrac{1}{2} = \tfrac{2745}{2}\ \text{Nkr.}$$
$$\text{daher: } \frac{4075\times2}{2745\times4} = \frac{815}{549\times2} = \frac{815}{1098}\ \text{Goldkr.}$$

§. 82. Uebungsaufgaben.

359) Berlin. 13 *sgr.* $4\frac{1}{2}$ ₰; wieviel Thaler?
360) Desgl. 64 ℔ 15 *Lth.* $\frac{5}{8}$ *Qt.*; wieviel Centner?
361) Frankfurt a. M. *a*) 36 *xr.*; wieviel Gulden? *b*) 10 ƒ. $32\frac{1}{2}$ *xr.*; wieviel Goldkronen à 16 ƒ. $1\frac{1}{2}$ *xr.*?
362) Hamburg. *a*) $\frac{9}{11}$ ß; wieviel Mark? *b*) 14 ℳ $13\frac{1}{2}$ ß *Bc.*; wieviel Goldkronen à 18 ℳ $4\frac{1}{2}$ ß *Bc.*? *c*) 27 ℔ 8 Nlth. $3\frac{1}{2}$ Qt.; wieviel Centner?
363) Kopenhagen. 4 ℳ $13\frac{1}{2}$ ß; wieviel Rigsdaler?
364) Leipzig. $4\frac{3}{4}$ *ngr.*; wieviel Thaler?
365) Desgl. 4 ℛ 12 *ngr.* $7\frac{1}{2}$ ₰; wieviel Friedrichsd'or à $5\frac{2}{3}$ ℛ?
366) Desgl. 12 *Ctr.* $7\frac{1}{2}$ ℔; wieviel Schiffslast?
367) London. 13 *s.* $4\frac{1}{2}$ *d.*; wieviel Pfund Sterling?
368) Desgl. 17 *Cwt.* 3 *Qrs.* $17\frac{1}{2}$ ℔; wieviel Ton?
369) Lübeck. 12 *L*℔ 10 ℔ 18 *Lth.* $3\frac{1}{2}$ *Qt.*; wieviel Schiffpfund?
370) Madrid. $\frac{7}{12}$ Maravedis; wieviel Silberpiaster?
371) Petersburg. 7 Pud 14 ℔ 28 Sol. $64\frac{1}{2}$ Doli; w. v. Berkowetz?
372) Wien. 24 ℔ 28 *Lth.* 3 *Qt.*; wieviel Centner?
373) Desgl. 3 ƒ. $37\frac{1}{2}$ Nkr.; wieviel Ducaten à 6 ƒ. $25\frac{1}{2}$ Nkr. österr. Währung.

§. 83. Gemischte Uebungsaufgaben für das Rechnen mit gemeinen Brüchen.

374) $(19\frac{3}{8} + 7\frac{1}{5} + \frac{5}{9} + 16\frac{1}{4}) \div (14\frac{5}{12} + \frac{5}{6} + 7\frac{9}{10} + \frac{17}{24})$.
375) $(14\frac{5}{8} + 12\frac{5}{16} + 29\frac{3}{8}) \times 4\frac{5}{8}$.
376) $(10\frac{5}{6} \times 24\frac{7}{10}) \times (15\frac{7}{9} \div 8\frac{1}{2})$.
377) $(246\frac{3}{4} : 4\frac{1}{2}) \times (42\frac{3}{4} : \frac{5}{8})$.
378) $(48\frac{3}{4} \times 16\frac{1}{2}) : (24\frac{5}{8} \div 19\frac{3}{10})$.

379) Aleppo. (1 Zurlo = $27\frac{1}{2}$ Rottoli à 720 Derhem oder Drammen.) 19 Z. 24 R. 700 D. + 20 Z. 23 R. 100 D. + 11 Z. 11 R. 502 D. + 16 Z. 19 R. 618 D. + 24 Z. 21 R. 512 D. + 182 Z. 718 D.

380) Alexandrien. (1 Cantaro Baumwolle = $43\frac{2}{3}$ Okka à 400 Derhem oder Drammen.) 7 C. 40 O. 300 D. + 8 C. 39 O. 200 D. + 7 C. 16 O. 350 D. + 9 C. 42 O. 250 D. + 16 C. 40 O. 100 D.

381) Berlin. (1 Oxhoft Wein = $1\frac{1}{2}$ Ohm à 2 Eimer à 2 Anker à 30 Quart.) 5 Oxh. $1\frac{1}{4}$ O. 1 E. 1 A. 9 Q. ÷ 4 Oxh. 1 O. $1\frac{1}{4}$ E. 1 A. 26 Q.

382) Genua. (1 Peso à 5 Cantari à 6 Rubbi à $16\frac{2}{3}$ Rottoli à $1\frac{1}{2}$ Libbre à 12 Oncie.) 29 P. 3 C. 2 Rubbi 12 Ro. 1 L. $10\frac{1}{2}$ O. ÷ 18 P. 4. Cant. 1 Rubbo 15 Ro. 1 L. $11\frac{3}{4}$ O.

383) Bremen. (1 Ruthe = $2\frac{2}{3}$ Klaftern à 3 Ellen à 2 Fuſs.) 6 Ruthen $1\frac{1}{2}$ Klafter 2 Ellen $1\frac{1}{4}$ Fuſs × 45.

384) Hamburg. (1 Fuder = 6 Ohm à 4 Anker à $1\frac{1}{4}$ Eimer à 4 Viertel à 2 Stübchen.) Wieviel Fuder u. s. w. sind enthalten in 134752 Stübchen?

385) Osnabrück. (1 Last = $1\frac{7}{18}$ Fuder à 6 Malter à 12 Schffl. à 4 Viertel à 4 Becher.) Wieviel Becher betragen 31 Last 1 Fuder 5 Malter 10 Scheffel 3 Viertel 3 Becher.

IV. Decimalbrüche.

§. 84. Während das zehntheilige oder dekadische Zahlensystem, insoweit wir dessen Anwendung bisher gezeigt haben, Zahlen so groſs sie auch sein mögen, durch Ziffern bezeichnen und deren Werth bestimmen lehrte, erstreckte sich dasselbe doch nicht über die Einheit hinaus, sondern fand bei ihr seine Grenze, und Gröſsen, kleiner als Eins, muſsten in abweichender Weise bezeichnet werden. Wenn wir aber die Einheit nicht mehr als die Grenze, sondern als den Mittelpunkt dieses Zahlensystems betrachten, so ergiebt sich, daſs, während von der Einheit aufwärts jede Stelle einen zehnfach gröſsern Werth hat, jede Stelle von der Einheit abwärts zehnfach kleiner sein muſs, und demnach

die 1. Stelle nach der Einheit die Zehntel,
" 2. " " " " " Hundertel,
" 3. " " " " " Tausendtel,
" 4. " " " " " Zehntausendtel,
" 5. " " " " " Hunderttausendtel,
" 6. " " " " " Milliontel u. s. w.

bezeichnet.

Stellt in der Zahlenreihe

1 2 3 | 4 5 6 7 8 9

die Ziffer 3 die Einer dar, so bezeichnet die 4 die Zehntel, die 5 die Hundertel, die 6 die Tausendtel, die 7 die Zehntausendtel,

die 8 die Hunderttausendtel, die 9 die Milliontel, und es handelt sich nur darum, diejenigen Gröfsen, welche kleiner als die Einer sind, auf eine geeignete Weise von den letzteren zu unterscheiden. Wie dies geschieht, ist an sich gleichgiltig; gewöhnlich bedient man sich eines Komma's, welches man hinter die Einer setzt, oft auch eines Punktes, den man oberhalb der Einer anbringt. Oft stellt man auch die Zehntel u. s. w. etwas höher oder etwas tiefer als die Einheiten. Obige Zahl könnte demnach geschrieben werden:

$$123{,}456789;\ 123\dot{}456789;\ 123^{456789};\ 123_{456789},$$

und würde heifsen: 123 Ganze, 4 Zehntel, 5 Hundertel, 6 Tausendtel, 7 Zehntausendtel, 8 Hunderttausendtel, 9 Milliontel.

§. 85. Die auf diese Weise bezeichneten Gröfsen, welche also kleiner als die Einer sind, nennt man Decimalbrüche oder blofs Decimalen. Sie unterscheiden sich von den gemeinen Brüchen zunächst dadurch, dafs sie zum Nenner keine anderen Zahlen als 10, 100, 1000 u. s. w. haben; dann aber durch die Eigenthümlichkeit, dafs man nur ihren Zähler, nicht aber auch den Nenner zu schreiben braucht, da sich derselbe aus der Beschaffenheit des Zählers erkennen läfst. (Vgl. §. 86.)

In obigem Beispiele erscheint jeder Decimalbruch mit einem besondern Nenner. Mit diesen Nennern versehen, würde sich dasselbe folgendermafsen gestalten:

$$123 \text{ Ganze} + {}^{4}/_{10} + {}^{5}/_{100} + {}^{6}/_{1000} + {}^{7}/_{10000} + {}^{8}/_{100000} + {}^{9}/_{1000000}.$$

Sollen diese einzelnen Summanden wirklich addiert werden, so mufs man sie zuvörderst auf einerlei Nenner bringen. Da nun nach Obigem jede Stelle 10 mal so grofs ist, als die unmittelbar auf sie folgende, so hat man:

$${}^{4}/_{10} = {}^{40}/_{100} \quad \text{und daher } {}^{40}/_{100} + {}^{5}/_{100} = {}^{45}/_{100};$$
$$\text{ferner } {}^{45}/_{100} = {}^{450}/_{1000} \quad ,, \quad ,, \quad {}^{450}/_{1000} + {}^{6}/_{1000} = {}^{456}/_{1000};$$
$$,, \quad {}^{456}/_{1000} = {}^{4560}/_{10000} \quad ,, \quad ,, \quad {}^{4560}/_{10000} + {}^{7}/_{10000} = {}^{4567}/_{10000};$$
$$,, \quad {}^{4567}/_{10000} = {}^{45670}/_{100000} \quad ,, \quad ,, \quad {}^{45670}/_{100000} + {}^{8}/_{100000} = {}^{45678}/_{100000};$$
$$,, \quad {}^{45678}/_{100000} = {}^{456780}/_{1000000} \quad ,, \quad ,, \quad {}^{456780}/_{1000000} + {}^{9}/_{1000000} = {}^{456789}/_{1000000};$$

folglich heifst das Ganze $123\,{}^{456789}/_{1000000}$.

§. 86. Achtet man hierbei darauf, dafs die letzte Decimalstelle (9) bereits oben (§. 84) als Milliontel bezeichnet worden ist, und vergleicht man damit den Nenner des Bruches, so ergiebt sich, dafs die letzte Decimalstelle den Nenner des ganzen Bruches bestimmt. So bezeichnet in dem Bruche 13,8402 die Ziffer 2 die Zehntausendtel; demnach ist die Zahl selbst $= 13\,{}^{8402}/_{10000}$.

Vergleicht man ferner die Anzahl der Decimalstellen im Zähler mit der Anzahl der Nullen im Nenner, so ergiebt sich, dafs der Nenner eines Decimalbruches auch gefunden wird, wenn man vor eben so viele Nullen, als der Zähler Decimalstellen hat, linker Hand eine 1 setzt.

Endlich sei noch bemerkt, daſs die Abwesenheit der Ganzen, so wie irgend einer Klasse von Decimalen durch eine Null angedeutet wird. Demnach ist 0,9 = 0 Ganze und $^9/_{10}$; 0,009 = 0 Ganze, 0 Zehntel, 0 Hundertel und 9 Tausendtel; 6,0703 = 6 Ganze, 0 Zehntel, 7 Hundertel, 0 Tausendtel und 3 Zehntausendtel.

§. 87. Uebungsaufgaben.

386) Wie werden folgende Decimalbrüche gelesen: 0,5; 0,008; 0,10104; 0,0000056; 0,0906; 9,04; 0,01020304; 0,001002005.

§. 88. Der Werth einer ganzen Zahl bleibt unverändert, wie groſs auch die Anzahl der Nullen sei, die man ihr zur Linken vorsetzt. Es ist daher 00075 = 75; denn diese Nullen deuten an, daſs keine der höhern Stellen vorhanden ist, welche durch sie ausgedrückt werden sollen. So viele Nullen man auch einem Decimalbruche zur Rechten anhängt, sein Werth bleibt derselbe; denn diese Nullen deuten an, daſs keine der durch die Nullen angezeigten niedern Stellen vorhanden ist. Z. B.

$$0{,}5 = 0{,}50 = 0{,}500 = 0{,}5000 = 0{,}50000;\ \text{denn}$$
$$0{,}5 = {}^5/_{10};\ 0{,}50 = {}^{50}/_{100} = {}^5/_{10};\ 0{,}500 = {}^{500}/_{1000} = {}^5/_{10}\ \text{u. s. w.}$$

Anm. Das Anhängen von Nullen rechter Hand an Decimalbrüche findet indes doch zuweilen statt, wenn man die Decimalbrüche auf gleiche Nenner bringen will.

Wohl aber bedingt eine Versetzung des Decimalzeichens (des Komma's) eine Veränderung im Werthe des Decimalbruches, und zwar so, daſs jede Versetzung des Komma's um 1, 2, 3 u. s. w. Stellen nach der rechten Hand den Decimalbruch 10, 100, 1000 u. s. w. mal vergröſsert, während die Versetzung des Komma's um eben so viel Stellen nach der linken ihn eben so vielmal verkleinert. Z. B.

$$\left.\begin{aligned}12{,}548 &= 10 \text{ mal}\\ 125{,}48 &= 100 \text{ „}\\ 1254{,}8 &= 1000 \text{ „}\\ 12548 &= 10000 \text{ „}\end{aligned}\right\}\ \text{so groſs als } 1{,}2548;$$

$$\text{dagegen: }\left.\begin{aligned}125{,}48 &= 10 \text{ mal}\\ 12{,}548 &= 100 \text{ „}\\ 1{,}2548 &= 1000 \text{ „}\\ 0{,}12548 &= 10000 \text{ „}\end{aligned}\right\}\ \text{so klein als } 1254{,}8.$$

1) Verwandlung gemeiner Brüche in Decimalbrüche.

§. 89. Decimalbrüche, in Form der gemeinen Brüche geschrieben, wie z. B. $^9/_{10}$, $^{19}/_{1000}$, erhalten nach §. 86, wenn sie ohne Nenner dargestellt werden sollen, im Zähler eben so viel Stellen, als der Nenner Nullen enthält. Reichen die Stellen des Zählers dazu nicht

aus, so werden die fehlenden durch Vorsetzung einer entsprechenden Anzahl von Nullen ergänzt, und die Abwesenheit der Ganzen wird ebenfalls durch 0 bezeichnet.

Z. B. $^{9}/_{10} = 0{,}9$; $^{19}/_{1000} = 0{,}019$; $4\,^{57}/_{10000} = 4{,}0057$; $12\,^{709}/_{10000} = 12{,}0709$.

Sollen jedoch gemeine Brüche in Decimalbrüche verwandelt werden, so verfährt man folgendermaſsen:

Nach §. 34 zeigt jeder Bruch eine Division an, bei welcher der Zähler als Dividend und der Nenner als Divisor erscheint. Verwandelt man nun den Zähler des Bruches, durch Anhängung von ein, zwei, drei u. s. w. Nullen, in Zehntel, Hundertel, Tausendtel u. s. w. und dividiert man hierauf mit dem Nenner, so giebt der erhaltene Quotient den dem gegebenen gemeinen Bruche entsprechenden Decimalbruch.

Z. B. 1) $^{3}/_{4} = 4 \text{ in } 3_0 = {}^{7}/_{10} + {}^{5}/_{100} = 0{,}75$

$$\begin{array}{r} 28 \\ \hline 2_0 \\ 2_0 \\ \hline \end{array}$$

2) $^{7}/_{8} = 0{,}875$ 3) $^{9}/_{16} = 0{,}5625$.

§. 90. Es ist jedem Rechner anzurathen, dem Gedächtnisse die Decimalbrüche einzuprägen, welche aus den am häufigsten vorkommenden gemeinen Brüchen, wie Halbe, Viertel, Fünftel, Achtel u. s. w. entstehen, um der wiederholten Aufsuchung derselben auf ebenerwähntem Wege überhoben zu sein. Demnach merke man, daſs:

$^{1}/_{2} = 0{,}5$	$^{1}/_{5} = 0{,}2$	$^{1}/_{8} = 0{,}125$
$^{1}/_{4} = 0{,}25$	$^{2}/_{5} = 0{,}4$	$^{3}/_{8} = 0{,}375$
$^{3}/_{4} = 0{,}75$	$^{3}/_{5} = 0{,}6$	$^{5}/_{8} = 0{,}625$
$^{1}/_{16} = 0{,}0625$	$^{4}/_{5} = 0{,}8$	$^{7}/_{8} = 0{,}875$.

Auch erleichtert dies die Verwandlung gröſserer gemeiner Brüche in Decimalbrüche, weil sie sich durch Zerlegung bewirken läſst. Z. B. Welche Decimalbrüche geben:

1) $^{9}/_{16}$; 2) $^{29}/_{32}$; 3) $^{41}/_{64}$?

1) $^{8}/_{16} = {}^{1}/_{2} = 0{,}5$
$^{1}/_{16} = 0{,}0625$
$^{9}/_{16} = 0{,}5625$

2) $^{24}/_{32} = {}^{3}/_{4} = 0{,}75$
$^{4}/_{32} = 0{,}125$
$^{1}/_{32} = 0{,}03125$
$^{29}/_{32} = 0{,}90625$

3) $^{32}/_{64} = {}^{1}/_{2} = 0{,}5$
$^{8}/_{64} = 0{,}125$
$^{1}/_{64} = 0{,}015625$
$^{41}/_{64} = 0{,}640625$

oder: $^{29}/_{32} = {}^{29}/_{8}$ div. d. 4
($^{29}/_{8} = 3{,}625$)
$= 4 \text{ in } 3{,}625 = 0{,}90625$.

§. 91. In den bisher für Verwandlung gemeiner Brüche in Decimalbrüche gegebenen Beispielen lieſs die Division des Zählers durch

den Nenner keinen Rest; man sagt daher von allen denjenigen gemeinen Brüchen, die sich auf diese Weise in Decimalbrüchen darstellen lassen, dafs sie endliche Decimalbrüche geben. — Alle gemeinen Brüche, deren Nenner sich auflösen lassen in die Factoren 5 und 2, geben endliche Decimalbrüche. Z. B. $^3/_4 = \frac{3}{2\times 2}$; $^7/_8 = \frac{7}{2\times 2\times 2}$; $^9/_{20} = \frac{9}{2\times 2\times 5}$; $\frac{17}{125} = \frac{17}{5\times 5\times 5}$.

§. 92. Sind gemeine Brüche, deren Nenner sich nicht in die einfachen Factoren 2 und 5 auflösen lassen, in Decimalbrüche umzuformen, so geht die Division des Nenners in den Zähler nicht zu Ende, und der erhaltene Decimalbruch heifst ein unendlicher. Er drückt den Werth des gegebenen gemeinen Bruches nicht vollständig aus, obschon die Differenz durch beliebige Fortführung der Decimalstellen beinahe bis auf nichts reduciert werden kann. Solche Decimalbrüche unterscheidet man von den endlichen durch einige Punkte, welche man hinter die letzte Decimalstelle setzt.

Z. B. 1) $^1/_3 = 0{,}3333\ldots$ 2) $^1/_{99} = 0{,}0101\ldots$
3) $^3/_7 = 0{,}428571428571\ldots\ldots$ 4) $^5/_6 = 0{,}8333\ldots\ldots$
5) $^7/_{12} = 0{,}58333\ldots$

§. 93. Alle unendlichen Decimalbrüche, insofern sie aus gemeinen Brüchen von der im vorigen Paragraphen erwähnten Beschaffenheit entstanden sind, haben das Eigenthümliche, dafs eine und dieselbe Decimalstelle, oder eine und dieselbe Reihe von Decimalstellen, von Zeit zu Zeit wiederkehrt. Eine solche Zahl oder Zahlenreihe heifst Periode und darum werden diese Brüche auch periodische genannt.

In obigen Beispielen zählt die Periode bei 1) eine, bei 2) zwei und bei 3) sechs Stellen. — Uebrigens kann die Anzahl der Stellen einer solchen Periode die um 1 verminderte Anzahl der Einheiten des Nenners des gemeinen Bruches nie übersteigen, wie auch obiges Beispiel 3) beweist.

Die in §. 92 ermittelten Decimalbrüche unterscheiden sich von einander insofern, als in 1), 2) und 3) die Periode mit der ersten, in Beispiel 4) dagegen mit der 2., in Beispiel 5) erst mit der 3. Decimale beginnt. Diese Erscheinung hat ihren Grund in der Beschaffenheit der Nenner der in Decimalbrüche verwandelten gemeinen Brüche. Es geben nämlich alle gemeinen Brüche, deren Nenner neben den Factoren 2 und 5 noch andere Factoren enthalten, unendliche Decimalbrüche, in denen die Periode nicht mit der ersten Stelle beginnt. Als Regel gilt hierbei: So viel mal als die Factoren 2, 5 oder 10 im Nenner enthalten sind, eben so viel enthält der Decimalbruch Stellen, die nicht zur Periode gehören, oder sogenannte Vorziffern. Diejenigen periodischen Decimalbrüche, deren Periode sogleich mit der ersten Decimale beginnt, nennt man rein periodische, diejenigen, in denen sich eine oder mehrere Vorziffern finden, unrein periodische Decimalbrüche.

§. 94. Uebungsaufgaben.

387) Folgende gemeine Brüche sind in Decimalbrüche zu verwandeln, und zwar, wenn die Division nicht früher zu Ende geht, bis auf 5 Decimalstellen genau:
$^1/_4$; $^8/_{25}$; $^5/_7$; $^1/_9$; $^1/_8$; $^1/_2$; $^1/_3$; $^5/_6$; $^1/_{999}$; $^1/_{10}$; $^7/_{40}$; $^5/_{16}$; $^{11}/_{12}$; $^3/_{1000}$; $^{19}/_{20}$; $7\,^5/_8$; $11\,^4/_{193}$; $^{37}/_{6000}$; $^3/_{200}$; $^{18}/_5$; $^7/_2/_4$; $^{12}/_7$; $3\,^{17}/_{46}$; $^7/_{32}$.

§. 95. Was die Benutzung mehrstelliger Decimalbrüche in der Praxis betrifft, so werden in den meisten Fällen drei Stellen genügen, besonders, wenn man die 4. Stelle so berücksichtigt, dafs man sie für eine Einheit der 3. rechnet, sobald sie = 5 oder über 5 ist, während man sie im Gegentheil unbeachtet läfst. So ist z. B. 0,7985 oder 0,7987, auf 3 Decimalstellen beschränkt, = 0,799; dagegen bleibt 0,4543 bei 3 Stellen = 0,454.

2) Verwandlung der Decimalbrüche in gemeine Brüche.

§. 96. Hier sind zwei Fälle zu unterscheiden: der zu verwandelnde Decimalbruch ist entweder ein endlicher, oder ein unendlicher Decimalbruch.

Im ersten Falle giebt man ihm nach §. 86 seinen dekadischen Nenner und kürzt ihn hierauf nach §. 39 möglichst ab.

Z. B. $0{,}875 = \frac{875}{1000} = \frac{7}{8}$; $0{,}1905 = \frac{1905}{10000} = \frac{381}{2000}$.

Im zweiten Falle unterscheidet man die rein periodischen von den unrein periodischen Decimalbrüchen. Um erstere in gemeine Brüche umzuformen, setzt man dem Zähler so viel Neunen unter, als die Periode Stellen hat und kürzt den Bruch hierauf so weit als möglich ab.

Z. B. $0{,}333\ldots = {}^3/_9 = {}^1/_3$; $0{,}0101\ldots = {}^1/_{99}$; $0{,}518518\ldots = {}^{518}/_{999}$.

In den unrein periodischen Decimalbrüchen mufs man zunächst die Vorziffern von der Periode trennen. Dies geschieht dadurch, dafs man den Bruch mit 10, 100, 1000 u. s. w. multipliciert, je nachdem er 1, 2, 3 u. s. w. Vorziffern enthält. Man hat dann z. B. für 0,833 = 8,333; für 0,463232 = 46,3232. Hierauf verfährt man in Bezug auf die Periode, wie oben gelehrt worden ist. Der sich hieraus ergebende gemeine Bruch bildet nebst den durch Multiplication mit 10 u. s. w. erhaltenen Ganzen eine gemischte Zahl, welche, durch 10, beziehentlich 100, 1000, u. s. w. dividiert, den in einen gemeinen Bruch verwandelten Decimalbruch darstellt.

Z. B. *a)* $0{,}8333\ldots = \frac{8\,^3/_9}{10} = \frac{8\,^1/_3}{10} = \frac{25}{30} = \frac{5}{6}$;

b) $0{,}463232\ldots = \frac{46\,^{32}/_{99}}{100} = \frac{4586}{9900} = \frac{2293}{4950}$;

c) $0{,}123135135\ldots = \frac{123\,^{135}/_{999}}{1000} = \frac{123\,^5/_{37}}{1000} = \frac{4556}{37000} = \frac{1139}{9250}$.

Erkl. Bei *a*) wurden $^8/_{10}$, bei *b*) $^{46}/_{100}$, bei *c*) $^{123}/_{1000}$ auf Ganze erhoben; daher mufsten die so erhaltenen gemischten Zahlen durch 10, beziehentlich 100 und 1000, dividiert werden.

Ein anderes Verfahren ist folgendes: Man betrachte den Decimalbruch bis zur letzten Stelle der Periode als ganze Zahl und subtrahiere von derselben die Vorziffern; der Rest ist der Zähler eines Bruches, dessen Nenner aus ebensoviel Neunen besteht, als die Periode Stellen zählt, denen man ebensoviel Nullen anzuhängen hat, als Vorziffern vorhanden sind. Z. B.

a) 0,833 . . . 83
$\div$ 8
75 $= {}^{75}/_{90} = {}^5/_6$

b) 0,463232 . . . 4632
$\div$ 36
4586 $= 4\,{}^{86}/_{9900} = {}^{2293}/_{4950}$

Der Beweis für die Richtigkeit dieser praktischen Verfahrungsweisen läfst sich allerdings nur mit Hilfe der höhern Arithmetik führen, indes mag wenigstens zur Begründung der erstern Folgendes angeführt werden:

Verwandelt man einen gewöhnlichen Bruch, dessen Nenner aus 1, 2, 3, 4 oder mehr Neunen besteht, in einen Decimalbruch, so ergiebt sich, dafs die Periode des dadurch erhaltenen Decimalbruches eben so viel Stellen zählt, als der Nenner des gegebenen Bruches Neunen hat. Daraus folgt umgekehrt, dafs ein periodischer Decimalbruch, dessen Periode mit der ersten Stelle beginnt, einem Bruche gleich ist, dessen Zähler durch die Periode selbst gebildet wird, und dessen Nenner aus eben so viel Neunen besteht, als die Periode Stellen zählt.

3) Vorbemerkungen zum Rechnen mit Decimalbrüchen.

§. 97. Aus dem, was bis jetzt über die Decimalbrüche gesagt worden ist, geht hervor, dafs das Decimalsystem auch bei einer ganzen Zahl mit angehängtem Decimalbruche stattfindet, so dafs in der Reihe 468,7943 eine Einheit der Einer (8) = 10 Einheiten der 1. Decimalstelle (7) enthält, und dafs 10 Einheiten der 2. Decimale (9) den Werth einer Einheit der 1. Decimalstelle haben u. s. w. Daher ist auch das Rechnen mit Decimalbrüchen dem mit ganzen Zahlen völlig gleich; nur auf die Stellung des Komma's hat man genau zu achten.

Ganz nach Art der Decimalbrüche läfst sich daher auch die Berechnung solcher Aufgaben ausführen, in denen es sich um Münzen, Mafse und Gewichte handelt, die dem reinen Decimalsysteme angehören; denn hier bildet, genau wie bei den Decimalbrüchen, immer eine Sorte den zehnten Theil oder einen Decimalbruch der ihr zunächst stehenden höhern Sorte, und alle Sorten, bis zur kleinsten, sind Decimaltheile der höchsten Sorte. Daher kann man auch, wenn man übrigens mit der Reihenfolge der Benennungen solcher Münzen, Mafse und Gewichte vertraut ist, ebensowohl niedrige Sorten als Decimalbrüche einer gegebenen höhern Sorte darstellen, als auch solche Decimalbrüche sofort mit den ihnen, gemäfs ihrer Stellung zur höchsten oder höhern Sorte zukommenden Benennung versehen.

Sollen z. B. 192063 Decigrammen in Dekagrammen ausgedrückt werden, so geht man von der niedrigsten Sorte aufwärts und findet:

3 Decigr. 6 Gr. 1920 Dekagr. und hat demnach = 1920,63 Dekagr. oder, alles nach und nach auf die höchste Sorte gebracht = 1,92063 Myriagr. Soll der bei 1 Myriagr. befindliche Decimalbruch 0,92063 in den einzelnen Sorten dargestellt werden, so hat man 9 Kilogr. 2 Hektogr. 0 Dekagr. 6 Gr. 3 Decigr. Ebenso sind in Baden 4 *Ctr.* 8 *St.* 9 ℔ 7 Zehnling = 4897 Z. = 4,897 *Ctr.* = 48,97 *St.* = 489,7 ℔.

Nur des Namens einer Stelle bedarf man, um daraus auf Namen und Werth der übrigen zu schliefsen.

Wenn man diese Andeutungen, so wie das §. 10 und §. 13 Gesagte gehörig beachtet, so wird es leicht sein, alle auf solche Münzen, Mafse und Gewichte bezüglichen, fernerhin vorkommenden, Aufgaben zu lösen, ohne dafs es dazu besonderer Erläuterungen bedarf.

4) Addition der Decimalbrüche.

§. 98. **Regel.** Gemäfs dem Grundsatze der Addition, nur Gleiches kann zu Gleichem addiert werden, setze man die Posten so, dafs Ganze unter Ganze, Zehntel unter Zehntel, Hundertel unter Hundertel, u. s. w., zu stehen kommen, und addiere alsdann wie bei ganzen Zahlen. Im Resultat trenne man die Ganzen von den Zehnteln ebenfalls durch ein Komma. Sind unter den Posten gewöhnliche Brüche, so verwandle man sie zuvörderst in Decimalbrüche.

§. 99.

a) Addition unbenannter Decimalbrüche.

1) 0,75 + 0,325 + 0,09 + 0,928 + 0,0095 + 0,05 + 0,7008 + 0,3045.

2) 6,318 + $\frac{1}{2}$ + 3,664 + 14$\frac{3}{4}$ + 0,662 + 19$\frac{7}{12}$ + 7,003 + 0,06072.

1)	2) *a)*	oder *b)*
0,75	6,318	6,31800
0,325	0,5	0,50000
0,09	3,664	3,66400
0,928	14,75	14,75000
0,0095	0,662	0,66200
0,05	19,58333 . .	19,58333 . . .
0,7008	7,003	7,00300
0,3045	0,06072	0,06072
3,1578	52,54105 . . .	52,54105 . . .

Erkl. Die Addition der Decimalbrüche in 1) gab zuletzt in der Columne der Zehntel = $^{31}/_{10}$ oder 3 Ganze und $^{1}/_{10}$; erstere wurden in die Columne der Ganzen gestellt. In 2 *a*) ergab die Reihe der Zehntel zuletzt $^{35}/_{10}$ = 3 Ganze und $^{5}/_{10}$; erstere wurden zu den übrigen Ganzen gezählt. In 2 *b*) sind alle Decimalbrüche auf einerlei Nenner gebracht. (Vgl. §. 88. Anm.)

§. 100.

b) Addition benannter Decimalbrüche.

Bestehen die zu addierenden Posten aus Münzen, Maſsen und Gewichten, die dem reinen Decimalsysteme angehören, so braucht man nur die höchste Sorte, oder diejenige, in welcher die Summe ausgedrückt werden soll, als Ganze, ihr Nichtvorhandensein aber durch eine Null zu bezeichnen, und die niedrigen Sorten alsdann als Decimalen anzufügen; ein Verfahren, welches auch für die Subtraction gilt. Z. B.

Frankreich. 5,986 Kilogrammen + 4 Gr. 9,75 Decigr. + 5 Dekagr. 2 Decigr. + 3 Hektogr. 8 Gr. 4 Centigr. + 7 Myriagr. 4 Hektogr. 4 Gr. + 1 Hektogr. 7 Gr. 9 Milligr. + 5 Dekagr. 5 Centigr. *a*) wieviel Kilogr.? *b*) wieviel Hektogr.? *c*) wieviel Myriagr., Kilogr. Hektogr., Dekagr. u. s. w.? *a*) = 76,910274 Kilogr. *b*) = 769,10274 Hektogr. *c*) = 7 Myriagr. 6 Kilogr. 9 Hektogr. 1 Dekagr. 0 Gr. 2 Decigr. 7 Centigr. 4 Milligr.

5,986
0,004975
0,0502
0,30804
70,404
0,107009
0,05005
76,910274 Kilogr.

Erkl. Das Resultat dieser Addition soll zunächst in Kilogrammen u. s. w. ausgedrückt werden. Demnach hat man zuerst 5,986 Kilogr.; der zweite Posten ist = 0 Kilogr. (d. i. 0 Ganze) 0 Hektogr. 0 Dekagr. 4,975 Grammen oder = 0,004975 Kilogr.; der dritte Posten = 0 Kilogr. 0 Hektogr. 5 Dekagr. 0 Grammen 2 Decigr. oder = 0,0502 Kilogr. u. s. w. — Jede Verrückung des Komma's im Resultate um je eine Stelle rechts, drückt das Resultat in einer 10, 100 u. s. w. mal kleinern Sorte aus.

§. 101. Uebungsaufgaben.

388) 6,975 + 0,864 + 0,094 + 10,8432 + 9,0064 + 28,9046 + 0,7.

389) 17,832 + 0,64 + $^7/_8$ + 3 $^{19}/_{20}$ + 11,0462 + 19 $^{873}/_{10000}$ + 0,64 + 46,2644 + 5 $^3/_{32}$ + 8,9635 + $^{19}/_8$ + 0,9.

390) 14,375 + 9,06 + 8,964 + 126,284 + 14,5 + 192,9 + 118,096 + 0,94 + 0,045 + 0,92 + 126 + 269,34 Grammen; w. v. *a*) Grammen, *b*) Hektogrammen?

391) 9 Kilom. 8 Hektom. 7 Dekam. 5 Decim. + 9 Hektom. 5 Meter + 8 Kilom. 4 Dekam. 7 Centim. + 4 Decim. + 9 Meter + 11 Hektom. 7 Meter 10 Decim. + 7 Myriam. 9 Kilom. 8 Dekam. 5 Centim. + 9 Meter 4 Millim. + 0,96 Meter + 7 Hektom. 9 Decim. 7 Centim. 9 Millim. Wieviel *a*) Myriameter? *b*) Hektometer? *c*) Meter?

392) Leipzig. 124 ⁊ß 28,5 *ngr.* + 96 ⁊ß 16 *ngr.* 4 ₰ + 194 ⁊ß 25 *ngr.* 8,5 ₰ + 865 ⁊ß 0,5 *ngr.* + 0,4 *ngr.* + 211 ⁊ß 8 $^3/_4$ *ngr.* + 2911 ⁊ß 18,6 *ngr.* + 1216 ⁊ß 28,75 *ngr.* + 965 ⁊ß 7 *ngr.* 5 ₰ +

14 ℛ 17 ngr. 4 ₰ + 932 ℛ 11,68 ngr. + 9 ℛ 4 ngr. 9 ₰. Wieviel Thaler und Neugroschen?

393) Berlin. 129 ℛ 28 sgr. 4,5 ₰ + 969 ℛ 26 sgr. 5,6 ₰ + 164 ℛ 12 sgr. 9,75 ₰ + 669 ℛ 11 sgr. 5 ₰ + 711 ℛ 0,9 ₰ + 18 sgr. 0,9 ₰ + 902 ℛ 16 sgr. + 0,78 ₰ + 162 ℛ $14^7/_8$ sgr. + 646 ℛ 19 sgr. 9,45 ₰ + 165 ℛ 16 sgr. 8,93 ₰.

394) Venedig. 4 Cent. 9 Rubbi 4 Libbre 9 Once 4,5 Grossi + 8 R. 7 L. 7,4 O. + 164 R. 8 O. + 16 Cent. 9 L. 8 Gr. + 10 Cent. 5 R. 7 Gr. + 9 R. 7 L. 5,7 Gr. + 7 Cent. 8 R. 7 L. 9 O. 9,75 Gr. + 4 L. 9 O. 7,64 Gr. Wieviel *a*) Centinaji? *b*) Libbre?

395) New York. 864 \$ 16 *cts.* + 0,64 \$ + 192 \$ 48,5 *cts.* + 926 \$ 2,84 *cts.* + 712 \$ + 17 \$ 89 *cts.* + 666 \$ 69 *cts.* + 288 \$ 6 *cts.* + 99 \$ 62,86 *cts.* + 7 \$ 5 *cts.* Wieviel Dollars und Cents?

396) *A*) Berlin. 14 Ctr. 17,5 ℔ + 34 ℔ + 9 Ctr. 0,75 ℔ + 1 Ctr. 94,3 ℔ + 26 Ctr. $90^5/_{100}$ ℔ + 84 Ctr. 9,5 ℔ + 9 Ctr. $36^7/_8$ ℔ + 206 Ctr. $12^4/_5$ ℔ + 66 Ctr. $^5/_8$ ℔ + 119 Ctr. 27,1 ℔ + $25^3/_8$ ℔. *a*) Wieviel Centner? *b*) Wieviel Pfund? *B*) Hannover. 9 Ctr. 17 ℔ 4,5 Nloth. + 64 ℔ 9 Quint + 15 Ctr. 3 ℔ 8 Quint + 4 ℔ 8 Halbgr. + 4 Nloth. 9 Halbgr. + 14 ℔ $7^7/_{10}$ Nloth + 6 Ctr. 8 ℔ 5 Nloth. $^9/_{10}$ Quint. + 26 ℔ $4^9/_{10}$ Nloth. + $27^7/_{10}$ ℔. + $14^{378}/_{1000}$ Ctr. Wieviel Centner, Pfund u. s. w.?

397) Lombardei.*) 69 □ Metri 74 □ Palmi 74 □ Diti 79,6 □ Atomi + 1 □ M. 9 □ D. 17 □ At. + 96 □ P. 80,6 □ At. + 126 □ M. 72 □ P. 68,5 □ D. + 92 □ P. 91 □ D. 16 □ At. + 146 □ M. 39 □ P. 34,6 □ D. Wieviel *a*) □ Metri? *b*) □ Diti?

5) Subtraction der Decimalbrüche.

§. 102. Regel. Man schreibt den Subtrahenden ebenso unter den Minuenden, wie die Decimalbrüche bei der Addition unter einandergesetzt werden, und verrichtet hierauf die Subtraction wie bei ganzen Zahlen. Doch mufs man dem Minuenden, falls er keine oder nicht so viel Decimalstellen hat, als der Subtrahend, die nöthige Anzahl Nullen beifügen oder sich dieselben als hinzugefügt denken. Im Reste ist das Decimalzeichen an dieselbe Stelle zu setzen, in welcher es sich im Minuenden und Subtrahenden befindet. — Ist einer der Brüche ein gewöhnlicher Bruch, so mufs er vorher in einen Decimalbruch verwandelt werden.

*) Hier erhält jedes Mafs 2 Decimalstellen.

a) Subtraction unbenannter Decimalbrüche.

1)	2)	3)	oder
0,789	146,248	196,45	196,450
÷ 0,465	÷ 99,759	÷ 118,786	÷ 118,786
0,324	46,489	77,664	77,664

4)	5)	6)
248	3,7	14,83
÷ 194,968	÷ 0,00009	÷ 8
53,032	3,69991	6,83

b) Subtraction benannter Decimalbrüche.

1) 16,832 Kilogr. ÷ 12,9964 Kilogr. 2) 9 Kilometer ÷ 6 Hektom. 8 Dekam. 5 Centim. 3) Baden. 4 Ctr. 7 ℔ 8 Zehnling ÷ 2 Ctr. 4 Stein 4 ℔ 9 Zehnling 4 Centass. 4) 126 ℛ ÷ 29 ℛ 28,75 ngr.

1)	2)	3)	4)
16,832 K°.	9	4,078	126 ℛ
÷ 12,9964 „	÷ 0,68005	÷ 2,4494	÷ 29 „ 28,75 ngr.
3,8356 K°.	8,31995 Kilom.	1,6286 Ctr.	96 ℛ 1,25 ngr.

§. 103. Uebungsaufgaben.

398) 469,845 ÷ 378,916. 399) 3,8456 ÷ 2. 400) 4125 ÷ 3,254. 401) 3,56 ÷ 2,49. 402) 75 Hektoliter ÷ 6 Dekal. 5 Lit. 4 Centil.; w. v. Liter? 403) Baden. 37,945 Ctr. ÷ 6,82 Ctr.; wieviel Centner und Pfund? 404) 0,5 ÷ 0,4999. 405) 0,5 ÷ 0,005. 406) 18,7405 Fr. ÷ 1,9 Fr.; wieviel *Francs* und *Centimes*? 407) 91,05 ℛ ÷ 68,9612 ℛ. 408) Berlin. 245 ℛ ÷ 196 ℛ 16 sgr. 4,45 ₰. 409) 9 Kilogr. 8 Dekagr. 7 Decigr. 9 Milligr. ÷ 7 Hektogr. 9 Gr. 3 Centigr.; wieviel Grammen? 410) Hamburg. *a*) 866 ℳ 12,48 β ÷ $356^{17}/_{32}$ ℳ; *b*) $64^{5}/_{10}$ ℔ ÷ 19 ℔ 7 Nloth. $3^{7}/_{10}$ Quint. 411) London. $17^{13}/_{16}$ *Cwt.* ÷ 9 *Cwt.* 2 *Qrs.* 27,5 ℔. 412) Wien. (86 ƒ. 54,9 Nkr. + 126 ƒ. 32,75 Nkr. + 65 ƒ. 3,965 Nkr. + 2 ƒ. 29,4 Nkr. + 1243 ƒ. 42,7 Nkr. + 99 ƒ. 11 Nkr.) ÷ (112 ƒ. $14^{3}/_{4}$ Nkr. + 17 ƒ. 4,75 Nkr. + $19^{7}/_{8}$ ƒ.).

6) Multiplication der Decimalbrüche.

a) Multiplication unbenannter Decimalbrüche.

§. 104. Regel. Man multipliciere wie mit ganzen Zahlen (also unter Anwendung aller S. 4 bis S. 11 gelehrten Vortheile), ohne auf die Decimalzeichen Rücksicht zu nehmen, und gebe dem Producte soviel Decimalstellen, als beide Factoren zusammen Decimalstellen enthalten. Z. B.

1) 6,75 × 0,25 = 1,6875 2) 0,375 × 0,6 = 0,2250
3) 0,75 × 0,315 = 0,23625 4) 0,7 × 0,7 = 0,49
5) 3,5 × 7 = 24,5 6) 17 × 0,35 = 5,95.

Erkl. In Beispiel 1) wird man anstatt 6,75×0,25 die Multiplication von 675×25 setzen. Man hat dann jeden der beiden Factoren mit 100 multipliciert, das Resultat ist demnach 100×100=10000 mal so grofs als die Aufgabe es verlangt. Deshalb mufs man das Product wieder durch 10000 dividieren, d. h. das Product mufs 4 Decimalstellen erhalten. Die übrigen Beispiele wird man sich leicht selbst erklären können.

Die Richtigkeit dieses Verfahrens ergiebt sich auch, wenn man den Decimalbrüchen ihren dekadischen Nenner giebt und so wie mit gemeinen Brüchen multipliciert. Z. B. (1) $6,75 \times 0,25 = \frac{675}{100} \times \frac{25}{100} = \frac{16875}{10000} = 1\frac{6875}{10000}$; oder $6,75 \times 0,25 = 6\,{}^3\!/_4 \times {}^1\!/_4 = 1\,{}^{11}\!/_{16} = 1,6875$.

Giebt das Product weniger Stellen als beide Factoren zusammen Decimalen haben, so ergänzt man die fehlenden Stellen durch vorgesetzte Nullen. Z. B.

1) 0,75 × 0,05 = 0,0375 2) 0,09 × 0,08 = 0,0072
3) 4,003 × 0,009 = 0,036027 4) 0,0425 × 0,003 = 0,0001275

Die ergänzten Stellen sind hier durch gröfsere Schrift bezeichnet.

Beweis. (1) $0,75 \times 0,05 = \frac{75}{100} \times \frac{5}{100} = \frac{375}{10000} = 0,0375$;

(4) $0,0425 \times 0,003 = \frac{425}{10000} \times \frac{3}{1000} = \frac{1275}{10000000} = 0,0001275$.

§. 105. Ist ein Decimalbruch mit 10, 100, 1000 u. s. w. zu multiplicieren, so rückt man das Komma um eben so viel Stellen rechts, als der Multiplicator Nullen enthält. (S. §. 88.) Hat der Multiplicator aber mehr Nullen, als der Multiplicand Decimalstellen, so fügt man diese mehr vorhandenen Nullen dem Producte rechts an. Z. B.

1) 0,475 × 10 = 4,75 2) 0,965 × 100 = 96,5
3) 174,9862 × 1000 = 174986,2 4) 0,986 × 1000 = 986
5) 13,246 × 100000 = 1324600.

Auf dieselbe Weise erfolgt auch die Multiplication eines Decimalbruches mit einem Vielfachen von 10, 100, 1000 u. s. w.

Z. B. 1) 8,754 × 60 = 87,54 × 6 = 525,24
2) 0,3756 × 900 = 37,56 × 9 = 338,04
3) 14,75 × 12000 = 14750 × 12 = 177000.

§. 106. Soll ein Decimalbruch mit einem gewöhnlichen Bruche multipliciert werden, so kann man letztern in einen Decimalbruch verwandeln, und dann wie oben gezeigt worden, verfahren. Allein oft ist es kürzer, den Decimalbruch mit dem Zähler des Bruches zu multiplicieren und das Product durch dessen Nenner zu dividieren. Z. B. $0,385 \times {}^5\!/_8 = \frac{0,385 \times 5}{8} = \frac{1,925000}{9} = 0,240625$. Hier wurden dem erhaltenen Producte (1,925) 3 Nullen angehängt, um die Division (durch 8) zu Ende zu bringen. Wo diese Division nicht zu Ende geht, bedingt die zu beobachtende Genauigkeit die Anzahl der Decimalen im Resultate. — Ferner:

$1{,}5736 \times {}^{13}/_{16}$
$0{,}7868 = {}^{8}/_{16}$
$0{,}3934 = {}^{4}/_{16}$
$0{,}09835 = {}^{1}/_{16}$
$1{,}27855$

$6{,}536 \times 5\,{}^{7}/_{8}$ $(= 6 \div {}^{1}/_{8})$
$39{,}216 = 6{,}536 \times 6$
$\div\ 0{,}817 = {}^{1}/_{8}$ aus $6{,}536$
$38{,}399$

Fälle dieser Art sind, wie man sieht, ganz nach den bei der Multiplication der Brüche gegebenen Regeln zu behandeln.

Zuweilen kann es die Rechnung erleichtern, wenn man einen als Decimalbruch gegebenen Multiplicator in einen gemeinen Bruch verwandelt. Z. B. $0{,}8333\ldots = {}^{5}/_{6}$; $0{,}9375 = {}^{15}/_{16}$; $13{,}875 = 13\,{}^{7}/_{8} = 14 \div {}^{1}/_{8}$.

b) Multiplication benannter Decimalbrüche.

§. 107. Wenn die gegebenen Maſse, Gewichte und Münzen dem reinen Decimalsysteme angehören, so kann die Berechnung solcher Multiplicationsaufgaben, die auch in der Regeldetri vorkommen, ebenso wie §. 26 gezeigt, vorgenommen werden.

Z. B. 1) 1 Kilogr. kostet 7 *Fr.* 30 *c.*; wieviel kosten:

a) 17 Kilogr. 9 Hektogr.
$17{,}9 \times 7{,}3$
537
1253
130,67 *Fr.* = 130 *Fr.* 67 *c.*

b) 17 Kilogr. 9 Dekagr.
$17{,}09 \times 7{,}3$
5127
11963
124,757 *Fr.* = 124 *Fr.* 75,7 *c.*

2) Holland. 1 Pond = 96 *c.*; wieviel kosten 196 Pond 8 Ons 5 Lood?

$196{,}85 \times 0{,}96$ $(= 12 \times 8)$
236220
188,9760 *f.* = 188 *f.* 97,6 *c.*

3) Wien. 1 *Ctr.* kostet 36 *f.* 35 Nkr.; wieviel kosten 9 *Ctr.* 40 ℔?

$36{,}35 \times 9{,}4$
14540
32715
341,690 *f.* = 341 *f.* 69 Nkr.

oder:
$36{,}35 \times 10 = 363{,}5$
$\div\ 36{,}35 \times 0{,}6 = 21{,}810$
341,690 *f.*

4) Baden. 1 *Ctr.* = 15,6 *f.*; wieviel kosten 9 Stein 8 ℔?

$15{,}6 \times 0{,}98$
1248
1404
15,288 *f.*

oder kürzer:
$15{,}6 \times 1 = 15{,}6$
$\div\ 15{,}6 \times 0{,}02 = 0{,}312$
15,288 *f.*

5) Baden. 1 ℔ = $7\frac{1}{2}$ kr.; wieviel kosten 9 Ctr. 8 Stein 9,5 ℔.

989,5 × 7,5 (75 = $\frac{1}{4}$ aus 300; vgl. S. 8. unter 9)
× 300
296850
4)
7421,25 kr. = 123 fl. 41,25 kr.

6) Hannover. 1 Ctr. kostet $19\frac{5}{8}$ Thlr.; wieviel kosten: *a)* 4 Ctr. $36\frac{1}{2}$ ℔; *b)* 9 ℔ 6 Nloth. 4 Halbgr.?

a) 4,365 × $19\frac{5}{8}$
82,935
2,1825 = $\frac{4}{8}$
0,5456 = $\frac{1}{8}$
85,6631 Thlr.

b) 19,625 × 0,09604
78500 (24 × 4)
1884000
1,88478500 Thlr.

§. 108. Sollen jedoch andere ungleichbenannte Zahlen mit Decimalbrüchen multipliciert werden, so mufs man entweder die niederen Sorten in Decimalbrüche der höchsten oder derjenigen Sorte verwandeln, für welche der Preis gegeben ist (§. 126), oder mit dem Decimalbruche wie mit einer gewöhnlichen Zahl multiplicieren und das Product durch den dekadischen Nenner theilen. Auch kann man den Decimalbruch im Multiplicator in einen gemeinen Bruch verwandeln und nach §. 106 verfahren.

Z. B. 184 Thlr. 24 sgr. 6,84 ₰ × 7,25

a) 184,819 Thlr. × 7,25
4620475 (= 184,819 × 25)
1293733
1339,93775 Thlr.

b) $\frac{184 \text{ Thlr. } 24 \text{ sgr. } 6{,}84 \text{ ₰} \times 725}{100}$
$= \frac{184 \text{ Thlr. } 24 \text{ sgr. } 6{,}84 \text{ ₰} \times 29}{4}$
= 1339 Thlr. 28 sgr. 1,59 ₰

c) 184 Thlr. 24 sgr. 6,84 ₰ × $7\frac{1}{4}$.

Anm. *a)* Wegen Resolvierung des Thalerbruches (0,93775) s. §. 123. *b)* Hier sollte mit 725 multipliciert und durch 100 dividiert werden, Multiplicator und Divisor wurden aber durch 25 gekleinert.

§. 109. Uebungsaufgaben.

413) 7,29 × 4,8.
414) 32,79 × 9.
415) 0,06 × 0,17.
416) 5,4 × 0,05.
417) 94,46 × 0,009.
418) 0,17 × 84.
419) 9,456 × 100.
420) 96,48 × 29,325.
421) 7,966 × 10.
422) 64,246 × 19.
423) 0,246 × 0,812.
424) 96,876543 × 0,21.
425) 46,976 × $\frac{3}{8}$.
426) 645,9728 × $4\frac{3}{16}$.
427) 0,007 × 0,008.
428) 0,009 × 0,00026.
429) 46,7204 × 5,8642.
430) 96,4892 × 12,40965.
431) 46,3298 × 0,4628.
432) 0,08945 × 0,008926.

433) Frankreich. 1 Kilogr. kostet 3434 *Fr.* 44 *c.*; wieviel kosten 16 Kilogr. 4 Grammen?
434) Holland. 1 Pond = 1644 *f.* 56 *c.*; wieviel kosten 922 Wigtjes?
435) Baden. 1 *Ctr.* = 16,75 *f.*; wieviel kosten 4 *Ctr.* 5 *St.* 9,5 *Ø*?
436) Frankreich. 1 Gr. kostet 3 *Fr.* 43,44 *c.*; wieviel kosten 2365 Gr.?
437) Hannover. 1 *Ctr.* kostet $27\,^3/_8$ *ß*; wieviel kosten 39 *Ctr.* $17\,^1/_2$ *Ø*?

c) Abgekürzte Multiplication der Decimalbrüche.

§. 110. Der Zweck der abgekürzten Multiplication ist, im Producte keine niedrigeren Decimalstellen zu erhalten, als durch die Multiplication des Multiplicanden mit der höchsten Stelle des Multiplicators entstehen, und das praktische Verfahren dabei, dessen Begründung dem Unterrichte überlassen bleibt, ist folgendes:

Man beginnt die Multiplication mit der höchsten Stelle des Multiplicators und zieht hierauf hinter die Einer des erhaltenen Products einen senkrechten Strich. Die niedrigste Stelle des Multiplicanden streicht man aus, und multipliciert dieselbe mit der 2. Stelle des Multiplicators, setzt die Einer des Products hinter den Strich, die Zehner aber, wenn dergleichen vorhanden sind, fügt man dem folgenden, vor den Strich zu stehen kommenden Producte hinzu und fährt nun fort zu multiplicieren. Hierauf streicht man die zweite Stelle rechter Hand im Multiplicanden aus, und multipliciert diese ausgestrichene Stelle mit der dritten Stelle des Multiplicators, indem man dasselbe Verfahren wie bei der zuerst ausgestrichenen Stelle des Multiplicanden beobachtet. So fährt man fort zu multiplicieren, bis mit allen Stellen des Multiplicators multipliciert ist. Bei der Addition der Partialproducte berücksichtigt man die hinter dem Striche stehenden Zahlen so, daſs ihre Zehner zur folgenden Stelle gerechnet, und die Einer für einen Zehner angenommen werden, wenn sie 5 oder mehr als 5 betragen.

§. 111. Hinsichtlich der Anzahl der Decimalstellen, die man dem Producte zu geben hat, ergiebt sich bereits aus dem im vorigen Paragraphen angedeuteten Zwecke dieser Art der Multiplication, daſs das Product stets soviel Decimalstellen haben muſs, als man erhält, wenn man die Decimalen des Multiplicanden mit der höchsten Stelle des Multiplicators multipliciert. Hat also der Multiplicator in der höchsten Stelle nur Einer, so hat das Product ebensoviel Decimalstellen als der Multiplicand; denn $0,7204 \times 5 = 3,6020$. — Hat der Multiplicator in der höchsten Stelle Zehner oder Hunderter oder Tausender u. s. w., so hat das Product 1, 2 oder 3 u. s. w. Decimalstellen weniger, als der Multiplicand (vgl. §. 105). Denn $12,864 \times 10 = 128,64$; $12,864 \times 1000 = 12864$. — Hat aber

der Multiplicator in der höchsten Stelle nur Zehntel, Hundertel oder Tausendtel u. s. w., so erhält das Product 1 oder 2 oder 3 u. s. w. Decimalstellen mehr als der Multiplicand. Denn 3,365 × 0,5 = 1,6825; 3, 365 × 0,005 = 0,016825.

Beispiele.

1) e d c b a / a b c d e: 46,7204 × 5,8642

2336020	
373763	2
28032	0
1868	8
93	4
273,9777	4

2) f e d c b a / a b c d e f: 96,4892 × 12,40965

964892	
192978	4
38595	6
867	6
57	6
4	5
1197,395	7 = 1197,396

3) d c b a / a b c d: 46,3298 × 0,4628

1853192	
277978	8
9265	8
3705	6
21,44142	2

4) d c b a / a b c d: 0,08945 × 0,008926

71560	
8050	5
178	8
53	4
0,00079842	7 = 0,00079843

Anm. Die Resultate obiger Beispiele mag man mit den Auflösungen der Seite 83 befindlichen Uebungsbeispiele Nr. 429. 430. 431. 432. vergleichen, um das Unbedeutende der Differenzen zwischen den durch das gewöhnliche und den durch das abgekürzte Verfahren erlangten Producten zu bemerken. — Die über den einzelnen Ziffern stehenden Buchstaben bezeichnen die Reihenfolge, in welcher die Multiplication und das Ausstreichen der betroffenen Stellen des Multiplicators und des Multiplicanden erfolgt ist.

Dafs sich zuweilen, je nachdem man den einen oder den andern der beiden Factoren zum Multiplicator macht, ein kleiner Unterschied zeigt, läfst sich aus dem Verfahren selbst erklären, und wird durch Vergleichung der Producte folgender Beispiele mit denen der oben unter 1) und 2) gegebenen dargethan.

e d c b a / a b c d e: 5,8642 × 46,7204

234568	
35185	2
4104	8
127	2
2	0
273,977	2 = 273,977

e d c b a / a b c d e: 12,40965 × 96,4892

11168685	
744579	0
49638	4
9927	2
1116	0
24	8
1197,3970	4 = 1197,397

§. 112. Uebungsaufgaben.

438) 645,9728 × 4,1875. 439) 123,456789 × 9,87054.
440) 0,092643 × 4,08625. 441) 0,08421 × 0,42603.
442) 13,92865 × 0,68756. 443) 125,98264 × 27,0086.

7) Division der Decimalbrüche.

a) Division unbenannter Decimalbrüche.

§. 113. Die bereits in der Division mit gewöhnlichen Brüchen aufgestellte Regel, dafs der Divisor, wenn er nicht schon eine ganze Zahl ist, zu einer solchen gemacht werden mufs, ehe die Division vorzunehmen ist, gilt auch für die Division der Decimalbrüche.

§. 114. Ist der Divisor bereits eine ganze Zahl, so dividiert man mit ihm in den Decimalbruch eben so wie bei der Division einer ganzen Zahl, nur hat man darauf zu achten, dafs man im Quotienten das Decimalzeichen dahin setzt, wo die Division in die Ganzen zu Ende geht, wenn deren überhaupt im Dividenden vorhanden sind. Ist dies nicht der Fall, so giebt natürlich sofort die erste Stelle des Quotienten = 0 Ganze (0,). — Bleibt bei der Division in die letzte Decimalstelle des Dividenden ein Rest, so hängt es von der im Quotienten zu erreichenden Genauigkeit ab, ob man die Division weiter fortsetzen will, was dadurch möglich wird, dafs man dem verbleibenden Reste Nullen anfügt.

Beispiele.

1) 8 in 0,1208 = 0,0151
40
—8

Ausführung: 8 in 0 Ganze = 0 Ganze; 8 in 1 Zehntel = 0 Zehntel; 8 in 12 Hundertel = 1 Hundertel; 8 in 40 Tausendtel = 5 Tausendtel; 8 in 8 Zehntausendtel = 1 Zehntausendtel.

2) 12 in 42,0432 = 3,5036
60
—43
72

Ausführung: 12 in 42 Ganze = 3 Ganze; Rest 6 Ganze = $^{60}/_{10}$; 12 in 60 Zehntel = 5 Zehntel; 12 in 4 Hundertel = 0 Hundertel u. s. w.

3) 48 in 0,846 = 0,017625
366
30_0
12_0
24_0

4) 216 in 843,709 = 3,906060185
1957
1309
$—13_{00}$
04_{00}
184_0
112_0
40

5) 144 in 4460,976
12) ——
371,748
12) ——
30,979

Die mit kleiner Schrift gedruckten Nullen wurden angehängt, als die Division auch dann noch fortgesetzt werden sollte, nachdem die Decimalstellen

in den betreffenden Dividenden erschöpft waren. — In Beispiel 3) konnte auf diese Weise die Division zu Ende geführt werden; in Beispiel 4) gab der Quotient einen unendlichen Decimalbruch; in Beispiel 5) ist der Divisor zerlegt worden.

§. 115. Ist der Divisor ein Decimalbruch, oder eine ganze Zahl mit angehängtem Decimalbruche, so verfährt man nach der in §. 76 gegebenen Regel: Man multipliciert Divisor und Dividenden mit dem Nenner des erstern und verwandelt auf diese Weise den Divisor in eine ganze Zahl. Da nach §. 105 die Multiplication eines Decimalbruches mit 10, 100, 1000 u. s. w. in einem einfachen Verrücken des Decimalzeichens nach der rechten Hand um eben so viele Stellen besteht, als der Multiplicator (hier der Nenner des Divisors) Nullen zählt, so läfst sich die gegebene Regel auch so fassen: Man rückt das Decimalzeichen im Divisor und im Dividenden soviel Stellen nach rechts, als der Divisor Decimalen hat. Zählt der Dividend weniger Decimalen als der Divisor, so ergänzt man die dem ersteren fehlenden durch Nullen. (Beisp. 5. 6).

Beispiele.

1) 0,124 in 0,868
= 124 in 868 = 7

2) 0,85 in 7,24
= 85 in 724 = 8,5176
44_0
15_0
65_0
55_0
40

3) 5,76 in 28,65
= 576 in 2865 = 4,9739
561_0
426_0
228_0
552_0
336

4) 0,217 in 0,8245
= 217 in 824,5 = 3,7995
1735
216_0
207_0
117_0
85

5) 3,525 in 0,75
= 3525 in 750_0
= 47 in 10_0 = 0,2127
6_0
13_0
36_0
31

6) 3,64 in 12
= 364 in 1200
= 91 in 300 = 3,2967
27_0
88_0
61_0
64_0
3

7) 0,00064 in 0,544
= 64 in 54400
= 2 in 1700 = 850.

Erkl. Divisor und Dividend sind in Beispiel 1) mit 1000, in Beispiel 2) und 3) mit 100 multipliciert worden; oder, da in allen 3 Beispielen jeder Divisor ebensoviel Decimalstellen zählt, als der zu ihm gehörige Dividend, so konnten die Decimalstellen auf beiden Seiten unbeachtet bleiben, und man dividierte mit 124 in 868, mit 85 in 724 u. s. w. — In Beispiel 4) wurde der Divisor ($^{217}/_{1000}$) durch Multiplication mit 1000 auf 217 Ganze erhoben; 0,8245 ebenfalls mit 1000 multipliciert, gab 824,5. — In Beispiel 5) mufste der Divisor 3,525 mit 1000 multipliciert werden; eben so der Dividend 0,75, welcher dadurch = 750 wurde u. s. w. — Uebrigens sind, zur Vereinfachung der Rechnung, in den letzten drei Beispielen, Divisor und Dividend in kleineren Zahlen ausgedrückt (abgekürzt) worden, und zwar in 5) durch 25 × 3, in 6) durch 4, in 7) durch 8 × 4. — In den Beispielen 2) bis mit 6) ist die Division nicht zu Ende geführt; man kann sie aber fortsetzen, wenn gröfsere Genauigkeit erfordert wird.

In manchen Fällen wird es vortheilhaft sein, den Decimalbruch des Divisors in einen gemeinen Bruch zu verwandeln und nach den Regeln des §. 76 zu verfahren. Z. B.

1) 0,875 in 0,8975
$= {}^7/_8$ in 0,8975
= 0,8975
$+ {}^1/_7 =$ 0,1282
1,0257

2) 4,25 in 18,36
$= 4\,{}^1/_4$ in 18,36
= 17 in 18,36 × 4
×4
73,44
17) ————
4,32

§. 116. Als eine Division mit Decimalen läfst sich auch eine Division mit ganzen Zahlen dann behandeln, wenn der Divisor in seinen letzten Stellen Nullen hat. (S. §. 5 unter 4.) Man streicht die Nullen aus, und schneidet im Dividenden ebensoviel Stellen von der rechten nach der linken Hand ab, als Nullen ausgestrichen worden sind; die abgeschnittenen Stellen sind dann als Decimalstellen zu betrachten.

Z. B. 8300 in 685478592
= 83 in 6854785,92 = 82587,782
214
487
728
645
64_9
68_2
18_0
14

§. 117. Nach §. 105 erfolgt die Multiplication eines Decimalbruches mit 10, 100, 1000 u. s. w. durch Versetzung des Decimalzeichens um ebensoviel Stellen nach rechts, als der Multiplicator Nullen zählt. Umgekehrt wird nun bei der Division eines Decimalbruches durch 10, 100, 1000 u. s. w. das Komma um soviel Stellen links zu rücken sein, als der Divisor Nullen enthält.

Z. B. 10 in 0,625 = 0,.625 = 0,0625; 100 in 0,375 = 0,..375 = 0,00375; 1000 in 0,0685 = 0,....0685 = 0,0000685.

Die Punkte hinter dem Komma bezeichnen die Anzahl der Stellen, um welche das Komma zurückgesetzt wird.

Ist der Dividend eine ganze Zahl mit einem angehängten Decimalbruche, so werden von den Ganzen soviel Stellen zu Decimalen, als der Divisor Nullen enthält. Z. B. 10 in 16,25 = 1,625; 100 in 18,75 = 0,1875; 10000 in 6,25 = 0,..625 = 0,00625.

Auf dieselbe Weise erfolgt auch die Division mit einem Vielfachen von 10, 100, 1000 u. s. w., wie folgende Beispiele zeigen.

1) 90 in 0,72
= 9 in 0,072 = 0,008

2) 800 in 14,324
= 8 in 0,14324 = 0,017095

3) 5000 in 1,495
= 5 in 0,001495 = 0,000299

Hier bringen wir auch das in §. 5 unter 7) erwähnte Verfahren der Division mit solchen Divisoren zur Besprechung, welche nur um eine Einheit kleiner sind als die Zahlen 100, 1000, 10000 u. s. w., z. B. 99, 999, 9999, oder um einen Bruchtheil aus jenen Zahlen, z. B. $75 = 100 \div (^1/_4 \times 100$, also $^3/_4 \times 100)$, $875 = 1000 \div (^1/_8 \times 1000$, also $= ^7/_8 \times 1000)$ u. s. w. Wenn man in einem dieser Fälle nicht eine unbedingte Genauigkeit im Quotienten erreichen will, so kann man die Division zunächst mit 100, 1000, 10000 u. s. w. ausführen. Der Quotient besteht alsdann aus denselben Zahlen, welche den Dividenden bilden, enthält jedoch soviel Decimalstellen, als die Zahlen 100, 1000, 10000 u. s. w. Nullen enthalten. In dem einen wie in dem andern Falle hat man aber den Divisor vergröfsert, und zwar im ersten um $^1/_{99}$, $^1/_{999}$, $^1/_{9999}$, der Quotient ist daher in demselben Verhältnisse kleiner geworden, müfste also um den 99., 999., 9999. Theil u. s. w. vergröfsert werden, es genügt aber, ihn um den 100., 1000., 10000. Theil u. s. w. zu vergröfsern. Man dividiere daher den Quotienten durch 100, 1000, 10000 u. s. w., setze das Resultat dieser Division unter den Quotienten, und fahre dann fort, die nach und nach erlangten Resultate zu dividieren und die Quotienten, wie bemerkt, unter einander zu setzen, bis die Division kein beachtenswerthes Resultat mehr liefert. Die Summe der so gefundenen Quotienten + dem Hauptquotienten giebt das Resultat der Aufgabe. Z. B. 1) 99 in 80462316; 2) 999 in 14076286; 3) 9999 in 236489796.

1)	2)	3)
804623,16	14076,286	23648,9796
8046,2316	14,076286	2,364897
80,4623	0,014076	0,000236
0,8046	0,000014	23651,344733
0,0080	14090,376376	
812750,6665		

Im zweiten Falle fügt man dem durch Division mit 100, 1000, 10000 u. s. w. erhaltenen Resultate den Quotienten hinzu, den man erhält, wenn man diese Resultate durch den Zähler des Bruches dividiert, den der Divisor der Aufgabe aus 100, 1000 oder 10000 u. s. w. bildet. Z. B. 46395 dividiert durch 75, 875, $87^1/_2$, $93^3/_4$.

$$\begin{array}{rr} & 463,95 \\ + \frac{463,95}{3} = & 154,65 \\ \hline & 618,60 \end{array} \qquad \begin{array}{rr} & 46,395 \\ + \frac{46,395}{7} = & 6,6278\ldots \\ \hline & 53,0228\ldots \end{array}$$

$$\begin{array}{rr} & 463,95 \\ + \frac{463,95}{7} = & 66,278\ldots \\ \hline & 530,228\ldots \end{array} \qquad \begin{array}{rr} & 463,95 \\ + \frac{463,95}{15} = & 30,93 \\ \hline & 494,88 \end{array}$$

Dividiert man, statt durch 75, $87\frac{1}{2}$ und $93\frac{3}{4}$, durch 100, so hat man den Divisor um den 3., 7. und 15. Theil zu grofs genommen, der Quotient dieser Division ist also um den 3., 7. und 15. Theil zu klein, mufs daher um denselben Theil vergröfsert werden. Dividiert man, statt durch 875, durch 1000, so ist der Divisor um $\frac{1}{7}$ zu grofs, der Quotient also um $\frac{1}{7}$ zu klein, er ist daher um den 7. Theil zu vergröfsern.

§. 118. Die Division eines Decimalbruches durch einen gemeinen Bruch oder durch eine gemischte Zahl erfolgt nach §. 76. Man verwandelt also den Divisor durch Multiplication mit seinem Nenner in eine ganze Zahl, multipliciert mit demselben Nenner den Dividenden und verrichtet hierauf die Division, wie bisher gelehrt worden ist. Z. B. $\frac{5}{8}$ in $0{,}625 = \frac{0{,}625 \times 8}{5} = 1$; $\frac{7}{9}$ in $5{,}634 = \frac{5{,}634 \times 9}{7} = \frac{50{,}706}{7} = 7{,}2437142857\ldots$; $3\frac{5}{7}$ in $0{,}4895 = 26$ in $0{,}4895 \times 7 = 26$ in $3{,}4265 = 0{,}1317\ldots$ Wie viel Decimalstellen man dem Quotienten geben will, hängt von der zu erreichenden Genauigkeit des Resultates ab. — Ob eine Verwandlung des Decimalbruches in einen gemeinen Bruch vortheilhaft sei, wird von der Beschaffenheit des erstern abhängen. (Vgl. §. 115 am Schlusse.)

Ist ein gewöhnlicher Bruch durch einen Decimalbruch zu dividieren, so giebt man dem letzteren seinen dekadischen Nenner, kürzt ihn, wenn es möglich ist, ab, und verfährt dann nach §. 76ff. Oder man verwandelt den gewöhnlichen Bruch in einen Decimalbruch und verrichtet die Division wie §. 114ff. gezeigt worden ist.

Z. B. $0{,}845$ in $\frac{17}{625} = \frac{845}{1000}$ in $\frac{17}{625} = \frac{169}{200}$ in $\frac{17}{625} = \frac{200 \times 17}{169 \times 625} = \frac{136}{4225}$; $0{,}65$ in $\frac{19}{20} = 0{,}65$ in $0{,}95 = 65$ in $95 = 13$ in $19 = 1{,}4615\ldots$

b) Division benannter Decimalbrüche.

§. 119. Die hier zu behandelnden Divisionsaufgaben, eigentlich Divisionsaufgaben der Regeldetri, beziehen sich entweder auf Münzen, Mafse und Gewichte, die dem reinen Decimalsysteme schon angehören, oder auf solche, bei denen dies nicht der Fall ist. Erstere behandelt man sofort wie Decimalbrüche nach §. 114ff. (Beisp. 1—4), letztere mufs man nach §. 126 in Decimalbrüche den Bedingungen der Aufgabe gemäfs verwandeln, worauf man ebenfalls nach §. 114ff. verfährt (Beispiel 5). Dafs je nach der Beschaffenheit des Divisors die Behandlung des letztern als gemeiner Bruch den Vorzug vor der Anwendung des Decimalbruches verdienen kann, zeigt ohne weitere Erläuterung das 6. Beispiel.

Z. B. 1) 10,5 Kilogr. kosten 55,5 *fl.*; wieviel kostet 1 Kilogr.?
10,5 in 55,5 = 105 in 555
= 7 in 37 = 5,29 *fl.* c^a.

2) 28 Met. 9 Decim. 8 Centim. kosten 128 *fl.* 8 *c.*; wieviel kostet 1 Meter?
28,98 in 128,08
= 2898 in 12808 = 4,42 *fl.* c^a.

3) 4 Meter 8 Centimeter kosten 1 *Fr.* 2 *c.*; wieviel kostet 1 Hektometer?
0,0408 in 1,02 = 408 in 10200
= 17 in 425 = 25 *Fr.*

4) Baden. 4 *Ctr.* 9 *St.* 9,6 *℔* kosten 62,45 *f.*; wieviel kostet 1 *℔*?
499,6 in 62,45
= 4996 in 624,5 = 0,125 *f.*

5) Leipzig. 4 *Ctr.* 96 $^1/_4$ *℔* kosten 37 *ℛ* 16 *ngr.* 5 *₰*; wieviel kostet 1 *Ctr.*?
4 *Ctr.* 96 $^1/_4$ *℔* = 4,9625 *Ctr.*
37 *ℛ* 16 *ngr.* 5 *₰* = 37,55 *ℛ* (s. §. 126)
= 49,625 in 37,55 = 7,5667 *ℛ*.

6) Berlin. 4 *Ctr.* 75 *℔* kosten 40 *ℛ* 11 *sgr.* 3 *₰*; wieviel kostet 1 *Ctr.*?
4 $^3/_4$ in 40 *ℛ* 11 *sgr.* 3 *₰*
= 19 in 40 *ℛ* 11 *sgr.* 3 *₰* × 4 =
8 *ℛ* 15 *sgr.*

Divisor und Dividend sind in Beispiel 1) durch 5×3, in 3) durch 8×3 abgekürzt worden.

§. 120. Uebungsaufgaben.

444) 6 in 7,32.
445) 14 in 43,498.
446) 4,8 in 34,992.
447) 64,75 in 238,269.
448) 64,246 in 1220,674.
449) 3,75 in 7986.
450) 0,265 in 0,986.
451) 0,72 in 0,2268.
452) 0,9265 in 0,76.
453) 0,9875 in 19,726.
454) 10 in 19,432.
455) 100 in 94,864.
456) 1000 in 0,9826.
457) 0,28 in 146,245.
458) 0,22 in 1.
459) 8400 in 64,875.
460) $^7/_8$ in 0,942.
461) 4 $^3/_{16}$ in 2705,0111.
462) 7,25 in 16 $^7/_{12}$.
463) 7000 in 8304,625.
464) *a*) 19,864 in 0,346; *b*) 87 $^1/_2$ in 296,475; *c*) 93 $^3/_4$ in 1365,732.
465) *a*) 0,00248 in 6,421; *b*) 99 in 168,475; *c*) 999 in 4096,548.
466) Frankreich. 814,7 Kilogr. kosten 17923 *Fr.* 40 *c.*; wieviel kostet 1 Kilogr.?
467) Wien. 32 *Ctr.* 29 *℔* kosten 532 *f.* 78 $^1/_2$ Nkr.; wieviel kostet 1 *Ctr.*?
468) Berlin. 37 *Ctr.* 23 $^1/_2$ *℔* kosten 316 *ℛ* 15 *sgr.*; wieviel kostet 1 *Ctr.*?
469) Baden. 87 $^1/_2$ *℔* kosten 32 *f.* 22 $^1/_2$ *xr.*; wieviel kostet 1 *Ctr.*?
470) Stockholm. 12 *℔* 95 Ort 15 Korn sind berechnet mit 104 Riksdaler 92 $^1/_2$ Oere; wieviel kostet 1 *℔*?

Anm. In den Resultaten ist jeder Quotient bis auf die 5. Stelle, mit der §. 95 erwähnten Berücksichtigung der 6. auszudrücken, es sei denn, dafs die Division früher zu Ende geht, oder der Quotient einen unendlichen Decimalbruch giebt, dessen Periode früher als mit der 5. Stelle beginnt.

c) Abgekürzte Division der Decimalbrüche.

§. 121. Der Zweck dieser abgekürzten Division ist, mit einer möglichst geringen Anzahl von Ziffern die möglichste Genauigkeit im Quotienten zu erreichen, und das Verfahren selbst ist folgendes:

Man verrichtet zuerst die Division, wie in §. 114 ff. gelehrt worden ist. Sobald aber die Stellen im Dividenden erschöpft sind, oder wenn gleich anfangs der Divisor gröfser als der Dividend ist, hängt man letzterem nicht, wie gewöhnlich geschieht, Nullen an, sondern man streicht vor der Auffindung jeder neuen Decimale des Quotienten die letzte Stelle des Divisors weg, und berücksichtigt sie nur in soweit, dafs man sie mit der gefundenen Decimalstelle des Quotienten multipliciert, und ihre Zehner zu dem Producte der nicht ausgestrichenen Stellen im Divisor nimmt.

Beispiele.

1) 64,75 in 238,269
= 6475 in 23826,9 = 3,6798
44019
5169
637
55
4

2) 0,9875 in 19,726
= 9875 in 197260 = 19,976
98510
9635
748
58
—

3) 0,265 in 0,986
= 265 in 986 = 3,72
191
6
1

4) 19,864 in 0,346
= 19864 in 346 = 0,0175
148
10
1

Erkl. Beispiel 1). Beide Brüche mit 100 multipliciert, geben 6475 und 23826,9 und die Division in die Ganzen und Decimalen des Dividenden giebt im Quotienten 3,6. Statt dem Reste 5169 eine Null anzuhängen, schneidet man im Divisor die letzte Stelle (5) ab und dividiert mit 647. Der Quotient ist 7, wobei man die 3 Zehner von der mit 7 multiplicierten abgeschnittenen Stelle 5 zum Producte von 7×7 addiert u. s. w. Eben so verfährt man in 2) und 3). In 4) ist sogleich der Divisor gröfser als der Dividend; man sagt daher: 19864 in 346 = 0 Ganze; 1987 in 346 Zehntel = 0 Zehntel; 198 in 346 Hundertel = 1 Hundertel u. s. w. — Man vergleiche mit diesen Resultaten die der Uebungsaufgaben Nr. 447. 453. 450. 464*a*, Seite 91.

§. 122. Uebungsaufgaben.

471) 4,8125 in 37,545.
472) 300,55 in 726,396.
473) 0,645 in 232,75.
474) 4,926 in 0,34872.
475) 0,06175 in 0,009286.
476) 312,728 in 64,79264.

8) Resolvierung der Decimalbrüche.

§. 123. Regel. Man multipliciert den gegebenen Decimalbruch mit der Reductionszahl (§. 8) und giebt dem Producte soviel Decimalstellen, als deren der Decimalbruch hat. Sind diese Decimalen nicht Nullen, und gehören sie einer Sorte an, die sich in eine noch kleinere auflösen läfst, so behandelt man dieselben wie vorher und

setzt das Verfahren so lange fort, bis keine geringere Sorte mehr vorhanden ist.

Z. B. 1) 0,625 ℔; wieviel Schillinge?
0,625 × 16 = 10,000. Resultat: 10 ß.

2) 0,7435 Ctr. in Sachsen oder Preufsen; wieviel Pfund, Loth und Quentchen?
0,7435 × 100 = 74,35 ℔.
0,35 × 30 = 3,5 × 3 = 10,5 Lth.
0,5 × 10 = 5 Qt.
Resultat: 74 ℔ 10 Lth. 5 Qt.

3) 0,8146 *Ton*; wieviel *Hundredweights*, *Quarters* und Pfund?
0,8146 × 20 = 8,146 × 2 = 16,292 *Cwt.*
0,292 × 4 = 1,168 *Qrs.*
0,168 × 28 = 4,704 ℔.
Resultat: 16 *Cwt.* 1 *Qr.* 4,704 ℔.

4) 0,875 Ld'or. à $5\frac{3}{4}$ ßf; wieviel Thaler u. s. w.?
$0,875 \times 5\frac{3}{4} = \frac{0.875 \times 23}{4} = 5,03125$ ßf.
0,03125 × 30 = 0,3125 × 3 = 0,9375 ngr.
0,9375 × 10 = 9,375 ₰.
Resultat: 5 ßf — ngr. 9,375 ₰.

Ist der gegebene Decimalbruch ein unendlicher, so ist allerdings auf diese Weise sein Werth in der niedern Sorte nicht ganz genau zu ermitteln. Um denselben genau zu finden, müfste man ihn vielmehr in einen gemeinen Bruch umformen (§. 96), und hierauf nach §. 81 verfahren; allein die Differenz ist jedenfalls so unbedeutend, dafs man hier zwischen endlich und unendlich keinen Unterschied macht.

Z. B. 0,955 ... ßf; wieviel Neugroschen und Pfennige?
0,955 × 30 = 9,55 × 3 = 28,65 ngr.
0,65 ngr. × 10 = 6,5 ₰.
Resultat: 28 ngr. 6,5 ₰.

§. 124. Ist die Sorte, von welcher ein Decimalbruch gegeben ist, abwärts nach dem reinen Decimalsysteme abgetheilt, so entspricht jede einzelne Ziffer des Bruches einer niedern Sorte, und die hinter der niedrigsten Sorte etwa bleibenden Stellen sind Decimaltheile derselben.

Z. B. 1) Aus welchen niederen Sorten besteht der Decimalbruch 0,98756 Kilogramme? — Antwort: 9 Hektogr. 8 Dekagr. 7 Gr. 5 Decigr. 6 Centigr.

2) Wieviel Grammen enthält derselbe Bruch? Antwort: 987,56 Grammen.

3) 0,28469565 *Ctr.* in Baden; wieviel Stein, Pfund u. s. w.? Antwort: 2 Stein 8 ℔ 4 Zehnling 6 Centaſs 9 Dekaſs 5,65 Aſs.

4) Wieviel Pfund enthält derselbe Bruch? Antwort: 28,469565 ℔.

§. 125. Uebungsaufgaben.

477) Amsterdam. 0,85 *f.*; wieviel Cents? 478) Augsburg. 0,275 Ld'or. à 9 *f.* 48 *xr.*; wieviel Gulden? 479) Berlin. 0,975 *ℬ*; wieviel Silbergroschen u. s. w.? 480) Berlin. 0,74896 Centner; wieviel Pfund u. s. w.? 481) Bremen. *a*) 0,096 *ℬ*; wieviel Grot u. s. w.? *b*) 0,765 deutsche Goldkr. à 8 *ℬ* 28 4/5 *gl.* in Louisd'or; wieviel Thaler u. s. w.? 482) Constantinopel. 0,875 Piaster; wieviel Para? 483) Frankfurt a. M. 0,0964 *Ctr.*; wieviel Pfund u. s. w.? 484) Genua. 0,565 *Lire*; wieviel *Centesimi?* 485) Hamburg. 0,832 *ℳ*; wieviel Schillinge u. s. w.? 486) Hannover. 0,379 *ℬ*; wieviel Groschen und Pfennige? 487) Hannover. 0,6495 *Ctr.*; wieviel Pfund u. s. w.? 488) Köln. 0,60625 *Mk.*; wieviel Loth u. s. w.? 489) Kopenhagen. 0,625 *Rdlr.*; wieviel Mark u. s. w.? 490) Leipzig. 0,965 Ducaten à 3 1/4 *ℬ*; wieviel Thaler u. s. w.? 491) Leipzig. 0,865 *ℬ*; wieviel Neugroschen und Pfennige? 492) Lissabon. 0,5268 *Quint.*; wieviel *Arrobas* u. s. w.? 493) London. 0,7316 £; wieviel Schillinge u. s. w.? 494) London. 0,8645 *Cwt.*; wieviel *Quarters* u. s. w.? 495) Madrid. 0,648 *Duros*; wieviel *Reales* u. s. w.? 496) Neapel. 0,964 *Ducati*; wieviel *Grani?* 497) Paris. 0,984675 Myriagramme; wieviel Kilogr. u. s. w.? 498) Rom. 0,876 *Scudi*; wieviel *Bajocchi* u. s. w.? 499) Wien. *a*) 0,975 *f.*; wieviel Neukreuzer? *b*) 0,855 Ducaten à 4 *f.* 82 Nkr.; wieviel Gulden u. s. w.?

9) Verwandlung niederer Sorten in einen Decimalbruch einer höhern Sorte.

§. 126. Hier kann man entweder nach §. 79 verfahren, d. h. die gegebenen niederen Sorten in einen gemeinen Bruch der höhern Sorte und diesen in einen Decimalbruch verwandeln, oder sich folgenden einfachern Verfahrens bedienen.

Man dividiert mit der Reductionszahl in die gegebenen Einheiten der niedern Sorte (ist davon nur ein Bruch vorhanden, so ist er in einen Decimalbruch zu verwandeln), wodurch man einen Decimalbruch erhält, dem man die etwa gegebenen Einheiten der durch den erhaltenen Decimalbruch ausgedrückten höhern Sorte hinzufügt. Soll dieser Decimalbruch zu einem Theile einer noch höhern Sorte erhoben werden, so dividiert man ihn aufs neue mit der anderweiten Reductionszahl und fährt auf gleiche Weise wie vorher fort, bis man den Decimalbruch der verlangten höhern Sorte erreicht hat.

Z. B. 1) 7 *sgr.* 6 ₰; welcher Decimalbruch vom Thaler?

6 ₰ = 0,5 *sgr.*
7,5 : 30 = 0,75 : 3 = 0,25 ℛ.

Erkl. 6 ₰ sind = 0,5 *sgr.*; dazu wurden 7 *sgr.* addiert, und der Bruch 7,5 *sgr.* wurde nun durch 30 dividiert.

2) 12 ß 8½ ₰; welcher Decimalbruch von der Mark?

8½ ₰ = 8,5 ₰.
8,5 : 12 = 0,7083 ß.
12,7083 : 16 = 0,7943 ℳ.

Erkl. Der an die Stelle von 8½ ₰ tretende Decimalbruch 8,5 ₰ wurde durch 12 dividiert, der Quotient aber nur auf 4 Stellen gebracht, da sie völlig ausreichen. Bei der Division des Bruches 12,7083 durch 16 wurde die 4. Stelle im Quotienten statt 2 für 3 angenommen, weil der Rest (11) mehr als die Hälfte des Divisors (16) betrug.

3) 12¾ *Lth.*; welcher Decimalbruch vom sächs. (preufs.) Centner?

12¾ *Lth.* = 12,75 *Lth.*
12,75 : 30 = 1,275 : 3 = 0,425 *Pfd.*
0,425 : 100 = 0,00425 *Ctr.*

4) 0,75 ₰; welcher Decimalbruch vom Silbergroschen?

0,75 : 12 = 0,0625 *sgr.*

5) 2 ℛ 18 *ngr.* 6 ₰; welcher Decimalbruch von einem Ducaten à 3¼ ℛ?

$$\begin{array}{r} 18{,}6\ ngr. \\ 30)\overline{\qquad\qquad} \\ 0{,}62\ \mathcal{R} \\ 2 \\ \hline \end{array}$$

3¼ in 2,62 ℛ
= 13 in 2,62 ℛ × 4
0,80615 #

oder: 3,25 in 2,62
= 325 in 262
= 0,80615 #.

6) 11 *f.* 22½ *xr.* südd. Währung; welcher Decimalbruch der neuen deutschen Goldkrone, diese à 16 *f.* 2½ *xr.* gerechnet?

a) 16 *f.* 2½ *xr.* = 16 1/24 *f.*
22½ *xr.* = 22,5 *xr.*

$$\begin{array}{r} 60)\overline{\qquad\qquad} \\ 0{,}375\ f. \\ 11 \\ \hline \end{array}$$

16 1/24 in 11,375 *f.*
= 385 in 11,375 × 24
= 77 in 2,275 × 24
= 77 in 54,600 =

b) 16 *f.* 2½ *xr.* = 962½ *xr.*
11 *f.* 22½ *xr.* = 682½ *xr.*

962½ in 682½ *xr.*
= 1925 in 1365
= 7700 in 5460
= 77 in 54,60

= 0,6077 ... Goldkr.

In *a)* sind der Divisor 385 und der Dividend 11,375 durch 5 abgekürzt, in *b)* der Divisor 1925 und der Dividend 1365 mit 4 multipliciert worden, da man sich auf diese Weise die Rechnung erleichterte.

§. 127. Gehören die niederen Sorten, die in einen Decimalbruch der höhern verwandelt werden sollen, an und für sich schon dem

reinen Decimalsysteme an, so gehe man von derjenigen höhern Sorte aus, von welcher ein Decimalbruch gebildet werden soll, indem man sie mit 0 Ganzen (0,) bezeichnet, und lasse die gegebenen Sorten in der durch das System gebotenen Ordnung folgen, wobei man die etwa fehlenden Sorten durch Nullen ersetzt. Die so gebildete Zahlenreihe liefert den gesuchten Decimalbruch.

Z. B. 1) 9 Hektogr. 4 Gr. 3 Decigr.; welcher Decimalbruch vom Kilogramme? = 0,9043 Kilogr. 2) 14 ℔ 9 Nloth. 3 Halbgr. in Hannover; welcher Decimalbruch vom Centner? = 0,14903 *Ctr.* 3) 875 Decigrammen; welcher Decimalbruch vom Kilogramme? = 0,0875 Kilogramme. 4) 3 St. $7\frac{3}{4}$ ℔ in Baden; welcher Decimalbruch vom Centner? = 0,3775 *Ctr.*

Erkl. In 1) hat man zunächst 0, Kilogramme; da ferner auf einander folgen: Hektogr., Dekagr., Gr., Decigr., so hat man auch 0,9043 Kilogr. In 2) ist die Reihenfolge: 1 *Ctr.* = 100 ℔ à 10 Nloth. à 10 Quint. à 10 Halbgr., daher hat man: 0,14903 *Ctr.* In 3) sind 875 Decigr. zunächst = 8 Dekagr. 7 Gr. 5 Decigr., man hat demnach 0 Kilogr. 0 Hektogr. u. s. w. oder: 0,0875 Kilogr. In 4) sind zuvörderst $7\frac{3}{4}$ ℔ = 7,75 ℔ zu setzen, und da 1 *Ctr.* = 10 St. à 10 ℔, so sind 3 St. 7,75 ℔ = 0,3775 *Ctr.*

§. 128. Uebungsaufgaben.

Man verwandle nachstehende niedere Sorten in Decimalbrüche der verlangten höhern Benennung und zwar, wenn die Division nicht früher zu Ende geht, bis auf 5 Decimalstellen genau.

500) Amsterdam. 15 Cents; wieviel Gulden? 501) Berlin. 15 *sgr.* 4 ₰; wieviel Thaler? 502) Berlin. 92 ℔ 24 *Lth.* $5\frac{3}{4}$ *Qt.*; wieviel Centner? 503) Bremen. 48 Gt. 4 Schw.; wieviel Thaler? 504) Frankfurt a. M. *a)* $\frac{3}{8}$ ₰; wieviel Gulden? *b)* 10 *f.* $12\frac{1}{2}$ *xr.*; wieviel deutsche Goldkronen à 16 *f.* 3 *xr.* 505) Genua. 5,5 Cent.; wieviel Lire? 506) Hamburg. 12 *ß* $8\frac{1}{2}$ ₰; wieviel Mark? 507) Köln. 9 *Lth.* $12\frac{3}{5}$ Grän; wieviel Mark? 508) Leipzig. 18 *ngr.* 4,5 ₰; wieviel Thaler? 509) Leipzig. 1 *rß* $4\frac{1}{2}$ *ngr.*; *a)* wieviel Ducaten à 3 *rß*? *b)* wieviel Goldkronen à 9 *rß* $4\frac{1}{2}$ *ngr.* 510) London. $8\frac{3}{4}$ *d.*; wieviel Pfund Sterling? 511) Paris. 5,75 *Cent.*; wieviel *Francs*? 512) Petersburg. 8 Pud 19 ℔ 26,88 Sol.; wieviel Berkowetz? 513) Stockholm. $76\frac{9}{16}$ Oere; wieviel Riksdaler? 514) Venedig. 10,5 *Grani*; wieviel *Once?* 515) Wien. 9 *f.* $37\frac{1}{2}$ Neukr.; wieviel Goldkronen à 13 *f.* $72\frac{1}{2}$ Neukr.

V. Verhältnisse und Proportionen.

§. 129. Vergleicht man zwei Gröfsen mit einander, so findet man, dafs sie entweder gleich oder ungleich sind. Eine solche Vergleichung bezeichnet man mit dem Namen Verhältnis, die Gröfsen selbst nennt man die Glieder des Verhältnisses. Damit jedoch zwei Gröfsen mit einander verglichen werden können, müssen sie gleichnamig sein; man kann also z. B. vergleichen englische Pfunde mit englischen Pfunden, österreichische Gulden mit österreichischen Gulden u. s. w., aber nicht Pfunde mit Lothen, preufsische Pfunde mit englischen Pfunden, preufsische Thaler mit süddeutschen Gulden u. s. w.

§. 130. Man kann aber zwei Gröfsen*) auf zweierlei Art vergleichen: entweder man giebt an, um wieviel Einheiten die eine gröfser ist als die andere; oder wieviel Mal die eine so grofs ist als die andere. Im erstern Falle hat man ein arithmetisches, im letztern ein geometrisches Verhältnis. Das Ergebnis der Vergleichung zweier Gröfsen wird also arithmetisch durch eine Differenz, geometrisch durch einen Quotienten, der jedoch hier Exponent genannt wird, bezeichnet. In einem Verhältnisse kann aber das erste Glied kleiner, oder es kann gröfser sein, als das zweite Glied; im erstern Falle nennt man das Verhältnis steigend, im letztern fallend.

§. 131. Die Zusammenstellung zweier Verhältnisse mit gleicher Differenz oder mit gleichem Exponenten nennt man eine Proportion, und zwar entweder eine arithmetische oder eine geometrische Proportion. Eine solche besteht also aus vier Gliedern, deren erstes und viertes die äufseren, und deren zweites und drittes die inneren (mittleren) Glieder heifsen. — Da nach dem Vorhergehenden die Differenzen (oder die Exponenten) beider Verhältnisse in einer Proportion gleich sein müssen, so ist leicht zu erweisen: 1. dafs die Summe (oder das Product) der beiden äufseren Glieder der Summe (oder dem Producte) der beiden inneren Glieder gleich sein, und 2. dafs entweder beide Verhältnisse steigend oder beide fallend sein müssen.

§. 132. Eine Darstellung der Eigenschaften der Proportionen, in Beziehung auf Veränderung und Versetzung der Glieder, ist in einem kaufmännischen Rechenbuche entbehrlich. Bei praktischer Anwendung der Proportionen kommt nur die Aufgabe vor, zu drei

*) Die praktische Arithmetik hat es nur mit Zahlengröfsen oder Zahlen zu thun; es kann also hier überall wo von Gröfsen gesprochen wird, nur von Zahlengröfsen oder Zahlen die Rede sein.

BIBLIOTHECA REGIA MONACENSIS

gegebenen Gliedern einer Proportion das vierte zu finden, welche Aufgabe durch die Regeldetri gelöst wird. Das praktische Rechnen hat es nur mit der geometrischen Proportion zu thun; daher soll hier der arithmetischen nicht weiter gedacht werden.

1) Einfache Regeldetri.

§. 133. Jede Aufgabe der Regeldetri kann, nach dem Vorgehenden als eine unvollständige Proportion angesehen werden, welche durch Ausrechnung vervollständigt werden soll. Ehe man aber zur Aufsuchung des fehlenden vierten durch „x“ zu bezeichnenden Gliedes schreitet, mufs man sich überzeugen, ob auch eine vorliegende Aufgabe, ihrem Wesen nach, zur Lösung mittelst der Regeldetri geeignet ist. Die Grundbedingung einer Proportion ist, dafs das vierte Glied ebensoviel Mal so grofs oder so klein ist als das dritte, wie das zweite Glied so grofs oder so klein ist als das erste, oder, dafs der Exponent des ersten Verhältnisses gleich ist dem Exponenten des zweiten Verhältnisses. Demnach ist z. B.

$8 : 56 = 3 : 21$ eine richtige (steigende) Proportion,
$56 : 8 = 21 : 3$ eine richtige (fallende) Proportion,

denn 21 ist $= 7 \times 3$ und 56 ist $= 7 \times 8$; 3 ist $= \frac{1}{7} \times 21$ und 8 ist $= \frac{1}{7} \times 56$.

§. 134. Alle Proportionen beruhen also auf der Richtigkeit folgender zwei Behauptungen:

1) Je mehr oder je weniger von der einen Sache gegeben oder genommen wird, desto mehr oder desto weniger mufs auch von der andern gegeben oder genommen werden. Z. B. Je mehr Waare, desto mehr Geld; je weniger Arbeit, desto weniger Lohn u. s. w. In diesem Falle sagt man, die Verhältnisse seien direct.

2) Je mehr oder je weniger von der einen Sache gegeben oder genommen wird, desto weniger oder desto mehr mufs von der andern genommen werden. Z. B. Je mehr Arbeiter, desto weniger Zeit; je weniger Breite eines Stoffes, desto mehr Länge ist erforderlich u. s. w. In diesem Falle sagt man, die Verhältnisse seien indirect.

§. 135. Oft kann aber keine dieser zwei Behauptungen auf eine uns vorgelegte Rechenaufgabe angewendet werden. Man findet nämlich entweder, dafs eine Veränderung des ersten Verhältnisses unmöglich eine Veränderung im zweiten hervorbringen kann, z. B. 8 Mann reisen 12 Meilen, wieviel Meilen reisen 10 Mann? oder dafs das zweite Verhältnis nicht nach dem Mafse des ersten steigen oder

fallen kann, z. B. eine Dampfmaschine von 20 Pferdekraft kostet 2000 ꝛβ, was kostet eine andere von 30 Pferdekraft? oder: ein Brunnen von 20 Ellen Tiefe kostet 100 ꝛβ, was kostet ein anderer von 200 Ellen Tiefe? Sagt uns nun der gesunde Menschenverstand, dafs man weder direct:

je mehr — desto mehr, oder: je weniger — desto weniger,

noch indirect:

je mehr — desto weniger, oder: je weniger desto mehr

schliefsen kann, so ist die Aufgabe nicht durch die Regeldetri zu lösen, sondern ihre Berechnung mufs in anderer Weise erfolgen.

§. 136. Beim Ansatze einer jeden Aufgabe der Regeldetri hat man sich demnach die Frage vorzulegen: Mufs mehr oder weniger herauskommen? Im erstern Falle mufs das erste Verhältnis steigend, im letztern fallend angesetzt werden, wie sich aus den allgemeinen Eigenschaften der Multiplicatoren und Divisoren von selbst ergiebt.

Die Ausrechnung eines Regeldetri-Exempels bezweckt nach §. 113 die Aufsuchung des vierten Gliedes. Wie sich dasselbe zum dritten Gliede verhalten soll, ersieht man aus dem ersten Verhältnisse; ist das zweite Glied dieses Verhältnisses gröfser als dessen erstes Glied, so mufs auch das vierte (und zwar ebensoviel Mal) so grofs sein, als das dritte — und so umgekehrt. In

$$8 : 56 = 3 : x$$

ist 56 sieben Mal so grofs als 8, mithin mufs x auch 7 Mal so grofs sein als 3 (= 21). — Oder in

$$56 : 8 = 21 : x$$

ist 8 sieben Mal so klein als 56 oder ist 8 = $^1/_7$ aus 56, mithin mufs x sieben Mal so klein sein als 21 oder $^1/_7$ aus 21 (= 3) bilden.

Man findet also das 4. Glied durch Multiplication des 3. Gliedes mit dem Exponenten des ersten Verhältnisses:

$$8 \text{ in } 56 = 7, \text{ und } 7 \times 3 = 21;$$
$$56 \text{ in } 8 = {}^1/_7, \text{ und } {}^1/_7 \times 21 = 3;$$

oder, was dasselbe ist, durch Division mit dem ersten Gliede in das aus der Multiplication des zweiten und dritten Gliedes entstandene Product:

$$56 \times 3 = 168, \text{ und } 8 \text{ in } 168 = 21$$
$$\text{oder } 8 \times 21 = 168, \text{ und } 56 \text{ in } 168 = 3.$$

§. 137. Die Aufgaben, welche durch die Regeldetri gelöst werden, sind sehr häufig so beschaffen, dafs das eine der Glieder eine Eins ist. Da die Ausrechnung in diesem Falle nur in einer Multiplication oder nur in einer Division, aufserdem aber in beiden zugleich besteht, so unterscheidet die praktische Arithmetik in der Regeldetri:

1) Multiplicationsaufgaben*),
2) Divisionsaufgaben*),
3) Gemischte Aufgaben, d. h. solche, von deren Gliedern keins aus einer Eins besteht. Alle diese Fälle haben es entweder *a*) mit directen, oder *b*) mit indirecten Verhältnissen zu thun.

Zur Auffindung einer unbekannten Gröfse kann aber auch mehr als ein Verhältnis gegeben sein; dann gehört die Aufgabe der zusammengesetzten Regeldetri an.

a) Einfache Regeldetri mit directen Verhältnissen.

1) Multiplicationsaufgaben.

§. 138. Eine Multiplicationsaufgabe der Regeldetri liegt dann vor, wenn aus dem Werthe der Einheit der Werth einer andern gröfsern oder kleinern Gröfse ermittelt werden soll. Z. B. 1 Elle kostet 2 ℛ; wieviel kosten 18 Ellen? oder: 1 ℔ kostet 6 ƒ.; wieviel kosten $^3/_4$ ℔? Zur Beantwortung dieser Frage führen die Proportionen:

1 Elle : 18 Ellen = 2 ℛ : x
oder 1 ℔ : $^3/_4$ ℔ = 6 ƒ. : x

Da 18 Ellen 18 Mal so grofs sind als eine Elle, so mufs auch x 18 Mal so grofs sein als 2 ℛ; und da $^3/_4$ nur drei Viertel der Einheit (d. i. eines Pfundes) ausmacht, so kann x auch nur $^3/_4$ von 6 ƒ. betragen. Da in einem solchen Falle das erste Glied des Regeldetri-Satzes stets aus 1 besteht, die Ausrechnung sich also auf eine einfache Multiplication des dritten Gliedes mit dem zweiten Gliede beschränkt, so bedarf es in der That eines Ansatzes in Regeldetri-Form nicht. — Wir werden uns deshalb eines solchen für die einfachen Multiplicationsaufgaben auch nicht bedienen, der Kürze halber jedoch die Bezeichnungen „zweites und drittes Glied" beibehalten. Dafs das Product jener Multiplication, oder das 4. Glied des Regeldetri-Satzes, die Benennung des dritten Gliedes auch dann tragen mufs, wenn man der bequemen Berechnung wegen das zweite Glied mit dem dritten multipliciert, ergiebt sich aus §. 129, nach welchem nur gleichnamige Gröfsen mit einander verglichen werden können.

§. 139. Bestehen das zweite und das dritte Glied aus ganzen Zahlen, und hat das dritte überdies die Benennung der höchsten Münz-, Mafs- oder Gewichts-Sorte, so läfst die Ausrechnung zunächst diejenigen Vortheile zu, welche bei der Multiplication mit unbenannten Zahlen gelehrt worden sind. (Vgl. §. 23 ff.) Besteht aber das dritte Glied aus einer niedern Sorte, so ist die Ausrechnung auf dreierlei Art möglich.

*) Man sehe deshalb die Anmerkung auf S. 29.

a) Man multipliciert das zweite Glied mit dem dritten Gliede, und dividiert das Product durch die betreffende Reductionszahl. Der Quotient trägt die Benennung der höhern Sorte. Z. B. Was kosten 2650 *℔* à 19 *ngr*.?

$$\frac{2650 \times 19}{30} = 1678 \text{ ℘ } 10 \text{ ngr.}$$

b) Man betrachtet das dritte Glied als einen gemeinen oder als einen Decimal-Bruch der höhern Sorte und multipliciert nach §. 54 ff. oder nach §. 104 ff. Z. B. 1) Was kosten 132 *℔* à 51 *xr*.? 2) Wieviel bezahlt man für 2175 Stück à 24 *sgr*.?

$$1) \quad 132 \times {}^{51}\!/_{60} \text{ (oder } {}^{17}\!/_{20}) \text{ f.} = \frac{66 \times 17}{10} = 112 \text{ f. } 12 \text{ xr.}$$

$$2) \quad 2175 \times 0{,}8 \text{ ℘} = 1740 \text{ ℘.}$$

c) Man multipliciert, wie bereits in §. 25 gelehrt worden, das zweite Glied mit dem dritten Gliede durch Zerlegung. Z. B. Was kosten 145 *℔* à 23 *ngr*.?

145 ℔ à	15 ngr.	= 72 ℘	15 ngr.
„	5 „	= 24 „	5 „
„	3 „	= 14 „	15 „
		111 ℘	5 ngr.

Hierbei sind 15 *ngr*. als $^1/_2$ ℘, 5 *ngr*. als $^1/_3$ aus 15 *ngr*. und 3 *ngr*. als $^1/_5$ aus 15 *ngr*. oder auch als $^1/_{10}$ ℘ angesehen worden.

§. 140. Sobald die Reductionszahl im zweiten Gliede aufgeht, oder sich wenigstens zugleich mit demselben kleinern läfst, so kürzt man durch solche Division oder Kleinerung die Rechnung beträchtlich ab. Das Product trägt auch hier die Benennung der höhern Sorte. Z. B. Was kosten 640 *℔* à 5 *β*?

$$\frac{640 \times 5}{16} = 40 \times 5 = 200 \text{ ℋ.}$$

Hier ist 640 durch 16 getheilt, und der Quotient 40 mit 5 multipliciert worden. Das Resultat giebt Mark.

Ferner: Was kosten 808 *℔* à 13 *β*?

$$\frac{808 \times 13}{16} = \frac{101 \times 13}{2} = 656\,^1\!/_2 \text{ ℋ.}$$

Man kleinert 808 und die Reductionszahl 16 durch 8, multipliciert 101 × 13 = 1313, und dividiert durch 2 = 656 $^1/_2$ ℋ = 656 ℋ 8 *β*.

§. 141. Da es auf das Product einer Multiplication keinen Einflufs hat, welche Benennung die Factoren führen, so kann man diese, wenn es Vortheil gewährt, mit einander vertauschen, wie schon §. 24 gelehrt worden. Z. B. Was kosten 120 *℔* à 57 *xr*.? Ebensoviel als 57 *℔* à 120 *xr*. oder à 2 *f*., also 114 *f*.

Nicht selten gelangt man zu einem ähnlichen Vortheile, wenn man vorhandene Nullen versetzt. Z. B. Was kosten 1500 ℔ à 19 *ngr.*? Ebensoviel als 1900 ℔ à 15 *ngr.* oder à $^1/_2$ ꝑ, also 950 ꝑ.

§. 142. Uebungsaufgaben.

Was kosten:

516) 212 *Ctr.*, wenn 1 *Ctr.* 6 *f.* kostet? 517) 199 ℔ à 22 *xr.*? 518) 2000 Ellen à 11 *ngr.*? 519) 360 ℔ à 17 *xr.*? 520) 192 ℔ à 13 *ß* in Hamburg? 521) 990 ℔ à 4 *gr.* in Hannover? 522) 1644 Ellen à 57 *gt.* in Bremen? 523) 2250 ℔ à 23 *sgr.*? 524) 3200 ℔ à 13 *ß* in Hamburg? 525) 450 Stück à 43 *xr.*? 526) 1800 Stück à 57 Nkr. in Wien? 527) 560 Dtzd. à 39 *ß* in Dänemark?

§. 143. Besteht das zweite oder das dritte Glied, oder bestehen vielleicht beide Glieder aus Brüchen oder aus gemischten Zahlen, so gelten dieselben Regeln, welche bereits in §. 54 ff. (Multiplication der Brüche) gegeben worden sind.

Beispiele.

1) Was kosten $^{13}/_{16}$ *Ctr.*, wenn 1 *Ctr.* 45 *f.* kostet?

$^{13}/_{16} \times 45 = \frac{13 \times 45}{16} = 36\,^9/_{16}$ *f.* oder 36 *f.* 33$^3/_4$ *xr.*

Oder: $^{13}/_{16}$ zerlegt in $^8/_{16}$, $^4/_{16}$ und $^1/_{16}$.

$^8/_{16}$ *Ctr.* = $^1/_2$ *Ctr.* = 22 *f.* 30 *xr.*
$^4/_{16}$ „ = $^1/_2$ aus $^8/_{16}$ = 11 „ 15 „
$^1/_{16}$ „ = $^1/_4$ „ $^4/_{16}$ = 2 „ 48$^3/_4$ „
36 *f.* 33$^3/_4$ *xr.*

2) Was kosten 13 ℔, wenn 1 ℔ = $^{49}/_{72}$ ꝑ in Bremen?

$\frac{13 \times 49}{72} = 8\,^{61}/_{72}$ ꝑ.

Oder: 49 ℔ à $^{13}/_{72}$ ꝑ. ($^{12}/_{72} + ^1/_{72}$)

$^{12}/_{72}$ ꝑ × 49 = $^1/_6$ ꝑ × 49 . . = 8 ꝑ 12 *gt.*
$^1/_{72}$ „ × 49 = $^1/_{12}$ aus 8. 12. = — „ 49 „
8 ꝑ 61 *gt.*

3) Was betragen $^3/_5$ ℔, wenn 1 ℔ $^3/_4$ ꝑ?

$^3/_5 \times {}^3/_4 = {}^9/_{20}$ ꝑ oder $\frac{9 \times 30}{20}$ oder $\frac{9 \times 3}{2} = 13\,^1/_2$ *ngr.*

4) Wieviel betragen 42$^3/_8$ ℔ à 8$^1/_3$ *ß*?

a)
8$^1/_3$ *ß* × 6
3 ℳ 2 *ß* × 7
21 ℳ 14 *ß* = 42 ℔
— „ 2$^1/_{12}$ *ß* = $^2/_8$ „
— „ 1$^1/_{24}$ „ = $^1/_8$ „
22 ℳ 1$^1/_8$ *ß*.

b)
8$^1/_3$ *ß* × 3
25 *ß*
8) 3$^1/_8$ *ß*
350 „ (= 25 *ß* × 14, da 42 = 3 × 14)
353$^1/_8$ *ß*
= 22 ℳ 1$^1/_8$ *ß*.

5) Was kosten $3\frac{3}{4}$ ℳ Silber, wenn 1 ℳ $= 13\frac{5}{6}$ ℛ?

3 ℳ à $13\frac{5}{6}$ ℛ $41\frac{1}{2}$ ℛ
$\frac{3}{4}$ „ $= \frac{1}{4}$ aus 3 ℳ $= 10\frac{3}{8}$ „
$51\frac{7}{8}$ ℛ ($26\frac{1}{4}$ *ngr.*)

6) Wieviel bezahlt man für $9\frac{3}{4}$ Ellen à $2\frac{4}{15}$ ℛ?

$(9\frac{3}{4} = 10 \div \frac{1}{4})$
$2\frac{4}{15} \times 10$
$22\frac{2}{3}$ ℛ
$\div\ \frac{17}{30}$ „ $= \frac{1}{4}$ aus $2\frac{4}{15}$ ℛ
$22\frac{1}{10}$ ℛ.

§. 144. Uebungsaufgaben.

Was kosten:

528) 199 ℔ à $\frac{3}{4}$ *f.*, $3\frac{1}{2}$ *f.*, $4\frac{5}{8}$ *f.*, $7\frac{1}{12}$ *f.*? 529) $\frac{3}{4}$, $1\frac{3}{5}$, $2\frac{5}{8}$, $3\frac{7}{10}$, $5\frac{7}{12}$, $7\frac{7}{15}$ Centner in Schweden à 12 *Riksd.*? 530) $63\frac{1}{2}$ *Ctr.* in Dänemark à $2\frac{1}{2}$, $3\frac{1}{3}$, $4\frac{1}{4}$, $5\frac{5}{8}$, $12\frac{7}{12}$, $18\frac{17}{24}$ *Rigsd.*? 531) Wieviel Pfund erhält man in Sachsen für nachstehende Summen, wenn man für einen Thaler $3\frac{3}{4}$ ℔ bekommt? $212\frac{1}{2}$, $316\frac{2}{3}$, $412\frac{5}{8}$, $917\frac{1}{15}$, $1413\frac{7}{30}$, $1519\frac{23}{60}$ ℛ.

Was kosten:

532) $17\frac{3}{4}$ *Ctr.* à 14 ℛ? 533) 191 *Ctr.* à $7\frac{11}{12}$ *f.*? 534) $19\frac{11}{12}$ Grofs à $14\frac{5}{8}$ ℛ in Hannover? 535) $79\frac{7}{8}$ ℔ à $1\frac{7}{8}$ *f.*? 536) $112\frac{1}{32}$ ℔ à $\frac{29}{30}$ ℛ? 537) $62\frac{6}{7}$ *Cwt.* à $2\frac{5}{8}$ £? 538) $47\frac{7}{8}$ Pud à $19\frac{3}{4}$ *R.*?

§. 145. Oft kann man auch die in den gemischten Zahlen enthaltenen Brüche leicht als Decimalbrüche darstellen; dann bewirkt man die Ausrechnung nach §. 104 ff. Z. B. Was kosten $16\frac{3}{5}$ *Ctr.* à $7\frac{1}{5}$ *f.* in Wien?

$16{,}6 \times 7{,}2$
$\times 9$
1494
$\times 8$
$119{,}52$ *f.* $= 119$ *f.* 52 Nkr.

§. 146. Uebungsaufgaben.

Was kosten:

539) $9\frac{3}{5}$ ℔ à $14\frac{1}{5}$ *f.* in Baden? 540) $14\frac{3}{10}$ *Ctr.* à $9\frac{3}{5}$ ℛ in Braunschweig? 541) 10,335 *K°* à 20 *Fr.* 45 *c.*? 542) 15,72 *Cantari* à 32 £ 18 *c.* in Genua? 543) $355\frac{5}{8}$ Pud à 22 *R.* 15 *Kop.*? 544) $34\frac{7}{10}$ *Ctr.* à 12 ℛ $7\frac{1}{2}$ *ngr.*? 545) *a*) $128\frac{3}{5}$ ℔ in Berlin à 18 *sgr.*? *b*) $34\frac{3}{5}$ *Ctr.* in Wien à 36 *f.* $37\frac{1}{2}$ Nkr.?

§. 147. Die zur Berechnung gegebenen Mafs- oder Gewichtsmengen drückt man jedoch, soviel die Theilgröfsen der Mafs- oder Gewichts-Einheit betrifft, für welche sich der Preis versteht, in der Regel nicht in Brüchen dieser Einheit aus, sondern man führt die

Theilgröfsen einzeln auf, und ein Gleiches findet oft auch hinsichtlich des Preises statt. Obschon man diese Theilgröfsen auch in Brüche der höhern Einheit verwandeln kann, so berechnet man doch solche Aufgaben in der Regel mit weniger Mühe und in einer mehr übersichtlichen Weise durch Zerlegung der niederen Sorten in Theile der höheren, und zwar ohne Anwendung eines Regeldetri-Ansatzes. Man kann hier zwei Fälle unterscheiden:

1) nur ein Glied ist mehrsortig;
2) beide Glieder sind mehrsortig.

§. 148. Schon die §§. 25, 56 ff. und 107 enthalten Aufgaben, welche dem ersten Falle angehören, und wir könnten daher auf jene Paragraphen verweisen; da aber dort die meisten Aufgaben in anderer Form erscheinen, so kommen wir darauf im Folgenden noch einmal zurück. Obgleich die grofse Verschiedenartigkeit im Ausdrucke der Zahlengröfsen es sehr schwer, wenn nicht unmöglich macht, alle Fälle zu berücksichtigen, so wird doch ein denkender Rechner leicht den Weg finden, den er zur Lösung einer hierher gehörigen Aufgabe einzuschlagen hat, wenn auch unter den nachstehenden erläuterten Beispielen ein jener Aufgabe entsprechender Fall sich nicht finden sollte. Dafs man dann, wenn die zur Berechnung gegebenen Sorten dem reinen Decimalsysteme angehören, die Aufgabe als eine einfache Multiplication der Decimalbrüche betrachten wird, bedarf kaum der Erwähnung.

Beispiele.

1) Wieviel betragen 329 ℔ à 16 sgr. 3 ₰?

329 ℔ à 15 sgr. oder à $^1/_2$ ℛ = 164 ℛ 15 sgr.
- 1 - 3 ₰ od. à $^1/_{12}$ aus 15 sgr. = 13 - $21^1/_4$ -
178 ℛ $6^1/_4$ sgr.

2) Was kosten 144 Ellen à 4 ƒ. $36^1/_2$ xr.?

a) 4 ƒ. $36^1/_2$ xr.
×12
55 ƒ. 18 xr.
×12
663 ƒ. 36 xr.

b) 144 Ellen à 4 ƒ. = 576 ƒ. — xr.
„ 30 xr. od. à $^1/_2$ ƒ. = 72 „ — „
„ 6 „ od. à $^1/_{10}$ „ = 14 „ 24 „
„ $^1/_2$ „ = 1 „ 12 „
663 ƒ. 36 xr.

3) Wieviel bezahlt man für $^{11}/_{16}$ Mk. Gold à 435 ℳ 10 ß?

$^8/_{16}$ Mk. = $^1/_2$ Mk. = 217 ℳ 13 ß
$^2/_{16}$ „ = $^1/_4$ à $^8/_{16}$ Mk. = 54 „ $7^1/_4$ „
$^1/_{16}$ „ = $^1/_2$ „ $^2/_{16}$ „ = 27 „ $3^5/_8$ „
299 ℳ $7^7/_8$ ß.

4) Was kosten $240^5/_8$ ℔ à 3 ℛ 19 ngr. 8 ₰?

240 ℔ à 3. 19. 8. . . = 878 ℛ 12 ngr. — ₰ (vgl. §. 24)
$^4/_8$ ℔ = $^1/_2$×3. 19. 8. = 1 „ 24 „ 9 „
$^1/_8$ „ = $^1/_4$ aus $^4/_8$ ℔ = — „ 13 „ $7^1/_4$ „
880 ℛ 20 ngr. $6^1/_4$ ₰.

5) Wieviel kosten 17 *Tons* 13 *Cwt.* 2 *Qrs.* à 9 £ pr. *Ton*?

a) 17 *Tons* à 9 £ 153 £ — *s.* — *d.*
10 *Cwt.* = 1/2 *Ton*; 1/2 × 9 £ 4 „ 10 „ — „
2 „ = 1/5 aus 10 *Cwt.* . . — „ 18 „ — „
1 „ = 1/2 „ 2 „ . . — „ 9 „ — „
2 *Qrs.* = 1/2 „ 1 „ . . — „ 4 „ 6 „
159 £ 1 *s.* 6 *d.*

b) [13 *Cwt.* 2 *Qrs.* = 0,675 *Ton*] 17,675 *Tons* à 9 £.
17,675
× 9
159,075 £ = 159 £ 1 *s.* 6 *d.*

6) Was kosten 4 Pud 12 ℔ 54 Sol. 36 Doli à 984 ℛ?

4 Pud à 984 ℛ 3936 ℛ — *Kop.*
10 ℔ = 1/4 Pud 246 „ — „
2 „ = 1/5 aus 10 ℔ 49 „ 20 „
48 Sol. = 1/4 aus 2 ℔ 12 „ 30 „
6 „ = 1/8 „ 48 Sol. . . . 1 „ 53,75 „
36 Doli = 1/16 „ 6 „ . . . — „ 9,61 „
4245 ℛ 13,36 *Kop.*

7) Wieviel betragen $248^3/_4$ St. à 3 ⁊β 13 *ngr.* 5 ₰? (13 *ngr.* 5 ₰ = 0,45 ⁊β.)

a) 3,45 × 248 (vgl. S. 6 unter 6)
2760
8280
855,60 ⁊β = 248 St. à 3. 13. 5.
1,725 „ = 1/2 St.
0,8625 „ = 1/4 „
858,1875 ⁊β (5 *ngr.* 6,25 ₰).

b) 248,75 × 3,45
74625 . .
1119375
858,1875 ⁊β (5 *ngr.* 6,25 ₰).

8) Wieviel betragen $23^9/_{10}$ *Tons* à 4 £ 13 *s.* 6 *d.*

a) 4 £ 13 *s.* 6 *d.*
× 6
28 £ 1 *s.* — *d.*
× 4
112 £ 4 *s.* — *d.* = 24 *Tons* à 4. 13. 6.
— „ 9 „ $4^1/_5$ „ = 1/10 *Ton*
111 £ 14 *s.* $7^4/_5$ *d.*

b) 13 *s.* 6 *d.* = 0,675 £.
4675 × 239 (239 = 240 − 1)
1122000 (s. S. 9 unter 10)
1117325 = 111,7325 £.

Die Decimalen 4,675 und 23,9 sind hier als ganze Zahlen angesehen worden, das Product mufste demnach 4 Decimalstellen erhalten.

§. 149. Uebungsaufgaben.

546) *a)* Berlin. 869 Ld'or. à 5 ⁊β $14^5/_6$ *sgr.*?
b) Paris. 575 Gr. Gold à 3427 *Fr.* 60 *c.* pr. Kilogr.?

547) Hannover. *a)* 4317 Ellen à 13 *gr.* $4^1/_2$ ₰? *b)* 6 *Ctr.* 34 ℔ 7 Nlth. $4^1/_2$ *Qt.* à $37^1/_2$ ⁊β?

548) London. 1365 *yds.* à 3 *s.* $5^3/_4$ *d.*?

549) Leipzig. *a)* $4^3/_8$ *Ctr.* à 12 ⁊β $18^3/_4$ *ngr.*? *b)* $64^{37}/_{1000}$ ℔ Silber à $29^5/_6$ ⁊β?

550) Frankfurt a. M. $^{13}/_{16}$ Mk. Gold à 378 ƒ. 30 xr.?
551) Wien. 14412 ℔ à 2 ƒ. 37$^1/_2$ Nkr.?
552) Hamburg. 12401 ℔ à 13 ℳ 15$^1/_4$ ß?
553) Leipzig. 84 Ctr. 69 ℔ 10 Lth. à 64 Thlr. pr. Ctr.?
554) Baden. 69 Ctr. 4 *St.* 9$^1/_2$ ℔ à 35$^1/_2$ ƒ. pr. Ctr.?
555) London. 34 *Cwt.* 3 *Qrs.* 17$^1/_2$ ℔ à 39 *s.* pr. *Cwt.*?
556) Wien. $^{835}/_{1000}$ ℔ Gold à 786 ƒ. 25 Nkr.?
557) Augsburg. 37$^1/_2$ Ctr. à 16 ƒ. 22$^1/_2$ xr.?
558) Berlin. *a*) 86 Ctr. 49$^3/_5$ ℔ à 18$^5/_6$ Thlr.? *b*) 39 ℔ 7$^1/_2$ Lth. à 64$^1/_2$ Thlr. pr. Ctr.?
559) Zürich. 2416$^3/_4$ ℔ à 3 Franken 15 Rappen?
560) London. *a*) 1208 *oz.* 12 *dwts.* Silber à 61 *d.*? *b*) 3 *oz.* 10 *dwts.* 12 *grs.* Gold à 77$^3/_4$ *s.*?

§. 150*a*. Auch im zweiten Falle gestattet die große Mannigfaltigkeit der Zahlenzusammenstellungen nicht, eine alles umfassende Theorie des hier einzuschlagenden Verfahrens zu geben; die nachfolgenden Beispiele sind indes so gewählt, daſs sie als den Gegenstand ziemlich erschöpfend angesehen werden können. Auf §. 25 ist hier insbesondere zu verweisen.

Beispiele.

1) Wieviel betragen 64 Wispel 17 Scheffel à 43 Thlr. 17 Sgr. 6 ₰?

	43 Thlr.	17 Sgr.	6 ₰	
				×8
	348 Thlr.	24 Sgr.	— ₰	
				×8
64 W. à 43. 17. 6. . . . =	2790 Thlr.	12 Sgr.	— ₰	
12 Sch. = $^1/_2$ W. =	21 „	23 „	9 „	
4 „ = $^1/_3$ aus 12 Sch. =	7 „	7 „	11 „	
1 „ = $^1/_4$ „ 4 „ =	1 „	24 „	5$^3/_4$ „	
	2821 Thlr.	8 Sgr.	1$^3/_4$ ₰.	

2) Wieviel kosten 121 *Cwt.* 3 *Qrs.* 16 ℔ à 2 £ 13 *s.* 7 *d.*?

	2 £	13 *s.*	7 *d.*	
				×120 (vgl. §. 24)
120 *Cwt.* =	321 £	10 *s.*	— *d.*	
1 „ =	2 „	13 „	7 „	
2 *Qr.* = $^1/_2$ *Cwt.* . =	1 „	6 „	9,5 „	
1 „ =	— „	13 „	4,75 „	
14 ℔ = $^1/_2$ *Qr.* . . =	— „	6 „	8,375 „	
2 „ = $^1/_7$ a. 14 ℔ =	— „	— „	11,482 „	
	326 £	11 *s.*	5,107 *d.*	

Anm. 1. Bei diesen Zerlegungen ist es vortheilhaft, sich in den einzelnen Resultaten statt der gemeinen Brüche der Decimalbrüche zu bedienen, wie dies hier und in den folgenden Beispielen geschehen ist.

3) Was betragen 17 *Ctr.* 92 ℔ 18 *Lth.* in Preufsen à 42 ℛ 21 *sgr.* pr. *Ctr.*?

a) 17 *Ctr.* à 42 ℛ	= 714 ℛ	— *sgr.*	—	₰
„ 21 *sgr.* od. à $^7/_{10}$ ℛ	= 11 „	27 „	—	„
50 ℔ = $^1/_2$ *Ctr.*	= 21 „	10 „	6	„
20 „ = $^1/_5$ „	= 8 „	16 „	2,4	„
20 „	= 8 „	16 „	2,4	„
2 „ = $^1/_{10}$ aus 20 ℔ . . .	= — „	25 „	7,44	„
12 *Lth.* = $^1/_5$ „ 2 ℔ . . .	= — „	5 „	1,488	„
6 „ = $^1/_2$ „ 12 *Lth.* . . .	= — „	2 „	6,744	„
	765 ℛ	13 *sgr.*	2,472	₰.

b) (92 ℔ 18 *Lth.* = 92,6 ℔ = 0,926 *Ctr.*; 21 *sgr.* = 0,7 ℛ)

17,926 × 42,7
125482
752892
765,4402 ℛ = 765 ℛ 13 *sgr.* 2,472 ₰.

4) Wieviel Mark Banco betragen 345 £ 17 *s.* 6 *d.* à 13 ℳ 6 $^1/_2$ ß pr. £?

a) 345 × 13 ℳ	= 4485 ℳ	— ß	—	₰	6 $^1/_2$ ß
× 4 ß	= 86 „	4 „	—	„	4 ß = $^1/_4$ ℳ
× 2 „	= 43 „	2 „	—	„	2 „ = $^1/_2$ aus 4 ß
× $^1/_2$ „	= 10 „	12 „	6	„	$^1/_2$ „ = $^1/_4$ „ 2 „
10 *s.* = $^1/_2$ £	= 6 „	11 „	3	„	17 *s.* 6 *d.*
5 „ = $^1/_2$ aus 10 *s.*	= 3 „	5 „	7,5	„	= 10 *s.* + 5 *s.* + 2 $^1/_2$ *s.*
2 $^1/_2$ „ = $^1/_2$ „ 5 „	= 1 „	10 „	9,75	„	
	4636 ℳ	14 ß	2,25	₰.	

b) (17 *s.* 6 *d.* = 0,875 £) 345,875 × 13
4496,375 ℳ

345,875 £ à 4 ß od. $^1/_4$ ℳ	86,469 „
„ 2 „ „ $^1/_2$ aus 4 ß =	43,234 „
„ $^1/_2$ „ „ $^1/_4$ „ 2 „ =	10,809 „
	4636,887 ℳ (14 ß 2,304 ₰).

c) (345 £ 17 *s.* 6 *d.* = 345 $^7/_8$ £ = 346 £ ∸ $^1/_8$ £)

346 £ à 13 ℳ	= 4498 ℳ	— ß	—	₰
„ 4 ß od. $^1/_4$ ℳ	= 86 „	8 „	—	„
„ 2 „ „ $^1/_2$ aus 4 ß .	= 43 „	4 „	—	„
„ $^1/_2$ „ „ $^1/_4$ „ 2 „ .	= 10 „	13 „	—	„
	4638 ℳ	9 ß	—	₰
∸ $^1/_8$ £ = $^1/_8$ aus 13. 6 $^1/_2$. =	1 „	10 „	$9^3/_4$	„
	4636 ℳ	14 ß	$2^1/_4$	₰.

5). Was betragen 169 Wisp. 19 Sch. 8 Metzen à 53 ℛ 26 $^1/_2$ *sgr.* pr. Wispel?

(19 Sch. 8 M. = 0,8125 Wisp.; 53 ℛ 26 $^1/_2$ *sgr.* = 54 ℛ ∸ 3 $^1/_2$ *sgr.*)

169,8125 × 54 (9 × 6)

169 W. 19 Sch. 8 M. à 54 ℛ	= 9169,8750 ℛ
∸ 169,8125 W. à 3 *sgr.* = 16,9812 ℛ	
„ $^1/_2$ „ = 2,8302 „	19,8114 „
	9150,0636 ℛ (1 *sgr.* 11 ₰).

6) Wieviel betragen in Wien 426 Ctr. 64 ℔ à 7 fl. 42 Nkr. pr. Ctr.?
426,64×7,42=3165,6688 fl.=3165 fl. 66,88 Nkr.

Wegen der Multiplication mit 7,42 vgl. S. 6 unter 6.

7) Wieviel betragen 64 ℔ 9 3/4 Nloth. in Hannover à 71 3/4 ß pr. Ctr.?

0,64975×71 3/4	
454825	1/4×7 (vgl. §. 63 unter 12)
11370625	
46,6195625 ß.	

Um in einem solchen Falle hinsichtlich der Bestimmung der Decimalstellen des Products keinen Irrthum zu begehen, betrachte man den gemeinen Bruch als Decimalbruch, hier also statt 71 3/4=71,75. Das Product obiger Multiplication mufs also (5+2) 7 Decimalstellen haben. — Ferner: 74 1/2 Ctr. in Wien à 111 3/8 fl.=0,745×111 3/8 (1 3/8=1/8×11)=82,974375 fl.

8) 1 Pud Silber kostet 985 R.S. 62 1/2 *Kop.*; wieviel betragen 67 Pud 28 ℔ 42 Sol.?

67 Pud à 985,625 R.	.=	66036,875 R.
20 ℔=1/2 Pud	.=	492,813 „
8 „ =1/5 „	.=	197,125 „
32 Sol.=1/24 aus 8 ℔	.=	8,214 „
8 „ =1/4 aus 32 Sol.	=	2,053 „
2 „ =1/4 „ 8 „	=	0,513 „
		66737,593 R.

=66737 R. 59 *Kop.*

Anm. 2. Um zu zeigen, wie man nicht selten mit Vortheil solche Aufgaben durch abgekürzte Multiplication mit Decimalen ausführen kann, sind die Beispiele 4) und 8) im Folgenden auf diese Weise berechnet worden.

345,875 × 13,40625	
103762	5
13834	8
	0
207	0
6	8
1	5
463687	6 = 4636,88 ℳ

= 4636 ℳ 14 ß 1 ₰.

985,625 × 67,71094	
5913750	
689937	5
68993	2
985	6
	0
88	2
3	6
6673758	1 = 66737,58 R.

= 66737 R. 58 *Kop.*

9) Wieviel hat man für die Pflasterung einer Fläche von 125′ 9″ Länge und 8′ 6″ Breite zu bezahlen, den Quadratfufs zu 7 1/3 *d.* berechnet?

1 □′ ist = 1′ lang und 1′ breit, also 1′ × 1′; man findet daher den Inhalt einer Fläche in □′, indem man die in Fufs ausgedrückte Länge mit der in gleicher Weise ausgedrückten Breite multipliciert. Sind Unterabtheilungen, z. B. Zoll und Linien, zu berücksichtigen, so sind diese entweder in einen Bruch der höhern Einheit zu verwandeln (*a*) oder die Quadrierung erfolgt unter Anwendung der Zerlegungsmethode (*b*).

a) $125' \; 9'' = 125\frac{3}{4}'$
$8' \; 6'' = 8\frac{1}{2}'$
$125\frac{3}{4} \times 8\frac{1}{2} = 1068\frac{7}{8} \,\square'$

b) $125' \; 9'' \times 8' \; 6''$ *)
$\times 8$
$1006' \; —'' = \times 8'$ br.
$62' \; 10\frac{1}{2}'' = \times 6''$ oder $\frac{1}{2}'$ br. $= \frac{1}{2}$ aus $125' \; 9''$
$1068' \; 10\frac{1}{2}'' \,\square \; (= 1068\frac{7}{8} \,\square')$

$1068\frac{7}{8} \,\square'$ à $7\frac{1}{3}$ *d.* = 32 £ 13 *s.* 2 *d.*

10) Wieviel beträgt der Zoll auf einen Marmorblock von $10' \; 7''$ Länge, $3' \; 3''$ Breite und $1' \; 5''$ Dicke, à 1 *s.* per Kubikfufs?

1 Kubikfufs ist = 1′ lang, 1′ breit, 1′ dick, also $1' \times 1' \times 1'$; man findet daher den Inhalt eines Körpers in Kubikfufs, wenn man die in Fufs ausgedrückte Länge, Breite und Dicke mit einander multipliciert, wobei man die etwa vorhandenen Unterabtheilungen auf die eine oder die andere der oben angegebenen Weisen behandelt.

a) $10\frac{7}{12} \times 3\frac{1}{4}$
$31\frac{3}{4} = 10\frac{7}{12} \times 3$
$2\frac{31}{48} = 10\frac{7}{12} \times \frac{1}{4}$
$34\frac{19}{48} \times 1\frac{5}{12}$
$34\frac{19}{48}$
$11\frac{67}{144} = 34\frac{19}{48} \times \frac{4}{12}$
$2\frac{499}{576} = 34\frac{19}{48} \times \frac{1}{12}$
$48\frac{419}{576}$ Kubikfufs

b) $10' \; 7'' \times 3' \; 3''$
$31' \; 9'' \; —''' = 10' \; 7'' \times 3'$
$2' \; 7'' \; 9''' = 10' \; 7'' \times 3''$ $(\frac{1}{4}')$
$34' \; 4'' \; 9''' \times 1' \; 5''$
$34' \; 4'' \; 9'''$
$11' \; 5'' \; 7''' = 34' \; 4'' \; 9''' \times 4''$ $(\frac{1}{3}')$
$2' \; 10'' \; 4\frac{3}{4}''' = 34' \; 4'' \; 9''' \times 1'''$ $(= \frac{1}{4}$ aus $4'')$
$48' \; 8'' \; 8\frac{3}{4}'''$ Kubikmafs

à 1 *s.* = 2 £ 8 *s.* $8\frac{35}{48}$ *d.*

§. 150*b*. Sind die Reductionszahlen des Mafses oder Gewichts gleich denen der Münze, so wird häufig durch eine vollständige Vertauschung der Benennungen ein vortheilhaftes Rechnen erzielt. Z. B.

1) 5 ℔ $19\frac{1}{2}$ *Lth.* à 2 ß 20 *ngr.*?
= 2 ℔ 20 *Lth.* à 5 ß $19\frac{1}{2}$ *ngr.*
$\times 3$
16 ß $28\frac{1}{2}$ *ngr.* = 3 ℔
− 1 „ $26\frac{1}{2}$ „ = 10 *Lth.*
15 ß 2 *ngr.*

2) 4 ℔ 17 *Lth.* 2 *Qt.* à 2 ß 7 *ngr.* 5 ₰?
= 2 ℔ 7 *Lth.* 5 *Qt.* à 4 ß 17 *ngr.* 2 ₰
9 ß 4 *ngr.* 4 ₰ = 2 ℔
+ 1 „ 4 „ 3 „ = 7 *Lth.* 5 *Qt.* = $\frac{1}{4}$ ℔.
10 ß 8 *ngr.* 7 ₰.

*) Dieser und der nachfolgende Fall gehören, was die Ermittelung des quadratischen und kubischen Inhalts betrifft, nicht in die Regeldetri, weil die Berechnung nur in einer Multiplication, entweder mit Brüchen oder mit Zerlegung, besteht; da aber, wie die Beispiele selbst zeigen, auch bei dem letzten Verfahren Brüche entstehen können, so konnte solcher Fälle wenigstens nicht vor der Bruchrechnung gedacht werden. Vgl. §. 25. Beiläufig mag bemerkt werden, dafs man in England der Multiplication mit Zerlegung den Namen *cross multiplication* (kreuzweise Multiplication) giebt.

3) 13 *Mk.* $11\frac{1}{2}$ *Lth.* à 20 ♯ 8 ß?

$$
\begin{array}{rl}
 & = 20 \text{ Mk. } 8 \text{ Lth. à } 13 \text{ ♯ } 11\tfrac{1}{2} \text{ ß} \\
\hline
 & 274 \text{ ♯ } 6 \text{ ß} = 20 \text{ Mk.} \\
+ & 6 \text{ „ } 13\tfrac{3}{4} \text{ „} = 8 \text{ Lth.} = \tfrac{1}{2} \text{ Mk.} \\
\hline
 & 281 \text{ ♯ } 3\tfrac{3}{4} \text{ ß.}
\end{array}
$$

§. 151. Uebungsaufgaben*).

561) Amsterdam. 34 Last $13\frac{1}{2}$ Hektoliter Weizen à 240 *f.* 55 *c.*

562) Berlin. 432 ℔ 8 *Lth.* à 25 *sgr.* 4 ₰.

563) Desgl. 96 Wispel 19 Scheffel 10 Metzen à $47\frac{7}{8}$ *ℛ* pr. Wispel von 24 Scheffeln.

564) Frankfurt a. M. 24 *Ctr.* 75 ℔ à 12 *f.* 16 *xr.*

565) Hamburg. 216 ℔ $6\frac{3}{4}$ Nloth. à 4 ♯ $3\frac{3}{8}$ ß.

566) Desgl. 187 *Mk.* $12\frac{1}{4}$ *Lth.* Silber à 27 ♯ 12 ß.

567) London. 47 *oz.* $6\frac{3}{4}$ *dwts.* Gold à 3 £ $17\frac{1}{2}$ *s.* pr. Unze.

568) Desgl. 7 ℔ 7 *oz.* 9 *dwts.* 8 *grs.* Silber à 5 *s.* 2 *d.* pr. Unze.

569) Desgl. 70 *Tons* 13 *Cwt.* 3 *Qrs.* 24 ℔ Eisen à 8 £ $12\frac{1}{2}$ *s.* pr. Ton.

570) Leipzig. *a*) 34 ℔ $10\frac{3}{4}$ *Lth.* à 4 *ℛ* 18 *ngr.* *b*) 41 ℔ $19\frac{1}{2}$ *Lth.* à 6 *ℛ* $17\frac{1}{2}$ *ngr.*

571) Desgl. 35 *Ctr.* $8\frac{3}{4}$ ℔ à 14 *ℛ* 15 *ngr.*

572) Hannover. 32 *Ctr.* $72\frac{1}{2}$ ℔ à 19 *ℛ* 15 *gr.*

573) Neapel. 60 *Cantari* $84\frac{1}{2}$ *Rotoli* à 30 *Ducati* $42\frac{1}{2}$ *Grani* per *Cantaro.*

574) Lübeck. 165 Last 54 Sch. $2\frac{1}{2}$ F. Roggen à 64 *ℛ* 36 ß pr. Last.

575) Petersburg. 829 Pud 13 ℔ 27 Solotnik à 13 *R.* 65 *Kop.*

576) Desgl. 27 Bktz. 6 Pud $22\frac{1}{2}$ ℔ à 27 *R.* 65 *Kop.* pr. Berkowetz.

577) Riga. 103 *S℔* 285 ℔ Hanf à 70 *R.* 45 *Kop.* pr. *S℔* (von 400 ℔).

578) Hamburg. 37 Oxhoft 4 Anker 32 Quartier Wein à 149 ♯ $11\frac{1}{2}$ ß.

579) 104 £ 11 *s.* 8 *d.*: *a*) in Hamburg à 13 ♯ $8\frac{3}{8}$ ß; *b*) in Wien à 10 *f.* $21\frac{1}{8}$ Nkr. österr. Währg.; *c*) in Frankfurt a. M. à 11 *f* $58\frac{1}{4}$ *xr.*; *d*) in Paris à 25 *Fr.* $12\frac{1}{2}$ *c.*; *e*) in Leipzig à 6 *ℛ* $23\frac{1}{2}$ *ngr.*

580) Hamburg. 36 *Mk.* $13\frac{1}{4}$ *Lth.* Gold à 428 ♯ $10\frac{1}{2}$ ß.

581) Frankfurt a. M. 39 *Ctr.* $93\frac{3}{4}$ ℔ à 37 *f.* 36 *xr.*

582) New York. 47 *Cwt.* 3 *Qrs.* 20 ℔ à 9 $ 35 *c.*

*) In Bezug auf die Resultate dieser und der ferner vorkommenden Uebungsaufgaben bemerken wir, daſs dieselben in den meisten Fällen kaufmännisch ausgedrückt sind, d. h. nur bis zu derjenigen Geldsorte herab, in welcher der Kaufmann Geldbeträge auszudrücken pflegt. Der bei der letzten Sorte vorkommende Bruch ist für voll genommen, wenn er $\frac{1}{2}$ oder mehr beträgt, auſserdem ist er unbeachtet geblieben.

583) *a*) Hannover. 64 Grofs 6 Dtzd. 9 St. à 6 ℛ $24\frac{1}{2}$ *gr.*; *b*) Wien. 37 *Ctr.* $93\frac{3}{4}$ ℔ à 19 *f.* $35\frac{1}{2}$ Nkr.

584) Hamburg. 82 Last 24 Fafs à 222 ℳ 11 *β*.

585) Berlin. *a*) 84 *Ctr.* $69\frac{1}{2}$ ℔ à $28\frac{3}{4}$ ℛ; *b*) 104 *Ctr.* 87 ℔ 15 *Lth.* à 9 ℛ $18\frac{3}{4}$ *sgr.* *c*) 16 ℔ $9\frac{3}{4}$ *Lth.* à 5 ℛ 18 *sgr.*

2) Divisionsaufgaben.

§. 152. Um eine Divisionsaufgabe der Regeldetri handelt es sich, wenn aus dem Werthe einer Gröfse, welche gröfser oder kleiner als die Einheit ist, der Werth der Einheit ermittelt werden soll. Z. B. Was kostet 1 *Ctr.*, wenn 17 *Ctr.* 70 ℛ kosten? Oder: Was kostet 1 *Ctr.*, wenn $\frac{3}{4}$ *Ctr.* 9 ℛ kosten? Im ersten Falle kostet 1 *Ctr.* den 17. Theil aus 70 ℛ, im zweiten den 3. Theil aus 9 Thaler vier Mal.

Ferner: Wenn man aus der Menge, die man für mehr oder für weniger als eine Wertheinheit erhält, diejenige Menge berechnen will, welche man für eine Wertheinheit bekommt; z. B. für 17 ℛ erhält man 119 Stück, wieviel für 1 ℛ? Nothwendig nur den 17. Theil von 119 Stück = 7 Stück. — Oder für $\frac{5}{8}$ *f.* kauft man 10 Ellen, wieviel für 1 *f.*? Antw.: den 5. Theil aus 10 Ellen 8 Mal; also $2 \times 8 = 16$ Ellen.

Endlich: Wenn man aus dem in einer Einheit ausgedrückten Werthe einer gegebenen Mehrheit den Werth einer andern Mehrheit ermitteln will. Z. B. Was bezahlt man für 10 Stück, wenn man für 17 Stück 1 ℛ bezahlt? Den 17. Theil aus 1 ℛ 10 Mal, also $\frac{10}{17}$ ℛ.

Die Ansätze für diese 3 Arten von Aufgaben wären zwar:

17 *Ctr.* : 1 *Ctr.* = 70 ℛ : x; $\frac{3}{4}$ *Ctr.* : 1 *Ctr.* = 9 ℛ : x;
17 ℛ : 1 ℛ = 119 Stück : x; $\frac{5}{8}$ *f.* : 1 *f.* = 10 Ellen : x;
17 Stück : 10 Stück = 1 ℛ : x;

man wird sich aber derselben, da die Ausrechnung eben nur aus einer Division besteht, selten oder gar nicht bedienen.

§. 153. Ist der Dividend kleiner als der Divisor, so mufs er, falls der Quotient nicht aus einem Bruche bestehen soll, durch Multiplication mit der betreffenden Reductionszahl in die niedere Sorte verwandelt werden. Z. B. Was kostet eine Elle, wenn 19 Ellen mit 14 ℛ bezahlt werden?

$$19 \text{ in } 14 \times 30 = 19 \text{ in } 420 = 22\tfrac{2}{19} \textit{ sgr.}$$

Ist der Divisor gleich der Reductionszahl, so ist der Dividend selbst das gesuchte Resultat, dem man nur die Benennung derjenigen Sorte zu geben hat, welche durch Multiplication mit der Reductionszahl gefunden worden sein würde.

Beispiele.

1) 30 ℔ kosten 11 ₰; wieviel kostet 1 ℔? x = 11 sgr.

Kosten 30 ℔ = 1 ₰, so kostet 1 ℔ = $^1/_{30}$ ₰; da sie aber 1 ₰ × 11 kosten, so kostet 1 ℔ 1 sgr. × 11 = 11 sgr.; oder 30 in 11 ₰ × 30 = 1 in 11 × 1 = 11 sgr.

2) 60 ℔ = 7 fl.; wieviel Kreuzer kostet 1 ℔? x = 7 xr.

3) 100 Ellen kosten 17$^3/_4$ fl. österr. Währung; wieviel Neukreuzer kostet 1 Elle? x = 17$^3/_4$ Nkr.

Auch dann, wenn der Dividend eine mehrsortige Zahl ist, sowie wenn der Divisor ein Mehrfaches der Reductionszahl bildet, läſst sich dieser Vortheil anwenden. Z. B.

1) 60 ℔ kosten 19 fl. 7 xr.; wieviel kostet 1 ℔?

60 ℔ = 19 fl.; 1 ℔ = 19 xr.
60 „ = 7 xr.; 1 „ = $^7/_{60}$ „ } 1 ℔ also = 19$^7/_{60}$ xr.

2) 72 ℔ kosten 13 ₰ 15 gt. in Bremen; wieviel kostet 1 ℔?

72 ℔ = 13 ₰; 1 ℔ = 13 gt.
72 „ = 15 gt.; 1 „ = $^{15}/_{72}$ od. $^5/_{24}$ gt. } 1 ℔ also = 13$^5/_{24}$ gt.

3) 360 ℔ kosten 19 fl. 48 xr.; wieviel kostet 1 ℔?

360 in 19 fl. = 3$^1/_6$ xr.
360 „ 48 xr. = $^2/_{15}$ „ } 3$^3/_{10}$ xr.

Eine Vereinfachung der Rechnung gewährt es ferner, da, wo es möglich ist, Divisor und Reductionszahl durch eine und dieselbe Zahl abzukürzen. Z. B. Was kostet 1 Stück, wenn 120 Stück mit 401 fl. bezahlt werden?

420 in 401 × 60
oder: 7 in 401 = 57$^2/_7$ xr.

Hier wurde 420 durch 60 dividiert.

Ist aber der Dividend mehrsortig, so kann eine solche Kleinerung **nicht** statt finden, denn zu dem durch die Multiplication mit der Reductionszahl erhaltenen Producte sind noch die gegebenen Einheiten der niedern Sorte zu addieren. Z. B. Was kostet 1 Stück, wenn 420 Stück mit 401 fl. 14 xr. bezahlt werden?

420 in 401 fl. 14 xr.
401 × 60 = 24060 xr.
\+ 14 „
420 in 24074 = 57$^{67}/_{210}$ xr.

Lassen sich aber der Divisor und der Dividend in allen ihren Theilen durch eine und dieselbe Zahl abkürzen, so mag man von der dadurch gebotenen Erleichterung der Berechnung Gebrauch machen. Z. B. 132 ℔ kosten 36 fl. 48 xr.; wieviel kostet 1 ℔?

132 in 36 fl. 48 xr. = 11 in 3 fl. 4 xr. = 16$^8/_{11}$ xr.

§. 154. Uebungsaufgaben.

586) 168 ℔ kosten 13 ₰; was kostet 1 ℔?

587) 432 Stück kosten 101 ₰ in Oldenburg; was kostet 1 Stück?

588) 135 Dtzd. kosten 32 ℛ in Berlin; was kostet 1 Dtzd.?
589) 7236 ℔ erhielt man in Hannover für 1545 ℛ 9 *gr.*; was kostet 1 ℔?
590) Was kostet 1 Elle, wenn 30 Ellen 9 ℛ 13 *sgr.* kosten?
591) 120 ℔ in Norwegen = 17 *Spd.* 14 *ß*; wieviel 1 ℔?
592) 288 Ellen bezahlt man mit 9 ℛ 48 *gl.* in Bremen; w. v. kostet 1 Elle?
593) 16 ℔ kosten 9 ℳ; wieviel 1 ℔?
594) Für 132 Ellen bezahlt man 54 ℛ 18 *ngr.*; wieviel für 1 Elle?
595) Wieviel kostet 1 *Ctr.*, wenn 84 *Ctr.* mit 664 *f.* 36 *xr.* bezahlt wurden?
596) Für 12 ℳ erhält man 1 ℔; wieviel für 732 ℳ?
597) Man kauft 1 *Ctr.* für 18 ℛ; wieviel für 134 ℛ?
598) 1 Elle kostet 18 *sgr.*; wieviel erhält man für 12 ℛ?
599) 1050 Stück kosten 240 ℳ; wieviel Stück für 1 ℳ?
600) Für 16 *f.* erhält man 12 Dtzd. 4 St.; wieviel für 1 *f.*?

§. 155. Besteht der Divisor oder der Dividend, oder bestehen beide aus (gemeinen) Brüchen, so erfolgt die Ausrechnung nach den Regeln der Division mit Brüchen, wie letztere in §. 76 ff. gelehrt worden ist, sind Decimalbrüche gegeben, nach Anleitung von §. 113 ff. Nur selten aber wird es gerathen sein, den im Divisor enthaltenen gemeinen Bruch in einen Decimalbruch zu verwandeln, weil man in der Regel mit gröſseren Zahlen zu rechnen genöthigt ist, oder zu kleineren Zahlen nur auf dem Wege der Abkürzung gelangt. (Vgl. Beisp. 3.) Sehr häufig aber besteht das eine der beiden Glieder, oder bestehen beide aus Sorten, dann kann man sich die Reduction der im Dividenden enthaltenen niederen Sorten in einen Bruch der höchsten Sorte ersparen, und nach den Regeln der Division mit benannten Zahlen (§. 29 ff.) zu Werke gehen. Die verschiedenen Sorten aber, die sich etwa im Divisor befinden, müssen durchaus in einen Bruch derjenigen Einheit verwandelt werden, deren Preis gesucht wird.

Beispiele.

1) Was kostet 1 *Ctr.*, wenn $^7/_{16}$ *Ctr.* 13 ℛ kosten?
$^7/_{16}$ in $13 = 7$ in $16 \times 13 = 29\,^5/_7$ ℛ.

2) Was kostet 1 ℔, wenn $^{11}/_{32}$ ℔ $1\,^5/_{12}$ *f.* kosten?
$^{11}/_{32}$ in $1\,^5/_{12} = 11$ in $1\,^5/_{12} \times 32 = 11$ in $45\,^1/_3 = 4\,^4/_{33}$ *f.*

3) Wenn $7\,^1/_8$ *Ctr.* $59\,^5/_{16}$ ℛ kosten; was kostet 1 *Ctr.*?
a) Mit gemeinen Brüchen:
$7\,^1/_8$ in $59\,^5/_{16} = 57$ in $474\,^1/_2 = 8\,^{37}/_{114}$ ℛ (9 *ngr.* 7 ₰).
b) Mit Decimalbrüchen:
7,125 in 59,3125 = 7125 in 59312,5 = 8,324 ℛ (9 *ngr.* 7 ₰)

Hier ist offenbar die Ausführung in gemeinen Brüchen das kürzere Verfahren. Man hätte zwar 7,125 und 59,3125 durch 125 abkürzen können und würde dann 57 in 474,5 erhalten haben; allein dieses Verfahren ist um-

ständlicher als das in *a*) angewendete, abgesehen davon, dafs ein solches nur dann eintreten kann, wenn der Dividend die Factoren des Divisors enthält.

4) Wenn $^7/_{11}$ *Ctr.* 24 ℛ 17$^1/_2$ *sgr.* kosten, was kostet 1 *Ctr.*?

24 ℛ 17$^1/_2$ *sgr.*
——————— ×11
270 ℛ 12$^1/_2$ *sgr.*
7) ———————
38 ℛ 18$^{13}/_{14}$ *sgr.*

5) Was kostet 1 Mark Silber, wenn 15 *Lth.* mit 22 *f.* 58$^1/_8$ *xr.* berechnet worden sind? (15 *Lth.* = $^{15}/_{16}$ *Mk.*)

$^{15}/_{16}$ = 22 *f.* 58$^1/_8$ *xr.*
+ $^1/_{16}$ = 1 „ 31$^7/_8$ „ (= $^1/_{15}$ a. 22 *f.* 58$^1/_8$ *xr.*)
$^{16}/_{16}$ = 24 *f.* 30 *xr.*

Vgl. §. 76 unter a.

6) Wenn 3$^7/_{16}$ ℔ 23 ℳ 7 β 6 ₰ kosten, was kostet 1 ℔?

23 ℳ 7 β 6 ₰
——————— ×16
375 ℳ 8 β — ₰
55) ———————
6 ℳ 13 β 2$^{46}/_{55}$ ₰.

7) Wenn 16 *Ctr.* 65$^1/_2$ ℔ mit 266 *f.* 48 Nkr. bezahlt werden, wieviel kostet 1 *Ctr.*?

16,655 in 266,48 *f.*
= 16655 in 266480 *f.* = 16 *f.*

8) Wenn die Fracht für 14 *S*℔ 2 *Ctr.* 60$^1/_2$ ℔ in Hannover mit 85 ℛ 11 *gr.* 7 ₰ berechnet wird, wieviel beträgt sie per Centner?
(14 *S*℔ 2 *Ctr.* = 44 *Ctr.*; 60$^1/_2$ ℔ = 0,605 *Ctr.*; 11 *gr.* 7 ₰ = 0,39 ℛ.)

44,605 in 85,39 = 44605 in 85390
= 1,914 ℛ (1 ℛ 28 *gr.* 4 ₰ c[a])

9) Für 84 *Ctr.* 69$^1/_2$ ℔ in Berlin bezahlte man 2434 ℛ 29 *sgr.* 5 ₰; wieviel kostet 1 *Ctr.*?

a) (69$^1/_2$ ℔ = $\frac{139}{2}$ ℔ = $\frac{139}{2\times100}$ = $\frac{139}{200}$ *Ctr.*)

84$^{139}/_{200}$ in 2434 ℛ 29 *sgr.* 5 ₰ = 16939 in 2434 ℛ 29 *sgr.* 5 ₰ × 200 = 16939 in 486996 ℛ 3 *sgr.* 4 ₰ = 28 ℛ 22 *sgr.* 6 ₰ c[a].

b) (69$^1/_2$ ℔ = 0,695 *Ctr.*; 29 *sgr.* 5 ₰ = 0,983 . . ℛ)

84,695 in 2434,983 = 84695 in 2434983 = 28,75 ℛ c[a].

§. 156. Uebungsaufgaben.

601) 16$^3/_4$ ℔ in Hamburg kosten 153 ℳ; was 1 ℔?

602) 111$^5/_7$ *Cwt.* in London kosten 110 £; was 1 *Cwt.*?

603) 437$^1/_2$ ℔ in Schweden kosten 103 ℛ Reichsmünze; was 1 ℔?

604) *a*) 4$^5/_8$ *Ctr.* in Hannover kosten 16$^3/_{16}$ ℛ; was 1 *Ctr.*? *b*) 67 ℔ 9$^1/_2$ Nloth kosten daselbst 24 ℛ 13 *gr.* 8$^3/_5$ ₰; wieviel kostet 1 *Ctr.*?

605) 14 *Ctr.* 45 ℔ in Frankfurt kosten 75 *f.* 25 *xr.*; was 1 *Ctr.*?

606) Für 103 ℔ 4 Nl. zahlte man in Hamburg 113 ℳ 1 β 6 ₰; w. v. für 1 ℔?

607) 325 ℔ kosten 201 xβ $7\frac{1}{2}$ *ngr.*; was 1 ℔?

608) $3\frac{5}{8}$ ℔ kosten 27 xβ 22 *ngr.* 5 ₰; was 1 ℔?

609) $23\frac{1}{5}$ Last kosten 5446 ℳ 3 β; was 1 Last?

610) 21 *Mk.* $12\frac{1}{2}$ *Lth.* kosten 299 xβ 14 *ngr.* 8 ₰; was 1 *Mk.* (à 16 *Lth.*)?

611) Für 64 Last $32\frac{3}{4}$ *Ctr.* in Berlin beträgt die Fracht 291 xβ 20 *sgr.* 6 ₰; wieviel beträgt sie für eine Last?

612) 5 *Ctr.* 97 ℔ in Frankfurt kosteten 1313 *f.* 24 *xr.*; was 1 ℔?

613) 7 *Cwt.* 100 ℔ 15 *oz.* = 712 £ 8 *s.* 4 *d.*; was 1 ℔?

614) 103 ℔ 8 *Lth.* kosten in Wien 231 *f.* 28 Nkr.; was 1 *Qt.*?

615) 20 *Tons* 9 *Cwt.* 2 *Qrs.* 4 ℔ kosten 266 £ 4 *s.*; w. v. 1 *Ton*?

616) 13 *Ctr.* $82\frac{1}{2}$ ℔ in Wien kosten 342 *f.* $16\frac{7}{8}$ Nkr.; was kostet 1 *Ctr.*?

617) Für 204 xβ $27\frac{1}{2}$ *sgr.* kaufte man in Berlin 9 *Ctr.* 34 ℔ 24 *Lth.* neues Gewicht; w. v. für 1 xβ?

618) Für 332 xβ 54 *gt.* erhält man in Bremen $1522\frac{1}{2}$ ℔; w. v. für 1 xβ?

619) Für 425 *R.* 72 *Kop.* erhält man 177 Pud 10 ℔ 48 Solotnik; wieviel für einen Rubel?

620) 23 Kgr. 8 Hgr. 3 Dgr. 8 Gr. Silber kosten 5197 *Fr.* 16 *c.*; wieviel kostet 1 Kilogr.?

§. 157. Eine sehr häufig vorkommende Aufgabe ist es, den Preis einer niedern Sorteneinheit aus dem Preise der Einheit einer höhern Sorte zu finden, z. B. was kostet 1 *Lth.*, wenn 1 *Ctr.* (à 100 ℔) 108 *f.* kostet? In vorliegendem Falle verwandelt man den Centner in Lothe und die Gulden in Kreuzer, und dividiert mit den ersteren in letztere.

$$3200 \text{ in } 6480 \text{ xr.} = 2\tfrac{1}{40} \text{ xr.}$$

Zweckmäfsig ist es, sich für diesen Fall möglichst abgekürzte Formeln zu bilden, durch welche man das gewünschte Resultat leicht und schnell auffinden kann.

So hat man z. B. in allen denjenigen Ländern, welche den Centner in 100 ℔ und den Thaler in 30 Neugroschen (Groschen) à 10 Pfennige theilen, um aus dem Preise eines Centners den Preis eines Pfundes zu finden, nur den in Thalern ausgedrückten Centnerpreis mit 3 zu multiplicieren. Das Product bildet den in Pfennigen ausgedrückten Preis eines Pfundes. (Denn kostet 1 *Ctr.* 1 xβ oder 300 ₰, so kostet 1 ℔ 3 ₰; 1 ℔ kostet also stets sovielmal 3 ₰, als 1 *Ctr.* Thaler kostet.) Z. B. Was kostet 1 ℔, wenn der Centner $9\frac{1}{2}$ xβ oder $16\frac{3}{4}$ xβ kostet? Antw.: ($9\frac{1}{2} \times 3$) $28\frac{1}{2}$ ₰ oder ($16\frac{3}{4} \times 3$) $50\frac{1}{4}$ ₰.

In denjenigen Ländern, welche den Centner ebenfalls in 100 ℔ und den Thaler in 30 Silbergroschen (Groschen) à 12 Pfennige theilen, kostet bei einem Centnerpreise von 1 xβ das Pfund entweder $\left(\frac{30 \text{ sgr.}}{100}\right)$ $\frac{3}{10}$ *sgr.* oder $\left(\frac{360 \text{ ₰}}{100}\right)$ $3\frac{6}{10}$ ₰. Man wird also hier, um aus dem Preise eines

Centners den eines Pfundes zu finden, am besten thun, den in Thalern ausgedrückten Centnerpreis mit $^3/_{10}$ zu multiplicieren; das Product giebt den Preis eines Pfundes in Silbergroschen. Z.B. 1 Ctr. kostet $17^1/_4$ ℛ, so kostet 1 ℔ $= \frac{17\frac{1}{4} \times 3}{10} = 5^7/_{40}$ sgr. $= 5$ sgr. $2^1/_{10}$ ₰.

Wird ein solches Pfund in 30 Lth. getheilt, so kostet jedes Loth so viel mal 1 sgr. (ngr., gr.), als man Thaler für 1 ℔ bezahlt; z. B. 1 ℔ $= 5^1/_2$ ℛ, 1 Lth. $= 5^1/_2$ sgr.

In Oesterreich, wo 1 Ctr. = 100 ℔, kostet 1 ℔ ebensoviel Neukreuzer, als 1 Ctr. Gulden kostet.

In denjenigen Ländern, welche nach Gulden à 60 Kreuzer und den Centner zu 100 ℔ rechnen, findet man den Preis eines Pfundes, in Kreuzern, wenn man den in Gulden ausgedrückten Preis mit $^6/_{10}$ multipliciert. Kostet also 1 Ctr. $19^1/_2$ fl., so kostet 1 ℔ : $\frac{19\frac{1}{2} \times 6}{10} = 11{,}7$ xr.

§. 158. Uebungsaufgaben.

Was kostet:

621) 1 Solotnik, das Pud zu 825 Rbl.? 622) 1 Nloth in Hannover, wenn 1 Ctr. 72 ℛ 12 *gr.* kostet? 623) 1 Gramme, wenn 1 Kº kostet *a*) 3434 Fr. 44 *c.* oder *b*) 218 Fr. 89 *c.*? 624) 1 Stück, das Grofs zu 15 ℛ 5 ngr.? 625) 1 Elle, das Schock zu 21 fl. 24 xr.? 626) 1 Loth in Sachsen oder Preufsen, das Pfund à $2^3/_4$, $3^3/_8$, $5^1/_2$, $6^1/_4$ ℛ? 627) 1 ℔, der Ctr. (à 100 ℔) zu $13^1/_2$, $18^3/_4$, $19^5/_8$ ℛ in Leipzig oder Hannover? 628) 1 ℔, der Ctr. (à 100 ℔) zu $9^3/_4$, $12^1/_2$ $19^5/_6$ ℛ in Berlin? 629) 1 ℔, der Ctr. (à 100 ℔) zu $18^1/_2$, $20^1/_2$, $29^3/_4$ fl. in Frankfurt a/M.? 630) 1 ℔, der Ctr. (à 100 ℔) zu $13^1/_2$ fl. $18^5/_6$ fl., $20^1/_2$ fl. in Wien?

3) Gemischte Aufgaben.

§. 159 *a*. Wenn von drei gegebenen Zahlen, zu denen nach den Grundsätzen der Lehre von den Proportionen die vierte gesucht werden soll, keine eine Eins ist, so pflegt man die Aufgabe eine gemischte zu nennen, und bedient sich zu deren Lösung des Regeldetri-Satzes. Wie schon §. 136 bemerkt worden, findet man die unbekannte Zahl (x) entweder durch Multiplication des dritten Gliedes mit dem Exponenten des ersten Verhältnisses (Beisp. 1 *a*. *b*.), oder durch Division mit dem ersten Gliede in das Product des zweiten und dritten Gliedes (Beisp. 2); endlich auch noch durch Multiplication des Quotienten der Division des dritten Gliedes durch das erste Glied mit dem zweiten Gliede (Beisp. 3 *a*. *b*.)

Beispiele.

1) Was kosten *a*) 36 ℔, wenn 12 ℔ mit 17 fl. bezahlt werden, oder was kosten *b*) 12 ℔, wenn 36 ℔ 17 fl. kosten?

a) 12 ℔ : 36 ℔ = 17 fl. : x

x = 17 fl. × 3 = 51 fl.

$$b) \quad 36\ \text{℔} : 12\ \text{℔} = 17\ f. : x$$
$$x = 17\ f. \times 1/3 = 5^2/_3\ f.$$

2) Wieviel betragen 41 Ellen, das Schock zu 23 ℳ?

$$60\ \text{Ell.} : 41\ \text{Ell.} = 23\ \text{ℳ} : x$$
$$x = \frac{41 \times 23}{60} = \frac{943}{60} = 15^{43}/_{60}\ \text{ℳ}.$$

3) Wieviel hat man für 11 Dtzd. zu zahlen, wenn 16 Dtzd. *a*) mit 24 ₰ oder *b*) mit 12 ₰ berechnet werden?

$$a) \quad 16\ \text{Dtzd.} : 11\ \text{Dtzd.} = 24\ ₰ : x$$
$$x = 11 \times {}^{24}/_{16} = 11 \times 1^1/_2 = 16^1/_2\ ₰.$$
$$b) \quad 16\ \text{Dtzd.} : 11\ \text{Dtzd.} = 12\ ₰ : x$$
$$x = 11 \times {}^{12}/_{16} = 11 \times {}^3/_4 = 8^1/_4\ ₰.$$

Man sieht leicht, dafs die verschiedenartige Behandlung dieser Aufgaben ihren Grund in der Beschaffenheit der Zahlen hat, dafs es daher auch von letzterer abhängen wird, welchen dieser drei Wege man einschlagen soll. Für das Kopfrechnen sind vorzugsweise 1) und 3) geeignet.

Das Verfahren unter 3), oder das Zurückführen auf die Einheit, verwandelt die Aufgabe in eine sogenannte Multiplicationsaufgabe und macht nach §. 138 den Ansatz der Regeldetri überflüssig. So in obiger Aufgabe: 16 Dtzd. kosten 24 ₰ oder 12 ₰; dann kostet 1 Dtzd. = $^{24}/_{16}$ ₰ = $1^1/_2$ ₰, oder $^{12}/_{16}$ ₰ = $^3/_4$ ₰; folglich kosten 11 Dtzd. : $1^1/_2$ ₰ × 11 ($16^1/_2$ ₰) oder $^3/_4$ ₰ × 11 ($8^1/_4$ ₰).

§. 159*b*. Die eben beschriebenen drei Lösungsarten haben aber das gemeinsam, dafs das zweite und das dritte Glied stets als Dividenden wirken, während das erste Glied stets als Divisor auftritt. Betrachtet man also das 2. und das 3. Glied als einen aus zwei Factoren bestehenden Dividenden, so kann man solche Aufgaben füglich als einfache Divisionsexempel ansehen, woraus dann weiter folgt, dafs, wenn überhaupt Aufhebungen oder Kleinerungen möglich und räthlich sind, selbige stets nur zwischen

dem 1. und dem 2. Gliede, oder zwischen

dem 1. und dem 3. Gliede, oder endlich zwischen dem 1. Gliede und dem Producte des 2. und 3. Gliedes zulässig sein können, nie aber zwischen dem 2. und dem 3. Gliede.

Beispiele.

2) Wieviel *Francs* betragen 632 *f.* niederl. Währung, wenn 189 *f.* = 400 *Fr.*?

$$189\ f. : 632\ f. = 400\ \text{Fr.} : x$$
$$x = \frac{632 \times 400}{189} = 1337\ \text{Fr.}\ 56{,}6\ c.$$

2) 102 ℔ kosten 37 f.; was kosten 8551 ℔?

$$102\ ℔ : 8551\ ℔ = 37\ f. : x$$

$$x = \frac{503 \times 37}{6} = 3101\,{}^{5}/_{6}\ f.$$

Hier wurden 102 und 8551 durch 17 getheilt.

3) 161 Ellen kosten 69 f.; was kosten 500 Ellen?

$$161\ E. : 500\ E. = 69\ f. : x$$

(161 u. 69 abgekürzt durch 23)

$$x = 7 \text{ in } 500 \times 3 = 214\,{}^{2}/_{7}\ f.$$

4) Wenn 240 ℔ mit 32 ℛ 24 ngr. bezahlt werden, was kosten 155 ℔?

$$240\ ℔ : 155\ ℔ = 32\ ℛ\ 24\ ngr. : x$$

$$= 30\ ℔ : 155\ ℔ = 4\ ℛ\ 3\ ngr. : x$$

$$= 6\ ℔ : 31\ ℔ = 4\ ℛ\ 3\ ngr. : x$$

$$x = 6 \text{ in } 4\ ℛ\ 3\ ngr. \times 31 = 21\ ℛ\ 5\ ngr.\ 5\ ₰.$$

Hier wurden zuerst 240 und 32 ℛ 24 ngr. durch 8 gekleinert; hierauf 30 und 155 durch 5.

5) $112\,{}^{1}/_{2}$ ℔ kosten 36 f. 12 xr.; w. v. kosten $87\,{}^{1}/_{2}$ ℔?

$$112\,{}^{1}/_{2}\ ℔ : 87\,{}^{1}/_{2}\ ℔ = 36\ f.\ 12\ xr. : x$$

$$= 9\ ℔ : 7\ ℔ = 36\ f.\ 12\ xr. : x$$

$$= 1\ ℔ : 7\ ℔ = 4\ f.\ 1\,{}^{1}/_{3}\ xr. : x$$

$$x = 4\ f.\ 1\,{}^{1}/_{3}\ xr. \times 7 = 28\ f.\ 9\,{}^{1}/_{3}\ xr.$$

Hier sind zuerst $112\,{}^{1}/_{2}$ und $87\,{}^{1}/_{2}$ durch $12\,{}^{1}/_{2}$ getheilt worden; alsdann 9 und 36 f. 12 xr. durch 9.

§. 160. Uebungsaufgaben.

631) Auf 1995 ℔ betragen die Spesen 102 f.; wieviel auf 3857 ℔?
632) 480 ℔ in Leipzig kosten 91 ℛ; wieviel kosten 332 ℔?
633) 168 Ellen werden mit 17 f. bezahlt; was kosten 204 Ellen?
634) Wieviel betragen in Berlin 14910 ℔ Weizen à 68 ℛ pr. 2100 ℔?
635) 640 Fr. = 297 f. südd. Währg.; wieviel Gulden für 2860 Fr.?
636) $162\,{}^{1}/_{2}$ ℔ kosten 94 ℳ 8 ß; wieviel kosten $237\,{}^{1}/_{2}$ ℔?
637) 496 ℔ kosten 128 f.; was kosten 311 ℔?
638) 5670 ℔ Gerste in Berlin à 36 ℛ pr. 1750 ℔?
639) 64 Stück kosten 18 ℛ 17 ngr. 5 ₰; wieviel kosten 36 Stück?
640) $56\,{}^{1}/_{4}$ ℔ kosten 34 ℛ 18 sgr.; wieviel kosten $118\,{}^{3}/_{4}$ ℔?
641) Wieviel Fracht auf 1560 Pud Talg à 45 f. holl. pr. 120 Pud?
642) Desgl. auf 172 Fässer Rosinen à 96 ℳ pr. 44 Fässer?
643) Desgl. auf 58880 ℔ à 3 £ 17 s. pr. 2240 ℔?
644) Desgl. auf 9664 K° à 240 Fr. pr. 800 K°?
645) Wieviel betragen 11440 ℔ Knochen in Hamburg à 62 ℳ 8 ß pr. 2035 ℔?
646) Desgl. 16944 ℔ Grönl. Thran daselbst à 47 ℳ 8 ß pr. 216 ℔?
647) Desgl. 12640 ℔ Leinölkuchen daselbst à 108 ℳ pr. 2040 ℔?

648) Desgl. 16200 ℔ Leinsaat daselbst à 14 ℳ 12 ß Cour. pr. 180 ℔?
649) Desgl. 8288 ℔ Zucker à 26 *s*. pr. 112 ℔?
650) Desgl. 1325 Scheffel Weizen à 55 ℛ pr. 25 Scheffel?

§. 161. Eine wesentliche Vereinfachung der Rechnung tritt dann ein, wenn das zweite Glied um eine solche Anzahl Einheiten gröfser oder kleiner ist als das erste Glied, dafs dieselbe einen Theil aus dem ersten Gliede bildet. In diesem Falle ist das vierte Glied um denselben Theil gröfser oder kleiner als das dritte Glied; dieses Theiles Gröfse ist daher zu ermitteln und entweder zu dem dritten Gliede zu addieren oder von demselben zu subtrahieren. Das Resultat ist der Werth von x. — Wenn nicht das zweite, sondern das dritte Glied von der eben beschriebenen Beschaffenheit ist, so mache man letzteres zum zweiten Gliede; dann läfst sich verfahren wie gelehrt worden ist. (Beisp. 5. 6.)

Beispiele.

1) Wenn 12 ℔ mit 9 ℛ 18 *ngr.* bezahlt sind, was kosten 13 ℔?

12 ℔ : 13 ℔ = 9 ℛ 18 *ngr.* : x
+ $^1/_{12}$ aus 9 ℛ 18 *ngr.* = — „ 24 „
x = 10 ℛ 12 *ngr.*

13 ist um $^1/_{12}$ gröfser als 12, daher kosten 13 ℔ um $^1/_{12}$ des Betrages von 12 ℔ mehr.

2) 13 ℔ kosten 10 ℛ 12 *ngr.*; wieviel kosten 12 ℔?

13 ℔ : 12 ℔ = 10 ℛ 12 *ngr.* : x
÷ $^1/_{13}$ aus 10 ℛ 12 *ngr.* = — „ 24 „
x = 9 ℛ 18 *ngr.*

12 ℔ sind um $^1/_{13}$ weniger als 13 ℔, daher ist auch $^1/_{13}$ des Betrages von 13 ℔ weniger zu bezahlen.

3) Für 30 Ellen bezahlt man 17 ℳ 12 ß; wieviel für $22^1/_2$ Ellen?

30 E. : $22^1/_2$ E. = 17 ℳ 12 ß : x
÷ $^1/_4$ aus 17 ℳ 12 ß = 4 „ 7 „
x = 13 ℳ 5 ß.

$7^1/_2$ E. sind weniger gekauft; sie bilden $^1/_4$ aus 30 E., folglich ist $^1/_4$ des Preises von 30 E. weniger zu bezahlen.

4) Der Preis von $22^1/_2$ E. ist 13 ℳ 5 ß, wie grofs ist der Preis von 30 Ellen?

$22^1/_2$ E. : 30 E. = 13 ℳ 5 ß : x
+ $^1/_3$ aus 13 ℳ 5 ß = 4 „ 7 „
x = 17 ℳ 12 ß.

30 ist = $22^1/_2 + 7^1/_2$. Da nun $7^1/_2 = {}^1/_3$ aus $22^1/_2$, so ist auch der Preis von 30 Ellen um $^1/_3$ gröfser als der Preis von $22^1/_2$ E.

5) 19 ℔ kosten $23\frac{3}{4}$ ⁊ß; wieviel kosten 61 ℔?

19 ℔ : 61 ℔ = $23\frac{3}{4}$ ⁊ß : x
= 19 ℔ : $23\frac{3}{4}$ ℔ = 61 ⁊ß : x
$4\frac{3}{4}$ ℔ (= $\frac{1}{4}$ a. 19 ℔) + $\frac{1}{4}$ = $15\frac{1}{4}$ „
x = $76\frac{1}{4}$ ⁊ß.

6) $37\frac{1}{2}$ Elle kosten 30 ⁊ß; wieviel kosten 67 Ellen?

$37\frac{1}{2}$ E. : 67 E. = 30 ⁊ß : x
= $37\frac{1}{2}$ E. : 30 E. = 67 ⁊ß : x
$7\frac{1}{2}$ E. (= $\frac{1}{5}$ a. $37\frac{1}{2}$ E.) ÷ $\frac{1}{5}$ = $13\frac{2}{5}$ „
x = $53\frac{3}{5}$ ⁊ß.

Um die Rechnung noch mehr zu vereinfachen, kann man den Ansatz weglassen, wie folgende Beispiele zeigen.

7) 100 kosten 164 ⁊ß 24 *ngr.*; wieviel kosten $112\frac{1}{2}$ ℔?

100 ℔ = 164 ⁊ß 24 *ngr.*
$12\frac{1}{2}$ „ (= $\frac{1}{8}$ a. 100 ℔) = 20 „ 18 „
x = 185 ⁊ß 12 *ngr.*

8) 100 ℔ kosten 36 ℳ 8 ß; wieviel kosten $93\frac{3}{4}$ ℔?

100 ℔ = 36 ℳ 8 ß
$6\frac{1}{4}$ „ (= $\frac{1}{16}$ a. 100 ℔) = 2 „ $4\frac{1}{2}$ „
x = 34 ℳ $3\frac{1}{2}$ ß.

Im 7. Beispiele ist der Betrag von $12\frac{1}{2}$ ℔ mehr, in Beisp. 8) der Betrag von $6\frac{1}{4}$ ℔ weniger als 100 ℔ zu finden. Da nun $12\frac{1}{2} = \frac{1}{8}$, $6\frac{1}{4} = \frac{1}{16}$ aus 100, so ist der Betrag von 100 ℔ im 7. Beisp. um den 8. Theil zu vermehren, im 8. um den 16. Theil zu vermindern.

9) $112\frac{1}{2}$ Ellen kosten 185 ⁊ß 12 *ngr.*; wieviel kosten 100 Ellen?

$112\frac{1}{2}$ E. = 185 ⁊ß 12 *ngr.*
$12\frac{1}{2}$ „ (= $\frac{1}{9}$ a. $112\frac{1}{2}$ E.) = 20 „ 18 „
x = 164 ⁊ß 24 *ngr.*

10) $93\frac{3}{4}$ ℔ kosten 34 ℳ $3\frac{1}{2}$ ß; wieviel kosten 100 ℔?

$93\frac{3}{4}$ ℔ = 34 ℳ $3\frac{1}{2}$ ß
$6\frac{1}{4}$ „ (= $\frac{1}{15}$ a. $93\frac{3}{4}$ ℔) = 2 „ $4\frac{1}{2}$ „
x = 36 ℳ 8 ß.

In Beisp. 9) ist die Differenz $12\frac{1}{2} = \frac{1}{9}$ aus $112\frac{1}{2}$, folglich ist der Betrag von $112\frac{1}{2}$ E. um den 9. Theil zu vermindern, in Beisp. 10) ist die Differenz $6\frac{1}{4} = \frac{1}{15}$ aus $93\frac{3}{4}$, folglich ist der Betrag von $93\frac{3}{4}$ ℔ um den 15. Theil zu erhöhen.

§. 162. Uebungsaufgaben.

651) 125 ℔ sind bezahlt mit 18 *f.* österr. W.; wieviel kosten 130 ℔?

652) Für 10 £ sind berechnet worden 118 *f.* 36 *xr.*; wieviel betragen 11 £ 5 *s.* ($11\frac{1}{4}$ £)?

653) 100 ℔ kosten 48 ℳ 4 ß; was kosten: *a*) 87 1/2 ℔? *b*) 106 1/4 ℔?

654) Für 17 ℛ erhält man in Leipzig 8 *Ctr.* 39 ℔; wieviel: *a*) für 21 1/4 ℛ? *b*) für 12 3/4 ℛ?

655) 112 1/2 Elle kosten 160 *f.* 40 *xr.*; wieviel kosten: *a*) 100 Ellen? *b*) 125 Ellen?

656) 15 ℔ kosten 14 ℛ; was kosten 394 ℔?

657) 22 1/2 Elle kosten 16 ℛ 18 *sgr.*; wieviel kosten: *a*) 30 Ellen? *b*) 27 Ellen?

658) 50 ℔ kosten 34 ℳ 12 ß; wieviel kosten: *a*) 43 3/4 ℔? *b*) 56 1/4 ℔?

659) 112 1/2 ℔ in Wien à 46 *f.* 50 Nkr. pr. 100 ℔?

660) Für 12 *f.* kauft man 9 Grofs 8 Dtzd.; wieviel *a*) für 13 *f.* 50 Nkr.? *b*) für 10 *f.* 50 Nkr.?

661) Für 15 Dtzd. bezahlt man 8 £ 12 *s.* 6 *d.*; w. v. für 18 3/4 Dtzd.?

662) Wieviel beträgt die Fracht auf 49 Kubikfufs, à 15 $ pr. 42 Kubikf.?

§. 163. Oft läfst sich das zweite oder das dritte Glied in aliquote Theile, oder in ein Vielfaches und aliquote Theile des ersten Gliedes zerlegen, was besonders dann von Vortheil ist, wenn das dritte oder das zweite Glied aus einer mehrsortigen Zahl besteht. Dieses Verfahren entspricht der §. 60 gelehrten Multiplication mit Brüchen und wird aus nachfolgenden erläuterten Beispielen klar werden.

1) 144 ℔ kosten 45 *f.* 32 *xr.*; was kosten 79 ℔?

144 ℔ : 79 ℔ = 45 *f.* 32 *xr.* : x

72 ℔ = 1/2 aus 144 ℔	= 22 *f.*	46	*xr.*
6 „ = 1/12 „ 72 „	= 1 „	53 5/6	„
1 „ = 1/6 „ 6 „	= — „	18 35/36	„
	24 *f.*	58 29/36	*xr.*

2) 64 Ellen kosten 121 ℳ 12 ß; was kosten 149 Ellen?

64 E. : 149 E. = 121 ℳ 12 ß : x

128 E. =	243 ℳ	8 ß
16 „ =	30 „	7 „
4 „ =	7 „	9,75 „
1 „ =	1 „	14,44 „
	283 ℳ	7,19 ß.

3) 80 £ bezahlt man mit 836 *f.* 37 1/2 Nkr. österr. Währg.; was kosten 165 £ 10 *s.*?

80 £ : 165 £ 10 *s.* = 836,375 *f.* : x

160 £ = 2×80 £	= 1672,75 *f.*
5 „ = 1/16 aus 80 £ =	52,273 „
10 *s.* = 1/10 „ 5 „ =	5,227 „
	1730,250 *f.* = 1730 *f.* 25 Nkr.

4) Was kosten $937\frac{1}{2}$ Ellen, wenn 300 Ellen mit 84 β 18 ngr. bezahlt werden?

300 E. : $937\frac{1}{2}$ E. = 84 β 18 ngr. : x

900 = 3 × 300 = 253 β 24 ngr.
$37\frac{1}{2} = \frac{1}{8}$ aus 300 = 10 „ $17\frac{1}{4}$ „
264 β $11\frac{1}{4}$ ngr.

5) 30 ℔ kosten $97\frac{1}{2}$ β; was kosten 143 ℔?

30 ℔ : 143 ℔ = $97\frac{1}{2}$ β : x
= 30 ℔ : $97\frac{1}{2}$ ℔ = 143 β : x

90 = 3 × 30; 3 × 143 = 429 β — ngr. — ₰
$7\frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ aus 30; $\frac{1}{4}$ aus 143 = 35 „ 22 „ 5 „
464 β 22 ngr. 5 ₰.

6) 200 ℳ Bco. kosten $145\frac{1}{2}$ f.; was kosten 1918 ℳ 8 ß Bco.?

200 ℳ : 1918,5 ℳ = $145\frac{1}{2}$ f. : x
= 200 ℳ : $145\frac{1}{2}$ ℳ = 1918,5 f. : x

100 = $\frac{1}{2}$ aus 200 = 959,25
40 = $\frac{1}{5}$ „ 200 = 383,7
5 = $\frac{1}{8}$ „ 40 = 47,9625
$\frac{1}{2} = \frac{1}{10}$ „ 5 = 4,79625
1395,70875 f. = 1395 f. 43 xr.

§. 164. Uebungsaufgaben.

663) 300 ℔ kosten *a*) 197 f. 12 xr. südd. Währg.; *b*) 169 f. $2\frac{1}{2}$ Nkr. österr. Währg.; was kosten 185 ℔?
664) 100 ℔ kosten $34\frac{1}{2}$ ℳ; was kosten $312\frac{1}{2}$ ℔?
665) 100 f. werden mit $56\frac{1}{4}$ β bezahlt; was kosten 1419 f. 30 xr.?
666) 3200 ℔ kosten 175 β 12 ngr.; was 1632 ℔?
667) 40 ℳ Bco. werden mit $35\frac{1}{2}$ f. holl. bezahlt; was kosten *a*) 1711 ℳ 12 ß Bco.; *b*) 888 ℳ 8 ß Bco.?
668) 288 Stück kosten $39\frac{1}{2}$ β; was kosten 517 Stück?
669) 100 ℔ kosten $237\frac{1}{2}$ ℳ; was kosten 914 ℔?
670) 150 *K°* kosten $37\frac{1}{2}$ f.; was kosten 2917 *K°*?
671) 192 Ellen kosten 40 β 5 ngr.; was kosten 105 Ellen?
672) 240 Dtzd. kosten 119 f. 36 xr.; was kosten 89 Dtzd.?
673) Die Fracht auf 400 *K°* beträgt 13 ℳ 8 ß; wieviel auf $1687\frac{1}{2}$ *K°*?
674) Desgl. auf 20 *Cwt.* = 1 £ 12 *s.* 6 *d.*; wieviel auf 45 *Cwt.* $2\frac{1}{2}$ *Qrs.*?
675) Desgl. auf 2451 Hektoliter à $21\frac{1}{2}$ f holl. pr. 50 Hektol.?

§. 165. In §. 159 ist bemerkt worden, dafs man einen Regeldetri-Ansatz dann als ein einfaches Divisionsexempel ansehen kann, wenn man das zweite und das dritte Glied als Factoren des Dividenden betrachtet. Besteht nun ein Glied oder bestehen zwei oder

alle drei Glieder aus Brüchen, so bildet die Ausrechnung zwar ebenfalls nur eine einfache Division mit Brüchen; zur Erleichterung der praktischen Anwendung mögen jedoch folgende Regeln der Berücksichtigung anheim gegeben werden.

a) Nur das erste Glied enthält einen Bruch oder eine gemischte Zahl. In dem einen wie in dem andern Falle multipliciert man dieses Glied mit dem Nenner des Bruches, dann erhält man nach §. 76 eine ganze Zahl. Mit diesem Nenner multipliciert man sodann das zweite, oder das dritte Glied, oder auch das Product des zweiten und dritten Gliedes.

Beispiele.

1) Wenn $^3/_4$ *Ctr.* 7 ß kosten, was kosten 19 *Ctr.*?

$^3/_4$ *Ctr.* : 19 *Ctr.* = 7 ß : x
oder 3 *Ctr.* : 76 *Ctr.* = 7 ß : x
$x = 76 \times {}^7/_3$ ß $= 177\,^1/_3$ ß.

2) Wenn $^3/_8$ ℔ 19 *ngr.* kosten, was betragen 25 ℔?

$^3/_8$ ℔ : 25 ℔ = 19 *ngr.* : x
oder 3 ℔ : 200 ℔ = 19 *ngr.* : x
$x = \frac{200 \times 19}{3} = 1266\,^2/_3$ *ngr.* = 42 ß $6\,^2/_3$ *ngr.*

3) Wieviel Pfund erhält man für 195 ƒ., wenn 16 ℔ mit $9\,^1/_2$ ƒ. bezahlt werden?

$9\,^1/_2$ ƒ. : 195 ƒ. = 16 ℔ : x
oder 19 ƒ. : 195 ƒ. = 32 ℔ : x
$x = \frac{195 \times 32}{19} = 328\,^8/_{19}$ ℔.

4) $3\,^1/_5$ *Ctr.* kosten 96 ß; wieviel kosten 17 *Ctr.*?

$3\,^1/_5$ *Ctr.* : 17 *Ctr.* = 96 ß : x
$x = (16 \text{ in } 17 \times 96 \times 5 = 17 \times 6 \times 5)$ 510 ß.

b) Nur das zweite oder nur das dritte Glied enthält einen Bruch oder eine gemischte Zahl. Dann behandelt man dieses Glied ebenso, wie oben unter *a*) in Betreff des ersten Gliedes gelehrt worden, und multipliciert das erste Glied mit dem aus dem zweiten oder dem dritten Gliede entlehnten Nenner.

Beispiele.

1) Was kosten $^3/_4$ Dtzd., wenn man 5 Dtzd. mit 62 *s.* bezahlt?

5 Dtzd. : $^3/_4$ Dtzd. = 62 *s.* : x
oder 5 Dtzd. × 4 : 3 Dtzd. = 62 *s.* : x
oder 10 Dtzd. : 3 Dtzd. = 31 *s.* : x
$x = 9\,^3/_{10}$ *s.*

2) Wenn 11 Stück mit $^7/_8$ ƒ. bezahlt werden, was kosten 9 Stück?

$$11 \text{ St.} : 9 \text{ St.} = {}^7/_8 \text{ ƒ.} : x$$
$$\text{oder } 88 \text{ St.} : 9 \text{ St.} = 7 \text{ ƒ.} : x$$
$$x = {}^{63}/_{88} \text{ ƒ.}$$

3) Was kosten $17\,^1/_2$ ℔, wenn man 29 ℔ mit 40 ꝑ bezahlt?

$$29 \text{ ℔} : 17\,^1/_2 \text{ ℔} = 40 \text{ ꝑ} : x$$
$$\text{oder } 58 \text{ ℔} : 35 \text{ ℔} = 40 \text{ ꝑ} : x$$
$$x = \frac{35 \times 20}{29} = 24 \text{ ꝑ } 4 \text{ ngr. } 1 \text{ ₰.}$$

4) 121 Ellen kosten 94 ꝑ; was kosten $26\,^2/_5$ Ellen?

$$121 \text{ E.} : 26\,^2/_5 \text{ E.} = 94 \text{ ꝑ} : x$$
$$\frac{5 \times 121 \text{ in } 132 \times 94}{\underset{11)}{} \; 5 \times 11 \text{ in } 12 \times 94}$$
$$x = 21 \text{ ꝑ } 7\,^1/_{11} \text{ ngr.}$$

c) **B e s t e h t d a s z w e i t e u n d d a s d r i t t e G l i e d a u s B r ü c h e n**, so wird ebenfalls jedes durch Multiplication mit seinem Nenner in eine ganze Zahl verwandelt und mit dem Producte der beiden Nenner wird das erste Glied multipliciert, sofern nicht eine Abkürzung möglich ist.

Beispiele.

1) Wenn 13 ℔ $17\,^1/_2$ ꝑ kosten; was kosten $192\,^1/_2$ ℔?

$$13 \text{ ℔} : 192\,^1/_2 \text{ ℔} = 17\,^1/_2 \text{ ꝑ} : x$$
$$x = 52 \text{ in } 385 \times 35 = 259 \text{ ꝑ } 4\,^1/_{26} \text{ ngr.}$$

2) Wieviel kosten $13\,^3/_4$ ℔, wenn 48 ℔ mit $8\,^3/_5$ ƒ. bezahlt werden?

$$48 \text{ ℔} : 13\,^3/_4 \text{ ℔} = 8\,^3/_5 \text{ ƒ.} : x$$
$$= 48 \times 4 \times 5 : 55 = 43 \text{ ƒ.} : x$$
$$= 48 \times 4 : 11 = 43 \text{ ƒ.} : x$$
$$192 \text{ in } 11 \times 43 = 2\,^{89}/_{192} \text{ ƒ.}$$

Hier konnte durch den Nenner 5 das zweite Glied dividiert werden.

3) Wenn 32 ℔ mit $5\,^3/_5$ ꝑ bezahlt worden sind; was kosten $14\,^2/_3$ ℔?

$$32 \text{ ℔} : 14\,^2/_3 \text{ ℔} = 5\,^3/_5 \text{ ꝑ} : x$$
$$= 32 \times 3 \times 5 : 44 = 28 : x$$
$$= 2 \times 3 \times 5 : 11 = 7 : x$$
$$= 30 \text{ in } 77 = 2\,^{17}/_{30} \text{ ꝑ.}$$

Mittelst Division von 32 durch 4×4 und von 44 sowie von 28 durch 4 wurde die Proportion in $2 \times 3 \times 5 : 11 = 7 : x$ verwandelt.

d) **B e s t e h e n a l l e d r e i G l i e d e r a u s B r ü c h e n**, so wird jedes derselben durch Multiplication mit seinem Nenner in eine ganze Zahl verwandelt; mit dem Nenner des ersten Gliedes ist sodann das zweite

oder das dritte Glied, mit den Nennern des zweiten und des dritten Gliedes aber das erste Glied zu multiplicieren. Ehe diese Multiplicationen jedoch ausgeführt werden, ist zu untersuchen, ob Abkürzungen möglich sind. — Sind das erste und das zweite, oder das erste und das dritte Glied so beschaffen, dafs sie, mit einer und derselben Zahl multipliciert, ganze Zahlen geben, so führt eine solche Multiplication nicht selten auch eine Abkürzung der Rechnung herbei. (Beisp. 3.)

Beispiele.

1) Wenn $3\frac{3}{4}$ ℔ mit $12\frac{7}{8}$ ƒ. bezahlt werden; was kosten $5\frac{1}{2}$ ℔?

$$3\tfrac{3}{4}\ ℔ : 5\tfrac{1}{2}\ ℔ = 12\tfrac{7}{8}\ ƒ. : x$$
$$= 15 \times 2 \times 8 : 11 \times 4 = 103 : x$$
$$= 15 \times 2 \times 2 : 11 \quad = 103 : x$$
$$x = \frac{11 \times 103}{60} = 18\ ƒ.\ 53\ xr.$$

Der im zweiten Gliede befindliche Nenner 4 wurde gegen den Nenner 8 im ersten Gliede aufgehoben.

2) Wieviel betragen $21\frac{1}{4}$ ℔, wenn $8\frac{1}{2}$ ℔ = $17\frac{1}{2}$ xr. kosten?

$$8\tfrac{1}{2}\ ℔ : 21\tfrac{1}{4}\ ℔ = 17\tfrac{1}{2}\ xr. : x$$
$$= 17 \times 4 \times 2 : 85 = 35 \times 2 : x$$
$$= 4 : 5 = 35 : x$$
$$= 4 \text{ in } 5 \times 35 = 35 \times 1\tfrac{1}{4} = 43\tfrac{3}{4}\ xr.$$

3) Wenn man für $12\frac{1}{2}$ Ctr. $64\frac{3}{4}$ ƒ. bezahlt, was kosten $8\frac{4}{5}$ Ctr.?

$$12\tfrac{1}{2}\ Ctr. : 8\tfrac{4}{5}\ Ctr. = 64\tfrac{3}{4}\ ƒ. : x$$
$$= 100\ Ctr. : 8{,}8\ Ctr. = 518\ ƒ. : x$$
$$x = \frac{8{,}8 \times 518}{100} = 45{,}584\ ƒ.$$

Da $12\frac{1}{2}$ und $64\frac{3}{4}$ mit 8 multipliciert nicht allein ganze Zahlen liefern, sondern auch $12\frac{1}{2} \times 8$ den bequemen Divisor 100 giebt, so ist an beiden Gliedern diese Multiplication vollzogen worden. Statt $8\frac{4}{5}$ hat man 8,8 gesetzt, weil die Multiplication mit dieser Zahl durch $8 \times 1{,}1$ einen Vortheil bietet.

§. 166. Uebungsaufgaben.

676) $\frac{3}{8}$ Ctr. kosten 19 ƒ.; was kosten 12 Ctr.?
677) $14\frac{1}{2}$ ℔ werden mit 27 ngr. bezahlt; was kosten 49 ℔?
678) $\frac{1}{2}$ K° kostet 8 Fr. 35 c.; was kosten 1308 K°?
679) Was kosten 905 ℔, wenn $132\frac{5}{8}$ ℔ 100 sgr gekostet haben?
680) 100 ℔ kosten 33 Thlr.; was kosten $19\frac{3}{4}$ ℔?
681) Was kosten 40 Ctr., wenn 23 Ctr. $119\frac{1}{2}$ sgr kosten?
682) 100 K° in Mannheim kosten $10\frac{3}{4}$ ƒ.; was kosten $1243\frac{1}{2}$ K°?
683) 107 ℔ kosten $18\frac{3}{4}$ ƒ.; was kosten $32460\frac{1}{2}$ ℔?
684) 110 ℔ kosten $10\frac{3}{4}$ sgr; was kosten $6646\frac{1}{2}$ ℔?
685) 150 Liter in Mannheim kosten $4\frac{3}{4}$ ƒ.; was kosten $4794\frac{3}{4}$ L.?
686) Wenn $4\frac{1}{2}$ Ctr. $108\frac{2}{3}$ ƒ. kosten, was kosten $9\frac{3}{4}$ Ctr.?
687) $13\frac{3}{4}$ ℔ erhält man für $7\frac{2}{3}$ sgr; was kosten $18\frac{3}{4}$ ℔?

688) $18\frac{5}{8}$ Elle kosten *a*) $27\frac{3}{4}$ ƒ. südd. Währg.; *b*) $21\frac{5}{8}$ ƒ österr. Währg.; was kosten $16\frac{1}{2}$ Elle?

689) $204\frac{3}{4}$ St. à $19\frac{7}{16}$ ℛ pr. 50 St.?

690) $112\frac{1}{2}$ ℔ = 37 ƒ. 18 xr.; wieviel kosten $2064\frac{5}{8}$ ℔?

691) $17\frac{1}{2}$ ℔ = $196\frac{7}{8}$ ℛ; wieviel kosten $10\frac{5}{8}$ ℔?

692) $56\frac{3}{4}$ sgr preufs. = 100 ƒ. S. W.; wieviel betragen $219\frac{5}{8}$ sgr?

693) Wenn $26\frac{3}{4}$ Ellen mit $64\frac{3}{8}$ sgr in Hannover bezahlt werden; was kosten $509\frac{1}{2}$ Elle?

694) $3\frac{1}{3}$ Dtzd. = 7 £ $13\frac{2}{3}$ *s.*; wieviel betragen $5\frac{1}{4}$ Dtzd.?

695) $4\frac{5}{7}$ *Qrs.* = $74\frac{1}{4}$ *s.*; wieviel betragen $7\frac{1}{8}$ *Qrs.*?

696) 112 ℔ kosten $37\frac{3}{4}$ *s.*; wieviel kosten $29\frac{7}{8}$ ℔?

697) $189\frac{7}{8}$ Mk. werden = 100 ℛ Banco gerechnet; was betragen *a*) $8325\frac{3}{8}$ Mk.; *b*) $1496\frac{3}{4}$ Mk.?

698) Die Fracht auf 120 Pud beträgt $38\frac{3}{4}$ SR.; wieviel *a*) auf $1632\frac{3}{8}$ Pud; *b*) auf $49\frac{3}{4}$ Pud?

699) Wieviel Kubikfufs messen 3 Kisten, jede $6\frac{1}{2}'$ lang, $3\frac{3}{4}'$ breit und $3\frac{1}{4}'$ hoch, und wieviel beträgt die Fracht darauf *a*) zu $59\frac{3}{4}$ Mk.; *b*) zu $23\frac{9}{10}$ ƒ. österr. Währg. pr. 42 Kubikfufs?

700) Desgl. 2 Kisten: № 1. 3′ lg., 2′ 3″ br., 1′ 6″ hoch; № 2. 4′ lg., 2′ 9″ br., 1′ 9″ hoch; Fracht à $14\frac{7}{8}$ $ pr. 100 Kbf.?

§. 167. Schon in der Multiplication der Brüche (§. 63, Erkl.) ist darauf aufmerksam gemacht worden, dafs mit dem Einrichten gemischter Zahlen sparsam verfahren werden müsse; ebenso zeigen §§. 159, 161 und 163, dafs manche Aufgaben, in denen gemischte Zahlen vorkommen, berechnet werden können, ohne dafs letztere einzurichten oder in ganze Zahlen zu verwandeln sind. Der denkende Rechner wird sehr leicht aus der Beschaffenheit der Zahlen erkennen, welchen Weg er einzuschlagen hat, und die nachfolgenden Beispiele in denen gemischte Zahlen vorkommen, sollen daher nur dazu dienen, seine Aufmerksamkeit auf die Manigfaltigkeit der vorkommenden Fälle zu lenken.

1) $112\frac{1}{2}$ ℔ kosten $135\frac{1}{2}$ ℛ; was kosten $87\frac{1}{2}$ ℔?

$$112\tfrac{1}{2}\text{ ℔} : 87\tfrac{1}{2}\text{ ℔} = 135\tfrac{1}{2}\text{ ℛ} : x$$

$$\overline{9 \text{ in } 7 \times 135 \text{ ℛ } 8\,\beta = 7 \times 15 \text{ ℛ } \tfrac{8}{9}\,\beta}$$

$$x = 105 \text{ ℛ } 6\tfrac{2}{9}\,\beta.$$

Hier wurden $112\frac{1}{2}$ und $87\frac{1}{2}$ durch Theilung mit $12\frac{1}{2}$ in 9 und 7 abgekürzt, und da 9 in 135 aufging, so wurde sofort mit 9 in 135 ℛ 8 β getheilt, der Quotient aber mit 7 multipliciert.

2) 19 Ellen kosten $12\frac{3}{4}$ sgr; was kosten 16 Ellen?

$$19 \text{ E.} : 16 \text{ E.} = 12\tfrac{3}{4} \text{ sgr} : x$$

$$\overline{19 \text{ in } 12\tfrac{3}{4} \times 16 = 19 \text{ in } 204 = 10\tfrac{14}{19} \text{ sgr}.}$$

3) 64 Stück kosten $5\frac{5}{8}$ ℛ; was kosten $27\frac{1}{2}$ Stück?

64 St. : $27\frac{1}{2}$ St. = $5\frac{5}{8}$ ℛ : x

27,5 × 5 = 137,5
27,5 × $\frac{5}{8}$ = 17,1875 ($\frac{5}{8} = \frac{1}{8}$ aus 5)
154,6875 ℛ div. durch 64 = 2,417 ℛ ca.

4) $7\frac{1}{2}$ ℔ kosten 13 ℳ 8 ß; was kosten $18\frac{3}{4}$ ℔?

$7\frac{1}{2}$ ℔ : $18\frac{3}{4}$ ℔ = 13 ℳ 8 ß : x

15 = $7\frac{1}{2}$ × 2 . . = 27 ℳ — ß
$3\frac{3}{4}$ = $\frac{1}{2}$ aus $7\frac{1}{2}$ = 6 „ 10 „
33 ℳ 10 ß.

§. 168. Uebungsaufgaben.

701) $37\frac{1}{2}$ ℔ kosten 49 *f.*; was kosten *a*) $112\frac{1}{2}$ ℔; *b*) $512\frac{1}{2}$ ℔?
702) 13 Ellen kosten $8\frac{3}{4}$ ℛ; was kosten 24 Ellen?
703) $54\frac{1}{2}$ Stück à $3\frac{3}{5}$ *f.* österr. Währg. per 50 Stück?
704) 107 ℔ kosten in Köln $17\frac{3}{4}$ ℛ; was kosten 240 ℔?
705) 125 Liter in Mannheim kosten $6\frac{1}{4}$ *f.*; was betragen $2436\frac{1}{2}$ L.?
706) 17 *Cwt.* kosten $35\frac{3}{5}$ £; was kosten $11\frac{11}{16}$ *Cwt.*?

§. 169. Besteht eins der beiden letzten Glieder oder bestehen beide aus mehrsortigen Zahlen, so kann die Multiplication entweder nach erfolgter Reduction oder auch durch Zerlegung geschehen (s. §. 150). Wenn aber das erste Glied aus mehreren Sorten zusammengesetzt ist, so muſs deren Reduction in einen gemeinen oder in einen Decimalbruch vorgenommen werden. (Vgl. §. 155.)

Beispiele.

1) Was kosten 13 ℔ 15 *Lth.* in Bremen, wenn man 53 ℔ 12 *Lth.* mit 19 ℛ 36 *gt.* bezahlt hat?

a) 53,4 ℔ : 13,5 ℔ = 19,5 ℛ : x

= 534 ℔ : 135 ℔ = 19,5 ℛ : x
= 178 ℔ : 45 ℔ = 19,5 ℛ : x

$$x = \frac{45 \times 19{,}5}{178} = 4{,}93 \text{ ℛ}.$$

b) $53\frac{2}{5}$ ℔ : $13\frac{1}{2}$ ℔ = $19\frac{1}{2}$ ℛ : x

= 267 × 2 × 2 : 27 × 5 = 39 : x
= 89 × 2 × 2 : 9 × 5 = 39 : x

$$x = \frac{9 \times 5 \times 39}{89 \times 2 \times 2} = 4{,}93 \text{ ℛ}.$$

2) Auf 49 *Ctr.* $27\frac{1}{2}$ ℔ betragen die Spesen 107 ℛ 13 *sgr.* 6 ₰; wieviel betragen sie auf 36 *Ctr.* $13\frac{1}{2}$ ℔?

a) 49 *Ctr.* $27\frac{1}{2}$ ℔ : 36 *Ctr.* $13\frac{1}{2}$ ℔ = 107 ℛ 13 *sgr.* 6 ₰ : x

= $49\frac{11}{40}$ *Ctr.* : $36\frac{27}{200}$ *Ctr.* = $107\frac{9}{20}$: x
= 1971 × 200 × 20 : 7227 × 40 = 2149 : x
= 1971 × 100 : 7227 = 2149 : x
= 197100 in 15530823 ℛ = 78 ℛ 23 *sgr.* 11 ₰.

b) $49^{11}/_{40}$ *Ctr.* : 36 *Ctr.* $13^1/_2$ ℔ = 107 Thlr. 13 *sgr.* 6 ₰ : x

×40

1971 | 1440 *Ctr.* (36 *Ctr.* × 40)
5 „ 40 ℔ (40 ℔ oder $^2/_5$ *Ctr.* × $13^1/_2$)

1445 *Ctr.* 40 ℔ à 107 Thlr. 13 *sgr.* 6 ₰
10115

154615 Thlr.				(1445 *Ctr.* à 107 *Thlr.*)
481 „	20 *sgr.*	— ₰	=	1445 *Ctr.* à 10 *sgr.*
144 „	15 „	— „	=	„ 3 „
24 „	2 „	6 „	=	„ ½ „
21 „	14 „	8,4 „	=	20 ℔ ($^1/_5$ *Ctr.*)
21 „	14 „	8,4 „	=	20 ℔

1971 in 155308 Thlr. 6 *sgr.* 10,8 ₰ = 78 Thlr. 23 *sgr.* 11 ₰.

c) $49^{11}/_{40}$ *Ctr.* : 36,135 *Ctr.* = 107,45 : x
= 1971 : 1445,4 = 107,45 : x

$$x = \frac{155308,23}{1971} = 78,797 \text{ Thlr.}$$

3) Wenn die Fracht auf 20 *Cwt.* mit 1 £ 17 *s.* 6 *d.* bezahlt wird, wieviel beträgt sie auf 136 *Cwt.* 3 *Qrs.* 20 ℔?

a) 20 *Cwt.* : 136 *Cwt.* 3 *Qrs.* 20 ℔ = 1 £ 17 *s.* 6 *d.* : x

		£	*s.*	*d.*
136 *Cwt.* à 1 £	 =	136 £	— *s.*	— *d.*
„ 17 *s.* 6 *d.* ($^7/_8$ £)	=	119 „	— „	— „
2 *Qr.* = $^1/_2$ *Cwt.*	 =	— „	18 „	9 „
1 „ = $^1/_2$ aus 2 *Qr.*	. . . =	— „	9 „	4,5 „
14 ℔ = $^1/_2$ „ 1 „	. . . =	— „	4 „	8,25 „
4 „ = $^1/_7$ „ 1 „	. . . =	— „	1 „	4,07 „
2 „ = $^1/_2$ „ 4 ℔	. . . =	— „	— „	8,04 „
		256 £	14 *s.*	9,86 *d.*

div. durch 20 = 12 £ 16 *s.* 8,893 *d.*

b) 20 : 136. 3. 20. = 1. 17. 6. : x

		£	*s.*	*d.*
120 *Cwt.* = 6 × 20 *Cwt.*	=	11 £	5 *s.*	— *d.*
15 „ = $^1/_8$ aus 120 *Cwt.*	=	1 „	8 „	1,5 „
1 „ = $^1/_{15}$ „ 15 „	=	— „	1 „	10,5 „
3 *Qrs.* = $^1/_{20}$ „ 15 „	=	— „	1 „	4,875 „
14 ℔ = $^1/_6$ „ 3 *Qrs.*	=	— „	— „	2,812 „
6 „ = $^1/_{14}$ „ 3 „	=	— „	— „	1,206 „
		12 £	16 *s.*	8,893 *d.*

In *a)* wurden 1 £ 17 *s.* 6 *d.* (= $1^7/_8$ £) als der Preis **eines** Centners angenommen, 136 *Cwt.* u. s. w. nach diesem Preise durch Zerlegung berechnet und das Resultat wurde durch 20 getheilt. — In *b)* wurden 136 *Cwt.* u. s. w. als Vielfaches und als Theile von 20 *Cwt.* bestimmt.

§. 170. Uebungsaufgaben.

707) Wieviel kosten in Frankfurt a. M. 17 ℔ $2^3/_4$ *Lth.*, wenn man 19 ℔ $8^1/_2$ *Lth.* für 16 *fl.* 42 *xr.* erhielt?

708) Wenn in Berlin 112 Schffl. $2^3/_4$ Metzen $282^1/_2$ Thlr. kosten; was betragen 1915 Schffl. $2^3/_4$ Metzen?

709) Was beträgt die Fracht auf $119\frac{7}{8}$ *Ctr.*, wenn sie auf $141\frac{1}{2}$ *Ctr.* 416 *fl.* 12 *xr.* betrug?

710) Wenn 712 £ 8 *s.* 5 *d.* 9215 ℳ 8 β 4 ₰ kosteten, was werden 135 £ 12 *s.* 4 *d.* kosten?

711) Wenn 111 *Cwt.* 19 ℔ mit 127 £ 19 *s.* bezahlt werden, was werden 72 *Cwt.* $77\frac{1}{2}$ ℔ betragen?

712) Wenn $11\frac{1}{4}$ engl. Quarter = 4 Wispel 9 Schffl. preufs., wieviel Quarter und Bushel betragen 204 Wspl. 18 Schffl. 12 Metzen?

713) 100 ℔ russ. = 81,903 ℔ preufs.; wieviel Centner und Pfund preufs. betragen 12 Bktz. 9 Pud 27 ℔ 56 Sol.?

714) Wieviel Schiffpfund kauft man für 321 ℳβ 46 β 1 ₰ in Lübeck, wenn 31 *S℔* mit 35 ℳβ 30 β 4 ₰ bezahlt werden?

715) Was kosten 8 *S℔* 17 *L℔* 11 ℔ ebendas., wenn 71 *S℔* 2 *L℔* 4 ℔ mit 2319 ℳ 8 β 8 ₰ bezahlt werden?

716) 100 Hektoliter = 145,5 preufs. Eimer; wieviel Hektoliter betragen 5 Fuder 3 Oxhoft 2 Eimer 45 Quart?

717) Wieviel beträgt die Fracht auf $7941\frac{1}{2}$ @, à 2 £ 7 *s.* 6 *d.* pr. 70 @?

718) Wenn 948 £ 18 *s.* 4 *d.* in Frankfurt a. M. mit 11363 *fl.* 17 *xr.* bezahlt werden; was betragen 10 £?

§. 171. Sobald Abkürzungen nicht möglich sind, das zweite Glied aber um nur wenige Einheiten von dem ersten verschieden ist, so ermittelt man die Differenz und hat dann, da für das erste Glied der Preis bekannt ist, nur den Betrag der Differenz zu suchen, welchen man, jenachdem das zweite Glied gröfser oder kleiner ist als das erste, zu dem dritten Gliede zu addieren oder von demselben zu subtrahieren hat.

Beispiele.

1) Was kosten 193 ℔, wenn 190 ℔ mit 63 *fl.* bezahlt worden sind?

190 ℔ : 193 ℔ = 63 *fl.* : x
(190 + 3)
190 ℔ = 63 *fl.*
+ 3 „ (190 : 3 = 63 : x) = $\frac{189}{190}$ *fl.*
$63\frac{189}{190}$ *fl.*

2) 160 ℔ hat man mit 63 *fl.* bezahlt; was kosten 157 ℔?

160 ℔ : 157 ℔ = 63 *fl.* : x
(160 ÷ 3)
160 ℔ = 63 *fl.*
÷ 3 „ (160 : 3 = 63 : x) = $1\frac{29}{160}$ *fl.*
$61\frac{131}{160}$ *fl.*

§. 172. Ist das zweite Glied zu klein, so kann es zuweilen vortheilhaft sein, dasselbe dem ersten dadurch zu nähern, dafs man es

mit einer Zahl multipliciert, durch welche sich das dritte ohne Rest theilen läfst. Z. B. Was kosten 139 ℔, wenn 275 ℔ mit 22 ꝑ bezahlt sind?

275 ℔ : 139 ℔ = 22 ꝑ : x
= 275 ℔ : 278 ℔ = 11 ꝑ : x
275 ℔ = 11 ꝑ
3 „ (275 : 3 = 11 : x) = $^{33}/_{275}$ ꝑ
$11^{33}/_{275}$ ꝑ.

§. 173. Uebungsaufgaben zu §§. 171. 172.

719) Was kosten 219 Stück, wenn 215 Stück 71 ꝑ 15 ngr. kosten?
720) Was kosten 309 Stck., wenn 301 Stck. 151 ƒ. 15 xr. kosten?
721) Was kosten 275 ℔, wenn 271 ℔ mit 732 ℳ 8 ß bezahlt worden sind?
722) Was betragen 31 ℔, wenn 61 ℔ 128 ƒ. 30 xr. kosten?
723) Desgl. 41 ℔, wenn 124 ℔ = 161 ꝑ 6 ngr.?
724) Desgl. 83 ℔, wenn 580 ℔ = 497 ℳ 14 ß?

§. 174. Gemischte Uebungsaufgaben für die einfache Regeldetri mit directen Verhältnissen.

1) Wien. 14 Ctr. $39^1/_2$ ℔ à 32 ƒ. $22^1/_2$ Nkr. pr. Ctr. 2) Hannover. $384^1/_2$ ℔ à 19 ꝑ $12^1/_2$ gr. pr. 100 ℔. 3) Leipzig. $37^{645}/_{1000}$ ℔ Silber à 29 ꝑ $27^1/_2$ ngr. 4) Berlin. Wieviel Fracht auf 131 Ctr. $92^1/_2$ ℔ à 3 ꝑ $12^1/_2$ sgr. pr. 40 Ctr.? 5) Hamburg. 34 ℔ $8^1/_2$ Nloth. à 14 ℳ $3^1/_2$ ß pr. Pfd.? 6) Wien. Was kosten 19 Ctr. $64^1/_2$ ℔, wenn 34 Ctr. $29^3/_4$ ℔ mit 236 ƒ. $37^1/_2$ Nkr. bezahlt werden? 7) Wenn 100 deutsche Vereinsmark = 46,771 deutsche Münzpfund sind, wieviel Münzpfund ergeben 384 Mk. 13 Lth. 6 Grän? (1 Mk. = 16 Lth. à 18 Gr.) 8) Sachsen. 4 ℔ 9 Tausendtel 5 Afs Gold à $457^1/_2$ ꝑ per Pfund? 9) Hannover. 144 Stück kosten 34 ꝑ 18 gr.; w. v. kosten $61^1/_2$ St.? 10) Wien. $387^3/_4$ ℔ kosten 94 ƒ. $99^7/_8$ Nkr.; w. v. kosten 100 ℔? 11) Berlin. $124^{15}/_{1000}$ ℔ Silber kosten 3699 ꝑ 23 sgr. 5 ₰; w. v. kostet 1 ℔? 12) Braunschweig. Wenn 142 Ctr. $27^1/_2$ ℔ mit 3058 ꝑ $27^3/_8$ gr. berechnet worden sind, w. v. kostet 1 Ctr.? 13) Wenn $52^1/_2$ Fr. = 21 ƒ. österr. Währung, w. v. betragen 2515 Fr. $37^1/_2$ c.? 14) Wien. 132 £ 17 s. 4 d. à 10 ƒ. $12^1/_2$ Nkr. 15) Berlin. Wenn die Spesen auf 89 Ctr. $57^1/_2$ ℔ 172 ꝑ $18^3/_4$ sgr. betragen, wieviel kommt davon *a*) auf 27 Ctr. $18^1/_2$ ℔ und *b*) auf 36 Ctr. $87^1/_2$ ℔? 16) Berlin. Wie stellt sich der Preis eines Pfundes zu den Preisen von 16 bis 20 ꝑ pr. Ctr., um $^1/_4$ ꝑ steigend? 17) Wien. Wenn eine Partie Waare von Paris bezogen und daselbst mit 6852 Fr. 75 c. bezahlt, mit allen Kosten auf 3015 ƒ. 65 Nkr. zu stehen kommt, wie hoch calculiert sich 1 Fr.? 18) 106,9039 bish. Hamb. Pfund Krämergewicht = 100 neue Hamb. Pfund; w. v. neue Pfund u. s. w. betragen 64 ℔ 7 Lth. $2^1/_2$ Qt. bisheriges Krämergewicht?

19) Sachsen. Für 39 ꝛβ $8\frac{3}{4}$ *ngr.* erhielt man 3 *Ctr.* 71 ℔ $7\frac{1}{2}$ *Lth.*, w. v. für 1 ꝛβ? 20) 106,9036 bisher. Oldenb. Pfund = 100 neue Pfund; wieviel neue Pfund betragen 364 ℔ $16\frac{1}{2}$ *Lth.* altes Gewicht? 21) Braunschweig. 16 *Ctr.* 29 ℔ $4\frac{1}{2}$ Nloth. à 36 ꝛβ $21\frac{1}{2}$ *gr.* pr. *Ctr.*? 22) Wien. $47\frac{19}{1000}$ ℔ Silber à 44 *f.* $72\frac{1}{2}$ Nkr.? 23) Hannover. Für 19 *Ctr.* 65 ℔ wurden gewisse Kosten mit 37 ꝛβ 18 *gr.* 6 ₰ berechnet; wie grofs war die Gewichtsmenge, von welcher dieselben Kosten mit 26 ꝛβ 19 *gr.* 8 ₰ berechnet wurden? 24) Sachsen. Wie stellt sich der Preis eines Pfundes zu den Preisen von 20 bis 23 ꝛβ pr. *Ctr.*, um $\frac{1}{4}$ ꝛβ steigend?

b) Einfache Regeldetri mit indirecten Verhältnissen.

§. 175. Derjenige Rechner, welcher sich bei Bildung eines Regeldetri-Ansatzes an die Frage gewöhnt hat, mufs das zu suchende 4. Glied (x) gröfser sein als das gegebene 3. Glied, bedarf zwar einer Belehrung über die indirecten Verhältnisse gar nicht, dennoch soll hier auf die gewöhnlichsten Fälle aufmerksam gemacht werden, in welchen von einem Mehr auf ein Weniger, oder von einem Weniger auf ein Mehr geschlossen wird, also indirecte Verhältnisse zur Anwendung kommen.

a) Je mehr (weniger) Arbeiter oder arbeitende Kraft, desto weniger (mehr) Zeit.

Beispiele.

1) 12 Arbeiter brauchen 90 Tage, wieviel 100 Arbeiter? (Weniger.)

$$100 \text{ Arb.} : 12 \text{ Arb.} = 90 \text{ Tage} : x$$
$$x = 10\tfrac{4}{5} \text{ Tage.}$$

Da, unter übrigens gleichen Bedingungen, 100 Arbeiter nothwendig weniger Zeit brauchen, als 12 Arbeiter, so mufs die gesuchte Zahl der Tage um so viel mal so klein sein als 90, wie 12 so klein ist als 100.

2) Eine Dampfmaschine von 24 Pferdekraft braucht zu einer gewissen Arbeit 4 Tage, wieviel eine andere von 16 Pferdekraft? (Mehr.)

$$16 : 24 = 4 \text{ Tage} : x$$
$$x = 6 \text{ Tage.}$$

3) Mit 8 Pflügen erfordert ein Stück Feld 17 Tage, wieviel mit 12 Pflügen? (Weniger.)

$$12 : 8 = 17 \text{ Tage} : x$$
$$x = 11\tfrac{1}{3} \text{ Tag.}$$

b) Je gröfser (kleiner) das Mafs, desto kleiner (gröfser) die Menge.

Beispiele.

1) Wenn man 15ellige Balken nimmt, braucht man 50 Stück; wieviel 12ellige?

2) Schreibt man 20 Zeilen auf die Seite, so braucht man 7 Buch; wieviel Buch bei 24 Zeilen?

3) Aus einer Partie Garn webt man 50 Ellen $^5/_4$ breiten Stoff; wieviel $^6/_4$ breiten?

4) Zu einem Mantel sind 9 Ellen $^6/_4$ breites Zeug erforderlich; wieviel $^5/_4$ breites Futter braucht man dazu?

c) Je besser oder je theurer (schlechter oder wohlfeiler) der Stoff, desto weniger (mehr) an Menge.

Beispiele.

1) Wenn die Hitzkraft des Fichtenholzes = 0,78, die des Birkenholzes = 0,80; wieviel Klaftern von ersterem sind 100 Kl. von letzterem werth?

2) Ein Silberarbeiter hat 15 ℔ Silber, welches 625 Tausendtel fein ist; wie fein ist es, wenn er es bis auf $11^1/_2$ ℔ abgetrieben*) hat.

3) Ein Goldschmied will aus 13 *Lth.* 14karäthigem Golde 18karäthiges machen; wieviel wird dann letzteres wiegen?

4) Jemand hat 50 Flaschen Wein à 15 *ngr.*; wieviel bekommt er beim Tausche Flaschen à 12 *ngr.*?

d) Je gröfser (kleiner) die Consumtion, desto kleiner (gröfser) die Dauer.

Beispiele.

1) Für 1800 Mann in einer Festung reicht die Provision 20 Monate; wie lange, wenn 600 Mann abmarschieren?

2) Wenn ich täglich 8 *gr.* ausgebe, reicht mein Geld 30 Tage; wie lange, wenn ich nur 6 *gr.* ausgebe?

3) Jemand hat für 25 Kühe jährlich 68 Tage die Weidegerechtigkeit; wie lange kann er 20 Kühe weiden lassen?

Aufgaben dieser Art lassen sich auch ohne Ansatz, lediglich mittelst Vernunftschlüssen, lösen. Die Beispiele 1) unter *a)* und 4) unter *b)* sind auf diese Weise nachstehend berechnet.

12 Arbeiter brauchen 90 T., 1 Arb. also 90 T. × 12, 100 Arb. davon den 100. Theil, also: $\frac{90 \times 12}{100} = 10^4/_5$ Tg.

Von $^6/_4$ br. Stoff bedarf man 9 E., von $^1/_4$ br. bedarf man 9 E. × 6; von $^5/_4$ br. davon den 5. Theil, also: $\frac{9 \times 6}{5} = 10^4/_5$ E.

*) d. h. wenn soviel Zusatz ausgeschieden ist, dafs die Masse nur noch $11^1/_2$ ℔ wiegt. (Vgl. übrigens §. 320.)

§. 176. Aufser in den hier gedachten Fällen kommen indirecte Verhältnisse vor in der Zinsrechnung, bei der Vergleichung von Mafsen und Gewichten, in der Vermischungsrechnung, in der Münzrechnung, bei Berechnung der Wechselcourse u. s. w., wo ihrer an gehöriger Stelle gedacht werden wird. — Uebersehen darf jedoch hier auch das nicht werden, worauf bereits in §. 135 aufmerksam gemacht worden ist: dafs in vielen Fällen der Schlufs von einem Mehr auf ein Weniger, und umgekehrt, in der Wirklichkeit sich nicht bewährt, insofern Umstände einwirken, die sich einer Schätzung in Zahlen entziehen oder einer folgerichtigen Durchführung des Schlusses hindernd entgegentreten. Denn wenn z. B. 50 Arbeiter eine Arbeit in 12 Wochen beendigen, so folgt nicht unbedingt, dafs man 500 Arbeiter anzustellen braucht, damit dieselbe Arbeit in (500 : 50 = 12 : x) $1\,{}^1/_5$ Woche vollendet werde. Es wird sich z. B. fragen, ob die Art der Arbeit oder die Raumverhältnisse eine derartige Vermehrung der Arbeiter gestatten u. s. w.

2) Zusammengesetzte Regeldetri.

§. 177. Die einfache Regeldetri lehrt zu *drei* gegebenen Gröfsen eine fehlende vierte auffinden; die *zusammengesetzte* zeigt, wie zu 5, 7, 9, 11 oder mehr, also zu einer ungeraden Menge von Gliedern, das 6., 8., 10., 12. u. s. w. gefunden wird.

Die hierher gehörigen Aufgaben zerfallen in zwei Klassen. Zur *ersten* Klasse gehören solche Aufgaben, zu deren Lösung *Verhältnisse* (die, wie §. 129 besagt, aus zwei gleichnamigen Gliedern bestehen) gegeben sind. Die Regel, nach welcher solche Aufgaben gelöst werden, heifst *Regel Multiplex*, und, wenn nur fünf Glieder gegeben sind, auch wohl *Regel Quinque*.

Die *zweite* Klasse umfafst diejenigen Aufgaben, zu deren Lösung *Gleichungen* gegeben sind. Eine Gleichung aber nennt man zwei *als gleich angenommene ungleichnamige Gröfsen*, z. B. 1 ℔ kostet 8 *gr.*; 1 ß hat 30 *sgr.* Alle aus solchen Gleichungen zusammengesetzte Aufgaben werden mittelst der *Kettenregel* gelöst.

a) Regel Multiplex.

§. 178. Wollte man wissen, wieviel Lohn 10 Arbeiter erhalten, wenn 15 Arbeiter 7 ß bekommen, so würde dazu die Regeldetri ausreichen; sobald aber hinzugesetzt wird, dafs die 10 Arbeiter 8 Tage, die 15 aber nur 6 Tage gearbeitet haben, so sind zur Ergänzung des unvollständigen Verhältnisses (7 ß : x) zwei vollständige Verhältnisse gegeben: 15 Arbeiter und 10 Arbeiter; 6 Tage und 8 Tage.

Solche Aufgaben lassen sich zunächst durch ebensoviele Regeldetri-Sätze lösen, als Verhältnisse gegeben sind; man bedürfte deren

im vorliegenden Falle also zwei. Berechnet man den Lohn zuerst nach der Zahl der Arbeiter, so hat man:

$$\frac{15 \text{ Arbeiter} : 10 \text{ Arbeiter} = 7 \text{ ₰} : x}{x = 4\tfrac{2}{3} \text{ ₰},}$$

nach dem Schlusse: Je weniger Arbeiter (10), desto weniger Lohn.

Dann hätten aber beide Parteien die gleiche Anzahl Tage (6) gearbeitet. Da dies jedoch nicht der Fall ist, sondern die 10 Arbeiter (deren Lohn wir suchen) mehr, nämlich 8 Tage, gearbeitet haben, so müssen sie mehr als $4\tfrac{2}{3}$ ₰ Lohn erhalten, und zwar nach dem Verhältnisse 6 : 8. Dies giebt zu dem zweiten Satze Veranlassung:

$$\frac{6 \text{ T.} : 8 \text{ T.} = 4\tfrac{2}{3} \text{ ₰} : x}{x = 6\tfrac{2}{9} \text{ ₰}.}$$

Der Lohn von 7 ₰ ist also zuerst nach dem Verhältnisse 15 : 10, und das so gefundene Resultat, $4\tfrac{2}{3}$ ₰, ist nach dem Verhältnisse 6 : 8 verändert worden, woraus sich ergiebt, dafs beide Verhältnisse auf 7 ₰ eingewirkt haben. Diese Einwirkung läfst sich arithmetisch auf dreierlei Weise darstellen:

1) $\begin{matrix} 15 : 10 = 7 : x \\ 6 : 8 \end{matrix}$ 2) $\left.\begin{matrix} 15 : 10 \\ 6 : 8 \end{matrix}\right\} = 7 : x$ 3) $\begin{matrix} x : 7 \\ 15 : 10 \\ 6 : 8 \end{matrix}$

Daraus ergiebt sich, dafs es nicht der Aufstellung und Ausrechnung so vieler Regeldetri-Sätze bedarf, als Verhältnisse gegeben sind, sondern dafs die Berechnung in einem einzigen Ansatze erfolgen kann.

§. 179. Um aber bei Bildung der Verhältnisse keinen Irrthum zu begehen, d. h. um nicht ein steigendes Verhältnis zu setzen, wo ein fallendes statt hat, und umgekehrt, betrachte man ein jedes Verhältnis unabhängig von dem andern, und stelle es mit dem zu x gehörigen Gliede gerade so zusammen, als ob man jedes Verhältnis zur Bildung eines Regeldetri-Satzes benutzen wolle.

So in obigem Beispiele: 15 Arbeiter erhalten 7 ₰, 10 Arbeiter erhalten weniger, also 15 : 10. — In 6 Tagen erhält man 7 ₰ Lohn, in 8 Tagen mehr, also 6 : 8.

Freilich dürfen bei Bildung der Verhältnisse diejenigen Zahlen, welche die Voraussetzungen oder Bedingungen darstellen (oben: 15 Arbeiter und 6 Tage), unter denen das zu x gehörige Glied besteht, nicht mit denen verwechselt werden, nach welchen die Veränderung dieses Gliedes erfolgen soll (oben: 10 Arbeiter und 8 Tage), weil dies offenbar zu falschen Schlüssen, und somit zu einem falschen Resultate führen würde.

§. 180. Der Ansatz der zusammengesetzten Regeldetri unterscheidet sich von dem der einfachen Regeldetri nur dadurch, dafs das erste und das zweite Glied desselben aus einzelnen Factoren bestehen; sobald man daher diese Factoren durch Multiplication vereinigt, hat man einen Ansatz der einfachen Regeldetri. So in dem oben behandelten Falle

$$(6 \times 15) : (10 \times 8) = 7 : x$$
$$= \quad 90 \quad : \quad 80 \quad = 7 : x$$

Das Resultat eines solchen Ansatzes wird daher erhalten, wenn man das Product der Factoren des zweiten Gliedes mit dem dritten Gliede multipliciert und dieses Hauptproduct durch das Product der Factoren des ersten Gliedes dividiert. In obigem Falle ist daher $\frac{80 \times 7}{90}$ $= 6^2/_9$, wie bereits die Lösung der Aufgabe durch einzelne Regeldetri-Sätze ergeben hat.

§. 181. Hieraus folgt weiter, dafs alles, was in der einfachen Regeldetri in Bezug auf die Abkürzung des ersten Gliedes gegen das zweite und das dritte Glied, sowie in Bezug auf die Behandlung von Brüchen gilt, auch auf die Factoren dieser Glieder Anwendung erleidet, und zwar vor deren Vereinigung durch Multiplication. Gleich grofse Zahlen in dem ersten und in dem zweiten oder dritten Gliede entfernt man sogleich, ganze Zahlen sind soweit möglich abzukürzen, gemischte Zahlen und echte Brüche sind durch Multiplication mit ihren Nennern, Decimalbrüche durch Entfernung des Decimalzeichens in ganze Zahlen zu verwandeln; die Nenner der gemischten Zahlen und echten Brüche, so wie der Decimalbrüche (10, 100, 1000 u. s. w.) bringt man aus dem ersten Gliede in das zweite oder dritte Glied, die des zweiten und dritten Gliedes in das erste Glied. Sind in dem ersten und in dem zweiten (oder dritten) Gliede Brüche vorhanden mit gleichen Nennern oder Decimalbrüche mit gleicher Anzahl Decimalen, so ist jenes Uebertragen der Nenner überflüssig.

Wer mit den Theilen aus 100, 1000 u. s. w. vertraut ist, kann auch oft, ohne die oben erwähnte Verwandlung der Brüche und gemischten Zahlen und Versetzung der Nenner, die Brüche gegenseitig abkürzen; so lassen sich z. B. $187^1/_2$ und $937^1/_2$ durch $12^1/_2$, $256^1/_4$ und $981^1/_4$ durch $6^1/_4$, $433^1/_3$ und $583^1/_3$ durch $16^2/_3$ abkürzen.

Sind auf diese Weise die Factoren der einzelnen Glieder in die möglichst kleinen Zahlen verwandelt, so ist die Ausrechnung nach §. 180 zu bewirken.

Beispiele.

1) Wenn 15 Mann in 30 Tagen 100 Stück fertigen, wieviel Stück werden von 18 Mann in 45 Tagen gefertigt werden können?

Ohne Ansatz liefse sich diese Aufgabe wie folgt berechnen: 15 Mann liefern 100 St., wieviel Stück liefern 18 Mann? Mehr. Also vermehren sich 100 St. nach dem Verhältnisse von 15 : 18 oder 5 : 6, oder um $^1/_5$, $= 120$ St. Diese Stückzahl setzt jedoch voraus 30 Tage Arbeitszeit; in 45 Tagen werden

aber mehr Stücke fertig, und zwar nach dem Verhältnisse von 30 : 45 oder von 2 : 3, also um die Hälfte mehr, demnach 180 Stück. Bildet man einen Ansatz, so erscheinen die Verhältnisse in derselben Gestalt:

15 Mann : 18 Mann = 100 Stück : x
30 Tage : 45 Tagen

und man hat:

$$x = \frac{100 \times 18 \times 45}{15 \times 30} = 10 \times 18 = 180.$$

2) Eine Dampfmaschine von 30 Pferdekraft bewegt in 3 Wochen à 6 Tagen à 12 Stunden eine Erdmasse von einer gewissen Beschaffenheit von 4^0 Länge, $2\frac{1}{2}^0$ Breite und $2\frac{1}{2}^0$ Höhe; in wieviel Wochen ununterbrochener Arbeit wird eine Erdmasse derselben Beschaffenheit von 10^0 Länge, $3\frac{1}{2}^0$ Breite und 2^0 Höhe durch eine Dampfmaschine von 25 Pferdekraft bewegt werden?

25 Pfdkr. : 30 Pfdkr. = 3 Wochen : x		
		(je weniger Kraft, desto mehr Wochen)
7 Tage	: 6 Tagen	(je mehr Tage, desto weniger Wochen)
24 St.	: 12 Stunden	(je mehr Stunden, desto weniger Wochen)
4^0 L.	: 10^0 Länge	(je mehr Länge, desto mehr Wochen)
$2\frac{1}{2}^0$ B.	: $3\frac{1}{2}^0$ Breite	(je mehr Breite, desto mehr Wochen)
$2\frac{1}{2}^0$ H.	: 2^0 Höhe	(je weniger Höhe, desto weniger Wochen)

$$x = \frac{6 \times 6 \times 3}{25} = 4\frac{8}{25} \text{ Woche.}$$

Wesentlich erleichtert wird in vielen Fällen die Berechnung durch Vereinfachung der Verhältnisse. So hat man hier statt: 6 Tage à 12 Stunden = 72 Stunden; 4^0 Länge, $2\frac{1}{2}^0$ Breite und $2\frac{1}{2}^0$ Höhe = $4 \times 2\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{2} = 25$ Kubikruthen. Ferner: 7 Tage à 24 Stunden = 168 Stunden; 10^0 Länge, $3\frac{1}{2}^0$ Breite und 2^0 Höhe = $10 \times 3\frac{1}{2} \times 2 = 70$ Kubikruthen. Der Ansatz ist dann wie folgt:

168 St.	: 72 St. = 3 Wochen : x	
		(je mehr Stunden, desto weniger Wochen)
25 Kub.^{0}	: 70 Kub.^{0}	(je mehr Kubikr., desto mehr Wochen)
25 Pfdkr.	: 30 Pfdkr.	(je weniger Kraft, desto mehr Wochen)

$$x = \frac{36 \times 3}{25} = 4\frac{8}{25} \text{ Wochen.}$$

§. 182. Uebungsaufgaben.

725) Zu einer Eisenbahn werden von 500 Mann in 21 Tagen à 12 Stunden 10000 Ellen Länge und 10 Ellen Breite Weg bearbeitet; wieviel Tage à 10 Stunden gehören dazu, wenn 25000 Ellen Länge und 12 Ellen Breite von 800 Mann zu bearbeiten sind?

726) 12 Schriftsetzer setzen in 12 Tagen, wenn sie täglich 12 Stunden arbeiten, 50 Bogen à 16 Seiten à 24 Zeilen à 30 Buch-

staben; wieviel Stunden täglich müssen 40 Setzer arbeiten, wenn sie in 18 Tagen 75 Bogen à 24 Seiten à 30 Zeilen à 40 Buchstaben setzen wollen?

727) 3 Arbeiter arbeiten 6 Tage à 10 Stunden und fertigen 126 Stück, 4 Ellen lang, 2 Ellen breit; wie lang werden 378 Stück à $1\frac{1}{2}$ Elle breit sein können, wenn sie von 8 Arbeitern in 3 Tagen à 12 Stunden gefertigt werden sollen?

728) Ein Kanal von 24 Berliner Ellen Breite und 24 preussischen Meilen Länge wurde von 2000 Mann in 16 Monaten vollendet; wieviel Monate sind erforderlich, wenn 1500 Mann einen andern Kanal von 12 engl. Yards Breite und 10 engl. Meilen Länge vollenden sollen?

Da 8 Yards = 11 Berl. Ellen sind, so wird sich auch die Zahl der Monate wie 8 : 11 vermehren; da hingegen 14 engl. Meilen = 3 preuſs. Meilen, so muſs sich die Zahl der Monate wie 14 : 3 vermindern.

729) Ein Wasserbehälter, 6 Ellen lang, $2\frac{1}{2}$ Elle tief und 3 Ellen breit, wird in 8 Stunden durch eine Röhre gefüllt, welche in 5 Minuten 3,75 Kubikfuſs Wasser schüttet. In welcher Zeit füllt sich ein anderer Behälter von 10 Ellen Länge, 4 Ellen Breite und $3\frac{1}{2}$ Ellen Tiefe durch eine Röhre, welche in 6 Minuten 5 Kubikfuſs Wasser schüttet?

730) In welcher Zeit wird aber der in Aufgabe 729 erwähnte zweite Behälter gefüllt werden, wenn sich 3 Röhren in denselben ergieſsen, von denen A. in 5 Minuten $3\frac{1}{2}$ Kubikfuſs, B. in 3 Minuten $5\frac{1}{2}$ Kubikfuſs, C. in 4 Minuten 6 Kubikfuſs Wasser schüttet?

§. 183. Dem Lernenden ist anzuempfehlen, auf obige Beispiele die Proben zu machen, d. h. alle in einer Aufgabe enthaltenen Glieder nach und nach als x zu betrachten und durch Rechnung aufzufinden.

Z. B. Es sollen aus Beispiel 2) die 70 Kubikr. gefunden werden, wodurch sich die Aufgabe dahin abändert: Wieviel Kubikruthen werden von einer Maschine von 25 Pferdekraft in $4\frac{8}{25}$ Wochen bei wöchentlich 168stündiger Arbeit bewegt, wenn eine Maschine von 30 Pferdekraft in 3 Wochen bei wöchentlich 72stündiger Arbeit 25 Kubikruthen bewegt?

30 Pfdkr. : 25 Pfdkr. = 25 Kubikr. : x
(je weniger Kraft, desto weniger Kubikr.)
3 W. : $4\frac{8}{25}$ W. (je mehr Wochen, desto mehr Kubikr.)
72 St. : 168 St. (je mehr Stunden, desto mehr Kubikr.)

$x = 5 \times 7 \times 2 = 70$ Kubikr.

b) Kettenregel.

§. 184. Nach §. 177 löst die Kettenregel solche Aufgaben, deren unbekannte Gröſse nicht durch Verhältnisse, sondern durch Gleichungen bedingt wird. Sie beruht zwar ebenfalls, wie die Regel Multiplex, auf einzelnen Regeldetri-Ansätzen, diese stehen aber, in Bezug auf die Benennungen, dadurch in einer kettenartigen Verbindung, daſs sich immer die nächstfolgende Gleichung aus der vorhergehenden entwickelt, während in der Regel Multiplex auf die Reihenfolge der Verhältnisse gar nichts ankommt. Folgende Aufgabe soll erst durch Regeldetri-Sätze gelöst werden.

Was kosteten 2500 ℔ Waare in Friedrichsd'or à $5\,{}^{2}/_{3}$ Thlr., wenn 1 Loth 3 ₰ in Berlin kostete?

1) Verwandlung der 2500 ℔ in Lothe.
1 ℔ : 2500 ℔ = 32 Lth. : x (x = 80000 Lth.)

2) Werth in Pfennigen.
1 Lth. : 80000 Lth. = 3 ₰ : x (x = 240000 ₰)

3) Verwandlung der Pfennige in Thaler.
360 ₰ : 240000 ₰ = 1 Thlr. : x (x = $666\,{}^{2}/_{3}$ Thlr.)

4) Verwandlung der Thaler in Friedrichsd'or.
$5\,{}^{2}/_{3}$ Thlr. : $666\,{}^{2}/_{3}$ Thlr. = 1 Fd'or. : x (x = $117\,{}^{11}/_{17}$ Fd'or.)

Läſst man in dem 2., 3. und 4. Ansatze die aus dem 1., 2. und 3. Ansatze gefundenen Resultate weg, so beibt:

1 ℔ : 2500 ℔	=	32 Lth.
1 Lth.	=	3 ₰
360 ₰	=	1 Thlr.
$5\,{}^{2}/_{3}$ Thlr.	=	1 Fd'or.

Setzt man die 2500 ℔, des Raumes wegen, über die 32 Lth., so hat man einen vollständigen Kettensatz vor sich, dessen Eigenschaften, wie man sieht, in Folgendem bestehen:

1) Ein Kettensatz fängt immer mit der Benennung an, für welche man die zur Gleichung fehlende Zahl suchen will, oder mit andern Worten, mit derjenigen, auf welche die Hauptfrage in der Aufgabe gerichtet ist.

2) Diejenige Benennung, mit welcher man rechts geschlossen, muſs in der nächsten Gleichung links wieder anfangen.

3) Der Kettensatz schlieſst mit derjenigen Benennung, welche überhaupt gesucht wird, so daſs dieselbe Münz-, Maſs- oder Gewichts-Sorte u. s. w., welche durch Ausrechnung gefunden werden soll, auf der linken Seite der ersten und auf der rechten Seite der letzten Gleichung zur Erscheinung kommt.

Die Ausrechnung erfolgt in derselben Weise, wie sie §. 181 für die Regel Multiplex gelehrt worden ist.

Beispiele.

1) Was kostet 1 Wiener Pfund in Neukreuzern, wenn 100 neue Hamb. Pfund mit $36^1/_4$ *ℳℬ°* bezahlt wurden? (25 Wien. Pfd. = 28 Hamb. Pfd.; 21 *f.* österr. = $27^3/_4$ *ℬ𝒻.*)

x Nkr. = 1 ℔ in Wien
25 = 28 „ in Hamburg
100 = $36^1/_4$ *ℳ*
$27^3/_4$ = 21 *f.*
1 = 100 Nkr.

Nachdem man $27^3/_4$ und $36^1/_4$ in ganze Zahlen verwandelt, hatte man, da die Nenner 4 unberücksichtigt bleiben,

im Dividenden: $1 \times 28 \times 145 \times 21 \times 100$,
im Divisor: $25 \times 100 \times 111 \times 1$.

Diese Zahlen lassen sich gegenseitig aufheben bis auf

Dividend: $1 \times 28 \times 29 \times 7$
Divisor: $5 \times 37 \times 1$

und man hat nun $\frac{28 \times 29 \times 7}{5 \times 37} = \frac{5684}{185} = 30{,}71$ Nkr.

2) Was kostet ein Bogen Druckpapier in französischen Centimen, wenn der Ballen in Berlin 30 *𝓇β* kostet? ($52^1/_2$ *ℱ𝓇.* = 14 *𝓇β*.)

x *cts.* = 1 Bogen
25 = 1 Buch
20 = 1 Ries
10 = 1 Ballen
1 = 30 *𝓇β* in Berlin
14 = $52^1/_2$ *ℱ𝓇.*
1 = 100 *c.*

$$x = \frac{3 \times 3}{4} = 2^1/_4\ c.$$

3) Wieviel Neugroschen kostet 1 (neue) sächsische Elle, wenn 1 Stück von $24^3/_8$ *yards* mit 1 £ 5 *s.* berechnet worden ist, 21 neue sächs. Ellen = 13 *yds.* und 1 £ = $6^3/_4$ *𝓇β*?

x Ngr. = 1 Elle
21 = 13 *yds.*
$24^3/_8$ = $1^1/_4$ £
1 = $6^3/_4$ *𝓇β*
1 = 30 Ngr.

$$x = \frac{13 \times 5 \times 27 \times 30 \times 8}{21 \times 195 \times 4}$$
$$= \frac{5 \times 9}{7} = 6^3/_7\ ngr.$$

4) Was kostet 1 Stück in England, wenn 32 Grofs in Leipzig $130\,^{14}/_{25}$ ₰ kosten? (1 £ = 25 *Fr.* 50 *c.*; $52\,^{1}/_{2}$ *Fr.* = 14 ₰.)

In dem zu bildenden Kettensatze mufs sich alles aufheben lassen, so dafs 1 *Penny* als Resultat erscheint.

§. 185. Lassen sich die in der Aufgabe vorkommenden Brüche leicht in Decimalbrüchen darstellen, so ist es rathsam, mit Decimalbrüchen zu rechnen, doch gilt rücksichtlich der Factoren des Divisors (d. i. der Glieder links) dasselbe, was in §. 155 über die Anwendung der Decimalbrüche gesagt worden ist. Z. B.

Was kosten $12\,^{1}/_{2}$ *Ctr.* in Berlin, wenn 1 russ. Pud $4\,^{1}/_{4}$ *Rt.* kostete? (1 *Rt.* = 32 *sgr.*; 61 ℔ russ. = 50 ℔ preufs.)

$$\begin{aligned} x &= 12{,}5 \text{ Ctr.} \\ 1 &= 100 \text{ ℔ preufs.} \\ 50 &= 61 \text{ ℔ russ.} \\ 40 &= 4{,}25 \text{ Rt.} \\ 1 &= 32 \text{ sgr.} \\ 30 &= 1 \text{ ₰} \end{aligned}$$

$$x = \frac{12{,}5 \times 100 \times 61 \times 4{,}25 \times 32}{50 \times 40 \times 30}$$

$$= \frac{125 \times 61 \times 425 \times 32}{50 \times 40 \times 30 \times 10} = \frac{1037}{6} = 172\,^{5}/_{6} \text{ ₰}.$$

Die Zahl 4,25 im Dividenden wurde durch Multiplication mit der im Dividenden stehenden und dadurch in Wegfall kommenden Zahl 100, die Zahl 12,5 aber durch Multiplication mit 10 auf Ganze erhoben. Die als Multiplicator benutzte Zahl 10 erscheint dann im Divisor.

Die bisher an dieser Stelle behandelten Fälle, in welchen die Anwendung von Procenten erforderlich ist, haben wir in die Procentrechnung (Cap. VII) verwiesen, da ohne ein vollkommenes Verständnis dieser Rechnung die Lösung derartiger Aufgaben nicht wohl möglich ist. Natürlich haben nun auch die Uebungsaufgaben, in denen Procente vorkommen, unter die Uebungsaufgaben der Procentrechnung aufgenommen werden müssen.

§. 186. Auch hier wird es, wie in der Regel Multiplex, dem Lernenden zum grofsen Vortheil gereichen, wenn er, als Probe, sämtliche einzelne Gleichungen nach einander durch Rechnung aufsucht. So soll z. B. aus Aufgabe 2, S. 139 gesucht werden, welches die Gleichung zwischen den franz. Franken und der norddeutschen Währung ist, d. h. wieviel Thaler norddeutsche Währung hier für $52\,^{1}/_{2}$ Franken gerechnet worden sind. Der Ansatz würde folgende Gestalt haben:

x Thlr. = $52\frac{1}{2}$ *Fr.*
1 = 100 *cts.*
$2\frac{1}{4}$ = 1 Bogen
25 = 1 Buch
20 = 1 Ries
10 = 1 Ballen
1 = 30 Thlr.

$$x = \frac{2 \times 7}{1} = 14 \text{ Thlr.}$$

§. 187. Uebungsaufgaben.

731) Wenn von irgend einer Waare 100 Kilogrammen in Hâvre mit 137 *Fr.* 50 *c.* bezahlt werden, wie hoch kommen, ohne Rücksicht auf Spesen, 300 ℔ in Berlin? (1 ℔ = 500 Grammen; 300 *Fr.* = 80 Thlr.)

732) Wieviel Friedrichsd'or und wieviel Courant sind in Leipzig zu bezahlen für 60 Stück Waare à 34 Brab. Ellen, wenn 1 Yard $7\frac{1}{2}$ *d.* kostet? (1 £ = $6\frac{3}{4}$ Thlr.; 5 Brab. E. = 6 Leipz. E.; 5 Yds = 8 Leipz. E.; 1 Fd'or. = $5\frac{2}{3}$ Thlr.)

733) Was kostet ein Stübchen Wein in Hamburger Courant, wenn der *Tonneau* à 120 *Veltes* in Bordeaux 600 *Fr.* kostet? (1 *Fr.* = $10\frac{1}{2}$ β Cour.; 2 Stübchen = 1 Viertel, welches letztere der *Velte* gleich ist.)

734) Wie hoch kommt ein spanischer Piaster in Silbergroschen zu stehen, wenn 1000 ℔ Waare à 15 Rvn. mit $4012\frac{1}{2}$ *Fr.* bezahlt worden sind? (1 *Fr.* = 28 *xr.*; 7 ƒ. = 4 Thlr.)

735) Auf wieviel Piaster und Para kommt in Bukarest 1 Elle Zeug zu stehen, wenn 1 Stück von 36 Brab. Ellen in Leipzig mit $21\frac{1}{2}$ Thlr., in Ducaten à $3\frac{7}{12}$ Thlr., bezahlt worden ist? (1 Piaster = 40 Para; 1 Wien. Elle = 0,7992 Meter; 1 sächs. Elle = 0,566 Meter; 1 # = 32 Piaster; 20 Buk. Ellen = 17 Wien. Ellen.)

736) 1 Teffé Seide von 610 Drachmen kostet in Constantinopel 250 Piaster. Wieviel Neugroschen kommt, ohne Rücksicht auf Spesen, 1 Loth des neuen Gewichts in Leipzig, wenn 28 ℔ = 25 Wiener Pfund, wenn 2 Thlr. = 3 ƒ., 100 ℔ in Wien = 42 Okka à 400 Drachmen und 1 ƒ. = 450 Para?

737) Wieviel Franken betragen 2000 Ld'or. à $11\frac{1}{4}$ Mk. gerechnet, wenn 300 Mk. = 150 Thlr., 1 *Fr.* = 28 *xr.* und 7 ƒ. = 4 Thlr.?

738) Wieviel Thaler à 3 Mk. Hamb. Cour. kosten 120 Hamb. Last Getreide, wenn in Amsterdam 1 Last à 30 Hektoliter mit 262 ƒ. 50 *cts.* bezahlt wird, und 1 Hamb. Last = 60 preufs. Scheffel à 54,96 Liter? (36 ƒ. holl. = 40 *Sp.*, und 127 *Cty.* = 100 Mk. *Bco.*)

739) Wieviel Neugroschen kostet eine Flasche Wein à $^7/_8$ Kanne, wenn 3 Eimer à 72 Kannen 400 Fr. kosten, und die Zahlung in 5 Fr.-Stücken à 2 fl. 20 xr. geschieht? (7 fl. = 4 Thlr.)

740) Wieviel Thaler (à 3 ℳ) Courant kommen in Lübeck 100 Last Hafer ohne Spesen zu stehen, wenn in Riga 1 Loof mit 65 *Kop.* Silber berechnet wird, wenn man ferner in Lübeck 1 Last = 20 russ. Tschetwert rechnet, und wenn 50 Tschw. = 144 Rigaer Loof angenommen werden? (1 Rbl. S. = 33 ß Bco. und 127 Cop. = 100 ℳ Bco.)

741) Wie hoch stellt sich der Preis einer Last Roggen von 56 ½ Berl. Scheffeln, wenn 125 Liter in Mannheim 6 ¼ fl. kosten? (1 Berl. Sch. = 54,96 Liter; 1 Thlr. = 105 xr.)

742) 1422 ℔ 12 *oz.* Cochenille kommen in London einschliefslich aller Spesen auf 186 £ 5 *s.* zu stehen; wie hoch stellt sich hiernach der Preis: *a*) von ½ *K°* in Hâvre; *b*) von 1 ℔ in Hamburg; *c*) von 1 ℔ in Petersburg, 1 ℔ engl. = 453,598 Gr., 1 ℔ Hamb. = 500 Gr., 1 ℔ russ. = 409,516 Gr., 1 £ = 25 Fr. 20 *c.* = 13 ℳ 6 ß Bco., 1 Rbl. = 35 *d.* gerechnet.

3) Gesellschaftsrechnung.

§. 188. Die **Gesellschaftsrechnung**, auch **Repartitions-** oder **Vertheilungs-Regel** genannt, wird in allen den Fällen angewendet, in welchen es sich darum handelt, eine Gröfse nach gewissen gegebenen Verhältnissen zu theilen. Die Theile, in welche eine solche Gröfse getheilt werden soll, dürfen jedoch nicht durchgängig gleich sein; denn eine Aufgabe, wie z. B. 9 Personen sollen sich zu gleichen Theilen in 108 Thlr. theilen, wird durch eine einfache Division mit 9 gelöst.

Die Verhältnisse, nach welchen eine gegebene Gröfse in einzelne Theile zu theilen ist, können auf mehrfache Art ausgedrückt sein, wie aus den nachfolgenden Beispielen erhellen wird; die Berechnung bleibt jedoch für alle Fälle dieselbe, und beruht auf folgendem Satze:

Wie sich die Summe der Verhältniszahlen zu jeder einzelnen Verhältniszahl verhält, so verhält sich die zu vertheilende Gröfse zu jedem einzelnen Antheile; oder: wenn auf die Summe der Verhältniszahlen die ganze zu vertheilende Gröfse kommt, wieviel kommt auf jede einzelne Verhältniszahl.

Daraus ergiebt sich folgende Regel zur Berechnung solcher Aufgaben: Man addiere die Verhältniszahlen, und bilde obigem Schlusse gemäfs eben so viele Regeldetri-Sätze, als Theilgröfsen gesucht werden sollen. Die Summe der so gefundenen Theilgröfsen mufs der zu vertheilenden Gröfse selbst gleich sein.

Beispiele.

1) 320 ℳ sind in 3 Theile nach dem Verhältnisse von 4, 7 und 9 zu vertheilen, oder, wenn A. 4 ℳ bekommt, sollen B. 7 ℳ und C. 9 ℳ erhalten. Wieviel kommt auf eines jeden Antheil?

Die Summe der drei Verhältniszahlen ist $4 + 7 + 9 = 20$; daher werden die einzelnen Theile durch folgende 3 Regeldetri-Sätze gefunden:

$$20 : 4 = 320 : x = 64$$
$$20 : 7 = 320 : x = 112$$
$$20 : 9 = 320 : x = 144$$
$$\overline{\quad 320 \text{ ℳ}.}$$

§. 189. Daraus ergiebt sich leicht, daſs es im allgemeinen der Bildung von Regeldetri-Sätzen nicht bedarf, sondern daſs man nur mit der Summe der Verhältniszahlen (welche letztere man übrigens, dafern sie einerlei Factor haben, durch denselben kleinern kann), in die zu theilende Summe zu dividieren, und den erhaltenen Quotienten mit jeder einzelnen Verhältniszahl zu multiplicieren hat.

Dividiert man in obigem Beispiele mit 20 in 320, so ist der Quotient $= 16$; derselbe multipliciert mit 4, giebt 64; mit 7, giebt 112; mit 9, giebt 144.

Endlich läſst sich auch jede Verhältniszahl als ein Bruch ansehen, dessen Zähler die Verhältniszahl selbst ist und dessen Nenner aus der Summe der Verhältniszahlen besteht. Mit jedem dieser Brüche multipliciert man dann die zu theilende Gröſse; die daraus sich ergebenden Producte bilden die einzelnen Antheile.

So ist in obigem Beispiele der Antheil des A $= {}^4/_{20}$; der des B $= {}^7/_{20}$; der des C $= {}^9/_{20}$, und man hat für A: $320 \times {}^4/_{20} = 64$; für B: $320 \times {}^7/_{20} = 112$; für C: $320 \times {}^9/_{20} = 144$.

2) Es seien 2000 ℳ Gewinn nach 5 Kapitaleinlagen von 1200, 1500, 2100, 3000 und 2700 ℳ zu theilen.

Es ist auf das Resultat der Rechnung ohne Einfluſs, wenn man, dafern es thunlich, jede der gegebenen Verhältniszahlen durch eine und dieselbe Zahl theilt, wohl aber erleichtert man sich auf diese Weise die Berechnung. Theilt man hier sämtliche Verhältniszahlen durch 300, so hat man $4 + 5 + 7 + 10 + 9 = 35$. Folglich giebt

$${}^4/_{35} \times 2000 = 228\,{}^4/_7$$
$${}^5/_{35} \times 2000 = 285\,{}^5/_7$$
$${}^7/_{35} \times 2000 = 400$$
$${}^{10}/_{35} \times 2000 = 571\,{}^3/_7$$
$${}^9/_{35} \times 2000 = 514\,{}^2/_7$$
$$\overline{{}^{35}/_{35} \quad = \quad 2000}$$

§. 190. Die Verhältnisse der Theilung können auch in Brüchen ausgedrückt sein. Hierbei sind zwei Fälle zu unterscheiden. Entweder es wird durch die gegebenen Brüche geradezu ausgedrückt, der wievielste Theil oder welcher Bruch des Ganzen auf jeden einzelnen Antheil kommen soll, oder diese Brüche drücken, ebenso wie ganze Zahlen, nur das Verhältnis aus, in welchem die einzelnen Antheile unter sich stehen.

Beispiele.

1) Es sind 180 ℊ so zu theilen, dafs A. $^1/_3$, B. $^1/_4$ und C. den Rest der Summe erhalten soll. Demnach erhält:

A.	$^1/_4 \times 180 =$	60 ℊ
B.	$^1/_3 \times 180 =$	45 „
Beide erhalten also zusammen .		105 ℊ
mithin bleiben für C.		75 „
		180 ℊ.

2) Es sind 1320 ℊ unter 4 Personen so zu theilen, dafs A. $^1/_4$, B. $^2/_3$, C. $^1/_2$ und D. $^5/_{12}$ erhält.

In dieser Form findet man Aufgaben dieser Art meistens ausgedrückt. Man sieht aber leicht ein, dafs diese Ausdrucksweise dem Sinne der Aufgaben nicht entspricht. Denn obige Aufgabe z. B. soll nichts anderes bedeuten, als B. soll so oft $^2/_3$ erhalten, als A. $^1/_4$ oder C. $^1/_2$ u. s. w. erhält, und so sollte sie auch lauten.

Wie man, ohne das Resultat der Rechnung zu ändern, die Verhältniszahlen durch eine und dieselbe Zahl dividieren kann (§. 189), so kann man auch, wenn die Verhältniszahlen in Brüchen ausgedrückt sind, letztere durch Multiplication mit einer möglichst kleinen Zahl in ganze Zahlen verwandeln, und es gelten für Auffindung dieser Zahl dieselben Regeln, welche in §. 44 für Aufsuchung eines Hauptnenners gegeben worden sind.

Multipliciert man hier $^1/_4$, $^2/_3$, $^1/_2$ und $^5/_{12}$ mit 12, so hat man: $3 + 8 + 6 + 5 = 22$. Kommen nun auf 22 Theile 1320 ℊ, so kommen auf 1 Theil = 60 ℊ, demnach:

auf A. $60 \times 3 = 180$, auf B. $60 \times 8 = 480$,
„ C. $60 \times 6 = 360$, „ D. $60 \times 5 = 300$, } zusammen 1320 ℊ.

Anm. Der Beweis für die Richtigkeit dieses Verfahrens läfst sich dadurch führen, dafs man aus zweien dieser auf verschiedene Weise ausgedrückten Verhältnisse eine richtige Proportion bilden kann. So hat man z. B. $^1/_4 : ^2/_3 = 3 : 8$ und es ist $^2/_3 \times 3 = 2$, ebenso wie $^1/_4 \times 8 = 2$ ist. (Vgl. §. 131.)

3) In einem Dorfe haben 4 Hausbesitzer durch eine Feuersbrunst an ihrem Eigenthume Schaden gelitten, und es beträgt derselbe bei

A. 640 ꝑ, bei B. 520 ꝑ, bei C. 800 ꝑ, während D. alles verloren hat. Wenn nun für diese 4 Personen 987 ꝑ 14 *ngr.* milde Beiträge eingegangen sind, wie sind diese zu vertheilen, da das Eigenthum taxiert ist, wie folgt: A. 2000 ꝑ, B. 1800 ꝑ, C. 2400 ꝑ, D. 1200 ꝑ?

Um eines jeden Antheil an den Unterstützungsgeldern zu berechnen, ist zu ermitteln, welchen Theil seines Eigenthums jeder verloren hat, und man findet, dafs A. $\frac{640}{2000}$ oder $^8/_{25}$, B. $\frac{520}{1800}$ oder $^{13}/_{45}$, C. $\frac{800}{2400}$ oder $^1/_3$, D. $\frac{1200}{1200}$ oder 1 verloren hat. — Multipliciert man, um ganze Zahlen zu erhalten, $^8/_{25}$, $^{13}/_{45}$, $^1/_3$ und 1 mit 225, so erhält man: 72, 65, 75, 225, Summe = 437. Es erhält also A. $^{72}/_{437}$, B. $^{65}/_{437}$, C. $^{75}/_{437}$, D. $^{225}/_{437}$ des Betrags der eingegangenen Unterstützungsgelder.

§. 191. Sind jedoch die Verhältniszahlen nicht geradezu, sondern durch Zwischenverhältnisse ausgedrückt, so müssen sie erst durch besondere Berechnung gefunden werden. Hierbei ist zu unterscheiden, ob diese Zwischenverhältnisse sich alle auf eine Gröfse beziehen, oder ob dies nicht der Fall ist.

Erster Fall. 2127 ƒ. sind unter 5 Personen so zu theilen, dafs sich A : B = 4 : 5, A : C = 3 : 4, A : D = 5 : 6, A : E = 8 : 9 verhalten.

Auflösung. Der Antheil des A. soll sich zu dem des B. verhalten = 4 : 5 heifst, wenn A. 4 erhält, soll B. 5 erhalten, oder, beide Zahlen durch 4 dividiert: Wenn A. 1 erhält, soll B. $^5/_4$ erhalten. Da A's Antheil = 1, so findet man den des C. = $^4/_3$, den des D. = $^6/_5$, den des E. = $^9/_8$, indem man jedes der Zwischenverhältnisse durch sein erstes Glied dividiert. Um für sämtliche Verhältniszahlen ganze Zahlen zu haben, multipliciert man sie mit 120, und so erhält man

für A = 120	Mit 709 in 2127 dividiert,
„ B = 150	giebt für $^1/_{709}$ = 3, folglich:
„ C = 160	A = 3 × 120 = 360
„ D = 144	B = 3 × 150 = 450
„ E = 135	C = 3 × 160 = 480
Summe d. Verhältnisz. = 709	D = 3 × 144 = 432
	E = 3 × 135 = 405
	2127 ƒ.

Zweiter Fall. 19406 ꝑ sind in 6 Theile so zu theilen, dafs sich Theil A zu Theil B = 3 : 5, B : C = 4 : 5, A : D = 6 : 7, E : C = $^3/_4$: 2, D : F = $3\,^1/_4$: 3 verhalten.

Auflösung. Verhält sich A : B = 3 : 5, so ist (beide Zahlen durch 3 dividiert) A's Antheil = 1, B's Antheil = $^5/_3$. Da B : C = 4 : 5 oder 1 : $^5/_4$, so ist C = $^5/_3 \times {}^5/_4 = {}^{25}/_{12}$. Da A : D = 6 : 7 = 1 : $^7/_6$, so ist D = $1 \times {}^7/_6 = {}^7/_6$. Da ferner E : C = $^3/_4$: 2 = $^3/_4$: $^8/_4$ = 3 : 8, oder C : E = 8 : 3, so ist E's Antheil = $^3/_8 \times {}^{25}/_{12} = {}^{25}/_{32}$, und da D : F = $3\,^1/_4$: 3 = 13 : 12 = 1 : $^{12}/_{13}$, so ist F $^7/_6 \times {}^{12}/_{13} = {}^{14}/_{13}$.

Man hat also folgende einzelne Verhältniszahlen: A = 1, B = $^5/_3$, C = $^{25}/_{12}$, D = $^7/_6$, E = $^{25}/_{32}$, F = $^{14}/_{13}$, welche, mit 1248 multipliciert, die Zahlen: 1248, 2080, 2600, 1456, 975, 1344 geben und deren Summe 9703 beträgt.

Mit 9703 in 19406 dividiert, giebt 2. Daher ist A = 2496, B = 4160, C = 5200, D = 2912, E = 1950, F = 2688, und die Summe dieser Antheile ist = 19406, als dem zu vertheilenden Betrage.

§. 192. In den bisher behandelten Fällen drückten die gegebenen oder aufzufindenden Verhältniszahlen das Verhältnis der Theilung direct aus, d. h. je gröfser die Verhältniszahl ist, welche einen einzelnen Antheil bestimmt, desto gröfser mufs auch dieser Antheil sein, und umgekehrt. Es lassen sich aber recht wohl Fälle denken, in denen eine Theilung nach indirectem Verhältnisse, also in der Weise statt finden soll, dafs je gröfser die Verhältniszahl, desto kleiner der Antheil sein mufs, und umgekehrt. Z. B. Jemand bestimmt 1000 ℔ zur Vertheilung an 3 Personen nach Verhältnis ihres Alters in der Weise, dafs, je jünger der Empfänger, desto gröfser sein Antheil sein soll. Nun ist A 35, B 20 und C 25 Jahre alt. Wie mufs die Vertheilung erfolgen.

B, als der jüngste, hat den gröfsten Antheil. Setzen wir denselben = 1, so hat zu erhalten:

$$\text{A } 35 : 20 = 1 : x = {}^{20}/_{35} \text{ oder } {}^{4}/_{7}$$
$$\text{C } 25 : 20 = 1 : x = {}^{20}/_{25} \text{ oder } {}^{4}/_{5}.$$

Multiplicieren wir $^4/_7$, 1, $^4/_5$ mit 35, so finden wir: 20, 35, 28 und deren Summe = 83. Demnach erhält

$$\text{A } {}^{20}/_{83} \times 1000 = 240\,{}^{80}/_{83}$$
$$\text{B } {}^{35}/_{83} \times 1000 = 421\,{}^{57}/_{83}$$
$$\text{C } {}^{28}/_{83} \times 1000 = 337\,{}^{29}/_{83}$$
$$\text{℔ } 1000. —$$

Aehnliche Fälle sind z. B.: Je gröfser die gewöhnlichen Leistungen, desto kleiner die aufsergewöhnlichen; je gröfser das regelmäfsige Einkommen, desto kleiner die Gratification u. s. w.

§. 193. Endlich kann es auch geschehen, dafs das Verhältnis der übrigen Theile zu einem derjenigen Theile, dessen Gröfse die Aufgabe nicht bestimmt, gegeben ist, so wie dafs dem einen oder dem andern Theile neben dem, was ihm seiner Verhältniszahl nach zukommt, noch ein Plus oder Minus zuzutheilen ist, oder dafs die Vertheilung so erfolgen soll, dafs der folgende immer ein gewisses mehr erhält, als der vorhergehende. Diese Fälle sollen durch nachstehende Beispiele erläutert werden.

Erster Fall. 440 ℳ sollen unter 4 Personen so vertheilt werden, dafs A $1\frac{1}{3}$ mal soviel als B, B 2 mal soviel als D und C $\frac{1}{5}$ des Antheils von D erhält.

Setzt man den Antheil des D, welcher durch die Aufgabe nicht bestimmt ist, = 1, so erhält C den fünften Antheil, = $\frac{1}{5}$, B 2 mal soviel als D = 2; und A $1\frac{1}{3}$ mal soviel als B, folglich $2\frac{2}{3}$. Multipliciert man diese Resultate mit 15, so hat man: 15, 3, 30 und 40, zusammen = 88. Die zu ver-

theilende Summe (440 ℳ.) in 88 Theile getheilt, giebt für $^1/_{88} = 5$ ℳ., folglich erhält:

$$\begin{aligned} D &= {}^{15}/_{88} = 75 \\ C &= {}^{3}/_{88} = 15 \\ B &= {}^{30}/_{88} = 150 \\ A &= {}^{40}/_{88} = 200 \\ \hline & \quad 440 \text{ ℳ.} \end{aligned}$$

Hätte man für den Antheil des D eine andere Zahl, z. B. 6, gesetzt, so hätte erhalten: $C = {}^1/_5 \times 6 = {}^6/_5$; $B = 2 \times 6 = 12$; $A = 1\,{}^1/_3 \times 12 = 16$. Multipliciert man diese Resultate mit 5, so erhält man für $A = 80$, für $B = 60$, für $C = 6$, für $D = 30$; Summe 176. $^1/_{176} \times 440$ ℳ. ist $2\,{}^1/_2$ ℳ.; dies mit den einzelnen Verhältniszahlen multipliciert, giebt genau dieselben Resultate.

Zweiter Fall. 2900 ℳ sollen unter vier Erbinteressenten zu gleichen Theilen vertheilt werden, doch so, dafs B 300 ℳ und C 400 ℳ mehr und B 200 ℳ weniger erhalten, als ihre verhältnismäfsigen Antheile betragen; wieviel erhält jeder?

$$\begin{aligned} A &= 1 \\ B &= 1 + 300 \\ C &= 1 + 400 \\ D &= 1 \div 200 \\ \hline & \; 4 + 500 \end{aligned}$$

Da B und C zusammen 700 ℳ mehr, D aber 200 ℳ weniger, als deren verhältnifsmäfsige Antheile betragen, erhalten sollen, so kommen (700 ÷ 200 ℳ) 500 ℳ weniger, also nur 2400 ℳ, zur Vertheilung. Diese sind in 4 gleiche Theile zu theilen; giebt für $^1/_4$ den Betrag von 600 ℳ.

Eine andere Darstellung dieser Berechnung ist folgende:

Da 4 Theile + 500 ℳ = 2900 ℳ,
so sind 4 Theile = 2900 ℳ ÷ 500 ℳ
oder 4 Theile = 2400 ℳ
folglich 1 Theil $= \frac{2400}{4} = 600$ ℳ.

Es haben daher zu erhalten:

$$\left.\begin{aligned} A &= 1 \times 600 \text{ ℳ} \ldots\ldots = 600 \text{ ℳ} \\ B &= 1 \times 600 \text{ ,, } + 300 \text{ ℳ} = 900 \text{ ,,} \\ C &= 1 \times 600 \text{ ,, } + 400 \text{ ,, } = 1000 \text{ ,,} \\ D &= 1 \times 600 \text{ ,, } \div 200 \text{ ,, } = 400 \text{ ,,} \end{aligned}\right\} \text{Summe 2900 ℳ.}$$

Dritter Fall. 1000 ℳ sollen unter 5 Personen so vertheilt werden, dafs jede immer 20 ℳ mehr erhält, als die ihr vorhergehende.

Hier sind 5 Theile + 20 + 40 + 60 + 80 ℳ = 1000 ℳ,
folglich 5 Theile = 1000 ℳ ÷ 200 ℳ oder = 800 ℳ,
1 Theil $= \frac{800}{5} = 160$ ℳ

und es erhält: A = 160 ℳ, B = (160 + 20) 180 ℳ, C = (160 + 40) 200 ℳ, D = (160 + 60) 220 ℳ, E = (160 + 80) 240 ℳ, zusammen = 1000 ℳ.

§. 194. Fälle wie die bisher behandelten, in denen die bereits gegebenen oder erst aufzufindenden Verhältniszahlen keine besonderen Nebenbestimmungen haben, gehören der einfachen Gesellschaftsrechnung an. Aufgaben hingegen, in denen auf die gegebenen Verhältnisse noch gewisse Nebenbestimmungen einwirken, bilden die zusammengesetzte Gesellschaftsrechnung. Diese

Nebenbestimmungen lassen sich jedoch leicht dergestalt entfernen, dafs die Lösung mit den Mitteln der einfachen Gesellschaftsrechnung bewirkt werden kann, wie dies aus nachfolgenden Beispielen hervorgeht.

§. 195. Erster Fall. Eine Arbeit war durch 94 Arbeiter in 3 Abtheilungen zu 24, 40 und 30 Mann für die Accordsumme von 422 ℔ übernommen worden. Wenn nun die erste Abtheilung 14, die zweite 12, die dritte 15 Tage gearbeitet hatte, wieviel erhielt jede von obiger Accordsumme?

Ist, unter übrigens gleichen Umständen, die Voraussetzung richtig, dafs z. B. 5 Arbeiter in 8 Tagen eben so viel arbeiten als ($5 \times 8 =$) 40 Arbeiter in 1 Tage oder als 1 Arbeiter in ($5 \times 8 =$) 40 Tagen, so darf man in obigem Falle die Anzahl der Arbeiter für 14, beziehentlich 12 und 15 Tage, nur auf eine solche für 1 Tag, oder die Anzahl der Tage für 24, beziehentlich 40 und 30 Mann, nur auf eine solche für 1 Mann zurückführen. Beides geschieht durch Multiplication der Zahl der Arbeiter mit der Zahl der Tage, und die dadurch erhaltenen Producte bilden die Verhältniszahlen, mit denen man wie in der einfachen Gesellschaftsrechnung verfährt.

$24 \times 14 = 336$	A.	$1266 : 336 = 422 : x = 112$ ℔
$40 \times 12 = 480$	B.	$1266 : 480 = 422 : x = 160$ „
$30 \times 15 = 450$	C.	$1266 : 450 = 422 : x = 150$ „
1266		422 ℔.

Zur Erleichterung der Rechnung kann man, wenn es möglich ist, auch dann, wenn die Verhältniszahlen aus einzelnen Factoren bestehen, Abkürzungen vornehmen. So lassen sich hier sämtliche Factoren durch 3 und 2 abkürzen, und man hat $A = 8 \times 7$, $B = 20 \times 4$, $C = 15 \times 5$, wodurch man als Summe der Verhältniszahlen 211 erhält.

Zweiter Fall. Es sollen in möglichst kurzer Zeit 1590 Scheffel Korn auf 4 Mühlen gemahlen werden, von denen A in 4 Stunden 20 Scheffel, B in 6 Stunden 36 Scheffel, C in 5 Stunden 40 Scheffel, D in 8 Stunden 60 Scheffel mahlt. Wieviel Scheffel sind jeder dieser 4 Mühlen zuzutheilen, damit sie gleichzeitig fertig werden?

Diese Aufgabe läfst sich auf doppeltem Wege lösen. Man fragt entweder: 1) Wieviel Scheffel mahlt jede Mühle in einer Stunde? Oder: 2) Wieviel Stunden braucht jede Mühle, um einen Scheffel zu mahlen?

1) Sehr leicht sieht man ein, dafs in einer Stunde gemahlen wird: von A 5, von B 6, von C 8, von D $7\frac{1}{2}$ Scheffel. Multipliciert man, um die gemischte Zahl $7\frac{1}{2}$ zu beseitigen, sämtliche Zahlen mit 2, so erhält man die Verhältniszahlen: 10, 12, 16, 15 und deren Summe ist 53. Demnach sind zuzutheilen:

an $A = 1590 \times \frac{10}{53} = 300$ Sch.
„ $B = 1590 \times \frac{12}{53} = 360$ „
„ $C = 1590 \times \frac{16}{53} = 480$ „
„ $D = 1590 \times \frac{15}{53} = 450$ „
zusammen 1590 Sch.

2) Ebenso leicht ergiebt sich, dafs zu einem Scheffel gebraucht wird: von A ($^4/_{20}$) $^1/_5$, von B ($^6/_{36}$) $^1/_6$, von C ($^5/_{40}$) $^1/_8$, von D ($^8/_{60}$) $^2/_{15}$ Stunde. Multipliciert man diese Brüche, um ganze Zahlen zu erhalten, mit 120, so erhält man 24, 20, 15, 16 und es bedeuten diese Zahlen, dafs, wenn A 24 Stunden braucht, um eine gewisses Quantum Roggen zu mahlen, zu demselben Quantum von B 20, von C 15, von D 16 Stunden gebraucht werden. Theilt man nun A z. B. 1 Scheffel zu, so kann, nach dem Schlusse: Je mehr Stunden, desto weniger Scheffel, und umgekehrt, B mehr ($20:24 = 1:x) = {^6/_5}$, C ebenfalls mehr ($15:24 = 1:x) = {^8/_5}$, D gleichfalls mehr ($16:24 = 1:x) = {^3/_2}$ Scheffel zugetheilt erhalten. Multipliciert man die gefundenen Zahlen 1, $^6/_5$, $^8/_5$, $^3/_2$ mit 10, so erhält man dieselben Verhältniszahlen wie oben: 10, 12, 16, 15.

Der Beweis für die Richtigkeit der Auflösung läfst sich dadurch führen, dafs man berechnet, wie viel Zeit eine jede Mühle braucht, um das ihr zugetheilte Quantum zu mahlen; diese Zeit mufs natürlich für alle 4 Mühlen dieselbe sein. Wir finden sie durch folgende Sätze:

	Sch.	Sch.	St.
A.	20 :	300 =	4 : x
B.	36 :	360 =	6 : x
C.	40 :	480 =	5 : x
D.	60 :	450 =	8 : x

und bei allen ergiebt sich: 60 Stunden.

§. 196. In welchen Fällen des praktischen Lebens aufserdem die einfache oder die zusammengesetzte Gesellschaftsrechnung Anwendung erleidet, ist aus den folgenden Uebungsaufgaben leicht zu ersehen; auf die zusammengesetzte Gesellschaftsrechnung gründet sich übrigens auch die Theorie der Terminrechnung (§. 310).

Anm. In den meisten Lehrbüchern der Arithmetik findet man in der zusammengesetzten Gesellschaftsrechnung Aufgaben, in denen es z. B. heifst: „A. gab zu einem Unternehmen 600 ℛ auf 8 Monate, B. 700 ℛ auf 4 Monate“ u. s. w. oder: „A. hat ein Geschäft mit 2000 ℛ angefangen; nach 3 Monaten trat B. mit 1200 ℛ hinzu u. s. w. Wie ist der von einer solchen Societät gemachte Gewinn oder Verlust zu vertheilen?“ Dergleichen Aufgaben ermangeln aber aller praktischen Begründung. Kein Theilhaber einer Societät ist berechtigt, sein Kapital aus dem Geschäft zu ziehen vor Ablauf des Societätsvertrages, oder, dafern die Societät nur für eine einzelne Unternehmung zusammengetreten ist, vor Abwickelung des Geschäfts. Ebenso wenig wird der bisherige Besitzer eines Geschäfts geneigt sein, einen Associé ohne vorherige Aufmachung eines Inventariums aufzunehmen, und diesen auf solche Weise Theil haben zu lassen an dem Gewinne, den er bisher etwa an den Geschäften gemacht hat. Anderseits wird aber auch der eintretende Associé sich von der Lage des Geschäfts, in welches er eintreten soll, überzeugen wollen, und nicht gemeint sein, den etwa bereits gemachten Verlust mit tragen zu helfen.

§. 197. Uebungsaufgaben.

743) Das Kapital einer Societät besteht aus der Einlage des A. von 6000 ℛ, aus der des B. von 8500 ℛ und aus der des C. von 9500 ℛ. Der reine Gewinn der Societät beläuft sich auf 1860 ℛ; wieviel kommt auf eines jeden Antheil?

744) Eine Compagniehandlung macht bei ihren Geschäften einen reinen Verlust von 937 ƒ. 30 xr. Wieviel ist vom Kapital eines jeden der 3 Associés abzuschreiben, da A. = 5000, B. = 4000, C = 6000 ƒ. eingelegt hatte?

745) Zum Ankaufe eines Schiffes durch 4 Rheder hatte A. 8100 ℛ, B. 9000 ℛ, C. 12600 ℛ, D. 6300 ℛ gegeben. 1) Welchen Part hat jeder an diesem Schiffe, und 2) wieviel erhält jeder von dem reinen Gewinne von 4176 ℛ, der mit diesem Fahrzeuge nach einer gewissen Zeit gemacht worden ist?

746) Eine Fläche Land von $346\frac{1}{16}$ Quadratruthen soll unter 8 Gutsbesitzer nach der Zahl der Acker, die sie besitzen, vertheilt werden. Wenn nun A = 40, B = $48\frac{1}{2}$, C = 120, D = 102, E = $90\frac{1}{2}$, F = $77\frac{1}{2}$, G = 40, H = 64 Acker besitzt, wieviel □Ruthen kommen auf eines jeden Antheil?

747) Vier Kaufleute haben in Gemeinschaft eine Operation gemacht, wozu sie ein Kapital von 24000 ƒ. einschossen. Bei Vertheilung des Gewinns kamen auf A 2000, auf B 1500, auf C 1800, auf D 1100 ƒ. Wieviel hatte Jeder eingelegt?

748) Von 8 Grundstücksbesitzern im Königreiche Sachsen ist die Summe von 457 ℛ 8 ngr. 1 ₰ aufzubringen nach Verhältnis der auf ihrem Grundeigenthume haftenden Steuereinheiten. A hat deren 397,66; B 364,34; C 259,42; D 112,36; E 215,27; F 472,10; G 632,36; H 234,29. Wieviel hat jeder beizutragen?

749) 5000 ℛ sollen unter 5 Personen so vertheilt werden, dafs die nächste immer 100 ℛ mehr bekommt, als die vorhergehende, wieviel erhält die erste?

750) Zum Ankaufe eines Hauses gab A $\frac{1}{4}$, B $\frac{1}{5}$, C $\frac{3}{8}$, D den Rest mit 3500 ℛ. Der Reinertrag dieses Hauses ist 1300 ℛ; wieviel erhält jeder?

751) Unter 5 Beamte, von denen A 1200 ƒ., B 1000 ƒ., C 900 ƒ., D 750 ƒ., E 650 ƒ. Gehalt bezieht, sollen 2041 ƒ. 30 xr. Gratification nach dem Grundsatze vertheilt werden, je kleiner der Gehalt, desto gröfser die Gratification, wieviel hat ein jeder zu erhalten?

752) Drei Arbeiterabtheilungen haben für eine gewisse Arbeit 858 ℛ 24 ß erhalten und sollen diese Summe nach Verhältnis der Zahl der Arbeiter und der Zeit, die sie gearbeitet haben, unter sich vertheilen. Wenn nun die erste, aus 26 Arbeitern bestehend, 19 Tage und 10 Stunden täglich, die zweite, aus 30 Arbeitern, 18 Tage und 12 Stunden täglich, und die dritte, aus 40 Arbeitern bestehend, 12 Tage und 13 Stunden täglich, gearbeitet hat; wieviel erhält jede Abtheilung? (1 ℛ = 48 ß.)

753) Von drei Dorfgemeinden A, B, C ist ein Weg erbaut worden, und es hat daran A mit 36 Mann und 16 Pferden 15 Tage, B mit 50 Mann und 20 Pferden 30 Tage, C mit 30 Mann und 12 Pferden 24 Tage lang gearbeitet. Das innerhalb eines gewissen Zeitraumes erhobene Weggeld, im Betrage von 661 ℔ 10 ngr. soll nun unter diese drei Gemeinden nach Verhältnis ihrer Leistungen, wobei die Kraft eines Pferdes der dreier Menschen gleich geachtet wird, vertheilt werden; wieviel hat jede Gemeinde zu erhalten?

754) Von einem gewissen Zeuge werden gefertigt: von 10 Webern in 3 Wochen 100 Stück, von 12 Webern in 4 Wochen 120 Stück, von 8 Webern in 5 Wochen 90 Stück. Wieviel Stück sind jeder Abtheilung zuzutheilen, wenn sie 1342 Stück gleichzeitig fertigen sollen, und wie lange wird die Anfertigung dieser Partie Waare dauern?

VI. Alligationsrechnung.

§. 198. Die Alligationsrechnung, auch Vermischungs- oder Mischungs-Rechnung genannt, behandelt zwei von einander verschiedene Fälle.

1) Sie lehrt den Werth oder die Qualität der Einheit einer Mischung finden, welche aus gegebenen Theilen von ungleichem Werthe oder ungleicher Qualität hergestellt wird, — mit andern Worten, sie lehrt den Durchschnitts- oder Mittelwerth (die Durchschnitts- oder mittlere Qualität) finden, weshalb sie auch für diesen Fall häufig und richtiger Durchschnittsrechnung genannt wird.

2) Sie lehrt, in welchem Verhältnisse gewisse gegebene Qualitäten gemischt werden müssen, damit die Einheit des Gemisches einen gleichfalls gegebenen Mittelwerth habe. Hier ist also der Mittelwerth schon gegeben und es ist zu berechnen, auf welche Weise er herzustellen ist.

Erster Fall.

§. 199. Um den Durchschnittswerth der Einheit einer Mischung zu finden, berechne man zuerst die Werthe sämtlicher Bestandtheile der Mischung. Die Summe dieser Werthe, dividiert durch die Summe der Bestandtheile der Mischung, giebt den Durchschnittswerth.

Beispiele.

1) Jemand giefst zusammen 50 Flaschen Wein à 22 *ngr.*, 25 Flaschen à 18 *ngr.*, 20 Flaschen à 12 *ngr.* und 100 Flaschen à 10 *ngr.* Was ist eine Flasche dieser Mischung werth?

50	Flaschen	à 22	*ngr.*	= ꝛß	36. 20	*ngr.*
25	„	„ 18	„	= „	15. —	„
20	„	„ 12	„	= „	8. —	„
100	„	„ 10	„	= „	33. 10	„
195	Flaschen sind also werth			ꝛß	93. —	*ngr.*

Demnach kostet 1 Flasche im Durchschnitt: $^{93}/_{195}$ ꝛß $= 14\,^{4}/_{13}$ *ngr.*

2) Wenn man 8 *Mk.* reines Silber (☽) mit 5 *Mk.* Kupfer (○) legiert; wie fein ist dann das Silber?

8 *Mk.* ☽	enthalten	$8 \times 16 =$	128 *Lth.*	Silber
5 „ ○	„	$5 \times 0 =$	0 „	„
13 *Mk.*	enthalten		128 *Lth.*	

1 *Mk.* ist mithin $9\,^{11}/_{13}$ *Lth.* fein.

Einfacher ist die Rechnung, wenn die Mengen der zu mischenden Bestandtheile gleich sind. Dann kommen nur die Qualitäten oder Werthe in Betracht; deren Summe, dividiert durch die Anzahl der gemischten Qualitäten giebt den Durchschnittswerth. Z. B. Man mischt 1 ℔ à 9 *ngr.*, 1 ℔ à 12 *ngr.*, 1 ℔ à 15 *ngr.*, 1 ℔ à 20 *ngr.*, oder von jeder Sorte 9 ℔.

Hier ist der Durchschnittswerth: $\dfrac{9 + 12 + 15 + 20}{4 \text{ (Anzahl der Sorten)}} = 14$ *ngr.*

Dasselbe Resultat würde man erhalten, wenn man mischte:

9 ℔	à 9 *ngr.*	=	81 *ngr.*
9 „	„ 12 „	=	108 „
9 „	„ 15 „	=	135 „
9 „	„ 20 „	=	180 „
36 ℔	. . .	=	504 *ngr.*
1 ℔	. . .	=	14 *ngr.*

§. 200. Die Vermischungsrechnung findet auch da Anwendung, wo es sich um Ermittelung eines Durchschnittes handelt, ohne dafs eine wirkliche Mischung statt hat. Man wird sich aber in den meisten Fällen eine solche recht wohl als vorgenommen denken können, und darum bleibt auch für solche Fälle das Verfahren dasselbe, welches

für die Aufsuchung des Durchschnittes bei einer wirklichen Mischung gilt. Z. B. Der Verbrauch von Thee gestaltete sich in England während der Jahre 1842 bis mit 1846, wie nachstehend angegeben; wieviel beträgt derselbe durchschnittlich für 1 Jahr an Menge und an Werth?

1842.	28,816882 ℔	à 4 s.	$1\frac{1}{4}$ d.*)	£ 5,913464.	6 s.	6 d.	
1843.	30,863607 „	„ 3 „	$10\frac{1}{4}$ „ . .	„ 5,947674.	5 „	4 „	
1844.	31,691647 „	„ 3 „	$10\frac{3}{4}$ „ . .	„ 6,173268.	14 „	9 „	
1845.	33,726197 „	„ 3 „	$8\frac{1}{4}$ „ . .	„ 6,218267.	11 „	5 „	
1846.	35,351376 „	„ 3 „	5 „ . .	„ 5,891896.	— „	— „	
in 5 Jahren	160·449709 ℔			£ 30·144570.	18 s.	— d.	
giebt für 1 J.	32·089942 ℔	im Betrage von		£ 6·028914.	3 s.	7 d.	

und 1 ℔ kostete durchschnittlich 3 s. 9 d.

Einen Irrthum begeht man, wenn man bei Aufsuchung eines durchschnittlichen Werthes an die Stelle der Werthe die für die Wertheinheit gegebenen Quantitäten setzt. Es giebt z. B. jemand von einer Waare 12 Stück für einen Gulden, und von einer andern Qualität 18 Stück für einen Gulden. Verkauft er von jeder Sorte 360 Stück, so erhält er 30 + 20 = 50 *f.* — Wollte er aber $\frac{12+18}{2} = 15$ Stück für einen Gulden geben, so würde er für 720 Stück nur 48 *f.* lösen. — Die richtige Berechnung ist: 12 Stück für 1 *f.*, giebt $\frac{1}{12}$ *f.* per Stück, und 18 Stück für 1 *f.*, giebt $\frac{1}{18}$ *f.*; Durchschnitt $\left(\frac{\frac{1}{12}+\frac{1}{18}}{2}\right)$ $= \frac{5}{72}$ *f.* und 720 Stück à $\frac{5}{72}$ *f.* geben 50 *f.*, wie oben.

Zweiter Fall.

§. 201. Sind zur Auffindung einer gewissen Qualität nur zwei zu mischende Qualitäten gegeben, so mufs nothwendig die eine besser, die andere schlechter sein, als die gesuchte Qualität. Wenn nun die gesuchte Mittelsorte von der bessern und von der geringern gegebenen Sorte gleich weit entfernt ist, so hat man von den beiden gegebenen Sorten gleich viel zu nehmen.

Z. B. Aus 2 Sorten, à 14 und à 22 *gr.*, ist eine Mittelsorte à 18 *gr.* herzustellen. Die geringere Sorte (à 14 *gr.*) ist um 4 *gr.* geringer, die bessere Sorte (à 22 *gr.*) ist um 4 *gr.* besser, als die gesuchte Mittelsorte; es hebt somit das Plus auf der einen das Minus auf der andern Seite auf, und die Mischung ist zu gleichen Theilen vorzunehmen. Nimmt man:

*) Die Preise sind die Durchschnittspreise eines jeden Jahres.

2 ℔ à 14 *gr.* = 28 *gr.* } so hat man 4 ℔, welche 72 *gr.* kosten,
2 „ „ 22 „ = 44 „ } 1 ℔ kostet also 18 *gr.*

Ist das Plus dem Minus nicht gleich, so gilt die aus Obigem leicht abzuleitende Regel: Je mehr oder je weniger die Qualität oder der Werth der bessern Sorte die Qualität oder den Werth der verlangten Mittelsorte übersteigt, desto mehr oder desto weniger ist von der geringern Sorte in die Mischung aufzunehmen; je weniger oder je mehr die Qualität oder der Werth der geringern Sorte hinter dem Werthe oder der Qualität der Mittelsorte zurücksteht, desto weniger oder desto mehr ist von der bessern Sorte in die Mischung aufzunehmen. Demnach giebt die Differenz zwischen der bessern und der Mittelsorte, an, wieviel Theile von der geringern Sorte zu nehmen sind, während die Differenz zwischen der geringern und der Mittelsorte die Anzahl der Theile ausdrückt, welche man von der bessern Sorte zu nehmen hat. Die Summe dieser Differenzen bezeichnet daher die Anzahl der Theile, aus denen das Ganze zusammengesetzt ist.

Beispiele.

1) Man will durch Mischung von Wein à 24 *ngr.* und à 11 *ngr.* eine Sorte zu 15 *ngr.* finden.

	24 *ngr.*	4	(Differenz zwischen 11 und 15)
15			
	11 „	9	(Differenz zwischen 24 und 15)
		13	

Das Ganze besteht demnach aus 13 Theilen; es müssen also $^4/_{13}$ der gewünschten Quantität von der Sorte à 24 *ngr.* und $^9/_{13}$ von der Sorte à 11 *ngr.* genommen werden.

Probe.

Gesetzt, man braucht 390 Flaschen à 15 *ngr.*, so müssen genommen werden:

$^4/_{13} \times 390 = 120$ Flaschen à 24 *ngr.* = 2880 *ngr.*
$^9/_{13} \times 390 = 270$ „ „ 11 „ = 2970 „
390 Flaschen = 5850 *ngr.*

Wenn 390 Flaschen 5850 *ngr.* kosten, so kostet eine Flasche 15 *ngr.*, gerade wie es verlangt worden ist.

2) Wieviel feines Silber mufs zu $9^3/_8$ löthigem Silber zugesetzt werden, wenn 12löthiges erlangt werden soll?

	16				128	21
12		oder	96			
	$9^3/_8$				75	32
						53

Man nehme also zu 32 Theilen $9\frac{3}{8}$ löthigen Silbers, 21 Theile feines Silber.

3) Wieviel Kupfer mufs zu Golde, welches 850 Tausendtheile fein ist, zugesetzt werden, wenn ein Feingehalt von 700 Tausendtheilen erreicht werden soll?

	850	700 = 70 = 14
700		
	0	150 = 15 = 3
		17

Man nehme also $\frac{14}{17}$ Gold und $\frac{3}{17}$ Kupfer.

Probe.

14 ℔ Gold à 850 Tsdth.	=	11900 Tsdth.
3 „ Kupfer	=	0 „
17 ℔	=	11900 Tsdth.
1 „	=	700 „

4) In welchem Verhältnisse müssen zwei Goldsorten à 18 Karath 5 Grän und à 9 Karath 4 Grän gemischt werden, wenn $13\frac{1}{2}$ karäthiges Gold entstehen soll?

	$18\frac{5}{12}$				221	50
$13\frac{1}{2}$		oder		162		
	$9\frac{1}{3}$				112	59
						109

Braucht man nun z. B. 109 Lth. Gold à $13\frac{1}{2}$ Karath, so mufs man zu 50 Loth à 18 Kar. 5 Gr. noch 59 Lth. à 9 Kar. 4 Gr. mischen, denn:

50 Lth. à 18. 5.	enthalten	920 Kar.	10 Grän
59 „ „ 9. 4.	„	550 „	8 „
109 Lth. enthalten	. .	1471 Kar.	6 Grän
1 Lth. also	.	13 Kar.	6 Grän.

§. 202. Wenn mehr als zwei Sorten gegeben sind, aus welchen eine verlangte Sorte gemischt oder gemengt werden soll, so mischt oder verbindet man nach und nach je zwei Sorten mit einander. Gesetzt, man solle aus 4 Sorten Wein à 16, 14, 11 und 5 sgr. eine Sorte zu 12 sgr. herstellen, so verfahre man auf folgende Weise:

	16^b	7
	14^a	1
12		
	11^b	2
	5^a	4

Die beigesetzten Buchstaben bezeichnen, wie die Mischung erfolgt ist. Zuerst ist 14 mit 11 gemischt worden und man hat:

1 Th. à 14 sgr. = 14 sgr. } also: 3 Th. = 36 sgr.
2 „ „ 11 „ = 22 „ } 1 „ = 12 „

Sodann ist 16 mit 5 verbunden worden, und man hat:

7 Th. à 16 sgr. = 112 sgr. } also: 11 Th. = 132 sgr.
4 „ „ 5 „ = 20 „ } 1 „ = 12 „

Giebt nun jede einzelne Mischung die gewünschte Sorte à 12 sgr., so müssen natürlich beide vereinigt ebenfalls dieselbe Sorte geben.

Eine andere Mischung ist:

	16^b	1
	14^a	7
12		
	11^b	4
	5^a	2

Hier ist zuerst 14 mit 5 gemischt worden, und man hat:
7 Th. à 14 sgr. = 98 sgr.
2 „ „ 5 „ = 10 „ } also: 9 Th. = 108 sgr.; 1 „ = 12 „

Ferner: 16 mit 11, und man hat:
1 Th. à 16 sgr. = 16 sgr.
4 „ „ 11 „ = 44 „ } also: 5 Th. = 60 sgr.; 1 „ = 12 „

In beiden Fällen mufs die Mischung aus 14 Theilen bestehen, und es sind von der zu mischenden Quantität

im ersten Falle:	im zweiten Falle:
$^7/_{14}$ à 16 sgr.	$^1/_{14}$ à 16 sgr.
$^1/_{14}$ „ 14 „	$^7/_{14}$ „ 14 „
$^2/_{14}$ „ 11 „	$^4/_{14}$ „ 11 „
$^4/_{14}$ „ 5 „	$^2/_{14}$ „ 5 „

zu nehmen.

§. 203. Ist die verlangte Sorte nicht eine solche, die ebenso viele bessere über sich, als geringere unter sich hat, so müssen diejenigen Sorten, die auf der einen Seite überzählig sind, mit den Sorten, die sich auf der entgegengesetzten Seite befinden, nochmals verbunden werden. Man soll z. B. aus 7 Qualitäten à 24, 20, 14, 9 und 5 xr. eine neue à 16 xr. mischen oder mengen; dann stellt sich die Rechnung wie folgt:

	24^{a+c}	7 + 11 = 18 Th. à 24 xr.	= 432 xr.
	20^b	2 = 2 „ „ 20 „	= 40 „
16			
	14^b	4 = 4 „ „ 14 „	= 56 „
	9^a	8 = 8 „ „ 9 „	= 72 „
	5^c	8 = 8 „ „ 5 „	= 40 „
		40 Th.	= 640 xr.
		1 Th.	= 16 xr.

Wie die Mischung erfolgt ist, wird aus den beigesetzten Buchstaben klar; da für 3 geringere nur 2 bessere Sorten zur Mischung gegeben waren, so mufste mit der dritten geringern Sorte noch eine der beiden besseren Sorten, obschon beide bereits in die Mischung aufgenommen waren, verbunden werden. Es ist dazu die Sorte à 24 xr. genommen worden; ebenso gut hätte aber auch die Sorte à 20 xr. gewählt werden können. — Hätte man nun von der Mittelsorte zu 16 xr. z. B. 120 Flaschen nöthig, so würde, da das Ganze aus 40 Theilen besteht, $^1/_{40}$ = 3 Fl. sein, und man hätte: 18 × 3 Fl. à 24 xr., 2 × 3 Fl. à 20 xr. u. s. w. zu nehmen.

Ferner: Aus 7 Sorten à 32, 28, 27, 20, 16, 14 und 8 soll eine neue Sorte à 30 geschaffen werden.

$32^{a+b+c+d+e+f}$	$2+3+10+14+16+22$	$=67$
30		
28^a	2	$=2$
27^b	2	$=2$
20^c	2	$=2$
16^d	2	$=2$
14^e	2	$=2$
8^f	2	$=2$
		79.

Da sich über der verlangten Sorte à 30 nur eine Sorte (à 32) befindet, so mufsten alle Sorten unter 30 mit der Sorte à 32 verbunden werden.

§. 204. Sehr oft ist die Summe der gefundenen Theile eine solche Zahl, welche, wenn man mit ihr in die herzustellende Quantität dividiert, unbequeme, in der Praxis nicht zu benutzende Quotienten giebt. Sollen z. B. von obiger Mischung 332 ℔ hergestellt werden, so würde der Quotient von $^{332}/_{79} = 4\,^{16}/_{79}$ ℔ durchaus nicht zu benutzen sein. In einem solchen Falle schafft man sich eine bequemere Summe der Theile dadurch, dafs man noch einige Sorten verbindet, deren Differenzen-Summe aus ebensoviel Einheiten besteht, als der Summe der Theile fehlen, damit sie bequemer zur Benutzung werde. So findet man hier leicht, wenn man z. B. willkürlich mit 4 in 332 dividiert, dafs 83 ein bequemer Theiler sein würde, und um diesen zu erlangen, darf man nur noch 2 Qualitäten verbinden, deren Differenzen zusammen = 83 ÷ 79, also 4 betragen; z. B. 32 mit 28. Daraus geht zugleich hervor, dafs, wo mehr als 2 Sorten zu mischen sind, sehr verschiedene Mischungen vorgenommen werden können.

§. 205. Sobald für eine oder mehrere der gegebenen Sorten eine gewisse Quantität, die durchaus in die Mischung oder Mengung aufgenommen werden soll, gegeben ist, müssen sich natürlich die andern Qualitäten in Bezug auf die von ihnen zu nehmende Menge darnach richten.

Beispiele.

1) Man besitzt 5 Mk. 18karäthiges Gold; wieviel 12karäthiges mufs zugemischt werden, wenn 14karäthiges daraus entstehen soll?

	18	2	$1 = {}^1/_3$
14			oder
	12	4	$2 = {}^2/_3$

Da nun 5 Mk. à 18 Karath ($^1/_3$) in die Mischung aufgenommen werden sollen, so mufs das doppelte ($^2/_3$), also 10 Mk. à 12 Karath, dazu kommen.

Probe.

5 Mk.	à 18 Karath	= 90 Karath
10 „	„ 12 „	= 120 „
15 Mk.	enthalten also	210 Karath,
1 „	demnach	14 „ .

2) Wieviel Kupfer mufs zu 3 ℔ Silber à 875 Tausendtheilen fein genommen werden, damit Silber à 750 Tausendtheile fein daraus entstehe?

875	750		6 Theile Silber
750		oder	
0	125		1 Theil Kupfer

Hier stellen also 3 ℔ = $^6/_7$ der Masse vor, mithin ist $^1/_7 = ^1/_2$ ℔.

Probe.

3 ℔	à 875 Tsdth.	= 2625 Tsdth.
$^1/_2$ ℔	Kupfer	= 0 „
$3^1/_2$ ℔		= 2625 Tsdth.
1 „		= 750 „

§. 206. Man verlangt eine gewisse Menge von einer gewissen Qualität, und will dazu eine oder mehrere bestimmte Qualitäten und Quantitäten verwenden; wie mufs nun die Qualität der Beimischung beschaffen sein?

Beispiele.

1) Man braucht 10 Mk. 12löthigen Silbers; wieviel löthig mufs das Silber sein, welches, zu 4 Mk. 15löthigem beigemischt, die verlangte Qualität giebt?

Man braucht:	10 Mk.	12löthiges Silber enthaltend	120 Lth.
vorhanden sind:	4 „	15 „ „ „	60 „
Es fehlen also	6 Mk.,	welche enthalten müssen:	60 Lth.
	1 Mk.		10 Lth.

Zu den vorhandenen 4 Mk. 15löthigen Silbers müssen also 6 Mk. 10löthiges gemischt werden.

Probe.

4 Mk.	15löthiges enthalten	60 Lth.
6 „	10 „ „	60 „
10 Mk.	enthalten	120 Lth.
1 Mk.	also . . .	12 Lth.

2) Wie theuer mufs eine Waare sein, welche, folgenden Sorten beigemischt, das Ganze auf 200 ℔ à 12 gr. bringt? Man hat nämlich:

	50 ℔	à 24 gr.	=	1200 gr.
	30 „	„ 17 „	=	510 „
	40 „	„ 10 „	=	400 „
	10 „	„ 4 „	=	40 „
zusammen	130 ℔,	betragend	=	2150 gr.
man braucht	200 „	à 12 gr.	=	2400 „
Es fehlen daher	70 ℔	für . . .		250 gr.

Ein fehlendes Pfund kostet also $3\frac{4}{7}$ gr.

3) Ein Goldarbeiter braucht 5 Mk. 18karäthiges Gold. Er besitzt 6 Lth. feines, 8 Lth. 21karäthiges, 10 Lth. 20karäthiges, die er sämtlich in die Mischung aufnimmt; wieviel 17 und 14karäthiges mufs er zumischen, bis die obige Quantität und Qualität daraus entsteht?

6 Lth.	à 24 Karath	=	144 Karath
8 „	„ 21 „	=	168 „
10 „	„ 20 „	=	200 „
24 Lth.	enthalten also		512 Karath.

Es werden verlangt 5 Mk. oder 80 Lth. à 18 Karath;

	80 Lth.	enthalten	1440 Karath
obige	24 „	„	512 „
mithin fehlen	56 Lth.,	welche	928 Karath enthalten müssen,
	1 Lth.	also =	$16\frac{4}{7}$ Karath.

Diese Sorte mufs aus 17 und 14 Kar. gemischt werden.

17		119	18	$\frac{6}{7} \times 56 = 48$ Lth.
$16\frac{4}{7}$	oder	116	oder	
14		98	3	$\frac{1}{7} \times 56 = 8$ „
				$\frac{7}{7}$ 56 Lth.

Probe.

24 Lth.	wie oben	=	512 Karath
48 „	à 17 Kar.	=	816 „
8 „	„ 14 „	=	112 „
80 Lth.	enthalten .		1440 Karath
1 Lth.	also . . .		18 Karath.

§. 207. Eine besondere Erwähnung verdient noch die Herstellung einer gewissen Qualität Gold oder Silber mittelst Einschmelzung von Münzen, weil sie eine Berücksichtigung des Bruttogewichts und des Feingehalts erfordert, wie dies aus folgenden Beispielen hervorgehen wird.

Anm. Diesen Fall kann man vornehmen, wenn man sich mit der Münzrechnung vertraut gemacht haben wird.

1) Um $11^3/_4$ löthiges Silber zu gewinnen, sollen österreichische Species, von denen $8^1/_3$ Stück $13^1/_3$ Lth. feines Silber enthalten, mit braunschweigischen und ähnlichen $^1/_{12}$ Thlr. Stücken, von denen 70 Stück 7 Lth. enthalten, zusammengeschmolzen werden; in welchem Verhältnisse mufs dies geschehen?

	$13^1/_3$			160	57	3
$11^3/_4$		oder	141		oder	
	7			84	19	1

Es mufs also zu 3 Mk. Species 1 Mk. in $^1/_{12}$ Thlr. genommen werden. Jene 3 Mk. enthalten aber $8^1/_3 \times 3 = 25$ Stück, und eine Mark in $^1/_{12}$ Thlr. enthält 70 Stück; man mufs also auf 25 Stück Species, 70 Stück à $^1/_{12}$ Thlr., oder auf 5 Species 14 Stück à $^1/_{12}$ Thlr. nehmen.

Probe.

5 Species wiegen	$9^3/_5$ Lth.	und enthalten	8 Lth. Silber
14 St. à $^1/_{12}$ Thlr. „	$3^1/_5$ „	„ „	$1^2/_5$ „ „
	$12^4/_5$ Lth.	enthalten also	$9^2/_5$ Lth. Silber,

16 Lth. demnach: $(12^4/_5 : 16 = 9^2/_5 : x) = 11^3/_4$ Lth.

2) Wenn man, um $11^1/_2$ löth. Silber zu erhalten, spanische Piaster und österreichische 20 Kreuzerstücke zusammenschmelzen will, von denen erstere in $8^2/_3$ Stück $14^1/_3$ Lth. und letztere in $35^1/_6$ Stück $9^5/_{18}$ Lth. f. S. enthalten, in welchem Verhältnisse müssen sie der Stückzahl nach gemischt werden? $x = 2080 : 10761$.

Am Schlusse des §. 453 finden sich noch einige Beispiele für Mischungen, wie sie im Handel mit Spiritus vorkommen, auf welche wir hiermit verweisen.

§. 208. Uebungsaufgaben.

755) Wenn man 16 Berl. Scheffel Roggen à $1^1/_2$ Thlr. und 12 Berl. Scheffel Weizen à $2^1/_3$ Thlr. zusammenmengt, wie theuer kommt ein Scheffel dieser Mischung?

756) Von einer Waare werden gemischt: 60 ℔ à 15 kr., 60 ℔ à 23 kr. und 60 ℔ à 29 kr.; wie theuer ist 1 ℔ dieser Mischung?

757) Auf nachverzeichneten Plätzen stellte sich zu fast gleicher Zeit der Preis eines Wispels Weizen von 24 preufsischen Scheffeln in Thalern und Silbergroschen wie folgt: Amsterdam 64. 14.; Berlin 55. —.; Bremen 50. 7.; Breslau 46. 6.; Danzig 60. 28.; Halle 47. —.; Hamburg 49. 29.; Köln 46. —.; Königsberg 48. —.; Leipzig 53. —.; Magdeburg 46. —.; Stettin 55. —. Welcher Durchschnittspreis ergiebt sich daraus?

758) Man hat 60 ℔ einer Waare à 14 ß; wieviel Pfund à 8 ß sind dazu zu nehmen, damit das Pfund auf 12 ß zu stehen kommt?

759) Aus zwei Sorten einer Waare, à 16 gr. und à 30 gr., soll eine Mittelsorte à 24 gr. gemacht werden; wieviel hat man von jeder Sorte zu nehmen?

760) 520 ℔ einer Waare à 40 xr. sind aus 2 Sorten à 50 xr. und à 24 xr. zu mischen. Wie mufs die Mischung erfolgen?

761) Vier Sorten à 16, 18, 20 und 30 sgr. sind zu einer Mittelsorte à 19 sgr. zu mengen; wieviel Theile sind von jeder Sorte zu nehmen?

762) Man kauft 200 ℔ von einer Waare à $20\frac{1}{2}$ ₰ pr. Ctr., und von einer andern Sorte à 16 ₰ pr. Ctr. soviel, dafs der Centner im Durchschnitt auf 18 ₰ zu stehen kommt; wieviel hat man von der zweiten Sorte gekauft?

763) Aus 6 Sorten à 8, 12, 15, 18, 20 und 25 ngr. sind 420 ℔ à 16 ngr. herzustellen. Wie mufs die Mischung erfolgen?

764) Man hat 160 ℔ à 16 sgr. und mischt dazu 60 ℔ von einer geringern Sorte, so dafs die Mischung auf $14\frac{4}{11}$ sgr. pr. Pfund zu stehen kommt; was kostet das Pfund von der geringern Sorte?

765) Man kaufte von einer Waare 24 Stück für 384 f., in zwei Sorten A und B, zu 20 f. und 8 f. das Stück; wieviel Stück von jeder Sorte erhielt man?

766) Man hat 60 ℔ à 18 xr., 40 ℔ à 20 xr. und 10 ℔ à 30 xr.; wieviel Pfund à 12 xr. sind dazu zu setzen, damit das Pfund im Durchschnitte auf 16 xr. zu stehen kommt?

VII. Procentrechnung.

§. 209. Wenn es sich darum handelt, eine Zahl aufzustellen, welche als Mafsstab für arithmetische Verhältnisse möglichst grofse Bequemlichkeit in ihrer Benutzung mit allgemeinster Anwendbarkeit verbindet, so ist sicher keine mehr dazu geeignet als die Zahl 100, da alle übrigen Zahlen bequem als Theile oder als Producte derselben betrachtet werden können. Daher die Wichtigkeit dieser Zahl für das kaufmännische Rechnungswesen, in welchem bei weitem die Mehrzahl der Verhältnisse auf die Zahl 100 sich bezieht. Man sagt z. B. ich gewinne oder ich verliere fünf vom Hundert oder fünf pro Cent, mein Kapital trägt vier pro Cent (abgekürzt: pr. C., %), und nennt diese fünf und vier, den Procentfufs, Procentsatz, Zinsfufs u. s. w. Dieser Procentfufs, verbunden mit der Zahl 100,

wird nun als Maſsstab zur Bestimmung gewisser, im Handel und Wandel oft vorkommender Verhältnisse benutzt, und den Inbegriff sämtlicher hierher gehöriger Rechnungen nennt man die **Procentrechnung**. Sie findet ihre Anwendung bei Berechnung von Verlust und Gewinn, von Zinsen, Agio, Discont, Rabatt, Provision, Courtage, Assecuranzprämien, Tara, Gutgewicht u. s. w., und ihre genaue Kenntnis ist daher dem Kaufmann unentbehrlich.

§. 210. Die in der Procentrechnung zu behandelnden Hauptfragen haben zum Gegenstande:

1. Aufsuchung der von einem gegebenen Werthe nach Maſsgabe eines bestimmten Procentsatzes zu nehmenden Procente, ohne Berücksichtigung ihrer Einwirkung auf den Werth, auf den sie sich beziehen.

2. Aufsuchung eines nach einem gewissen Procentsatze veränderten Werthes, welche Veränderung entweder in einer Vermehrung oder in einer Verminderung des gegebenen Werthes bestehen kann.

3. Aufsuchung des Werthes, von welchem gewisse gegebene Procente gerechnet worden sind.

4. Aufsuchung des Procentfuſses oder Procentsatzes.

§. 211. Der Werth oder das Kapital, von welchem Procente gerechnet werden sollen, entspricht jedoch nicht immer vollkommen der Normalzahl **Hundert**. Hat man z. B. für fremde Rechnung eine Waare mit 60 *f.* eingekauft und berechnet man für diesen Einkauf eine Provision von 2 $\%_0$, so entsprechen jene 60 *f.* der Normalzahl 100, weil sie sowie diese ein **reiner** Werth sind. Wenn man dagegen sagt, eine Waare kostet mit **Inbegriff** von 10 $\%_0$ Unkosten $5\frac{1}{2}$ *ℛ*, so entsprechen diese $5\frac{1}{2}$ *ℛ* darum nicht dem Maſsstabe 100, weil die Unkosten ursprünglich **nicht** auf diese $5\frac{1}{2}$ *ℛ*, sondern auf einen kleinern Geldwerth gerechnet worden sind, welcher vorhanden war, ehe man diese 10 $\%_0$ Unkosten **hinzurechnete**. Diese $5\frac{1}{2}$ *ℛ* stellen daher **ein um die Procente vermehrtes Kapital** dar. — Endlich: Eine Waare ist, **nach Abzug** von 2 $\%_0$ für baare Zahlung, mit 4 *f.* 30 *xr.* bezahlt worden. Auch in diesem Falle entsprechen 4 *f.* 30 *xr.* dem Maſsstabe 100 **nicht**, weil jene 2 $\%_0$ auf einen Werth berechnet sind, der vorhanden war, **ehe** diese 2 $\%_0$ **abgerechnet** worden sind. Jene 4 *f.* 30 *xr.* sind daher **ein um die Procente vermindertes Kapital**. Es fragt sich also stets, ob der gegebene oder der zu suchende Werth ein **reiner**, oder ein **vermehrter**, oder ein **verminderter** Werth ist.

§. 212. Diese dreifache Beschaffenheit des gegebenen oder des aufzusuchenden Werthes bedingt daher auch dreierlei Procentsätze,

die man Procente vom Hundert, Procente auf Hundert und Procente im Hundert nennt. Nehmen wir z. B. die Zahl 3 als Procentsatz an, so giebt

bei Procenten vom Hundert: 100 = 3;
bei Procenten auf Hundert: 103 = 3;
bei Procenten im Hundert: 97 = 3.

Streng genommen und schon dem Wortlaute nach, sollte man nur von einer Art des Procentsatzes, von Procenten vom Hundert (vgl. auch §. 235), sprechen. Es erscheint daher nicht unpassend, die Procente vom Hundert als reine oder eigentliche, die Procente auf und im Hundert als unreine oder uneigentliche Procente zu bezeichnen.

Welcher von diesen drei Procentsätzen in einem gegebenen Falle anzuwenden ist, läfst sich lediglich aus der Beschaffenheit des gegebenen Werthes oder aus den Bedingungen erkennen, unter denen die Berechnung erfolgen soll.

§. 213. Keine der oben bezeichneten Fragen wird man aber mit klarem Bewufstsein lösen können, wenn es an dem Verständnisse des Falles fehlt, auf welchen sie sich bezieht. Wir schicken daher eine Erklärung der gebräuchlichsten Bezeichnungen voraus, unter denen Procente vorzukommen pflegen; Andeutungen über die Beschaffenheit der Werthe, die zur Lösung der einen oder der andern jener vier Fragen gegeben sein können, verbinden wir mit der Behandlung dieser Fragen selbst.

Provision oder Commission ist die Vergütung, welche ein Commissionär oder derjenige für sich in Anspruch nimmt, welcher im Auftrage und für Rechnung eines andern (Committenten) Geschäfte besorgt.

Delcredere ist die Gebühr, welche ein Commissionär seinem Committenten anrechnet, wenn er diesem für den richtigen Eingang von Geldern haftet, auf welche derselbe aus Geschäften, die vom Commissionär für ihn besorgt worden sind, einen Rechtsanspruch hat.

Ausnahmsweise wird Delcredere auch berechnet für Forderungen des Commissionärs an den Committenten, so z B. in Neapel beim Einkaufe von Olivenöl, in Rufsland für das Handgeld, welches der Commissionär bei Käufen von Landesprodukten auf Lieferung an den Lieferanten zu zahlen hat.

Courtage, Sensarie oder Maklerlohn ist die Gebühr des Maklers für die von ihm bewirkte Vermittelung von Geschäften. (Sie wird jedoch nicht immer nach Procenten berechnet. Vgl. §. 239.)

Prämie oder Assecuranzprämie ist die Belohnung des Assecuradörs oder Versicherers für die Uebernahme einer gewissen Gefahr.

Dividende (= das was zu vertheilen ist) bezeichnet denjenigen Betrag des reinen Gewinns aus irgend einer industriellen Unterneh-

mung, welcher unter die Theilnehmer an derselben zur Vertheilung kommt, oder das was unter die Gläubiger eines zahlungsunfähig gewordenen Schuldners zu vertheilen ist.

Tantième bezeichnet den Antheil am Ertrage eines Geschäftsbetriebes, welcher gewissen bei demselben mitwirkenden Personen gewährt wird.

Die Ausdrücke Rabatt, Zinsen und Discont finden ihre Erklärung weiter unten; auch Gewinn und Verlust, welche häufig nach Procenten berechnet werden, sind in den §§. 244—248 abgesondert behandelt.

Agio bezeichnet den Gewinn, Disagio den Verlust, den man beim Verwechseln einer Geldsorte gegen eine andere erleidet.

Tara, d. i. das Gewicht des zur Verpackung einer Waare verwendeten Materials, wird häufig nach Procenten berechnet. Hierüber aber, sowie über einige andere ebenfalls oft in Procenten ausgedrückte Abzüge am Gewichte oder Maſse einer Waare ist Kap. XVII zu vergleichen.

A) Anwendung der Procente bei Berechnung von Provision, Courtage u. s. w. mit Ausschluſs von Gewinn und Verlust, Rabatt, Zinsen und Discont.

1. Aufsuchung der Procente.

§. 214. Zur Aufsuchung der Procente kann nach §. 212 entweder ein reiner oder ein vermehrter oder ein verminderter Werth gegeben sein.

a) Der reine Werth ist gegeben.
(Procente vom Hundert.)

§. 215. Ein reiner Werth ist vorhanden in dem Betrage einer eingekauften oder in dem Ertrage einer verkauften Waare, in dem Werthe eines zu versichernden Gegenstandes, in dem Betrage, von welchem eine Dividende oder eine Tantième gewährt oder von welchem der nach dem Werthe zu erhebende Zoll (Werthzoll) bezahlt werden soll, in dem Bruttogewicht einer Waare, d. h. in dem, was eine Waare mit ihrer Verpackung wiegt, u. s. w. Z. B.

Wieviel beträgt: *a)* die von einem auf 1964 *f.* sich belaufenden Einkaufe zu berechnende (Einkaufs-) Provision à 2 %, und wieviel beträgt *b)* die (Verkaufs-) Provision à 3 % von einem Verkaufe, dessen Ertrag 1632 *ℳ.* ist.

Der Betrag 1964 *f.* schlieſst die Provision noch nicht ein, von dem Ertrage 1632 *ℳ.* ist sie noch nicht abgerechnet, wir haben es hier also mit unveränderten, reinen Werthen zu thun, daher Procente vom Hundert und die Lösung der Aufgabe durch folgende Ansätze:

a) $100\ f. : 1964\ f. = 2 : x$ *b)* $100\ ℳ. : 1632\ ℳ. = 3 : x$

$x = 39{,}28\ f.$ $x = 48{,}96\ ℳ.$

Aus diesen Ansätzen ergiebt sich bei Aufsuchung der Procente vom Hundert die einfache Regel: Man dividiert den gegebenen Werth durch 100 und multipliciert den Quotienten mit dem Procentsatze, oder man multipliciert den gegebenen Werth mit dem Procentsatze und dividiert das Product durch 100. — Enthält das Kapital, von welchem die Procente zu berechnen sind, neben der höchsten Sorte, noch eine oder mehrere niedere Sorten, so läſst man dieselben meistens unberücksichtigt, wenn sie die Hälfte einer Einheit der höchsten Sorte nicht erreichen; auſserdem nimmt man sie für voll. So sind für Berechnung von Procenten: 27 ℛ 13 *ngr.* = 27 ℛ; 27 ℛ 15 *ngr.* = 28 ℛ; 146 ℳ 6 β 6 ₰ = 146 ℳ; 146 ℳ 10 β 6 ₰ = 147 ℳ u. s. w. In England, und in Ländern, welche nach hunderttheiligen Münzen rechnen, so wie bei den §. 217 zu erwähnenden und bei groſsen Procentsätzen, findet jedoch meistens genaue Annahme des Kapitals statt. Ueberhaupt wird man, wo Genauigkeit erforderlich ist, am besten thun, die niedern Sorten in einen Decimalbruch der höchsten Sorte zu verwandeln. (Vgl. Beispiel 2*b*) und 3.) Alles dies gilt auch bei Berechnung der Procente auf und im Hundert.

In den nachfolgenden Uebungsaufgaben sind die Kapitalien genau gerechnet bei allen Procentsätzen, welche Theile des Grundkapitals sind; auſserdem nur, sobald der Procentsatz 3 oder gröſser ist.

Beispiele.

a) Wieviel beträgt: 1) die Einkaufsprovision von 978 ƒ. à 3 %; 2) die Verkaufsprovision von 1211 ℛ 12 *ngr.* à $4\frac{1}{2}$ %; 3) die Dividende von 863 ℳ 12 β à $3\frac{3}{5}$ %; 4) die Feuerassecuranz-Prämie von 2316 ƒ. österr. Währg. à $\frac{7}{16}$ %; 5) die Seeassecuranz-Prämie von 2916 £ à $4\frac{7}{8}$ %; 6) die Tara à $7\frac{1}{2}$ % auf ein Bruttogewicht von 1276 ℔?

1) 9,78 × 3
29,34 ƒ.
= 29 ƒ. 20 *xr.*

2*a*) 12,11 × $4\frac{1}{2}$
48,44 = 4 %
6,06 = $\frac{1}{2}$ %
54,50 ℛ = 54 ℛ 15 *ngr.*

2*b*) 12,114 × $\frac{9}{2}$
2) 6,057
× 9
54,513
= 54 ℛ 15 *ngr.* 4 ₰.

3) 8,6375 × $3\frac{3}{5}$
25,9125 = 3 %
5,1825 = $\frac{3}{5}$ % (§. 63. Beisp. 6.)
31,0950 ℳ (2 β).

4) 23,16 × $\frac{7}{16}$
× 7
162,12 = 7 %
16) 10,13 = $\frac{7}{16}$ %
= 10 ƒ. 13 Nkr.

oder 23,16 = 1 %
12,58 = $\frac{8}{16}$ %
÷ 1,45 = $\frac{1}{16}$ %
10,13 = $\frac{7}{16}$ %

5) 29,16 × $4\frac{7}{8}$ (= 5 ÷ $\frac{1}{8}$)
× 5
145,80 = 5 %
÷ 3,65 = $\frac{1}{8}$ %
142,15 £ = $4\frac{7}{8}$ %

6) 12,76 × $7\frac{1}{2}$
63,80 = 5 %
31,90 = $2\frac{1}{2}$ %
95,70 ℔ = 96 ℔.

b) Wie hoch belaufen sich die mit dem Einkaufe verbundenen Spesen: 1) à 3 % von 650 *ß*; 2) à 6 % von 833 *ß* 10 *ngr.*; 3) à 7 % von 62 *f.* 30 *xr.*?

1) $650 = 6\frac{1}{2} \times 100$ also $6\frac{1}{2} \times 3 = 19\frac{1}{2}$ *ß*.

2) $833\frac{1}{3} = 8\frac{1}{3} \times 100$ also $8\frac{1}{3} \times 6 = 50$ *ß*.

3) $62\frac{1}{2} = \frac{5}{8} \times 100$ also $\frac{5}{8} \times 7 = 4\frac{3}{8}$ *f.*

Die in den letzten Aufgaben vorkommenden Kapitalien bilden entweder Vielfache oder Theile des Kapitals 100; der Procentsatz war also soviel mal zu nehmen, als das gegebene Kapital so grofs ist als 100.

Anm. Bei Rechnungen mit hunderttheiligen Münzen betragen die Procente vom Hundert von jeder Einheit einer solchen Münzsorte ebenso viel Hunderttheile, als der Procentfufs Einheiten zählt. So sind z. B. 5 % von 1 *Fr.* = 5 Cent, von 1 Rub. = 5 *Kop.*, von 1 Doll. = 5 Cents; 3 % von 1 *f.* österr. Währung = 3 Nkr. u. s. w. Da, wo 1 *ß* = 300 ₰, betragen die Procente von 1 *ß* ebensoviel mal 3 ₰, als der Procentfufs Einheiten hat; z. B. von 1 *ß* à 4 % = 4 × 3 ₰ = 12 ₰, à 3 % = 3 × 3 ₰ = 9 ₰ u. s. w. Die Berechnung von Procenten kleiner Werthe läfst sich auf diese Weise vereinfachen.

§. 216. Uebungsaufgaben.

767) Wieviel beträgt die Einkaufsprovision à 3 % von 316 *ß*? 768) W. v. beträgt das Delcredere à 4 % auf 648 *f.* österr. Währung? 769) Einkauf 1216 *ℳ* 10 *β*, Spesen darauf $4\frac{1}{2}$ %, w. v. betragen sie? 770) W. v. beträgt die Assecuranzprämie à $5\frac{3}{4}$ % auf 978 *f.* 36 *xr.*? 771) Die Dividende einer Concursmasse beträgt $5\frac{5}{7}$ %; wieviel ist auf eine Forderung von 3120 *ß* 10 *ngr.* zu erheben? 772) W. v. beträgt die Courtage von 1926 *ℳ* à $\frac{5}{6}$ %? 773) Desgl. auf 938 *Fr.* à $\frac{1}{8}$ %? 774) W. v. beträgt der Zoll auf 74 *SR.* à 2 %? 775) Verkauf 94 *f.* holl., Spesen darauf 4 %; wieviel betragen dieselben? 776) W. v. beträgt die Einkaufsprovision von 26 *ß* 18 *ngr.* à 3 %? 777) Desgl. von 84 *ß* à $4\frac{1}{2}$ %? 778) Wieviel beträgt der Zoll von 978 £ 5 *s.* à $3\frac{3}{4}$ %? 779) Desgl. auf 837 *Fr.* 50 *c.* à 3 %? 780) Desgl. auf 308 *ß* 24 *gl.* à $\frac{2}{3}$ %? 781) Desgl. auf 56 $ 2 *r.* in Havana à 9 %?

§. 217. Manche Procentsätze bilden einen bequemen Theil aus dem Grundwerthe 100; dann sind die von einem gegebenen Werthe zu berechnenden Procente demselben Theile dieses Werthes gleich, den der Procentfufs aus 100 bildet. Diese Procentsätze sind meistens gemischte Zahlen, und lassen sich deshalb zum Theil aus der §. 65 gegebenen Tabelle der Bruchtheile aus 100 erkennen, doch sollen die gebräuchlicheren hier besonders aufgeführt werden.

$\frac{1}{2}\% = \frac{1}{200}$, $\frac{1}{3}\% = \frac{1}{300}$, $\frac{5}{6}\% = \frac{1}{120}$, $1\frac{1}{4}\% = \frac{1}{80}$, $1\frac{1}{3}\% = \frac{1}{75}$, $1\frac{2}{3}\% = \frac{1}{60}$, $2\frac{1}{2}\% = \frac{1}{40}$, $3\frac{1}{3}\% = \frac{1}{30}$, $3\frac{1}{8}\% = \frac{1}{32}$, $4\% = \frac{1}{25}$, $4\frac{1}{6}\% = \frac{1}{24}$, $5\% = \frac{1}{20}$, $6\frac{1}{4}\% = \frac{1}{16}$, $6\frac{2}{3}\% = \frac{1}{15}$, $8\frac{1}{3}\% = \frac{1}{12}$, $10\% = \frac{1}{10}$, $11\frac{1}{9}\% = \frac{1}{9}$, $12\frac{1}{2}\% = \frac{1}{8}$, $16\frac{2}{3}\% = \frac{1}{6}$, $18\frac{3}{4}\% = \frac{3}{16}$, $20\% = \frac{1}{5}$, $25\% = \frac{1}{4}$, $33\frac{1}{3}\% = \frac{1}{3}$, $37\frac{1}{2}\% = \frac{3}{8}$, $62\frac{1}{2}\% = \frac{5}{8}$ u. s. w. aus dem Normal- oder Grundwerthe 100.

Beispiele.

1) Wieviel betragen die Spesen à $4\frac{1}{6}\%$ auf einen Einkauf von 928 *f.*? 2) Wieviel beträgt die Dividende à $16\frac{2}{3}\%$ auf eine Forderung von 1215 *ℛβ* 18 *ngr.*? 3) Wieviel Zoll à $18\frac{3}{4}\%$ ist zu erheben auf 217 *$* 60 *c.*? 4) Wie grofs ist die Dividende à $37\frac{1}{2}\%$ bei einer Concursmasse von 8306 *£* 12 *s.* 6 *d.*?

1) 24 in 928 *f.* = $38\frac{2}{3}$ *f.*

2) 6 in 1215 *ℛβ* 18 *ngr.* = 202 *ℛβ* 18 *ngr.*

3) 16 in 217 *$* 60 *c.*
= 13 *$* 60 *c.* ×3
40 *$* 80 *c.*

4) 8 in 8306 *£* 12 *s.* 6 *d.*
= 1038 *£* 6 *s.* $6\frac{3}{4}$ *d.* ×3
3114 *£* 19 *s.* $8\frac{1}{4}$ *d.*

Erkl. Da $4\frac{1}{6} = \frac{1}{24}$ und $16\frac{2}{3} = \frac{1}{6}$ aus 100, so wurde in 1) der 24., in 2) der 6. Theil aus dem betreffenden Kapitale gesucht; in 3) mufste, da $18\frac{3}{4} = \frac{3}{16}$ aus 100, der 16. Theil 3 mal, in 4), da $37\frac{1}{2} = \frac{3}{8}$ aus 100, der 8. Theil 3 mal genommen werden.

§. 218. Uebungsaufgaben.

782) Wieviel beträgt die Dividende à $6\frac{1}{4}\%$ von 438 *ℛβ*? 783) Desgl. à $8\frac{1}{3}\%$ von 1313 *f.*? 784) W. v. beträgt der Zoll von 928 *R°* 72 *Kop.* à $12\frac{1}{2}\%$? 785) W. v. beträgt die Tara von 1361 *K°* à $16\frac{2}{3}\%$? 786) W. v. betragen die Spesen à $3\frac{1}{3}\%$ auf einen Einkauf von 734 *R°*? 787) W. v. beträgt die Commission für einen Einkauf oder Verkauf von 965 *ℛβ* à $2\frac{1}{2}\%$? 788) Wieviel erhält ein Gläubiger für seine Forderung von 1204 *f.* 26 *xr.*, wenn die Dividende $62\frac{1}{2}\%$ beträgt? 789) Desgl. für eine Forderung von 936 *$*, bei einer Dividende von $31\frac{1}{4}\%$? 790) Wieviel beträgt das Delcredere à $1\frac{1}{4}\%$ auf 369 *£* 13 *s.* 6 *d.*?

§. 219. In Frankreich giebt man bisweilen, besonders bei Zinsen, nicht den Procentfufs, sondern den Theil an, den derselbe aus 100 bildet, und bezeichnet diesen Theil durch das Wort *denier* (Pfennig). Daher ist dort z. B. *au denier* 25 = 4 %, *au denier* 20 = 5 %, *au denier* 15 = $6\frac{2}{3}\%$ u. s. w.

In England bedient man sich, statt der Bezeichnung nach Procenten, oft des Ausdruckes: So und soviel Schillinge im Pfund; z. B. 4 *s.* oder 3 *s.* 4 *d.* im Pfund (Sterling). Da 4 *s.* = $\frac{1}{5}$ *£* und

3 *s.* 4 *d.* = $^1/_6$ £, so bedeutet dies $^1/_5$ und $^1/_6$ des Kapitals, also 20 % und 16$^2/_3$ %. — Eine ähnliche Ausdrucksweise findet sich auch in Nordamerika, wo man z. B. sagt 12 Cents im Dollar, d. i. 12 %.

Im allgemeinen trägt, wenn nichts anderes bestimmt ist, der Procentfufs dieselbe Benennung, welche die höchste Sorte des gegebenen Werthes hat; so sind von einem Werthe, in Thalern ausgedrückt, der Procentfufs und daher auch die berechneten Procente = Thalern u. s. w. Auch verstehen sich die Procente meistens in derselben Währung, in welcher das Kapital ausgedrückt ist. — Von ersterer Bestimmung weicht man jedoch in England ab, wo man die Procente für Pfund Sterling oft in Schillingen und Pence ausdrückt, z. B. 2 *s.* 6 *d.* pr. Ct. Durch Reduction dieser Schillinge u. s. w. in einen Bruch vom Pfunde erhält man die gewöhnliche Procentform, wie 2 *s.* 6 *d.* = $^1/_8$ £ = $^1/_8$ %. — In Hamburg rechnet man die Courtage vom Bancowerthe nach Procenten in Courant, d. h. so und soviel Mark Courant von 100 Mark Banco.

b) Der **vermehrte** Werth ist gegeben.

(Procente auf Hundert.)

§. 220. Ein vermehrter Werth ist vorhanden in dem Betrage eines Einkaufs mit Commission oder sonstigen Kosten (Spesen), dem sogenannten Facturabetrage; in dem Verkaufspreise einer Waare, welcher einen Gewinn einschliefst (§. 245); ferner in einem erst in der Wechselrechnung zu besprechenden Falle (vgl. Cap. XIV, 2 *c*.). Mit einem solchen Werthe kann nicht der Grundwerth 100 allein, sondern mufs der Grundwerth 100 *plus* dem Procentsatze verglichen werden, oder hier bringt nicht der Grundwerth 100, sondern der um den Procentsatz vermehrte Grundwerth den Procentsatz hervor. Z. B. *a*) Die Rechnung (Factur) eines Commissionärs über einen Einkauf mit 3 % Commission beträgt 1545 ₰, wieviel beträgt die Commission allein, oder *b*) eine Partie Waare kommt mit 6 % Spesen auf 1920 *f.* 72 *c.* zu stehen, wieviel betragen die Spesen allein?

a) $103 : 1545 = 3 : x$ *b*) $106 : 1920{,}72 = 6 : x$

$x = 45$ ₰. $x = 108{,}72$ *f.*

Zieht man in *a*) 45 ₰ von 1545 ₰, in *b*) 108,72 *f.* von 1920,72 *f.* ab, so erhält man die reinen Werthe 1500 ₰ und 1812 *f.*, von denen 3 % beziehentlich 6 % vom Hundert wiederum 45 ₰ beziehentlich 108,72 *f.* betragen.

§. 221. Alle Procentsätze, welche als Procentsätze vom Hundert einen bequemen Theil aus 100 geben, bilden auch einen solchen aus 100 + dem Procentsatze, wenn sie als Procente auf 100 benutzt werden. Man findet diesen Theil, wenn man zu dem Nenner des

Bruchtheils, den der Procentsatz vom Hundert bildet, den Zähler desselben Bruches addiert. So ist z. B. $6\frac{1}{4}\,\%$ vom Hundert $= \frac{1}{16}$, auf Hundert $= \frac{1}{16+1} = \frac{1}{17}$; $8\frac{1}{3}\,\%$ vom Hundert $= \frac{1}{12}$, auf Hundert $= \frac{1}{12+1} = \frac{1}{13}$; $37\frac{1}{2}\,\%$ vom Hundert $= \frac{3}{8}$, auf Hundert $= \frac{3}{8+3} = \frac{3}{11}$ u. s. w.

Beispiele.

1) Ein Einkauf beläuft sich mit $6\frac{1}{4}\,\%$ Spesen auf 916 ℳ︀; w. v. betragen die Spesen? 2) Eine Partie Waare kommt mit $18\frac{3}{4}\,\%$ Zoll auf 613 $ zu stehen; wie grofs ist der Zuschlag durch den Zoll?

1) 17 in 916 ℳ︀ $= 53$ ℳ︀ $26\frac{8}{17}$ ngr.

2) 613 $ × 3 = 1839 $; 19) 1839 $ = $96\frac{15}{19}$ $.

Erkl. Da $6\frac{1}{4} = \frac{1}{17}$ aus 100 + dem Procentsatze, so ist in 1) der 17. Theil aus dem gegebenen Kapitale genommen worden; da ferner $18\frac{3}{4}\,\% = \frac{3}{19}$ aus 100 + dem Procentsatze, so bilden $18\frac{3}{4}\,\%$ auch $\frac{3}{19}$ aus dem gegebenen Werthe, daher hat man den letztern mit $\frac{3}{19}$ zu multiplicieren.

§. 222. Uebungsaufgaben.

791) Wieviel beträgt die in 1846 ℳ︀ enthaltene Provision à 3 %? 792) Eine Waare in Auction gekauft beläuft sich mit Auctionskosten à 2 % auf 694 ƒ, w. v. betragen die letzteren? 793) Durch einen Gewinn von $8\frac{2}{3}\,\%$ hat sich ein Kapital auf 3846 ℳ︀ erhöht, w. v. beträgt diese Erhöhung? 794) Ein Einkauf beläuft sich mit $12\frac{1}{2}\,\%$ Spesen auf 396 ƒ. österr. Währg., w. v. betragen die Spesen? 795) Der Werth der jährlichen Einfuhr eines Artikels hat sich um 10 % erhöht und beträgt 237985 Fr.; wie grofs ist die Erhöhung? 796) Ein Einkauf hat sich durch $1\frac{1}{3}\,\%$ Courtage auf 2155 ℳ︀ 6 β erhöht, w. v. beträgt die Courtage?

c) Der **verminderte** Werth ist gegeben.

(Procente im Hundert.)

§. 223. Ein verminderter Werth ist vorhanden in dem Ertrage eines Verkaufes nach Abzug der Commission oder sonstiger Spesen, dem sogenannten Reinertrage; in dem Verkaufspreise einer Waare, welcher einen Verlust bringt (§. 245); in dem Nettogewicht einer Waare (Cap. XVII); endlich handelt es sich um einen solchen in einem erst in der Wechselrechnung zu besprechenden Falle. Einem solchen Werthe steht nicht das reine, sondern das um den Procentsatz verminderte Grundkapital gegenüber; nicht das Grundkapital 100, sondern 100 ÷ dem Procentsatz bringt den letztern hervor. Z. B.

1) Der Reinertrag eines Verkaufs nach Abzug von 3 % Spesen beläuft sich auf 582 ₰, wieviel betragen die Spesen? 2) Wieviel beträgt die à $3\frac{1}{2}$ % berechnete Tara, wenn das Nettogewicht 23932 ℔ ist?

97 : 582 = 3 : x — x = 18 ₰.

$96\frac{1}{2}$: 23932 = $3\frac{1}{2}$: x — x = 868 ℔.

Addiert man in 1) zu 582 ₰ die gefundenen 18 ₰, und in 2) zu 23932 ℔ die gefundenen 868 ℔, so hat man in 1) den Brutto- oder Roh-Ertrag von 600 ₰ und in 2) das Bruttogewicht von 24800 ℔, oder reine Werthe, von denen 3 %, beziehentlich $3\frac{1}{2}$ % vom Hundert wiederum 18 ₰, beziehentlich 868 ℔ geben.

§. 224. Alle Procentsätze, welche vom und auf Hundert einen bequemen Theil aus dem Kapitale bilden, können auf dieselbe Weise als Procente im Hundert benutzt werden. Man findet diesen Theil, wenn man von dem Nenner des Bruches, den sie vom Hundert bilden, den Zähler desselben Bruches abzieht. Ist z. B. $8\frac{1}{3}$ % = $\frac{1}{12}$ vom Hundert, so ist $8\frac{1}{3}$ % im Hundert = $\frac{1}{12-1}$ = $\frac{1}{11}$; $12\frac{1}{2}$ % = $\frac{1}{8}$ vom Hundert, ist im Hundert = $\frac{1}{8-1}$ = $\frac{1}{7}$; 25 % = $\frac{1}{4}$ vom Hundert, ist im Hundert = $\frac{1}{4-1}$ = $\frac{1}{3}$; $37\frac{1}{2}$ % = $\frac{3}{8}$ vom Hundert, ist im Hundert $\frac{3}{8-3}$ = $\frac{3}{5}$; u. s. w.

Beispiele.

1) Der Reinertrag eines Verkaufs nach Abzug von $6\frac{1}{4}$ % Spesen ist 1601 ₰ $7\frac{1}{2}$ sgr.; w. v. betragen die Spesen? 2) Ein Gläubiger erhielt aus einer Concursmasse, welche $37\frac{1}{2}$ % Dividende lieferte, 1104 ℳ; w. v. verlor er an seiner Forderung?

1) 15 in 1601 ₰ $7\frac{1}{2}$ sgr.
= 106 ₰ $22\frac{1}{2}$ sgr.

2) 1104 ℳ ×3
3312 ℳ
5) 662 ℳ 6 ß.

Erkl. Da $6\frac{1}{4}$ % = $\frac{1}{15}$, $37\frac{1}{2}$ % = $\frac{3}{5}$ aus dem Grundwerthe (100 ÷ %), so wurden, um die zu berechnenden Procente zu finden, aus den gegebenen Kapitalien in 1) der 15. Theil und in 2) der 5. Theil 3 mal genommen.

§. 225. Uebungsaufgaben.

797) Nach Abzug von $1\frac{1}{2}$ % Provision brachte ein Verkauf 5155 ₰ 22 ngr. 5 ₰; w. v. betrug die Provision? 798) Nach Abrechnung von $2\frac{3}{8}$ % für Provision und Courtage schrieb man einem Committenten 15412 ℳ 12 ß gut; w. v. betrugen Provision und Courtage? 799) Durch einen Abzug von $2\frac{1}{2}$ % wegen geringer Qualität einer Waare verminderte sich deren Betrag auf 7018 ƒ; w. v. hatte man abgezogen? 800) Das Nettogewicht bei 3 % Tara ist $3346\frac{1}{2}$ ℔; w. v. Pfund beträgt die Tara? 801) Eine Partie Waare ist um $6\frac{1}{4}$ % eingetrocknet und wiegt nur noch 975 ℔; w. v. Pfund sind einge-

trocknet? 802) An einer Forderung sind $12\frac{1}{2}\%$ verloren gegangen und man erhält nur 1318 *R.* 66 *Kop.*; wie grofs ist der Verlust?

2. Veränderung eines gegebenen Werthes nach einem gegebenen Procentsatze.

§. 226. Der zur Veränderung gegebene Werth ist entweder ein reiner, dann kann er nach dem gegebenen Procentsatze sowohl vermehrt als vermindert werden, das eine wie das andere aber kann nur nach einem Procentsatze vom Hundert geschehen; oder ein vermehrter, dann kann die Veränderung nur in einer Zurückführung auf den ursprünglichen Werth, aber nur in einer Verminderung bestehen, und nur nach Procenten auf Hundert erfolgen; oder endlich ein verminderter, dann bezweckt die Veränderung ebenfalls Zurückführung auf den frühern Werth, welche jedoch nur in einer Vermehrung bestehen und nur nach Procenten im Hundert erfolgen kann.

a) Der reine Werth ist gegeben.

§. 227. *a*) Ein Einkauf beträgt 978 *ß*, *b*) ein Verkauf liefert einen Ertrag von 978 *ß*, wie grofs sind diese Beträge unter Berechnung von 3 % Spesen?

Die Spesen wirken beim Einkauf vermehrend, beim Verkauf vermindernd, daher hat man:

a) $100 : 978 = 103 : x$ — $x = 1007$ *ß* 10 *sgr.*

b) $100 : 978 = 97 : x$ — $x = 948$ *ß* 20 *sgr.*

Bei Vermehrung oder Verminderung nach Procenten vom Hundert kann man des Regeldetri-Ansatzes immer entbehren, daher hat man in obigem Beispiele:

a)
$$\begin{array}{rl} & 978 \\ + & 29{,}34 = 3\% \\ \hline & 1007{,}34 \text{ ß } (10 \text{ sgr.}) \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{rl} & 978 \\ \div & 29{,}34 = 3\% \\ \hline & 948{,}66 \text{ ß } (20 \text{ sgr.}) \end{array}$$

Ferner: Die Wechselspesen in einem bestimmten Falle betragen $1\frac{15}{16}\%$; wie hoch beläuft sich dann *a*) ein Einkauf von 1264 *ℛ* oder *b*) ein Verkauf von gleichem Betrage mit Berücksichtigung der Spesen?

a)
$$\begin{array}{rl} & 1264 \\ & \left(\begin{array}{l} 25{,}28 = 2\ \% \\ 0{,}79 = \frac{1}{16}\ \text{"} \end{array}\right) \\ + & 24{,}49 = 1\frac{15}{16}\% \\ \hline & 1288{,}49 \text{ ℛ } (8\ ß) \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{rl} & 1264 \\ 2\% = & 25{,}28 \\ \div \frac{1}{16}\text{"} = & 0{,}79 \\ \hline & 24{,}49 \\ \hline & 1239{,}51 \text{ ℛ } (8\ ß) \end{array}$$

Gehört der Procentfufs unter die §. 217 angeführten Procentsätze, welche einen bequemen Theil vom Grundwerthe bilden, so hat

man nur denselben Theil vom gegebenen Werthe zu nehmen, um ihn, je nach der Aufgabe, entweder zu addieren oder zu subtrahieren.

Z. B. 1) Wieviel beträgt ein Einkauf von 912 ß mit $2\frac{1}{2}$ % Provision? 2) Auf welchen Betrag erhöht sich die Ankaufssumme von 368 ₰, wenn die Kosten $18\frac{3}{4}$ % betragen? 3) Wie grofs wird der Ertrag eines Verkaufs, der sich auf 85 ƒ. beläuft, durch Berechnung von $3\frac{1}{3}$ % Spesen? 4) Wie grofs ist bei $13\frac{1}{3}$ % Tara das Nettogewicht einer Waare, welche 3900 ℔ brutto wiegt?

1)	912 ß	2)	368 ₰
+ $\frac{1}{40}$ aus 912 =	22,8 „	+ $\frac{3}{16}$ aus 368 =	69 „
	934,8 ß		437 ₰
3)	85 ƒ.	4)	3900 ℔ brutto
÷ $\frac{1}{30}$ aus 85 =	2 „ 50 xr.	÷ $\frac{2}{15}$ aus 3900 =	520 „ Tara
	82 ƒ. 10 xr.		3380 ℔ netto.

§. 228. Uebungsaufgaben.

803) Wie hoch beläuft sich *a*) ein Einkauf, *b*) ein Verkauf, im Betrage von 1248 ß, unter Berechnung von 3 % Provision? 804) Auf welchen Betrag *a*) erhöht sich, *b*) vermindert sich die Summe von 956 ƒ. durch 2 % Spesen? 805) Wie grofs werden 875 ß 16 ngr. *a*) durch einen Gewinn, *b*) durch einen Verlust von 5 %? 806) Auf welchen Betrag *a*) erhöhen sich, *b*) vermindern sich 1104 ₰, bei Berechnung von $4\frac{1}{2}$ % Commission? 807) Wie grofs wird *a*) ein Einkauf, *b*) ein Verkauf, im Betrage von 948 Fr., durch Berechnung von $\frac{3}{4}$ % Courtage? 808) Wie grofs wird ein Zollbetrag von 364 £ *a*) durch einen Zuschlag, *b*) durch einen Nachlafs von $7\frac{1}{2}$ %? 809) Wieviel erhält man statt 735 ß bei einem Nachlafs von $8\frac{1}{3}$ %? 810) Wieviel schreibt ein Commissionär für einen Verkaufsertrag von 862 ₰ 14 β unter Berechnung von $6\frac{1}{4}$ % Spesen gut? 811) Wieviel Nettogewicht ergiebt ein Bruttogewicht von 1206 ℔ bei $3\frac{1}{3}$ % Tara? 812) Wenn man an einer Forderung von 645 ₰ einen Verlust von $66\frac{2}{3}$ % erleidet, wieviel erhält man?

b) Der vermehrte Werth ist gegeben.

§. 229. Hier kann die Veränderung nur Zurückführung auf den Werth sein, welchen der gegebene Betrag vor seiner Vermehrung hatte, also nur eine Verminderung. — Die Berechnung kann nur dann ohne Hilfe der Regeldetri gemacht werden, wenn der Procentsatz einen der in §. 221 erwähnten Theile aus dem Grundkapitale bildet.

Beispiele.

Durch die auf: *a*) 3 %, *b*) 6 %, *c*) $6\frac{1}{4}$ %, *d*) $18\frac{3}{4}$ % sich belaufenden Kosten hatten sich gewisse Einkaufsbeträge auf: *a*) 2054 ß,

b) 1920 *Fr.* 72 *c.*, *c*) 916 *f.* und *d*) 1909 £ 10 *s.* erhöht; wie grofs waren jene Beträge?

a) $103 : 2054 = 100 : x$ | *b*) $106 : 1920{,}72 = 100 : x$

$x = 1994$ ℛ 5 *ngr.* | $x = 1812$ *Fr.*

c)	916 *f.*	*d*)	1909 £ 10 *s.*
$\div \frac{1}{17}$ aus 916 =	$53\frac{15}{17}$ „	$\div \frac{3}{19}$ aus 1909. 10. =	301 „ 10 „
	$862\frac{2}{17}$ *f.*		1608 £ — *s.*

§. 230. Uebungsaufgaben.

813) Ein Einkauf beläuft sich mit $8\frac{2}{3}$ % Spesen auf 8983 ℳ 7 β, wie grofs ist er ohne die Spesen? 814) Eine Partie Waare kostet mit 3 % Provision 776 ℛ, wieviel ohne Provision? 815) Wie grofs war ein Betrag, ehe er durch Zuschlag von 5 % Kosten auf 1825 *f.* erhöht wurde? 816) Wie grofs war ein Vermögen, ehe es durch einen Gewinn von 10 % auf 396 ℛ erhöht wurde? 817) Der Werth der Einfuhr eines Artikels hat sich um $12\frac{1}{2}$ % vermehrt und beträgt 92700 *f.*, wie grofs war er vorher? 818) Der Zoll und der à 20 % berechnete Additional- (oder Zuschlags-) Zoll betragen 1725 $, w. v. beträgt der Zoll allein?

c) Der **verminderte** Werth ist gegeben.

§. 231. Durch die mit dem gegebenen Werthe vorzunehmende Veränderung soll derselbe auf die Gröfse zurückgeführt werden, die er vor seiner Verminderung hatte, es kann also hier nur von einer Vermehrung die Rede sein. — Auch hier kann man des Regeldetri-Satzes nur dann entbehren, wenn der Procentfufs unter die §. 224 erwähnten Procentsätze gehört.

Beispiele.

a) Ein Verkauf gab nach Abzug von 3 % Spesen einen Reinertrag von 582 ℛ, wie grofs war der Rohertrag? *b*) Wie grofs ist das Bruttogewicht einer Waare, deren Nettogewicht bei $6\frac{1}{4}$ % Tara, $1601\frac{1}{4}$ *K°* beträgt?

a) $97 : 582 = 100 : x$

$x = 600$ ℛ.

b)		$1601\frac{1}{4}$ *K°*
	$+ \frac{1}{15}$ aus $1601\frac{1}{4}$ =	$106\frac{3}{4}$ „
		1708 *K°*

§. 232. Uebungsaufgaben.

819) Ein Verkauf lieferte bei 4 % Kosten einen Reinertrag von 1408 ℛ; wie grofs war der Rohertrag? 820) Nettogewicht 2664 *K°*, Tara $3\frac{1}{2}$ %; wie grofs ist das Bruttogewicht? 821) Nach Abzug von $1\frac{1}{2}$ % für Nachlafs am Preise einer Waare erhielt man 3110 $ 88 *c.*; wieviel hatte man eigentlich zu erhalten? 822) Ein Commissionär

zahlt seinem Committenten nach Abzug von 3 $\%_0$ für Commission und Delcredere 35649 ℳ 7 β; von welchem Betrage ist beides gerechnet? 823) Wegen Vergütung von 1 $\%_0$ Courtage ertrug ein Verkauf nur 3034 *Fr.* 60 *c.*, wieviel ertrug er wirklich? 824) Man verlor 10 $\%_0$ und erhielt nur 729 ℛβ; wieviel hatte man zu erhalten?

3. Aufsuchung des Werthes, auf welchen sich gewisse gegebene Procente beziehen.

§. 233. Neben den Procenten mufs in diesem Falle auch der Procentsatz gegeben sein, nach welchem die Berechnung der Procente erfolgt ist, und dann ist die Frage zu beantworten: Wenn der Procentsatz das ihm entsprechende Grundkapital (100 oder 100 + $\%_0$, oder 100 ÷ $\%_0$) erfordert, welchen Werth erfordern die gegebenen Procente?

Beispiele.

1) Mit welchem Betrage hat ein Commissionär die à 6 $\%_0$ von ihm mit 75 ℛβ berechneten Einkaufsspesen verdient?

Der hier zu suchende Werth ist ein reiner, der Procentsatz 6 ist also ein Procentsatz vom Hundert, daher:

$$6 : 75 = 100 : x$$
$$x = 1250 \text{ ℛβ}.$$

2) Wie hoch beläuft sich ein Einkauf mit 3 $\%_0$ Spesen, wenn diese 78 *f.* betragen?

Der hier zu suchende Werth ist ein vermehrter, der Procentsatz 3 ist also ein Procentsatz auf Hundert, daher:

$$3 : 78 = 103 : x$$
$$x = 2678 \text{ f.}$$

3) Wie grofs ist der Reinertrag eines Verkaufs, wenn die à $3\frac{1}{2}$ $\%_0$ berechneten Verkaufsspesen 8 *Fr.* 68 *c.* betragen?

Zu suchen ist ein verminderter Werth, der Procentsatz $3\frac{1}{2}$ ist also ein Procentsatz im Hundert, daher:

$$3\tfrac{1}{2} : 8{,}68 = 96\tfrac{1}{2} : x$$
$$x = 239{,}32 \text{ Fr.}$$

Anm. Da in diesem Falle das dritte Glied des Regeldetri-Satzes stets durch die Zahl 100 (oder 100 + $\%_0$, oder 100 — $\%_0$) gebildet wird, so läfst sich die Ausrechnung auch ohne Ansatz nach dem Schlusse machen: Soviel mal als der Procentsatz in den gegebenen Procenten enthalten ist, soviel mal ist die Zahl 100 (oder 100 + $\%_0$, oder 100 — $\%_0$) zu nehmen. Hier also bei 1): 6 in 75 = $12\frac{1}{2}$; $12\frac{1}{2} \times 100 = 1250$.

4) Ein Verlust belief sich *a*) zu $4\frac{1}{6}$ $\%_0$ auf 38 *f.* 40 *xr.*, *b*) zu $37\frac{1}{2}$ $\%_0$ auf 305 £ 9 *s.* $8\frac{1}{4}$ *d.*, wie grofs waren die Beträge, an denen der Verlust gemacht wurde? (Procente vom Hundert.)

$a)\ \dfrac{38^2/_3\ f.\times 24}{928\ f.}$ $b)\ \dfrac{305\ £\ \ 9\ s.\ 8^1/_4\ d.}{814\ £\ 12\ s.\ 6\ d.}\times{}^8/_3$

Da in *a)* der Procentsatz $4^1/_6$ % = $^1/_{24}$ des Kapitals 100 ist, so müssen auch $38^2/_3$ *f.* den 24. Theil des gesuchten Kapitals bilden; das Kapital selbst ist demnach $38^2/_3$ *f.* × 24 = 928 *f.* — Wäre in *b)* der Procentsatz = $^1/_8$ des Grundkapitals, so würden die Procente, mit 8 multipliciert, das gesuchte Kapital geben; da er aber drei Achtel des Kapitals bildet, so hat man nur den dritten Theil des durch Multiplication mit 8 gefundenen Products nöthig; letzteres ist also noch durch 3 zu dividieren.

Es wird nun nicht schwer fallen, die folgenden Beispiele mit Procenten auf und im Hundert auch ohne weitere Erläuterung zu verstehen.

5) Wieviel beträgt ein Einkauf *a)* mit $6^1/_4$ %, *b)* mit $37^1/_2$ % Spesen, wenn diese sich zu *a)* auf 53 *ß* 4 *gt.*, zu *b)* auf 525 *$* 15 *c.* belaufen? (Procente auf Hundert.)

$a)\ \dfrac{53\ ß\ \ 4\ gt.\times 17}{901\ ß\ 68\ gt.}$ $b)\ \dfrac{525\ \$\ 15\ c.}{1925\ \$\ 55\ c.}\times{}^{11}/_3$

6) *a)* Die Verkaufsprovision à $2^1/_2$ % beträgt 138 *ß*, *b)* die Verkaufsspesen à $13^1/_3$ % betragen 37 *R.* 50 *Kop.*; wie grofs ist der Reinertrag? (Procente im Hundert.)

$a)\ \dfrac{138\ ß\times 8}{1104\ ß.}$ $b)\ \dfrac{37^1/_2\ R.}{233^3/_4\ R.}\times{}^{13}/_2$

§. 234. Uebungsaufgaben.

Mit welchen Beträgen sind verdient worden: 825) 26 *ß* Provision à 4 %; 826) 9 *ß* 15 *ngr.* Delcredere à 3 %; 827) 55 *ß* 13 *ß* Assecuranzprämie à $4^1/_2$ %? 828) Von welchem Betrage erhob man 55 *$* 20 *c.* Zoll à $5^3/_4$ %? 829) Mit welchem Betrage verdiente ein Makler 1 *Fr.* 17 *c.* Courtage à $^1/_8$ %? 830) Von welchem Bruttogewicht wurden $116^1/_8$ *Ø* Tara à $12^1/_2$ % gerechnet? 831) An welchem Kapitale hatte man einen Verlust von $62^1/_2$ % mit 451 *f.* 40 *xr.* erlitten? 832) Wenn beim Einkaufe die Spesen à $8^2/_3$ % sich auf 681 *ß* 12 *ß.* belaufen, wieviel hat man einschliefslich der Spesen ausgegeben? 833) Wieviel beträgt die Factur eines Commissionärs, mit 3 % Provision, wenn die letztere 61 *ß* 15 *ngr.* beträgt? 834) Der à 6 % berechnete Gewinn an einem Verkaufe beträgt 97 *f.* 48 *xr.*; wieviel hat der Verkauf eingebracht? 835) Von welchem Betrage sind 24 % Agio auf Hundert mit 30 *ß* 8 *ß* berechnet worden? 836) Die Mehreinfuhr von einer Waare beträgt 160500 *Ø* und berechnet sich auf $37^1/_2$ %; wieviel ist überhaupt eingeführt worden? 837) Wie grofs ist der Reinertrag, wenn die à $1^1/_2$ % berechnete Provision 78 *ß* 15 *ngr.* beträgt? 838) Von welchem Betrage ist die à $^1/_8$ % im Hundert berechnete Bankprovision mit 11 *f.* 15 Nkr. genommen? 839) Wie grofs ist das Nettogewicht, wenn die à 6 % berechnete Tara 381,15 *K?*

beträgt? 840) Der à $8\frac{1}{3}$ % gewährte Nachlaſs an einer Forderung beträgt 22 ₰ 18 *ngr.*, wieviel ist zu bezahlen?

4. Aufsuchung des Procentsatzes.

§. 235. Obgleich auch hier ein reines oder ein vermehrtes oder ein vermindertes Kapital gegeben sein kann, also ein Procentsatz entweder vom oder auf oder im Hundert aufzusuchen ist, so fällt doch die Aufsuchung der beiden letzten Arten des Procentsatzes mit der des Procentsatzes vom Hundert zusammen. Denn da ein Procentsatz vom Hundert nur dadurch zu einem Procentsatze auf Hundert oder im Hundert wird, daſs er sich auf einen nach demselben Procentsatze vermehrten oder verminderten Werth bezieht, so bleibt der Procentsatz überall derselbe, und nur die Beschaffenheit des Kapitals ist es, die den Unterschied bewirkt.

Ein Beispiel aus der angewandten Procentrechnung wird dies deutlicher machen.

Nehmen wir das Kapital 175 ₰ als den Betrag einer Waare an, die entweder eingekauft oder verkauft wird, und bei deren Einkauf oder Verkauf 4 % Spesen entstehen. Die Spesen sind in dem einen wie in dem andern Falle

$$100 : 175 = 4 : x = 7 \text{ ₰}.$$

Da 175 ein reines Kapital ist, so kann hier auch nur von Procenten vom Hundert die Rede sein.

Durch die Spesen erhalten wir beim Einkauf ein vermehrtes Kapital (175+7=182), beim Verkauf ein vermindertes Kapital (175 ∸ 7 = 168).

Fragen wir weiter: Wieviel betragen die in dem Gesamtbetrage von 182 ₰ enthaltenen Spesen à 4 %? so ist hier, da von einem vermehrten Kapitale die Rede ist, der Procentsatz auch ein solcher auf Hundert, und der Ansatz zur Ermittelung der Spesen:

$$104 : 182 = 4 : x = 7 \text{ ₰}.$$

Ferner: Wieviel betragen die à 4 % berechneten Verkaufsspesen, wenn sich der Reinertrag auf 168 ₰ beläuft? Hier kann 4 % nur ein Procentsatz im Hundert sein, da von einem verminderten Kapitale die Rede ist, und so hat man, um die Verkaufsspesen zu finden:

$$96 : 168 = 4 : x = 7 \text{ ₰}.$$

Hieraus geht hervor, daſs ein und derselbe Procentsatz überall dieselben Procente hervorbringt, und daſs nur die Beschaffenheit des Werthes die Eintheilung in Procentsätze vom, auf und im Hundert bedingt. (Vgl. §. 212.)

§. 236. Die Aufsuchung des Procentsatzes besteht daher auch, bei allen drei Arten von Procentsätzen, nur in Beantwortung der Frage: Wieviel giebt 100, wenn das gegebene Kapital die berechneten Procente giebt? Da nun 100 ein reiner Werth ist, so muſs, vor Bildung des Ansatzes bei Procenten auf Hundert, das Kapital von der in ihm enthaltenen Vermehrung durch Subtraction befreit werden, während demselben, bei Procenten im Hundert, die weggenommenen Procente wieder zugesetzt werden müssen.

Beispiele.

1) Wenn man auf 175 rß Einkauf oder Verkauf 7 rß Spesen berechnet hat, wieviel Procent beträgt dies?

Das reine Kapital ist gegeben, also Procente vom Hundert.

$$175 : 100 = 7 : x$$
$$x = 4\,\%.$$

2) Wenn in einem Facturabetrage von 182 rß für Spesen 7 rß eingebracht sind, wieviel Procent beträgt dies?

$$(182 \div 7) : 100 = 7 : x$$
$$x = 4\,\%.$$

Das vermehrte Kapital ist gegeben, also Procente auf Hundert. Man fragt daher: Wieviel geben 100, wenn (182 ÷ 7) 175 rß geben 7 rß?

3) Wenn 7 rß Spesen einen Reinertrag von 168 rß geben, wieviel Procent betragen dieselben?

Hier ist ein vermindertes Kapital gegeben, also Procente im Hundert.

$$(168 + 7) : 100 = 7 : x$$
$$x = 4\,\%.$$

§. 237. Oft sind jedoch die Procente nicht geradezu gegeben, sondern müssen erst aus den gegebenen Werthen gefunden werden, wie aus folgenden Beispielen zu ersehen ist.

1) Wenn statt 950 rß bezahlt werden *a*) 988 rß, *b*) 912 rß, wieviel Procent sind mehr oder weniger bezahlt worden?

Die Procente betragen in *a)* 988 ÷ 950, und in *b)* 950 ÷ 912, also in beiden Fällen 38 rß. — Der Ansatz ist für beide Fälle derselbe:

$$950 : 100 = 38 : x$$
$$x = 4\,\%.$$

2) Wenn man statt 3463 ℳ 1 ß nur 3186 ℳ 14 ß bezahlt, wieviel Procent auf Hundert beträgt der Abzug?

Der Abzug ist (3463. 1. ÷ 3186. 14.) = 276 ℳ 3 ß und der Ansatz nach §. 236 unter 2:

$$3186\tfrac{7}{8} : 100 = 276\tfrac{3}{16} : x$$
$$x = 8\tfrac{2}{3}\,\%.$$

3) Wieviel Procent im Hundert beträgt es, wenn statt 1875 ƒ. berechnet werden 2000 ƒ.?

Die, nach Bestimmung unserer Aufgabe, im Hundert erfolgte Vermehrung beträgt 2000 ÷ 1875 = 125 ƒ., und der Ansatz zur Auffindung des Procentfufses ist nach §. 236 unter 3:

$$2000 : 100 = 125 : x$$
$$x = 6\tfrac{1}{4}\,\%.$$

§. 238. Die Procentsätze **im** und **auf** Hundert finden am häufigsten Anwendung in der Wechselrechnung und in der Waarenrechnung, wie schon in §§. 220 und 223 erwähnt worden ist. Das was in den betreffenden Abschnitten über sie gesagt werden soll, wird zum vollen Verständnis ihres Wesens führen. Procente **auf** Hundert kommen auch bei der Berechnung des Rabatts vor, von welchem in §. 250 ff. die Rede sein wird.

§. 239. Uebungsaufgaben.

841) Wieviel Procent beträgt die Provision, die von 1968 Fr. mit 98 Fr. 40 *c.* berechnet worden ist?

842) Desgl., wenn von 17 £ 2 *s.* berechnet wurden 6 *s.* 10 *d.*?

843) Wenn statt 1271 $ 55 *c.* berechnet wurden 1303 $ 33 *c.*, wieviel Procent sind zugeschlagen worden?

844) Wenn man statt 2239 ℛ nur 2194 ℛ 22 *Kop.* bezahlt, wieviel Procent beträgt der Abzug?

845) Von 3580 Thlr. wurden 11 Thlr. 28 *ngr.* Provision berechnet, wieviel Procent beträgt dies?

846) Von 5096 fl. Einnahme erhielt man 152 fl. 53 xr. Einnahmegebühr, wieviel Procent beträgt dies?

847) Wieviel Procent **vom** Hundert beträgt der Abzug, wenn nach Abrechnung von 7 fl. 1½ xr. nur 105 fl. 22½ xr. bezahlt wurden?

848) Wieviel Procent **auf** Hundert betrug es, wenn von 8549 ℳ gerechnet wurden 681 ℳ 12 ß?

849) Desgl. von 1727 fl. 48 xr. = 97 fl. 48 xr.?

850) Wieviel Procent **auf** Hundert betrug es, wenn statt 158 ℳ nur 127 ℳ 6 ß berechnet wurden?

851) Desgl., wenn nach Abzug von 164 Thlr. 27½ *ngr.* nur 1979 Thlr. übrig blieben?

852) Wieviel Procent **im** Hundert betrug es, wenn zu 10062 Thlr. zugeschlagen wurden 258 Thlr.?

853) Desgl. zu 3034 Fr. 60 *cts.* = 30 Fr. 65 *cts.*?

854) Desgl. zu 4942 ℳ = 706 ℳ?

§. 240. Sehr oft wird auch, statt der Zahl 100, die Zahl 1000 als Grundwerth angenommen und dieselbe Reihe von Fragen auf sie angewendet. Hauptsächlich wird die **Wechselcourtage** oder **Sensarie** vom 1000 (*pro mille*, ‰) berechnet. Da sich jedoch die Rechnung nach *pro mille* von der Procentrechnung nur dadurch

unterscheidet, dafs überall das Kapital 1000 an die Stelle des Kapitals 100 tritt, so unterlassen wir es, sie durch Beispiele zu erläutern.

§. 241. Dagegen gedenken wir noch der Verwandlung eines Procentsatzes in den andern. Es lassen sich nämlich, wie sich aus der Natur der verschiedenen Procentsätze ergiebt, Procente vom Hundert in Procente auf Hundert, und umgekehrt, so wie Procente im Hundert in Procente vom Hundert, und umgekehrt, verwandeln, wie in nachfolgenden Beispielen gezeigt wird. Praktischen Werth hat hauptsächlich die Verwandlung von Procenten auf Hundert in Procente vom Hundert, z. B. bei Veränderung von Rabatt auf Hundert in Rabatt vom Hundert, allenfalls auch die Verwandlung von Procenten im Hundert in Procente vom Hundert.

Beispiele.

1) Wieviel Procent vom 100 betragen 12 % auf 100?

$$\frac{112 : 100 = 12 : x}{x = 10\tfrac{5}{7}\ \%.}$$

Ob man also z. B. von 364 ₰ 12 % auf 100 oder $10\tfrac{5}{7}$ % vom 100 rechnet, ist völlig gleich; das Resultat beträgt in beiden Fällen 39 ₰.

2) Wieviel Procent auf 100 betragen 5 % vom 100?

$$\frac{95 : 100 = 5 : x}{x = 5\tfrac{5}{19}\ \%.}$$

Probe auf 120 ₰. $100 : 120 = 5 : x = 6$ ₰
$105\tfrac{5}{19} : 120 = 5\tfrac{5}{19} : x = 6$ ₰.

3) Wieviel Procent vom 100 betragen 4 % im 100?

$$\frac{96 : 100 = 4 : x}{x = 4\tfrac{1}{6}\ \%.}$$

Probe auf 144 ₰. $96 : 144 = 4 : x = 6$ ₰
$100 : 144 = 4\tfrac{1}{6} : x = 6$ ₰.

4) Wieviel Procent im 100 betragen 4 % vom 100?

$$\frac{104 : 100 = 4 : x}{x = 3\tfrac{11}{13}\ \%.}$$

Probe auf 250 ƒ. $100 : 250 = 4 : x = 10$ ƒ.
$96\tfrac{2}{13} : 250 = 3\tfrac{11}{13} : x = 10$ ƒ.

§. 242. Die Anwendung der Procentrechnung in den verschiedenen künftig zu behandelnden Theilen der kaufmännischen Arithmetik wird dem Lernenden Gelegenheit geben, das Wesen der drei Arten der Procentsätze kennen zu lernen, und ihn in den Stand setzen, aus der Beschaffenheit eines vorliegenden Falles zu beurtheilen, um welche Art des Procentsatzes es sich handelt.

§. 243. Gemischte Uebungsaufgaben.

855) Wieviel beträgt die Provision von: *a*) 1716 ƒ. à $2\frac{1}{2}$ %; *b*) 964 ℳ à 5 %; *c*) 1832 ℛ à $\frac{1}{3}$ %; *d*) 22315 Fr. à $\frac{1}{2}$ %?

856) Wieviel beträgt die Courtage von: *a*) 928 ℛ à 1 %; *b*) 3218 ℳ à $\frac{5}{6}$ %; *c*) 19116 Fr. à $\frac{1}{8}$ %; *d*) 2614 ƒ. à 1 ‰?

857) Wieviel beträgt die Assecuranzprämie von: *a*) 2650 ℳ à 4 %; *b*) 1906 £ à 7 *s*. 6 *d*. %; *c*) 2304 $ à $2\frac{1}{2}$ %?

858) Wieviel erhält ein Factor von einem Gewinne von 6854 ℛ, wenn seine Tantième $3\frac{1}{4}$ % beträgt?

859) Von welchen Beträgen wurden gerechnet: *a*) 289 ℳ Commission à 4 %; *b*) 312 ℳ Assecuranzprämie à $2\frac{1}{2}$ % und *c*) 62 ƒ. 30 xr. Delcredere à 2 %?

860) Wieviel Procent betrug es, wenn von 9208 ƒ. 10 Nkr. gerechnet wurden: *a*) 115 ƒ. 10 Nkr. Delcredere und *b*) 138 ƒ. 12 Nkr. Commission?

861) Wie hoch belief sich ein Einkauf von 9390 Fr. 45 *c*. mit $1\frac{1}{2}$ % Provision?

862) Wie groſs ist der Ertrag eines Verkaufs von 4025 ℛ 20 *c*. in Köln, nach Abzug von 2 % Commission?

863) Wenn eine Waare mit 10 % Spesen 132 ƒ. kostet, wieviel betragen dieselben allein?

864) Eine Factur belief sich nach Hinzufügung von $1\frac{1}{2}$ % Commission auf 1518 $ 44 *cts*.; wieviel betrug sie vorher?

865) Ein Verkauf gab einen Reinertrag von 2565 ℳ nach Abzug von 10 % Spesen. Wieviel hatte der Verkauf überhaupt eingebracht?

866) Eine Waare kostet mit Spesen 247 ƒ. 43 xr., die Spesen selbst sind 12 ƒ. 55 xr. Wieviel Procent betragen sie?

867) Eine Verkaufsrechnung belief sich im Reinertrage auf 1204 ℛ 18 *ngr*., die Spesen selbst waren 63 ℛ 12 *ngr*.; wieviel Procent betrugen dieselben?

868) Jemand hat 2009 ℛ portofrei zu versenden. Das Porto, welches 2 % beträgt, kann jedoch nicht am Orte der Absendung bezahlt werden, wieviel ist für Porto beizufügen?

869) A. hat für B. 969 ƒ eingezogen, die er ihm portofrei senden soll. Wieviel wird die Baarsendung betragen, wenn das Porto 2 % beträgt?

870) Die Spesen in einer Verkaufsrechnung betrugen 43 ƒ. 30 xr. und waren à 3 % gerechnet; wie groſs war der Reinertrag?

871) Ein Verkauf belief sich nach Abzug von $12\frac{1}{2}$ % Spesen auf 969 ℳ 8 β; wieviel betrugen die Spesen?

872) Wie hoch beläuft sich eine Rechnung über gegen Seegefahr versicherte *Bℱ.* 7000. —, wenn $2\frac{3}{4}\,\%$ Prämie, $\frac{1}{3}\,\%$ Provision, $\frac{1}{8}\,\%$ Courtage und für Stempel 3 *ℳ* 12 *β* gerechnet werden?

873) Um wieviel Mark und Schillinge ist der Verkaufspreis einer Waare von 44 *ℳ* zu erhöhen, wenn 2 % Commission, 1 % Decort und $\frac{5}{6}\,\%$ Courtage gedeckt werden sollen?

874) Eine Waare wog beim Empfange 4805 *℔*, nach einiger Zeit nur noch 4709 *℔*; wieviel Procent sind eingetrocknet?

875) Ein Schiff machte auf einer Reise von Bremen nach New York einen Seeschaden von 3014 *$* 55 *c.*, welcher von dem Werthe des Schiffes, dem Werthe der Ladung und der Hälfte der Frachtgelder zu tragen war. Wenn nun das Schiff 12000 *$*, die Ladung 26312 *$* taxiert waren, die Hälfte der Fracht aber 1218 *$* betrug, *a*) wieviel Procent betrug der Seeschaden; *b*) wieviel betrugen die einzelnen Beiträge zu demselben?

876) Eine Waare kostet im Einkaufe 1828 *Fr.*, die Spesen belaufen sich auf 132 *Fr.* 50 *c.*; wieviel Procent betragen sie?

877) Die Spesen auf eine Waare betragen à $11\frac{1}{2}\,\% = 7$ *£* 8 *s.* 11 *d.*; wieviel kostete die Waare mit den Spesen?

878) In den Jahren 1851 bis mit 1856 wurden durch die Hamburger Seeversicherungs-Gesellschaften

	versichert	an Prämien eingenommen	an Schäden, Kosten und Zinsen bezahlt
	Bℱ.	*Bℱ.*	*Bℱ.*
1851:	278.916500	4.171531	3.857349
1852:	288.311500	4.286628	4.993519
1853:	357.431200	5.528724	5.221724
1854:	443.457590	6.958775	6.658775
1855:	459.301660	7.214065	6.203565
1856:	564.528250	8.186365	7.983865

1) Um wieviel Procent ist der Betrag der Versicherungssumme von Jahr zu Jahr gestiegen; 2) wieviel Procent im Durchschnitt beträgt die jährliche Prämie; 3) wieviel Procent betragen die jährlichen Ausgaben für Schäden u. s. w.

879) Das Nettogewicht der in Hamburg eingeführten Waaren belief sich im Jahre 1856 auf 37·985806 *Ctr.* (à 100 *℔*) mit einem Gesamtwerthe von 654·872080 Mark Banco; im Jahre 1857 auf 37·971938 *Ctr.*, im Gesamtwerthe von 688·849300 Mark Banco. Um wieviel Procent hat im Jahre 1857 im Vergleich zu 1856 die Einfuhr an Gewicht ab- und an Werth zugenommen?

880) Nach dem *Annuaire de l'économie politique pour* 1858 betrugen die Zinsen der consolidierten Staatsschuld Frankreichs 1854: 222·686242 *Fr.*; 1855: 236·442772 *Fr.*; 1856: 284·668525 *Fr.*; 1857: 299·099242 *Fr.* Um wieviel Procent ist der jährliche Zinsenbetrag dieser Schuld von Jahr zu Jahr gestiegen?

b) Anwendung der Procentrechnung auf die Berechnung von Gewinn und Verlust.

§. 244. Der an einem Geschäft gemachte Gewinn oder Verlust läfst sich zunächst so bestimmen, dafs man angiebt, wieviel auf das dabei angelegte Kapital (Anlagekapital) gewonnen oder verloren worden ist; z. B. Einkauf 20 ƒ., Verkauf entweder 22 ƒ. oder 17 ƒ., also entweder Gewinn 2 ƒ. oder Verlust 3 ƒ. Im Handel ist es jedoch gebräuchlicher, den Gewinn so wie den Verlust nach Procenten zu bestimmen und der Inbegriff aller hierbei zur Berechnung kommenden Fälle bildet eine weitere Anwendung der Procentrechnung.

§. 245. Die in der Procentrechnung allgemein behandelten vier Hauptfragen lassen sich hier auf folgende besondere zurückführen:

1) Wieviel gewinnt oder wieviel verliert man auf einen gegebenen Werth nach einem gegebenen Procentfufse?

2) Wieviel beträgt dieser Werth mit dem Gewinne oder mit dem Verluste? (Verkauf.)

3) Wieviel beträgt das Anlagekapital? (Einkauf.)

4) Wieviel Procent beträgt der Gewinn oder der Verlust?

Je nachdem zur Beantwortung einer dieser Fragen das reine oder Anlagekapital, oder das durch den Gewinn vermehrte oder das durch den Verlust verminderte Kapital gegeben ist, je nachdem kommen auch hier Procente vom oder auf oder im Hundert in Betracht. Die nachfolgenden Beispiele sollen dies deutlich machen.

1) *a*) Wieviel gewinnt oder wieviel verliert man an einer Waare, die, zu 15 ℔ eingekauft, mit 6 % Gewinn oder mit 6 % Verlust verkauft wird?

15 ℔ = reines Kapital; also Procente vom 100. 1 % = 0,15; 6 % = 0,9 ℔.

b) Wieviel beträgt der in dem Verkaufspreise von 15,9 ℔ enthaltene Gewinn à 6 %?

15,9 ℔ = vermehrtes Kapital, also Procente auf 100.

$$106 : 15{,}9 = 6 : x;\ x = 0{,}9 \text{ ℔}.$$

c) Wieviel beträgt der durch den Verkaufspreis von 14,1 ℔ hervorgebrachte Verlust à 6 %?

14,1 ℔ = vermindertes Kapital, also Procente im 100.

$$94 : 14{,}1 = 6 : x;\ x = 0{,}9 \text{ ℔}.$$

2) Wie ist eine Waare, welche mit 15 ℔ eingekauft ist, mit 6 % Gewinn oder mit 6 % Verlust zu verkaufen?

15 ℔ = reines Kapital, also Vermehrung oder Verminderung nach Procenten vom 100.

$$100 : 15 = 106 : x;\ x = 15{,}9 \text{ ℔}.$$
$$100 : 15 = 94 : x;\ x = 14{,}1 \text{ ℔}.$$

Nach §. 227 ist hier der Regedetri-Ansatz überflüssig; man ermittelt die Procente, und addiert sie, wenn es sich um Ermittelung des Verkaufspreises mit Gewinn, man subtrahiert sie, wenn es sich um Ermittelung des Verkaufspreises mit Verlust handelt.

Der Verkaufspreis läſst sich auch aus dem gemachten Gewinne oder Verluste, wenn der Procentsatz gegeben ist, bestimmen. — In vorliegendem Falle beträgt der à 6 % gemachte Gewinn oder Verlust 0,9 𝔫𝔤; welches ist der Verkaufspreis?

$$6 : 0{,}9 = 106 : x;\ x = 15{,}9 \text{ 𝔫𝔤}.$$
$$6 : 0{,}9 = 94 : x;\ x = 14{,}1 \text{ 𝔫𝔤}.$$

3) *a*) Wenn der an einem Verkaufe gemachte Gewinn oder Verlust, à 6 %, sich auf 0,9 𝔫𝔤 beläuft, wieviel beträgt der Einkauf?

Das Einkaufskapital ist ein reines Kapital, also Procente vom 100. — Der Ansatz ist in beiden Fällen derselbe:

$$6 : 0{,}9 = 100 : x;\ x = 15 \text{ 𝔫𝔤}.$$

b) Der Verkaufspreis ist 15,9 𝔫𝔤 und enthält 6 % Gewinn; wieviel kostet die Waare im Einkauf?

15,9 𝔫𝔤 = vermehrtes Kapital, also Procente auf 100. Vgl. §. 229.

$$106 : 15{,}9 = 100 : x;\ x = 15 \text{ 𝔫𝔤}.$$

c) Der Verkaufspreis mit 6 % Verlust ist 14,1 𝔫𝔤; welches ist der Einkaufspreis?

14,1 𝔫𝔤 = vermindertes Kapital, also Procente im 100. Vgl. §. 231.

$$94 : 14{,}1 = 100 : x;\ x = 15 \text{ 𝔫𝔤}.$$

4) *a*) Einkaufspreis 15 𝔫𝔤, darauf Gewinn oder Verlust 0,9 𝔫𝔤, wieviel Procent beträgt derselbe?

Das Kapital ist in beiden Fällen 15 𝔫𝔤, und da es ein reines ist, so handelt es sich um Procente vom 100.

$$15 : 100 = 0{,}9 : x;\ x = 6\,\%.$$

b) Der Verkaufspreis von 15,9 𝔫𝔤 enthält einen Gewinn von 0,9 𝔫𝔤; wieviel Procent beträgt derselbe?

15,9 𝔫𝔤 vermehrtes Kapital, also Procente auf 100. Vgl. §. 236 unter 2.

$$(15{,}9 \div 0{,}9) : 100 = 0{,}9 : x;\ x = 6\,\%.$$

c) Der Verkaufspreis von 14,1 𝔫𝔤 bringt einen Verlust von 0,9 𝔫𝔤; wieviel Procent beträgt derselbe?

14,1 𝔫𝔤 vermindertes Kapital; also Procente im 100. Vgl. §. 236 unter 3.

$$(14{,}1 + 0{,}9) : 100 = 0{,}9 : x;\ x = 6\,\%.$$

Hätte man gesagt: Wenn man für 15 𝔫𝔤 Einkauf im Verkaufe 15,9 𝔫𝔤, beziehentlich 14,1 𝔫𝔤 erhält, so würde die Ermittelung des Procentsatzes auch, wie folgt, haben geschehen können:

a) $\underline{15 : 100 = 15{,}9 : x}$
$x = 106$ 𝔫𝔤.

b) $\underline{15 : 100 = 14{,}1 : x}$
$x = 94$ 𝔫𝔤.

Hier sind die Procente im Grundkapitale versteckt, und müssen erst durch Subtraction gefunden werden: so viel Einheiten **mehr** als Hundert, ebenso viel Procent **Gewinn**, — soviel Einheiten **weniger** als Hundert, ebenso viel Procent **Verlust**.

§. 246. Um obige Fragen durch einfache Regeldetri-Sätze lösen zu können, ist es nöthig, dafs Einkaufspreis und Verkaufspreis in einer und derselben Valuta (Geldeswährung) bestimmt sind, und dafs sich beide auf eine und dieselbe Quantität beziehen. Wo dies nicht der Fall ist, müssen entweder die nöthigen Reductionen vorher erfolgen, oder die ganze Berechnung ist durch den Kettensatz zu machen.

Beispiele.

1) 1 Ctr. (à 100 ℔) kostet im Einkaufe 30 ƒ.; man verkauft 1 ℔ mit 24 xr. Wieviel Procent beträgt der Gewinn oder der Verlust?

1. Berechnungsart. Kostet 1 Ctr. = 30 ƒ., so kostet 1 ℔ im Einkaufe = 18 xr. Man gewinnt also 6 xr. mit 18 xr., wieviel mit 100?

$$18 : 100 = 6 : x$$
$$x = 33\tfrac{1}{3}\ \%;$$

oder: Da $6 = \frac{1}{3}$ aus 18, so gewinnt man $\frac{1}{3}$ des Einkaufspreises, also $\frac{1}{3} \times 100 = 33\frac{1}{3}\ \%$.

2. Berechnungsart. Verkauft man 1 ℔ mit 24 xr., so kostet 1 Ctr. im Verkaufe = 40 ƒ. Man gewinnt also 10 ƒ. mit 30 ƒ., wieviel mit 100?

$$30 : 100 = 10 : x$$
$$x = 33\tfrac{1}{3}\ \%.$$

Auch hier ist der Gewinn = $\frac{1}{3}$ des Einkaufspreises.

3. Berechnungsart. Durch den Kettensatz, ohne vorherige Reductionen.

x ƒ. Verkauf	= 100 ƒ. Einkauf	
30	= 100 ℔	
1	= 24 xr.	Verkauf
60	= 1 ƒ.	Verkauf

x = $133\frac{1}{3}$ ƒ. Verkauf,
also $33\frac{1}{3}$ % Gewinn.

Erkl. Der Procentsatz **allein** kann durch den Kettensatz nicht gefunden werden, nur in Verbindung mit dem Kapital 100 kann man ihn ermitteln. Handelt es sich, wie hier, um die Ermittelung von Gewinn- und Verlust-Procenten, so kann man nur fragen: Wieviel erhält man im Verkaufe für 100 im Einkaufe? Im Resultate ist alsdann Gewinn oder Verlust versteckt. (Vgl. §. 245 am Schlusse.)

2) Unter obigen Voraussetzungen wird der Einkaufspreis eines Centners gesucht?

x *f.* Einkauf	=	1 *Ctr.*
1	=	100 *Pfd.*
1	=	24 *xr.* } Verkauf
60	=	1 *f.* } Verkauf
$133\frac{1}{3}$	=	100 „ Einkauf

x = 30 *f.*

3) 1 Yard Zeug kostet mit allen Spesen $5\frac{1}{2}$ *s.* und man verkauft 1 Berliner Elle (wovon 11 = 8 Yards) mit 41 *sgr.* Wieviel Procent Gewinn oder Verlust, wenn 1 *£* = $6\frac{5}{6}$ *ℛ*?

x *sgr.* Verkauf	=	100 *sgr.* Einkauf
30	=	1 *ℛ* „
$6\frac{5}{6}$	=	20 *s.* „
$5\frac{1}{2}$	=	1 Yd. „
8	=	11 Berl. Ellen
1	=	41 *sgr.* Verkauf

x = 100 *sgr.*

Erkl. Da man hier für 100 *sgr.* Einkauf im Verkaufe ebenfalls 100 *sgr.* erhält, so ist weder gewonnen noch verloren worden.

§. 247. Ein anderer Fall ist der, wenn aus einem, gewisse Procente Verlust oder Gewinn einschliefsenden Verkaufspreise ein Verkaufspreis mit gewissen Procenten Gewinn oder Verlust gefunden werden soll, oder wenn aus einem Verkaufspreise, welcher den Gewinn oder den Verlust schon einschliefst, ein solcher zu finden ist, welcher erhöhte Procente in sich fafst. Hier kann man entweder nach §. 244 zuerst den Einkaufspreis, und dann den Verkaufspreis nach Mafsgabe der zu gewinnenden oder zu verlierenden Procente suchen, oder, wie folgende Beispiele zeigen, jeden dieser Fälle in einem Regeldetri-Satze berechnen.

Beispiele.

1) Man verkauft eine Waare mit 15 *ℛ*, wobei man 10 % verliert; wie mufs man sie verkaufen, um 5 % zu gewinnen?

$$90 : 15 = 105 : x$$

$$x = 17\frac{1}{2} \text{ ℛ}.$$

2) Man verkauft eine Waare mit $17\frac{1}{2}$ *ℛ*, wobei 5 % Gewinn; wie ist sie mit 10 % Verlust zu verkaufen?

$$105 : 17\frac{1}{2} = 90 : x$$

$$x = 15 \text{ ℛ}.$$

3) Man verkauft eine Waare mit 5 % Gewinn zu $17\frac{1}{2}$ ₰; wie mufs sie mit 8 % Gewinn verkauft werden?

$$105 : 17\tfrac{1}{2} = 108 : x$$
$$x = 18 \text{ ₰}.$$

4) Wie ist eine Waare, die bereits mit 10 % Verlust zu 15 ₰ verkauft wird, zu verkaufen, wenn man 20 % daran verlieren mufs?

$$90 : 15 = 80 : x$$
$$x = 13\tfrac{1}{3} \text{ ₰}.$$

§. 248. Um jedoch den reinen Gewinn oder den reinen Verlust auf ein Geschäft berechnen zu können, mufs man auch die Zinsen für das Anlagekapital auf die Zeit in Anschlag bringen, in welcher dasselbe nicht benutzt werden kann. Darauf werden wir in der Wechsel- und in der Waaren-Rechnung zurückzukommen Gelegenheit haben.

§. 249. Uebungsaufgaben.

881) Wieviel Procent gewinnt man beim Verkauf einer Waare zu $36\frac{1}{2}$ *ngr.*, die im Einkauf 32 *ngr.* kostet?

882) Wieviel kostet eine Waare im Einkauf, die bei 8 % Gewinn mit $6\frac{3}{4}$ ₰ verkauft wird?

883) Einkauf 27 *f.*, Verlust 8 %; wieviel beträgt der Verkauf?

884) Verkauf 15 *gr.*, Verlust 25 %; w. v. beträgt der Einkauf?

885) Einkauf 25 *Fr.*, Verkauf 23 *Fr.*; wieviel Procent Verlust?

886) Verkauf 18 ₰, Gewinn 8 %; wieviel beträgt der Einkauf?

887) Verkauf 65 *f.* österr. Währg., Gewinn $8\frac{1}{3}$ %; wieviel beträgt der Gewinn?

888) Um wieviel theurer mufs, bei $12\frac{1}{2}$ % Gewinn, eine Waare verkauft werden, welche 40 *ngr.* im Einkauf kostet?

889) Um wieviel wohlfeiler ist, bei 15 % Verlust, eine Elle Zeug zu verkaufen, die im Einkauf 104 *ß* gekostet hat?

890) Verkauf $27\frac{1}{2}$ *f.* österr. Währg., Verlust 2 *f.* 50 Nkr.; wieviel Procent beträgt der Verlust?

891) Verkauf 64 *ngr.*, Verlust 5 %; wieviel beträgt der Verlust?

892) Mit welchem Kapital gewinnt man 3 *f.* 7 *xr.* à 11 %?

893) Der Verlust à 3 % beträgt 7 ₰ 15 *ngr.*; wie grofs ist der Verkauf?

894) Verkauf 16 ₰, Gewinn dabei $2\frac{1}{2}$ ₰; wieviel Procent beträgt der letztere?

895) Der Gewinn à $4\frac{1}{2}$ % beträgt 12 *ß*; wieviel beträgt der Verkauf?

896) Eine Concursmasse lieferte, statt 12816 ₰, nur 8544 ₰; wieviel Procent verloren die Gläubiger?

897) Durch eine Speculation vermehrt jemand sein Kapital um 15 %, so dafs es jetzt 9269 ƒ beträgt; wie grofs war es vorher?

898) Einkauf 106⅔ ß pr. *Ctr.* von 100 ℔, Verkauf 1¼ *ngr.* pr. *Lth.*; wieviel Procent Gewinn oder Verlust? (1 ℔ = 30 *Lth.*)

899) Ein Gläubiger gewährt seinem Schuldner einen Erlafs von 30 %, und erhält in Folge dessen nur 632 ß 10 *sgr.*; wie grofs war seine Forderung?

900) Wie ist eine Waare zu verkaufen, deren bisheriger Verkaufspreis von 23 ƒ. österr. Währg. einen Verlust von 8 % brachte, wenn 10 % gewonnen werden sollen?

901) Beim Verkauf einer Waare zu 42 ƒ gewinnt man 16⅔ %; wieviel Procent gewinnt man, wenn sie verkauft wird: *a*) zu 40 ƒ., *b*) zu 45 ƒ.?

902) Eine Actiengesellschaft vertheilte eine Dividende von 2¾ % mit 41250 ß; wie grofs ist das Actienkapital dieser Gesellschaft?

903) Wie ist der Verkaufspreis einer Waare zu stellen, welche 3 ƒ. 96 Nkr. pr. Pfund kostet, wenn durch denselben 1 % Courtage gedeckt werden soll und man 12 % gewinnen will?

904) Die Utensilien einer Fabrik, welche 14328 ß 20 *ngr.* kosteten, wurden beim Bücherabschlusse zu 12895 ß 24 *ngr.* angenommen; wieviel Procent hatte man abgeschrieben?

905) Bei einem Verkauf von 15 *xr.* pr. Pfund wurden 10 % verloren; wie war der Centner (à 100 ℔) dieser Waare eingekauft worden?

c) Anwendung der Procentrechnung auf die Berechnung von Rabatt.

§. 250. Rabatt (vom Italiänischen *rabbattere*, weshalb man auch Rabbatt schreiben sollte) bedeutet eigentlich einen Wiederabzug des vorher zu einem gewissen Betrage Hinzugefügten. Im allgemeinen versteht man aber darunter jeden meistens procentweise berechneten Abzug, welchen ein Verkäufer seinem Käufer entweder als eine Vergütung für frühere Zahlung oder als einen besondern (in vielen Fällen jedoch nur scheinbaren) Vortheil gewährt. Mit Rabatt gleichbedeutend werden häufig auch die Ausdrücke Discont (Disconto, Sconto) und Decort gebraucht, obwohl ersterer nur eine Vergütung für frühere Zahlung,*) letzterer eigentlich einen Abzug bedeutet, der vom Käufer am Betrage einer Waare gemacht wird, mit welcher er nicht zufrieden ist. (Siehe jedoch §. 255.)

Wenn der Rabatt für frühere Zahlung bewilligt wird, so ist er für den, welcher ihn geniefst nur insofern ein wirklicher Vortheil, als

*) In der Sprache des nichtkaufmännischen Geschäftsverkehrs, wie z. B. in der der Juristen, ist der Ausdruck Rabatt in der Bedeutung einer Vergütung für frühere Zahlung üblicher als der Ausdruck Discont.

er den Nutzen übersteigt, den der Zahlende selbst aus der Verwendung des Betrags ziehen könnte, dessen Zahlung er vor Verfall leistete; ein wirklicher Vortheil ist er ferner, wenn er ausnahmsweise bewilligt wird, etwa beim Kaufe einer ungewöhnlich grofsen Partie Waare u. s. w. Ist der Rabatt aber zur Usanz geworden, d. h. wird er in gewissen Fällen, den der frühern Zahlung allenfalls ausgeschlossen, immer bewilligt, so ist er nur ein scheinbarer Vortheil; denn derjenige, von welchem er zu gewähren ist, hat ihn vorher zu dem betreffenden Werthe geschlagen, um ihn alsdann bewilligen zu können. Er wird ebensowohl vom als auch auf Hundert berechnet, je nachdem die Zurechnung desselben zu dem ursprünglichen Werthe erfolgt ist (vgl. §. 252). Nach dem Satze auf Hundert fand seine Berechnung früher auf mehrern Handelsplätzen, wie in Amsterdam und Hamburg, statt.

Zu den ausnahmsweise, obschon nicht allemal nach Procenten berechneten Abzügen gehören, aufser dem bereits erwähnten Decort: Refactie, Abzug für eine beschädigte Waare; Bonification, Vergütung im gleichen Falle. — Als eine Art usanzmäfsiger Rabatt ist auch das Gutgewicht zu betrachten; von diesem, sowie von andern derartigen Abzügen, wird in der Waarenrechnung die Rede sein.

§. 251. Die in der Procentrechnung im allgemeinen erörterten Fragen kommen auch hier in Betracht, und die Hauptfälle sollen durch nachstehende Beispiele erläutert werden. Zu bemerken ist hier nur noch, dafs das Kapital, von welchem der Rabatt genommen werden soll, gewöhnlich das zu rabattierende, und das, von welchem derselbe bereits genommen ist, das rabattierte Kapital genannt wird.

Beispiele.

1) Wieviel beträgt der Rabatt von 1207 ℛ à 3 % und à $6\frac{1}{4}$ %, *a*) vom und *b*) auf Hundert? (Aufsuchung der Procente.)

a) $12{,}07 \times 3 = 36{,}21$ ℛ (§. 215) *c*) $103 : 1207 = 3 : x$ (§. 220)
$x = 35\frac{16}{103}$ ℛ.

b) 1207 div. d. $16 = 75\frac{7}{16}$ ℛ (§. 217) *d*) 1207 div. d. $17 = 71$ ℛ (§. 221).

2) Wieviel betragen 1207 ℛ nach Abzug obiger Rabattprocente? (Aufsuchung des rabattierten Kapitals.)

a) 1207
$36{,}21 = 3$ % (§. 227)
1170,79 ℛ.

c) $103 : 1207 = 100 : x$ (§. 229)
$x = 1171\frac{87}{103}$ ℛ.

b) 1207
$\div$ $75\frac{7}{16} = \frac{1}{16}$ aus 1207 (§. 227)
$1131\frac{9}{16}$ ℛ.

d) 1207
$\div$ $71 = \frac{1}{17}$ aus 1207 (§. 229)
1136 ℛ.

3) Von welchem Betrage rechnete man: *a*) 36,21 ℳ à 3 % und $75\frac{7}{16}$ ℳ à $6\frac{1}{4}$ % vom Hundert; *b*) $35\frac{16}{103}$ ℳ à 3 % und 71 ℳ à $6\frac{1}{4}$ % auf Hundert? (Aufsuchung des zu rabattierenden Kapitals.)

a) $3 : 36{,}21 = 100 : x$ (§. 233)
$x = 1207$ ℳ.
$75\frac{7}{16} \times 16 = 1207$ ℳ (§. 233)

b) $3 : 35\frac{16}{103} = 103 : x$ (§. 233)
$x = 1207$ ℳ.
$71 \times 17 = 1207$ ℳ (§. 233).

4) *a*) Wieviel Procent vom Hundert betrug es, wenn von 1207 ℳ gerechnet wurden 36,21 ℳ oder $75\frac{7}{16}$ ℳ Rabatt, und *b*) wieviel Procent auf Hundert, wenn man von demselben Betrage $35\frac{16}{103}$ ℳ oder 71 ℳ Rabatt rechnete? (Vgl. §. 236.)

a) $1207 : 100 = 36{,}21 : x$
$x = 3\,\%$

$1207 : 100 = 75\frac{7}{16} : x$
$x = 6\frac{1}{4}\,\%$

b) $(1207 \div 35\frac{16}{103}) : 100 = 35\frac{16}{103} : x$
$x = 3\,\%$

$(1207 \div 71) : 100 = 71 : x$
$x = 6\frac{1}{4}\,\%$.

5) Welches sind die zu rabattierenden Kapitalien, die *a*) nach Abzug von 3 % und $6\frac{1}{4}$ % Rabatt vom Hundert 1170,79 ℳ und $1131\frac{9}{16}$ ℳ, *b*) nach Abzug von 3 % und $6\frac{1}{4}$ % auf Hundert $1171\frac{87}{103}$ ℳ und 1136 ℳ betrugen?

a) $97 : 1170{,}79 = 100 : x$
$x = 1207$ ℳ.

$1131\frac{9}{16}$ ℳ
$+\frac{1}{15}$ $75\frac{7}{16}$ „
1207 ℳ.

b) $1171\frac{87}{103}$ ℳ
+ 3 % (vom 100) $35\frac{16}{103}$ „
1207 ℳ.

1136 ℳ
$+\frac{1}{16} =$ 71 „
1207 ℳ.

6) Rabattierte Kapitalien *a*) zu 3 % und zu $6\frac{1}{4}$ % vom Hundert 1170,79 ℳ und $1131\frac{9}{16}$ ℳ; *b*) zu denselben Procentsätzen auf Hundert $1171\frac{87}{103}$ ℳ und 1136 ℳ, wieviel beträgt der Rabatt?

a) $97 : 1170{,}79 = 3 : x$
$x = 36{,}21$ ℳ.

$1131\frac{9}{16}$ ℳ
15) ――――
$75\frac{7}{16}$ ℳ.

b) $1\,\% = 11\frac{74}{103}$ ℳ
$3\,\% = 35\frac{16}{103}$ ℳ.

1136 ℳ
16) ――――
71 ℳ.

§. 252. Es ist weiter oben bemerkt worden, daſs der usanzmäſsige Rabatt nur ein scheinbarer Vortheil ist, und daſs derselbe sowohl vom als auf Hundert gewährt werden kann, je nachdem dessen Zurechnung zu dem ursprünglichen Werthe erfolgt ist. Folgendes Beispiel wird dies beweisen.

Angenommen, das Stück einer Waare kostet 20 ℳ und an diesem Preise kann der Verkäufer, ohne Verminderung des Gewinns, den er nothwendig haben mufs, einen Nachlafs nicht gewähren. Wie mufs er nun den Preis stellen, wenn er entweder 5 % Rabatt auf Hundert oder 5 % Rabatt vom Hundert bewilligen soll. In beiden Fällen mufs natürlich eine Erhöhung des Preises von 20 ℳ erfolgen. Im ersten Falle erfolgt sie nach §. 227, denn statt des Verkaufspreises 105 erhält er nur 100; statt 100 mufs er also 105 fordern, wieviel für 20?

$$100 : 105 = 20 : x$$
$$x = 21 \text{ ℳ}.$$

Im zweiten Falle erfolgt die Preiserhöhung nach §. 231. Denn statt des Verkaufspreises 100 erhält er nur 95; statt 95 mufs er also 100 fordern, wieviel für 20?

$$95 : 100 = 20 : x$$
$$x = 21\tfrac{1}{19} \text{ ℳ}.$$

Probe. 10 Stück à 20 ℳ ohne Rabatt ℳ 200.—
10 Stück à 21 ℳ mit 5 % R. auf 100 = ℳ 210
ab: 5 % = $\frac{1}{21}$ des Betrags = „ 10
ℳ 200.—
10 Stück à $21\frac{1}{19}$ ℳ mit 5 % R. vom 100 = ℳ $210\frac{10}{19}$
ab: 5 % = $\frac{1}{20}$ des Betrags = „ $10\frac{10}{19}$
ℳ 200.—

Man ersieht hieraus ganz deutlich, dafs es für den Verkäufer völlig gleich ist, ob er seine Waare ohne Rabatt, mit 5 % auf Hundert oder mit 5 % vom Hundert verkauft, wenn er nur den Preis darnach stellt; und es geht daraus zugleich hervor, was überhaupt von den usanzmäfsigen Abzügen zu halten ist, sofern sie nicht Vergütungen für baare Zahlung sind.

Hätte man hier vom Preise 21 ℳ den Rabatt à 5 % vom Hundert berechnet, so würde er, da 5 % vom Hundert = $\frac{1}{20}$ des Kapitals, $1\frac{1}{20}$ ℳ betragen und man würde für 1 Stück nur $19\frac{19}{20}$ ℳ erhalten, folglich $\frac{1}{20}$ ℳ verloren haben. Dieser Verlust bildet genau den Rabatt à 5 % vom Hundert auf den eigentlich zu bewilligenden Rabatt von 1 ℳ ($100 : 1 = 5 : x$; $x = \frac{1}{20}$ ℳ).

In der Praxis unterscheidet man freilich nicht immer so genau, und mancher Irrthum wird bei Feststellung von Preisen mit Rabatt begangen. — Zu vergleichen sind überdies die §§. 300 und 305 am Schlusse.

§. 253. In Leipzig wurden früher allgemein beim Grofshandel mit Manufactur- und Fabrikwaaren, besonders im Mefsverkehre, die Preise in sogenannter Mefszahlung (abgekürzt: *M. Z.*) notiert, eine Valuta, welche um gewisse Procente schlechter ist als Courant. Auch

jetzt ist diese Berechnungsweise, obschon nicht in der früheren Ausdehnung, noch üblich. Versteht sich z. B. ein Preis in Meſszahlung à 10 %, so heiſst dies: 110 ⁊ß *M. Z.* = 100 ⁊ß Courant; da also statt 110 ⁊ß nur 100 ⁊ß bezahlt werden, so gewährt der Verkäufer einen Rabatt von 10 % und zwar auf Hundert. Man kann daher sagen, daſs die Meſszahlung ein Rabatt auf Hundert ist.

Eine andere Art Rabatt, die ebenfalls in Leipzig in derselben Geschäftsbranche und zwar auch auſser dem Meſsverkehre üblich ist, ist die Zahlung in Courant mit 2 %, d. h. statt 100 ⁊ß bezahlt man nur 98 ⁊ß; also ein Rabatt vom Hundert. — Dieser Rabatt, den man auch mit „Agio 2 %“ „Goldagio 2 %“ bezeichnet, wurde ursprünglich nur dem bewilligt, welcher nicht in Goldmünzen (namentlich Louisd'or), die man höher anzunehmen pflegte als sie dem Börsenpreise nach in Courant auskamen, sondern in reinem Courant bezahlte. Gegenwärtig findet die Zahlung in Gold über Cours nur ausnahmsweise statt, an ihre Stellung ist die Zahlung in Courant mit jenem Agio getreten.

Auch von diesen Gebräuchen gilt, was bereits §. 250 und 253 in Betreff des usanzmäſsigen Rabatts gesagt worden ist und es wäre somit an der Zeit, sie abzuschaffen. Hauptsächlich aber sind es die Käufer, die deren Beibehaltung fordern. Sie führen unter andern an, daſs ihnen jener Rabatt die Calculatur, d. h. die Berechnung erleichtere, welche sie anzustellen haben, um zu ermitteln, was ihnen die Waare mit allen Kosten am Bestimmungsorte zu stehen kommt, weil sie die Preise am Einkaufsorte, auf welche sie den Rabatt genieſsen, als Nettopreise ansehen, den Rabatt selbst aber als Deckung der Spesen, unter Umständen auch als einen Theil des Gewinns. Vorzugsweise dürfte dies gelten von den Käufern aus Polen, aus der Walachei u. s. w. Für sie gelten gegenwärtig ziemlich allgemein folgende Sätze:

1) für Polen: Meſszahlung à 10 % in preuſs. Courant (oder Sorten [d. i. andere Geldsorten] nach Cours) und 2 % Agio;

2) für Brody, Berdyczew und die Moldau: Rabatt 2 % (vom 100), Meſszahlung à 11 %;

3) für die Walachei: Meſszahlung à 13 % in rein preuſs. Cour.

Auſserdem wird denjenigen Käufern, welche ohne Vermittelung eines Maklers kaufen, häufig 1 % für die von seiten des Verkäufers zu tragende Courtage vergütet. — Abweichungen von obigen Sätzen, insbesondere Anwendung der für den einen Platz bestimmten Sätze auf den Verkehr mit einem andern, treten in Folge besonderer Uebereinkunft häufig ein.

Weiteres über Rabatt und sonstige Abzüge im Waarenhandel findet sich in der Waarenrechnung, Kap. XVII.

Beispiele.

1) Wieviel Thaler Courant betragen 546 ⁊ß *M. Z.* à 13 %?

$$113 : 546 = 100 : x$$

$$x = 483 \text{ ⁊ß } 6 \textit{ ngr.}$$

2) Wieviel Thaler *M. Z.* à 11 % betragen 136 ℛ 18 *ngr.* Cour.?

$$\begin{array}{rl} & 136{,}6 \\ + & 13{,}66 = 10\,\% \\ & 1{,}366 = 1\ ,, \\ \hline & 151{,}626\ ℛ\ M.\ Z. \end{array}$$

Hieraus ergiebt sich, dafs die Verwandlung von Mefszahlung in Courant nach Procenten auf Hundert, die Verwandlung von Courant in Mefszahlung nach Procenten vom Hundert erfolgt. — Ohne Ansatz läfst sich die Berechnung machen, wenn der Procentsatz unter die §. 217 erwähnten Procentsätze gehört. Z. B.

814 ℛ *M. Z.* in Cour. à 10 %.

$$\begin{array}{rl} & 814 \\ \div \,^1\!/_{11} \text{ a. } 814 = & 74 = 10\,\% \text{ auf } 100 \\ \hline & 740\ ℛ \text{ Cour.} \end{array}$$

615 ℛ Cour. in *M. Z.* à 10 %.

$$\begin{array}{rl} & 615 \\ + \,^1\!/_{10} \text{ a. } 615 = & 61\,^1\!/_2 = 10\,\% \text{ vom } 100 \\ \hline & 676\,^1\!/_2\ ℛ\ M.\ Z. \end{array}$$

3) Wieviel Thaler in (reinem) Courant sind für eine Rechnung zu bezahlen, die sich auf 314 ℛ 18 *ngr.*, Courant mit 2 %, beläuft?

$$\begin{array}{rl} & 314{,}6 \\ \div 2\,\% = & 6{,}292 \\ \hline & 308{,}308\ ℛ \text{ rein. Cour.} \end{array}$$

4) Eine Rechnung für einen Käufer aus Brody beläuft sich auf 496 ℛ; wieviel Thaler in reinem Courant sind dafür zu bezahlen:

$$\begin{array}{rl} & 496 \\ \div 2\,\% = & 9{,}92 \\ \hline & 486{,}08\ ℛ \end{array} \qquad \begin{array}{c} 111 : 486{,}08 = 100 : x \\ \hline x = 437{,}91\ ℛ \text{ Cour.} \end{array}$$

5) Eine Rechnung im Betrage von 621 ℛ 15 *ngr.* *M. Z.* wurde mit 550 ℛ Cour. bezahlt; zu wieviel Procent wurde die Mefszahlung gerechnet?

a) $\begin{array}{c} 550 : 100 = (621{,}5 \div 550) : x \\ \hline x = 13\,\% \end{array}$ *b*) $\begin{array}{c} 550 : 100 = 621{,}5 : x \\ \hline x = 113, \text{ d. i. } 13\,\%. \end{array}$

Erkl. Zu a). Da die Mefszahlung auf Hundert gerechnet wird, so ist die Frage eigentlich: Wieviel Procent auf Hundert sind gerechnet? Die Berechnung mufs also nach §. 237 unter 2 erfolgen. — Zu *b)*. Dieser Ansatz beantwortet die Frage: Wieviel Thaler Mefszahlung für 100 ℛ Cour., wenn 550 ℛ Cour. = 621 ½ ℛ *M. Z.*

6) Wie stellt sich der Preis einer Waare, welche mit 36 *gr.* in reinem Courant verkauft wird, in Courant mit 2 %?

$$\begin{array}{c} 98 : 36 = 100 : x \\ \hline x = 36\,^{36}\!/_{49}\ gr. \end{array}$$

oder

$$\begin{array}{rl} & 36\ gr. \\ + \,^1\!/_{49} = & ^{36}\!/_{49}\ ,, = 2\,\% \text{ im } 100 \\ \hline & 36\,^{36}\!/_{49}\ gr. \end{array}$$

7) Wie ist der Preis einer Waare, welche mit 33 *gr.* Courant verkauft wird, *a*) für Brody (mit 1 % Vergütung für Courtage), *b*) für Polen (mit 10 % und 2 %) zu notieren?

a)
$$\begin{array}{rl} & 33 \\ +11\% = & 3{,}63 \\ \hline & 36{,}63 \\ +\,^{1}/_{49} = & 0{,}75\ (c^{a}) = 2\,\% \\ \hline & 37{,}38 = 37\,^{3}/_{8}\ c^{a} \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{rl} & 33 \\ +\,^{1}/_{49} = & ^{33}/_{49} = 2\% \\ \hline & 33\,^{33}/_{49} \\ +\,^{1}/_{10} = & 3\,^{18}/_{49} = 10\% \\ \hline & 37\,^{2}/_{49}. \end{array}$$

Anm. Der Rabatt oder Discont, welcher von deutschen, französischen und schweizer Fabrikanten, sowie von den Commissionären in England bewilligt wird, wird dagegen stets vom Hundert gerechnet. Er ist jedoch nicht usanzmäfsig, vielmehr bildet er ebenso einen Gegenstand der Verhandlung zwischen Käufer und Verkäufer, wie der Preis selbst.

§. 254. In Hamburg verstehen sich die Preise aller Waaren, bis auf wenige Ausnahmen, Ziel 2 Monat, und so verkauft man dort auch nach dem Auslande. Platzverkäufe erfolgen jedoch pr. contant, unter Abzug von Discont, der hier aber Decort genannt wird. Dieser Decort wird mit 1 % (vom Hundert) gerechnet und kommt also einer zweimonatlichen Zinsenvergütung à 6 % pr. Jahr gleich. Sirup wird ohne Decort, raffinierter Zucker mit $^{1}/_{2}$ %, Tabak mit $1\,^{1}/_{2}$ % Decort verkauft.

§. 255. Der Rabatt, welchen der Verlagsbuchhändler dem Sortimentsbuchhändler auf den sogenannten Laden- oder ordinären Preis der Bücher bewilligt, wird stets vom Hundert gerechnet und ist die einzige Vergütung, welche der Sortimentsbuchhändler für die Unkosten, sowie für den Aufwand an Zeit und Mühe hat, die ihm sein Geschäft verursacht. Dieser Rabatt wird verschieden, von 10 bis $33\,^{1}/_{3}$ %, berechnet, und zwar vorzugsweise nach solchen Procentsätzen, welche Theile aus 100 bilden. Auch die Sortimentsbuchhändler gewähren hier und da ihren Abnehmern einen Rabatt, welcher ebenfalls vom Hundert berechnet wird. — Der Preis eines Buches, nach Abzug des Rabatts, ist sein Nettopreis.

Beispiele.

1) Wieviel beträgt der Rabatt von 126 *ℛ* 12 *ngr.* à 25 %?

126 *ℛ* 12 *ngr.* div. durch 4 = 31 *ℛ* 18 *ngr.*

2) Wieviel beträgt eine Buchhändlerrechnung von 432 *f.* 48 *xr.* nach Abzug von $16\,^{2}/_{3}$ % Rabatt?

$$\begin{array}{rl} & 432\ f.\ 48\ xr. \\ \div & 72\ ,,\ \ 8\ ,, = {}^{1}/_{6}\ \text{aus dem Betrage} \\ \hline & 360\ f.\ 40\ xr. \end{array}$$

3) Wenn eine Buchhändlerrechnung nach Abzug von 25 % Rabatt 148 ß 15 ngr. beträgt, wie grofs war sie vorher?

Da der gegebene Betrag ein vermindeter ist, so ist von Procenten im Hundert die Rede, er ist also nach §. 224 um $\frac{1}{3}$ zu erhöhen:

148 ß 15 ngr.
+ 49 „ 15 „ = $\frac{1}{3}$ aus 148 ß 15 ngr.
198 ß — ngr.

4) Wie grofs ist eine Buchhändlerrechnung, von welcher man à $33\frac{1}{3}$ % einen Rabatt von 64 ƒ. 12 xr. gerechnet hat?

Da $33\frac{1}{3}$ % = $\frac{1}{3}$ des Kapitals, so beträgt die Rechnung: 64 ƒ. 12 xr. × 3 = 192 ƒ. 36 xr. (§. 233).

5) Wenn ein Buchhändler *a*) vom Thaler 5 ngr. oder *b*) vom Gulden 10 xr. Rabatt giebt, wieviel Procent beträgt dies?

a) 30 ngr. : 100 ngr. = 5 ngr. : x
x = $16\frac{2}{3}$ %.

b) 60 xr. : 100 xr. = 10 xr. : x
x = $16\frac{2}{3}$ %.

Oder: Da 5 ngr. = $\frac{1}{6}$ ß und 10 xr. = $\frac{1}{6}$ ƒ., so giebt er überhaupt den 6. Theil jedes Betrages als Rabatt, folglich auch $\frac{1}{6}$ aus 100 = $16\frac{2}{3}$ %.

6) Ein Buch kostet netto 1 ß 20 ngr., wieviel ordinär mit $33\frac{1}{3}$ % Rabatt?

$66\frac{2}{3}$: 50 = 100 : x
x = 75 ngr.

oder: Nettopreis 50 ngr.
+ $33\frac{1}{3}$ % im 100
(= $\frac{1}{2}$ des Nettopreises) 25 „
75 ngr.

§. 256. Bei Waaren, welche nach der Zahl verkauft werden, wird oft ein Rabatt dadurch bewilligt, dafs man auf ein gewisses Quantum eine Anzahl Stücke zugiebt, z. B. bei Wein in Flaschen. Dieser Rabatt läfst sich ebenfalls nach Procenten ausdrücken.

Z. B. Wenn ein Weinhändler auf 1 Dtzd. Flaschen Wein eine Flasche zugiebt, *a*) wieviel Procent vom Hundert, *b*) wieviel Procent auf Hundert beträgt dies?

a) 13 : 100 = 1 : x
x = $7\frac{9}{13}$ %.

b) 12 : 100 = 1 : x
x = $8\frac{1}{3}$ %.

Vgl. auch §. 445.

§. 257. Endlich wollen wir noch des Falles gedenken, in welchem zu untersuchen ist, wo eine und dieselbe Waare, zu verschiedenen Preisen mit verschiedenem Rabatt angeboten, am vortheilhaftesten zu kaufen ist. Z. B.

Einem Waarenhändler wird ein und derselbe Artikel von vier verschiedenen Commissionären zu folgenden Preisen angeboten: zu 16 *s.* 8 *d.* mit 8 %; zu 16 *s.* mit $6\frac{1}{4}$ % Discont oder Rabatt vom Hundert; zu 17 *s.* 3 *d.* mit $12\frac{1}{2}$ %; zu 18 *s.* 1 *d.* mit $16\frac{2}{3}$ % auf Hundert. Welcher Preis ist für ihn der vortheilhafteste?

Man wird zur Beantwortung dieser Frage alle Preise vom Rabatt zu befreien haben; der dann bleibende niedrigste Preis ist der vortheilhafteste.

1) $16\frac{2}{3}$ *s.* à 8 %
$16\frac{2}{3}$ *s.* = $\frac{1}{6}$ aus 100
also $\frac{1}{6}$ aus 8 *s.* = $1\frac{1}{3}$ *s.*
$16\frac{2}{3}$ *s.* ∸ $1\frac{1}{3}$ *s.* = $15\frac{1}{3}$ *s.* netto.

2) 16 *s.* à $6\frac{1}{4}$ % ($\frac{1}{16}$ aus 100)
∸ 1 „ = $\frac{1}{16}$ aus 16 *s.*
= 15 *s.* netto.

3) 17 *s.* 3 *d.* à $12\frac{1}{2}$ % (= $\frac{1}{9}$ aus $112\frac{1}{2}$)
∸ 1 „ 11 „ = $\frac{1}{9}$ aus 17 *s.* 3 *d.*
15 *s.* 4 *d.* netto.

4) 18 *s.* 1 *d.* à $16\frac{2}{3}$ % (= $\frac{1}{7}$ aus $116\frac{2}{3}$)
∸ 2 „ 7 „ = $\frac{1}{7}$ aus 18 *s.* 1 *d.*
15 *s.* 6 *d.* netto.

Wenn Qualität der Waare und Verkaufsziel nichts anderes be stimmen, ist die zweite Anerbietung die vortheilhafteste.

§. 258. Uebungsaufgaben.

906) Wieviel beträgt der Rabatt von folgenden Kapitalien: 1) 1632 ⁊β à 4 %; 2) 1164 *f.* 28 *xr.* $7\frac{1}{2}$ %; 3) 2625 ℳ. à $8\frac{1}{3}$ %; 4) 209 £ 16 *s.* à $37\frac{1}{2}$ %, *a*) vom und *b*) auf Hundert?

907) Wieviel beträgt in Hamburg der Decort von: 1) 1846 ℳ, 2) 912 ℳ à 1 % und 3) 1426 ℳ 10 *β* à $1\frac{1}{2}$ %?

908) Wie grofs ist der Rabatt auf folgende Beträge von Buchhändlerrechnungen: 1) 634 ⁊β 18 *ngr.* à $8\frac{1}{3}$ %; 2) 1216 *f.* à $16\frac{2}{3}$ %; 3) 942 ℳ à 25 %; 4) 2016 ⁊β 10 *ngr.* à $33\frac{1}{3}$ %?

909) Wieviel betrugen folgende Summen nach Abzug des dabei bemerkten Rabatts vom Hundert: 1) 1612 ⁊β à 5 %; 2) 928 *f.* 45 *xr.* à 10 %; 3) 1348 ℳ à 1 %; 4) 367 £ à $37\frac{1}{2}$ %?

910) Folgende Beträge in Mefszahlung sind in Courant à 10 % und à 13 % zu reducieren: 1) 252 ⁊β 16 *ngr.*; 2) 348 ⁊β 14 *ngr.*; 3) 1616 ⁊β 20 *ngr.*

911) Folgende Beträge in Courant sind in Mefszahlung zu verwandeln: 1) 946 ⁊β 12 *ngr.* à 10 %; 2) 348 ⁊β 16 *ngr.* à 11 % und 3) 972 ⁊β 22 *ngr.* à 13 %.

912) Wie grofs waren folgende Summen, ehe sie um den dabei bemerkten Rabatt vom Hundert vermindert wurden: 1) 612 ⁊β 16 *ngr.* à 3 %; 2) 963 *f.* 18 *xr.* à 5 %; 3) 712 £ 18 *s.* 6 *d.* à $16\frac{2}{3}$ %.

913) Wieviel Procent vom Hundert betrug es, wenn die folgenden Rabattbeträge von den dabei bemerkten Summen gekürzt wur-

den: 1) 38 ℛ von 1266 ℛ 20 *ngr.*; 2) 133 *ƒ.* 24 *xr.* von 533 *ƒ.* 36 *xr.*; 3) 27 £ 6 *s.* 9 *d.* von 364 £ 10 *s.*?

914) Wenn man statt 1814 ℛ 5 *ngr.* nur 1741 ℛ 18 *ngr.* und statt 962 *ƒ.* nur 865 *ƒ.* 48 *xr.* bezahlte, wieviel Procent vom Hundert betrug der Rabatt?

915) Eine Rechnung im Belaufe von 2011 ℛ 17 *ngr. M. Z.* wird mit 1764 ℛ 16 *ngr.* Cour. bezahlt; wieviel Procent ist Meſszahlung gerechnet?

916) Eine Waare kostet ohne Rabatt 27 *ƒ.*; wie ist sie mit 10 $^0/_0$ auf Hundert oder 10 $^0/_0$ vom Hundert zu verkaufen?

917) Wie hoch kommen in Meſszahlung à 13 $^0/_0$ Louisd'or und Ducaten aus, die in Courant 5 ℛ 15 *ngr.* und 3 ℛ 5 *ngr.* 4 ₰ kosten?

918) Wenn der Verkaufspreis einer Waare mit 5 $^0/_0$ Rabatt auf Hundert 42 *sgr.* und der einer andern mit 4 $^0/_0$ vom Hundert 50 *sgr.* ist, wie müssen sie ohne Rabatt verkauft werden?

919) Wenn nach dem Courszettel der Preis eines Louisd'ors 5 ℛ 15 *ngr.*, der eines Ducaten 3 ℛ 5 *ngr.* 4 ₰ ist, und ersterer mit 6 ℛ 6 *ngr.* 5 ₰, letzterer mit 3 ℛ 17 *ngr.* 8 ₰ in Meſszahlung genommen wird, wieviel Procent ist Meſszahlung gerechnet?

920) Wenn für eine und dieselbe Waare bei A. 5 $^1/_2$ ℛ Cour., bei B. 6 $^1/_6$ ℛ *M. Z.* à 10 $^0/_0$ und 2 $^0/_0$ Agio gefordert wird, wo ist dieselbe am wohlfeilsten?

921) Eine Waare kostet bei A. 44 *gr.* mit 2 $^0/_0$ Rabatt (vom Hundert) und Meſszahlung à 11 $^0/_0$, bei B. 44 *gr. M. Z.* à 13 $^0/_0$, wo ist sie am wohlfeilsten?

922) Eine Waare kostet bei A. 52 *gr.* pr. Brabanter Elle in Meſszahlung à 13 $^0/_0$; bei B. 39 *gr.* Cour. pr. Leipziger Elle. Wo ist sie billiger? (5 Brab. E. = 6 Leipz. E.)

923) Wenn eine Leipziger Elle mit 25 *ngr.* Cour. verkauft wird, wie ist die Brabanter Elle in Meſszahlung mit 14 $^0/_0$ zu verkaufen?

924) Wenn ein Verkäufer bisher 5 $^0/_0$ Rabatt auf Hundert gewährte, wieviel Procent wird er künftig geben, da er den Rabatt vom Hundert berechnen soll*)?

925) Wie stellt sich der Preis einer Waare von 25 *gr.* mit 5 $^0/_0$ vom Hundert, wenn er mit 5 $^0/_0$ auf Hundert notiert werden soll?

d) Anwendung der Procente in denjenigen Fällen, welche den Gebrauch der Kettenregel fordern.

§. 259. Von den in der Procentrechnung behandelten vier Hauptfragen kann hier nur die zweite, Aufsuchung eines nach einem gegebenen Procentsatze veränderten Werthes, vorkommen. Man hat daher behufs der Lösung hier einschlagender Aufgaben zu fragen, ob die

*) Vgl. §. 240.

gegebenen Procente vermehrend oder vermindernd auf das zu ermittelnde Resultat einwirken. Dabei ist aber zu unterscheiden, ob der Werth auf den sie sich beziehen ein reiner, ein vermehrter oder ein verminderter ist. Ist er ein reiner, so wirken die Procente, je ihrer Art nach, entweder vermehrend oder vermindernd; man hat also, den Procentsatz beispielsweise zu 10 % angenommen, entweder 100 = 110 oder 100 = 90 zu setzen. In den beiden andern Fällen soll der gegebene Werth auf seine ursprüngliche Beschaffenheit zurückgeführt werden; er ist also entweder von der ihm innewohnenden Vermehrung zu befreien (Verminderung) oder die Verminderung, die er erfahren, ist wieder zu ihm hinzuzufügen (Vermehrung). Man hat daher, den Procentsatz wie oben zu 10 % angenommen, entweder 110 = 100 oder 90 = 100 zu setzen. — Sind verschiedene Procentsätze gegeben, so dürfen sie nur dann in einen Posten zusammengefafst werden, wenn sie sich sämtlich auf einen und denselben Werth beziehen. Ebenso wenig dürfen einzelne Procentsätze, welche theils vermehrend, theils vermindernd auf das Resultat einwirken, durch Addition und Subtraction verbunden werden (z. B. 5 % dazu und 3 % ab, in 2 % dazu), es sei denn, dafs sie sich sämtlich auf einen und denselben Werth beziehen. Auf die Reihenfolge der Procente im Kettensatze kommt zwar nichts an; man wird aber um so weniger leicht im Aufstellen der die Procente enthaltenden Gleichungen irren, wenn man sie in der Reihenfolge einbringt, welche sich aus der Art der Procente ergiebt. So sind sie in den nachfolgenden Beispielen eingebracht.

Beispiele.

1) Wie hoch kommen in Köln, ohne Transportspesen, brutto 7500 *K°* franz. Terpentinöl von Rotterdam bezogen zu stehen, wenn an diesem Platze $1\frac{1}{2}$ % Ausschlag, 1 % Gutgewicht und 22 % Tara vergütet werden, wenn der Preis 23 *ƒ.* pr. 50 *K°* netto, mit 1 % Discont ist, die Platzspesen sich auf $1\frac{1}{4}$ % belaufen und eine Commission von $1\frac{1}{2}$ % berechnet wird; wenn ferner 250 *ƒ.* holl. = $142\frac{1}{2}$ *ℛ*?

x *ℛ* =	7500	*K°*	brutto
100 =	$98\frac{1}{2}$	„	nach Abzug d. Ausschl.
100 =	99	„	„ „ „ Gutgew.
100 =	78	„	„ „ der Tara
50 =	23 *ƒ.*	„	
100 =	99	„	nach Abzug des Disconts
100 =	$101\frac{1}{4}$	„	mit Platzspesen
100 =	$101\frac{1}{2}$	„	mit Commission
250 =	$142\frac{1}{2}$ *ℛ*		

$$x = \frac{3 \times 197 \times 99 \times 39 \times 23 \times 99 \times 81 \times 203 \times 57}{100 \times 100 \times 2 \times 100 \times 100 \times 100 \times 10 \times 4 \times 2 \times 2} = 1521 \text{ ℛ } 24 \text{ sgr.}$$

Die Gewichtsabzüge von $1\frac{1}{2}\%$, 1% und 22% durften nicht in ($1\frac{1}{2} + 1 + 22$) $24\frac{1}{2}\%$ zusammengefafst werden, da dem Platzgebrauche gemäfs das Gutgewicht von dem nach Abzug des Ausschlags verbleibenden Gewichte, und von diesem Reste die Tara abgerechnet wird. Die einzelnen Procentsätze: $1\frac{1}{4}$ und $1\frac{1}{2}\%$ vermehrend, und 1% vermindernd, durften nicht etwa in $100 = 101\frac{3}{4}$ zusammengefafst werden, da sie sich nicht auf denselben Werth beziehen. Der Abzug von 1% erfolgt vom Betrage der Waare, à 23 ƒ.; auf den hierdurch erhaltenen Rest beziehen sich die Platzspesen à $1\frac{1}{4}\%$; die Provision à $1\frac{1}{2}\%$ aber wird von dem um diese Spesen vermehrten Betrage genommen. Durch ein Zusammenfassen der Procentsätze würden der Ansatz und das Resultat sich gestalten wie folgt:

x ₰ =	7500	K° brutto
100 =	$75\frac{1}{2}$	„ netto
50 =	23 ƒ.	
100 =	$101\frac{3}{4}$ ƒ.	
250 =	$142\frac{1}{2}$ ₰	

$$x = \frac{3 \times 151 \times 23 \times 407 \times 57}{2 \times 100 \times 4 \times 2 \times 2 \times 50} = 1510 \text{ ₰ } 21 \text{ sgr.}$$

2) Welchen reinen Ertrag in türkischen Piastern brachten netto 500 Rottoli persische Seide, in Marseille mit 16 Fr. pr. $\frac{1}{2}$ K° und 1% Discont verkauft? (Die Spesen betragen 5%. 100 Rottoli = 44 Okka à 400 Drachmen; 32 Teffé à 610 Drachmen = 51 K°; 1 Fr. = 180 Para.)

x P. =	500	Rottoli
100 =	44	Okka
1 =	400	Dr.
610 =	1	Teffé
32 =	61	K°
$\frac{1}{2}$ =	16	Fr. Verkaufspreis
100 =	99	„ Verminderung durch Discont
100 =	95	„ desgl. durch Verkaufsspesen
1 =	180	Para
40 =	1	Piaster

$$x = \frac{11 \times 99 \times 19 \times 18}{10}$$

$= 37243$ Piaster 32 Para.

3) 1260 ℔ einer Waare kosteten mit $12\frac{1}{2}\%$ Spesen $248\frac{1}{16}$ ₰; wieviel hat 1 ℔ in Hamburger Courant-Schillingen gekostet, wovon 40 = 1 ₰?

x ß =	1 ℔	
1260 =	$248\frac{1}{16}$ ₰	mit Spesen
$112\frac{1}{2}$ =	100	„ ohne Spesen
1 =	40 ß	

$$x = \frac{7}{1} = 7 \text{ ß.}$$

4) In Berlin berechnete man 400 ℔ einer Waare, die in Hâvre mit $2\frac{1}{2}\%$ Discont gekauft worden war, ohne Rücksicht auf Spesen

mit 109 ℛ 6 sgr.; wieviel kostete ursprünglich das $\frac{1}{2}$ K°. in Hâvre, den Franc zu 8 sgr. gerechnet? (50 K° = 100 ℔.)

x ℱ.	= $\frac{1}{2}$ K°.		
50	= 100 ℔		
400	= 109,2 ℛ	} nach Abzug von $2\frac{1}{2}$ %	
1	= 30 sgr.		
8	= 1 ℱ.		
$97\frac{1}{2}$	= 100 „	vor Abzug von $2\frac{1}{2}$ %	

$$x = \frac{21}{20} = 1{,}05 \text{ ℱ.}$$

§. 260. Uebungsaufgaben.

926) Was kostet 1 Blech in Hamburger Courant-Schillingen, wenn in England die Kiste (à 225 Stck.) 43 *s.* 6 *d.* kostet und die Spesen 10 % betragen? (Ein engl. Schilling = $13\frac{1}{3}$ ß Courant.)

927) 1 Yard Zeug kostet in England 2 *s.* 8 *d.*; wie hoch kommt 1 Berliner Elle in Kreuzern des $52\frac{1}{2}$ ƒ. Fufses mit 10 % Spesen zu stehen, wenn 8 Yds. = 11 Berl. Ellen und 1 £ = $6\frac{3}{4}$ ℛ?

928) 50 K°. Catharinenpflaumen kosten in Bordeaux 32 ℱ. Wie mufs Leipzig, bei einem Gewinne von 20 %, den Centner (neuen Gewichts) verkaufen, wenn es 35 % Spesen hat, 3 ℱ. = $25\frac{13}{16}$ ß Hamb. Bco. und 300 ℳ ℬ° = 151 ℛ sind? (100 ℔ neuen Gew. = 50 K°.)

929) Eine Partie Waare, gewogen brutto 750 Kilogrammen, brachte, nach Abzug von $3\frac{1}{2}$ % Spesen und 2 % für baare Zahlung, einen reinen Ertrag von 320 ℛ preufs. Cour. Wenn nun 6 % Tara gerechnet wurden, zu wieviel Francs sind die 50 K°. netto verkauft worden, da 300 ℱ. = 80 ℛ preufs. Cour.?

930) Von irgend einer in London erkauften Waare wird in Leipzig 1 ℔ mit 3 ℛ $1\frac{1}{4}$ ngr. verkauft, in welchem Preise 25 % Gewinn, 7 % Transportspesen und 17 % Spesen in London begriffen sind. Wenn nun bei der Verwiegung 110 ℔ engl. = 100 ℔ sächs. gefunden, 1 £ = 13 ℳ 8 ß Hamb. Bco. und 300 ℳ = 152 ℛ sächs. Cour. gerechnet wurden, wieviel Schillinge kostete 1 ℔ in London im Einkaufe?

931) Welchen Reinertrag in Gulden des $52\frac{1}{2}$ ƒ. Fufses lieferten brutto 42800 preufs. Pfd. Kleesamen, die in Rotterdam mit 2 % Tara, zu 22 ƒ. holl. per 50 K°., mit 1 % Abzug für baare Zahlung, verkauft wurden, wenn 250 ƒ. holl. = 142 ℛ preufs. und man für Spesen 8 % rechnete? (50 K°. = 100 preufs. Pfd.)

932) 315 Ctr. kosten in Wien 9860 ƒ. mit Inbegriff von $12\frac{1}{2}$ % Spesen. Wieviel kostete ein Pfund in Hamburg? (21 ƒ. = $27\frac{3}{4}$ ℳ ℬ°; 100 ℔ in Wien = 112 ℔ in Hamburg.)

933) Ein Pud Silber kostet in Rufsland 984 *R. S.*; wieviel ein Kilogramm in Frankreich mit 2 % Spesen? (1 *℔* russ. = 409,516 Gr., $52\frac{1}{2}$ *Fr.* = 13 *R.*)

934) In Hâvre gekauft $2715\frac{1}{2}$ *K.* à 3 *Fr.* 75 *c.*; Discont 2 %; Spesen 18 %; wieviel Thaler Louisd'or in Bremen? (1 *Fr.* = $17\frac{1}{2}$ *gt.*)

935) 1 Stück Seidenzeug von $12\frac{1}{4}$ *Mètres* kostet in Lyon 25 *Fr.* mit 12 % Discont (vom Hundert); welchen Preis giebt dies für die Leipziger Elle, ohne Rücksicht auf Spesen, in Courant mit 2 %? (1 *Mètre* = $1\frac{3}{4}$ Leipz. Elle; 300 *Fr.* = 81 *ᴉβ.*)

936) Eine Waare wird mit $1\frac{2}{3}$ *s.* pr. *Yard* ohne Rabatt berechnet. Wie stellt sich hiernach der Preis einer Leipziger Elle in Mefszahlung zu 12 %? (1 *£* = 6 *ᴉβ* 25 *ngr.*; 5 *yds.* = 8 Leipz. Ellen.)

VIII. Zinsrechnung.

§. 261. Wenn eine Person (Entlehner, Schuldner) von einer andern (Darleiher, Gläubiger) Geld entlehnt, so kann erstere dasselbe so lange, als es in ihrem Besitze verbleibt, in ihrem Nutzen verwenden. Da nun auch der Darleiher des Geldes dies könnte, so hat er das Recht, von seinem Entlehner eine Entschädigung zu fordern, welche Zins oder Interesse genannt wird. Das dargeliehene Geld selbst heifst Kapital.

Man pflegt als Mafsstab für die Berechnung der Zinsen das Kapital 100 anzunehmen, oder die Zinsen nach Procenten zu bestimmen, und nennt die Anzahl der Einheiten, die man von 100 nimmt, den Zinsfufs. Da aber auch die Zeit in Betracht kommt, während welcher ein Kapital ausgeliehen ist, so nimmt man als Zeiteinheit für den Zinsfufs, wenn nichts anderes bestimmt ist, ein Jahr an. Demnach heifst: ein Kapital à 5 % ausleihen, soviel als von 100 Kapital jährlich 5 Zinsen nehmen.

Wenn der Entlehner eines Kapitals die Zinsen von demselben dem Darleiher zu gewissen Zeiten (Zinsterminen) bezahlt, so nennt man diese Zinsen einfache Zinsen. Er zahlt dann zu einer bestimmten Zeit das dargeliehene Kapital unverändert zurück. Wenn der Entlehner aber, statt die fällig werdenden Zinsen an den bestimmten Zinsterminen zu bezahlen, dieselben zu dem Kapital schlägt (kapitalisiert), um nun das dadurch vermehrte Kapital zu verzinsen, so nennt man die davon zu berechnenden Zinsen zusammengesetzte oder Zinseszinsen, Zins vom Zins. Der Schuldner giebt

dann zu einer bestimmten Zeit das um die Zinseszinsen vermehrte Kapital zurück. — Man hat daher die Berechnung einfacher und die Berechnung zusammengesetzter Zinsen zu unterscheiden; doch kommt im kaufmännischen Verkehre letztere sehr selten vor.

1) Berechnung einfacher Zinsen.

§. 262. Sie beschäftigt sich mit der Beantwortung folgender Hauptfragen:

a) wieviel betragen die Zinsen von einem gewissen Kapital in einer gewissen Zeit nach einem gegebenen Zinsfuſse (§. 263—281);

b) wie groſs ist das Kapital, von welchem gewisse Zinsen in einer gewissen Zeit nach einem gegebenen Zinsfuſse gerechnet worden sind (§. 282. 283);

c) welches ist der Zinsfuſs, zu welchem ein gewisses Kapital ausgeliehen ist, das in einer gegebenen Zeit gewisse Zinsen gegeben hat (§. 284. 285);

d) welches ist die Zeit, während welcher ein gewisses Kapital ausgestanden hat, wenn es nach einem gegebenen Zinsfuſse gewisse Zinsen gebracht hat (§. 286. 287).

Auſserdem kann die Berechnung der einfachen Zinsen noch zum Gegenstande haben:

e) die Aufsuchung des um die Zinsen vermehrten Kapitals (§. 288);

f) die Ermittelung des Kapitals oder der Zinsen, welche in einem Werthe enthalten sind, welcher Kapital und Zinsen einschlieſst (§. 289);

g) die Auffindung eines mittleren Zinsfuſses (§. 290).

Die Berechnung in diesen Fällen geschieht, je nach den Bedingungen der Aufgabe, entweder durch die einfache oder durch die zusammengesetzte Regel de Tri (Regel Multiplex), und zwar entweder mit directen oder mit indirecten Verhältnissen. Doch lassen sich im ersten Falle mancherlei Abkürzungen anbringen, welche einen Ansatz überflüſsig machen.

a) Aufsuchung der Zinsen eines Kapitals.

§. 263. Der Zinsfuſs versteht sich in der Regel für ein Jahr, nur bei Discontgeschäften (vgl. §. 303) wird er zuweilen für den Monat genommen. Der Zeitraum aber, für welchen die Zinsen eines gegebenen Kapitals zu berechnen sind, kann auf verschiedene Weise ausgedrückt werden. Es lassen sich die Zinsen nämlich berechnen: 1) nach Jahren; 2) nach Monaten; 3) nach Wochen; 4) nach Tagen.

1) Zinsen nach Jahren.

§. 264. Sollen die Zinsen eines gegebenen Kapitals für ein Jahr berechnet werden, so kommt, falls der Zinsfuſs sich ebenfalls für ein Jahr versteht, die Zeit nicht in Betracht, und die Berechnung ist ganz dieselbe, wie sie in §§. 215 und 217 für die Aufsuchung der Procente (vom Hundert) gelehrt worden ist. — Wäre der Zinsfuſs ein monatlicher, so würde er durch Multiplication mit 12 auf einen jährlichen zu bringen sein.

Beispiele.

1) Wieviel betragen die jährlichen Zinsen von 834 ß à 3 %?

100 ß : 834 ß $= 3\ \% : x$ oder $1\ \% = 8{,}34$ ß
$x = 25{,}02$ ß $\qquad 3\ \% = 25{,}02$ ß.

Man kann also auch hier, wie in der Procentrechnung (§. 215), den Regeldetri-Satz füglich entbehren und alle Vortheile derselben anwenden.

2) Wieviel betragen die jährlichen Zinsen von 1215 ƒ. à $4\frac{1}{2}$ % oder à $3\frac{5}{6}$ %?

$12{,}15 = 1\ \%$ (× 9)
$109{,}35 = 9\ \%$ (2)
$54{,}675$ ƒ. $= 4\frac{1}{2}\ \%$
($67\frac{1}{2}$ Nkr.)

$12{,}15 = 1\ \%$
$48{,}60 = 4\ \%$
$\div\ 2{,}025 = \frac{1}{6}\ \%$
$46{,}575$ ƒ. $= 46$ ƒ. $57\frac{1}{2}$ Nkr.

3) Desgl. von 650 ℳ à 4 % und von 87 ₣. 50 c. à $3\frac{1}{2}$ %?

$650 = 6\frac{1}{2} \times 100$, daher $6\frac{1}{2} \times 4 = 26$ ℳ.

$87\frac{1}{2} = \frac{7}{8} \times 100$, daher $\frac{7}{8} \times 3\frac{1}{2} = 3\frac{1}{16}$ ₣.

4) Desgl. von 1265 ß à $2\frac{1}{2}$ % und von 968 *Rdlr.* à $6\frac{1}{4}$ %?

$2\frac{1}{2}\ \% = \frac{1}{40}$ aus 100, daher $\frac{1}{40}$ aus 1265 ß $= 31\frac{5}{8}$ ß.

$6\frac{1}{4}\ \% = \frac{1}{16}$ aus 100, daher $\frac{1}{16}$ aus $968 = 60\frac{1}{2}$ *Rdlr.*

§. 265. Sind die Zinsen für mehrere Jahre zu suchen, so geschieht die Berechnung zunächst für ein Jahr, wie oben. Das erhaltene Resultat ist alsdann mit der Anzahl der Jahre zu multiplicieren. (Beisp. 1—4.) Eine Vereinfachung der Rechnung läſst sich dadurch bewirken, daſs man den Zinsfuſs mit der Anzahl der Jahre multipliciert und so die Zeit auf 1 Jahr reduciert. So ist z. B. $4\frac{1}{2}$ % in 2 Jahren ($= 4\frac{1}{2} \times 2$) $= 9$ % in 1 Jahr oder auch 1 % in 9 Jahren u. s. w. (Beisp. 5. 6.)

Beispiele.

Wieviel betragen die Zinsen von:

1) 456 ß à 3 % in 7 Jahren

$4{,}56$ ß $= 1\ \%$ in 1 J. (× 3)
$13{,}68$ ß $= 3\ \%$ in 1 J. (× 7)
$95{,}76$ ß $= 3\ \%$ in 7 J.

2) 945 ƒ. à $3\frac{1}{3}$ % in 4 Jahren.

($3\frac{1}{3}\ \% = \frac{1}{30}$ des Kapitals)
30 in $945 = 31$ ƒ. 30 xr. $= 3\frac{1}{3}\ \%$ in 1 J. (× 4)
126 ƒ. $= 3\frac{1}{3}\ \%$ in 4 J.

3) 1883 ƒ. 20 *xr.* à 3 % in 5 J.
(1883 $^1/_3$ ƒ. = 18 $^5/_6$ × 100)
18 $^5/_6$ × 3 = 56 $^1/_2$ ƒ. = 3 % in 1 J.
282 $^1/_2$ ƒ. = 3 % in 5 J.

4) 66 *ß* 48 *gl.* à 5 % in 3 $^1/_2$ J.
(66 $^2/_3$ *ß* = $^2/_3$ × 100)
$^2/_3$ × 5 = 3 *ß* 24 *gl.* = 5 % in 1 J.
× 3
10 *ß* — *gl.* = 5 % in 3 J.
1 „ 48 „ = 5 % in $^1/_2$ J.
11 *ß* 48 *gl.*

5) 485 *Fr.* 50 *c.* à 3 $^1/_2$ % in 4 J.
(3 $^1/_2$ % in 4 J. = 14 % in 1 J.)
4,855 = 1 %
× 14
67,970 *Fr.* = 67 *Fr.* 97 *c.*

6) 1326 *ℳ* 8 *β* à 5 % in 2 $^1/_2$ J.
(5 % in 2 $^1/_2$ J. = 12 $^1/_2$ % in 1 J.,
12 $^1/_2$ % = $^1/_8$ des Kapitals.)
8 in 1326 *ℳ* 8 *β* = 165 *ℳ* 13 *β*.

§. 266. Bestehen indes Kapital, Zinsfuſs und Zeit aus unbequemen Zahlen, so ist es einfacher, die Rechnung durch einen Ansatz zu machen, und zwar, da zwei Verhältnisse, Kapital und Zeit, auf die Zinsen einwirken, durch einen Ansatz der Regel Multiplex. — Die Verhältnisse sind hier, sowie bei Berechnung der Zinsen überhaupt, stets d i r e c t, denn: J e m e h r K a p i t a l, oder j e m e h r Z e i t d e s t o m e h r Z i n s e n; j e w e n i g e r K a p i t a l, oder j e w e n i g e r Z e i t, d e s t o w e n i g e r Z i n s e n.

Z. B. Wieviel betragen die Zinsen: *a*) von 819 *ß* à 4 $^2/_3$ % in 1 $^3/_4$ J., und *b*) von 56 ƒ. à 6 $^1/_2$ % in $^3/_4$ J.?

a) 100 : 819 = 4 $^2/_3$ % : x
1 : 1 $^3/_4$
$x = \frac{7 \times 273 \times 7}{2 \times 100} = 66{,}885$ *ß*.

b) 100 : 56 = 6 $^1/_2$ % : x
1 : $^3/_4$
$x = \frac{13 \times 7 \times 3}{100} = 2{,}73$ ƒ.

Anm. Wegen der in einem Kapital enthaltenen niederen Sorten, z. B. Groschen, Kreuzer u. s. w., gilt auch bei Berechnung der Zinsen das §. 215 bereits bemerkte; doch sind in den nachfolgenden Uebungsaufgaben die niederen Sorten immer genau gerechnet.

§. 267. Uebungsaufgaben.

Wieviel betragen die jährlichen Zinsen von:
937) 1793 *ß* à 4 $^1/_4$ %; 938) 1493 ƒ. à 5 %; 939) 942 *ℳ* 8 *β* à 3 $^1/_2$ %; 940) 196 *R.* à 6 %; 941) 1236 *Fr.* 50 *c.* à 4 $^1/_2$ %; 942) 34 *ß* à 2 %; 943) 168 ƒ. 34 Nkr. à 4 $^3/_4$ %; 944) 365 £ 12 *s.* 6 *d.* à 2 $^1/_4$ %; 945) 864 *Fr.* à 6 $^1/_4$ %; 946) 1206 *Rdlr.* dän. à 3 $^1/_3$ %; 947) 1418 *ß* 16 *ngr.* à 2 $^1/_2$ %; 948) 1409 *ℳ* 10 *β* à 4 $^1/_6$ %; 949) 312 ƒ. 36 *xr.* à 3 $^1/_8$ %; 950) 408 *R.* à 6 $^2/_3$ %; 951) 537 ƒ. 30 *xr.* à 3 %; 952) 1906 *ℳ* 4 *β* à 3 $^1/_2$ %; 953) 66 *ß* 20 *sgr.* à 4 %; 954) 41 *ß* 48 *gl.* à 4 %; 955) 433 *ß* 10 *sgr.* à 2 %; 956) 83 ƒ. 20 *xr.* à 5 %; 957) 1208 *ß* 10 *ngr.* à 3 %; 958) 962 *Fr.* 50 *c.* à 6 %?

Wieviel betragen die Zinsen von:
959) 1781 *ß* à 3 % in 7 J.; 960) 3224 ƒ. à 3 % in 8 J.; 961) 634 *Fr.* à 4 $^1/_2$ % in 2 J.; 962) 641 *ß* 48 *gl.* à 3 % in 2 J.; 963) 37 ƒ. 30 *xr.*

à 5 % in 3 J.; 964) 605 ℳ à 5 % in $1\frac{1}{4}$ J.; 965) 472 Fr. à $4\frac{1}{2}$ % vom 1. Mai 1854 bis 1. Mai 1860; 966) 1215 ℳ à $3\frac{1}{2}$ % in 4 J.; 967) 348 ℛ 18 sgr. à 4 % in $1\frac{3}{4}$ J.; 968) 860 ℛ à $4\frac{3}{4}$ % in 2 J.; 969) 136 f. à $4\frac{1}{2}$ % in 3 J.; 970) 940 R. 80 *Kop.* à 6 % vom 1. April 1858 bis 1. Oct. 1860; 971) 255 ℛ à 3 % vom 1. Mai 1858 bis 1. Nov. 1859; 972) 1308 ℛ 10 ngr. à 6 % in $1\frac{1}{2}$ J.; 973) 94 f. à 4 % in $3\frac{5}{12}$ J.; 974) 2046 ℛ à $3\frac{5}{8}$ % in $4\frac{1}{2}$ J.; 975) 216 £ à $4\frac{3}{4}$ % in $3\frac{1}{2}$ J.?

2) Zinsen nach Monaten.

§. 268. Hat man die Zinsen nach Monaten zu berechnen, so berechne man sie zuerst, nach §. 264, für **ein** Jahr, und nehme dann aus diesem Resultate denselben Theil, welchen die gegebenen Monate aus einem Jahre bilden.

Beispiele.

Wieviel betragen die Zinsen von:

1) 964 ℛ à 5 % in 5 Mt.?

```
  9,64 × 5
 ----------
 48,20  = 5% in 1 J.
 ----------
 16,066 = 5% in 4 Mt. (1/3 J.)
  4,017 = 5% „ 1 „ (1/4 a. 4 Mt.)
 ----------
 20,083 ℛ.
```

2) 466 f. à 6 % in 7 Mt.?

```
  4,66 × 6
 ----------
 27,96 = 6 % in 1 J.
 ----------
 13,98 = 6 % in 6 Mt.
  2,33 = 6 % „ 1 „
 ----------
 16,31 f.
```

oder: 466 f. à 7 % in 6 Mt.?

```
  4,66 × 7
 ----------
 32,62 = 7 % in 1 J.
 ----------
 16,31 = 7 % in 6 Mt.
```

3) 437 f. 30 xr. à 4 % in 5 Mt.?
(437 f. 30 xr. = $4\frac{3}{8} \times 100$)

```
  4 3/8 × 4
 ----------
 17 f. 30 xr. = 4 % in 1 J.
 ----------
  5 f. 50 xr. = 4 % in 4 Mt.
  1 „ 27 1/2 „ = 4 % „ 1 „
 ----------
  7 f. 17 1/2 xr.
```

4) 1428 ℳ à $3\frac{1}{3}$ % vom 17. Mai 1858 bis 17. Oct. 1862?

5) 1236 Fr. à $4\frac{1}{2}$ % vom 16. Jan. 1859 bis 16. Dec. 1860?

```
     1428
30) ------
     47,6  ℳ = 3 1/3 % in 1 J.
    ------
    190,4  ℳ = 3 1/3 % in 4 J.
     15,86 „ = 3 1/3 % „ 4 Mt.
      3,97 „ = 3 1/3 % „ 1 „
    ------
    210,23 ℳ (4 ß).
```

```
     12,36 × 9
    ----------
    111,24  = 4 1/2 % in 2 J.
 ÷    4,635 = 4 1/2 % „ 1 Mt.
            = 1/24 v. 2 J.
    ----------
    106,605 Fr.
```

§. 269. Betrachtet man die Monate als einen Bruch des Jahres und multipliciert man mit diesem Bruche den Zinsfuſs, so handelt es

sich um die Berechnung der Zinsen für ein Jahr. Von diesem Vortheile wird man vorzüglich dann Gebrauch machen, wenn das Product jener Multiplication eine ganze oder eine solche gemischte Zahl ist, deren Benutzung keine Unbequemlichkeit bietet.

Beispiele.

1) Wieviel betragen die Zinsen von 520 β à 3 % in 4 Monaten?

4 Mt. $= \frac{1}{3}$ J., $\frac{1}{3} \times 3\,\% = 1\,\%$ in 1 J., also 5,20 β.

2) Desgl. von 648 ƒ. à 4 % in 7 Monaten?

4 % in 7 Mt. $= 4 \times \frac{7}{12} = \frac{7}{3}\,\%$ in 1 J.

$$\begin{array}{r} 6{,}48 \times \frac{7}{3} \\ 3)\overline{} \\ 2{,}16 \\ \overline{}\times 7 \\ 15{,}12\ ƒ. \end{array}$$

3) Desgl. von 1208 ƒ in 8 Monaten à 6 %?

8 Mt. $= \frac{2}{3}$ J.; $\frac{2}{3} \times 6 = 4\,\%$ in 1 J.

$12{,}08 \times 4 = 48{,}32$ ƒ.

§. 270. Sind Kapital, Zeit und Zinsfufs unbequeme Zahlen, so wird man auch hier die Rechnung durch einen Ansatz der Regel Multiplex machen. Z. B. Wieviel betragen die Zinsen von 427 β à $3\frac{1}{2}\,\%$ in 19 Monaten?

Kapital 100 : 427 β Kap. $= 3\frac{1}{2}\,\% : x$
(je mehr Kapital, desto mehr Zinsen)
Monate 12 : 19 Monaten (je mehr Zeit, desto mehr Zinsen)

$$x = \frac{427 \times 7 \times 19}{1200 \times 2} = 23{,}66\ β.$$

§. 271. Das Verfahren bei der Berechnung der Zinsen nach Monaten läfst sich nach obigem Ansatze in folgender Formel darstellen:

$$\frac{\text{Kapital} \times \text{Monate} \times \text{Zinsfufs}}{\text{div. durch } 1200}.$$

Insoweit nun der gegebene Zinsfufs in dem beständigen Divisor 1200 ohne Rest enthalten ist, läfst sich diese Formel dahin vereinfachen: Kapital × Monate dividiert durch den zu dem Zinsfufse gehörigen beständigen Divisor. Dieser beständige Divisor ist z. B.

für $1\,\% = \frac{1200}{1} = 1200$; für $1\frac{1}{2}\,\% = \frac{1200}{1\frac{1}{2}} = 800$;

„ $2\,\% = \frac{1200}{2} = 600$; „ $3\,\% = \frac{1200}{3} = 400$;

„ $4\,\% = \frac{1200}{4} = 300$; „ $5\,\% = \frac{1200}{5} = 240$;

für $6\,\% = \frac{1200}{6} = 200$.

Soweit Kapital und Zeit gegen diesen beständigen Divisor sich abkürzen lassen, wird man auch diesen Vortheil benutzen.

Beispiele.

Wieviel betragen die Zinsen von: 1) 968 ℛ︎ à 4 % in 7 Mt.; 2) 862 ƒ. in $9\frac{1}{2}$ Mt. à 3 %; 3) 1636 ℳ︎ à 6 % in 8 Mt.?

$$\frac{968 \times 7}{300} = \frac{6776}{300} = 22{,}59 \text{ ℛ︎}; \quad \frac{862 \times 9\frac{1}{2}}{400} = \frac{431 \times 19}{400} = 20{,}47 \text{ ƒ.};$$

$$\frac{1636 \times 8}{200} = \frac{1636 \times 4}{100} = 65{,}44 \text{ ℳ︎}.$$

Kommt das Kapital dem Divisor gleich, so sind, wie man leicht einsieht, die Zinsen gleich der Anzahl der Monate. Z. B. Von 240 ℛ︎ à 5 % in 11 Monaten betragen die Zinsen 11 ℛ︎; denn: $\frac{240 \times 11}{240} = 11$. — Oder: 900 ℛ︎ à 3 % in 4 Mt. = 400 ℛ︎ à 3 % in 9 Mt. = 9 ℛ︎ Zinsen.

§. 272. Uebungsaufgaben.

Wieviel betragen die Zinsen von:

976) 1492 ƒ. à 4 % in 7 Monaten? 977) 1551 ℛ︎ à 3 % in 8 Mt.? 978) 905 ℛ︎ à 5 % in 9 Mt.? 979) 850 ƒ. österr. Währg. à 3 % in 7 Mt.? 980) 164 ƒ. holl. à 2 % in 11 Mt.? 981) 1285 ℳ︎ à 4 % in 9 Mt.? 982) 850 £ à 3 % in 15 Mt.? 983) 1250 ƒ. österr. Währg. à $4\frac{1}{2}$ % in 13 Mt.? 984) 846 ℳ︎ à $3\frac{1}{2}$ % in $9\frac{1}{2}$ Mt.? 985) 1997 Fr. à $5\frac{1}{2}$ % in 17 Mt.? 986) 1496 ℛ︎ à $4\frac{3}{4}$ % vom 1. Mai 1858 bis 1. Febr. 1860? 987) 2402 *Rdlr.* 84 ß dän. à 5 % vom 15. Aug. 1859 bis 30. Mai 1860? 988) 964 ℛ︎ in Hannover à 6 % vom 17. Mai bis 17. Dec.? 989) 3436 £ 10 *s.* in Livorno à $7\frac{1}{2}$ % vom 3. Febr. 1859 bis 3. Jan. 1860? 990) 832 R. 50 *Kop.* à 8 % vom 13. Febr. 1859 bis 13. Juni 1860?

3) Berechnung der Zinsen nach Wochen.

§. 273. Die Zinsen nach Wochen zu berechnen war früher nur in Augsburg, und auch da nur unter den Bankiers üblich. Dieser Gebrauch hatte seinen Grund darin, dafs die Bankiers ihre gegenseitigen Forderungen nur Mittwochs unter einander abrechneten oder scontrierten, zu welchem Zwecke sie das Jahr = 52 Scontri (Wochen) annahmen. Nachdem aber die allgemeine deutsche Wechselordnung mit dem 1. Januar 1851 auch in Bayern eingeführt worden ist, hat Augsburg, wegen der durch dieselbe vorgeschriebenen Frist zur Erhebung der Wechselproteste, diese Einrichtung aufgeben müssen und es sind, von diesem Zeitpunkte an, zwei Scontri oder Kassiertage (Montag und Donnerstag) eingeführt worden. In Folge dessen ist nun zwar im allgemeinen die Berechnung der Zinsen nach

Tagen an die Stelle der Zinsenberechnung nach Wochen getreten, doch soll es noch einzelne Handelshäuser geben, welche die letztere insofern beibehalten haben, als sie das Jahr in (52 × 2) 104 Scontri theilen, also die Zinsen für halbe Wochen berechnen.

4) Berechnung der Zinsen nach Tagen.

§. 274. Im kaufmännischen Verkehr rechnet man meistentheils die Zinsen nach Tagen. Der Zinsfufs versteht sich dann in der Regel für einen Zeitraum von 360 Tagen, auch selbst dann, wenn man bei Ermittelung der Anzahl von Tagen, für welche die Zinsen zu berechnen sind, jeden Monat zu der Anzahl von Tagen rechnet, die er wirklich hat. Nur in England und in den englischen Kolonien, sowie in Amerika, macht man hiervon eine Ausnahme, indem man den Zinsfufs für 365 Tage annimmt und jeden Monat zu der Anzahl von Tagen rechnet, die er wirklich hat. — Demnach ist für jeden Fall, wo die Zinsen nach Tagen zu berechnen sind, eine dreifache Lösung möglich, wie nachstehendes Beispiel zeigt.

Wieviel betragen die Zinsen von 1832 ℛ à 4 % vom 7. Febr. bis 11. Sept. 1859?

a) der Zinsfufs für 365 Tage,
1 Mt. = soviel Tagen, als er hat.

100 ℛ : 1832 ℛ = 4 % : x
365 T. : 216 T.

x = 43 ℛ 11 ngr.

b) der Zinsfufs für 360 Tage,
1 Mt. = soviel Tagen, als er hat.

100 ℛ : 1832 ℛ = 4 % : x
360 T. : 216 T.

x = 43 ℛ 29 ngr.

c) der Zinsfufs für 360 Tage,
1 Mt. = 30 Tagen.

100 ℛ : 1832 ℛ = 4 % : x
360 T. : 213 T.

x = 43 ℛ 16 ngr. 8 ₰.

Aus der Betrachtung der hier sich zeigenden Differenzen geht hervor, dafs man der Wahrheit immer am nächsten kommen wird, wenn man, für den Zinsfufs sowohl, als für Ermittelung der Tage, das Jahr = 360 Tagen rechnet; und man wird diese Berechnungsweise um so mehr wählen, als sich dabei viele, die Rechnung sehr erleichternde Abkürzungen anbringen lassen, von denen die folgenden Paragraphen handeln.

§. 275. Aus obigem Ansatze *c*) ergiebt sich für die Berechnung der Zinsen nach Tagen folgende Formel:

$$\frac{\text{Kapital} \times \text{Tage} \times \text{Zinsfufs}}{\text{dividiert durch } 36000.}$$

Der beständige Divisor ist also 36000. Insoweit nun der Zinsfuſs in diesem Divisor ohne Rest enthalten ist, läſst sich obige Formel dahin vereinfachen: Kapital × Tage dividiert durch den Divisor, der zu dem Zinsfuſse gehört.

Dieser beständige Divisor ist:

für 1 % $= \frac{36000}{1} = 36000$;	für $1\frac{1}{4}$ % $= \frac{36000}{1\frac{1}{4}} = 28800$;
„ $1\frac{1}{2}$ % $= \frac{36000}{1\frac{1}{2}} = 24000$;	„ 2 % $= \frac{36000}{2} = 18000$;
„ $2\frac{1}{2}$ % $= \frac{36000}{2\frac{1}{2}} = 14400$;	„ 3 % $= \frac{36000}{3} = 12000$;
„ $3\frac{3}{4}$ % $= \frac{36000}{3\frac{3}{4}} = 9600$;	„ 4 % $= \frac{36000}{4} = 9000$;
„ $4\frac{1}{2}$ % $= \frac{36000}{4\frac{1}{2}} = 8000$;	„ 5 % $= \frac{36000}{5} = 7200$;
„ 6 % $= \frac{36000}{6} = 6000$;	„ $6\frac{1}{4}$ % $= \frac{36000}{6\frac{1}{4}} = 5760$;

u. s. w.

Bei Benutzung dieser Divisoren bedarf man also des Ansatzes nicht, und es versteht sich von selbst, daſs etwanige Abkürzungen des Divisors gegen Kapital oder Tage, wenn möglich, vorzunehmen sind.

Beispiele.

1) Wieviel betragen die Zinsen von 948 ℛ︀ à 4 % in 148 Tagen?

$$= \frac{948 \times 148}{9000} = \frac{316 \times 148}{3000} = \frac{46768}{3000} = 15 \text{ ℛ︀ } 18 \text{ ngr.}$$

2) Desgl. von 1264 ƒ. österr. Währg. à $4\frac{1}{2}$ % in 35 Tagen?

$$\frac{1264 \times 35}{8000} = \frac{158 \times 35}{1000} = \frac{79 \times 7}{100} = 5{,}53 \text{ ƒ.} = 5 \text{ ƒ. } 53 \text{ Nkr.}$$

3) Desgl. von 734 ℳ︀ à 5 % in 312 Tagen?

$$\frac{734 \times 312}{7200} = \frac{734 \times 13}{300} = \frac{9542}{300} = 31 \text{ ℳ︀ } 13 \text{ ß.}$$

4) Desgl. von 1346 Fr. 60 c. à 6 % in 190 Tagen?

$$\frac{1346{,}6 \times 190}{6000} = \frac{6733 \times 19}{3000} = 42 \text{ Fr. } 64 \text{ c.}$$

§. 276. Dieses abgekürzte Verfahren läſst sich auch dann anwenden, wenn die Zinsen nach einem Zinsfuſse zu berechnen sind, welcher in 36000 nicht ohne Rest enthalten ist, also keinen beständigen Divisor giebt.

Beispiele.

1) Wieviel betragen die Zinsen von 1212 ℛ à $3\frac{1}{2}\%$ in 164 Tagen?

($3\frac{1}{2}\% = 3\% + \frac{1}{2}\%$, oder $= 4\% \div \frac{1}{2}\%$.)

$$a)\quad \frac{1212 \times 164}{12000} = \frac{101 \times 164}{1000} = \frac{16564}{1000} = 16 \text{ ℛ } 17 \text{ ngr. à } 3\%$$

$$+ \tfrac{1}{6} \text{ aus } 3\% = \;\; 2 \;,, \; 23 \;,, \;\; ,, \tfrac{1}{2}\%$$

$$19 \text{ ℛ } 10 \text{ ngr.}$$

$$b)\quad \frac{1212 \times 164}{9000} = \frac{404 \times 164}{3000} = 22 \text{ ℛ } 3 \text{ ngr. à } 4\%$$

$$\div \tfrac{1}{8} \text{ aus } 4\% = \;\; 2 \;,, \; 23 \;,, \;\; ,, \tfrac{1}{2}\%$$

$$19 \text{ ℛ } 10 \text{ ngr.}$$

Von welchem Zinsfuſse man in einem solchen Falle ausgehen soll, wird von der Beschaffenheit der gegebenen Zahlen abhängen; man wird denjenigen wählen, dessen Divisor die meisten derjenigen Factoren enthält, aus denen Kapital und Tage bestehen.

2) Desgl. von 942 ƒ. à $5\frac{3}{4}\%$ in 91 Tagen?

$$\frac{942 \times 91}{6000} = \frac{157 \times 91}{1000} = 14{,}287 \text{ ƒ. à } 6\%$$

$$\div \tfrac{1}{24} \text{ aus } 6\% = \;\; 0{,}595 \;,, \;,, \tfrac{1}{4}\%$$

$$13{,}692 \text{ ƒ. à } 5\tfrac{3}{4}\%.$$

Ist das Kapital gleich dem zu dem Zinsfuſse gehörigen Divisor, so sind, wie man leicht einsieht, die Zinsen gleich der Anzahl der gegebenen Tage. Z. B. Von 7200 ℛ betragen die Zinsen à 5% in 179 Tagen = 179 ℛ, denn $\frac{7200 \times 179}{7200} = 179$.

§. 277. Einen weitern Vortheil für die Berechnung der Zinsen nach Tagen, sobald der Zinsfuſs sich für 360 Tage versteht, bietet die Zurückführung desselben auf 1%.

Hat man				so hat man		
in	360	Tagen	5%	in	72 Tagen	1%
,,	360	,,	4%	,,	90 ,,	1%
,,	360	,,	$2\frac{1}{2}\%$	,,	144 ,,	1%

u. s. w.

Man findet demnach, indem man mit dem Zinsfuſse in 360 dividiert, diejenige Anzahl von Tagen, in welcher die Zinsen 1% ausmachen. Daher hat man:

à 1 %	in 360		
„ $1\frac{1}{4}$ „	„ 288		
„ $1\frac{1}{2}$ „	„ 240		
„ 2 „	„ 180		
„ $2\frac{1}{2}$ „	„ 144		
„ 3 „	„ 120	}	Tagen = 1 % oder $\frac{1}{100}$ des Kapitals.
„ $3\frac{3}{4}$ „	„ 96		
„ 4 „	„ 90		
„ $4\frac{1}{2}$ „	„ 80		
„ 5 „	„ 72		
„ 6 „	„ 60		

Ist nun eine gröfsere oder eine geringere Anzahl von Tagen, als der Zinsfufs sie fordert, gegeben, so geschieht die Berechnung durch Zerlegung, wie nachfolgende Beispiele zeigen. — Die Berechnung der Zinsen nach Zinsfüfsen, welche in der Zahl 360 nicht ohne Rest enthalten sind, bewirkt man, wie in §. 276, mittelst Benutzung eines der oben angeführten Zinsfüfse, unter Ab- oder Zurechnung. (Beisp. 5. 6.)

Beispiele.

1) Wieviel betragen die Zinsen für 835 ℛ à 4 % in 108 Tagen?

für 90 Tage = 1 % = 8,35 ℛ
„ 18 „ = $\frac{1}{5}$ aus 90 T. = 1,67 „
108 Tage = 10,02 ℛ Zinsen.

2) Desgl. von 613 ℔ à $4\frac{1}{2}$ % in 36 Tagen?

für 80 Tage = 1 % = 6,13 ℔
für 40 Tage = $\frac{1}{2}$ a. 80 T. = 3,065 ℔
„ 4 „ = $\frac{1}{10}$ „ 40 „ = 0,306 „
36 Tage = 2,759 ℔ Zinsen.

3) Desgl. von 1774 ℱ. à 3 % in 216 Tagen?

für 120 Tage = 1 % = 17,74 ℱ.
„ 60 „ = $\frac{1}{2}$ a. 120 T. = 8,87 „
„ 30 „ = $\frac{1}{2}$ „ 60 „ = 4,44 „
„ 6 „ = $\frac{1}{10}$ „ 60 „ = 0,88 „
216 Tage = 31,93 ℱ. Zinsen.

oder: 120 Tage = 17,74 ℱ.
240 Tage = 35,48 ℱ.
÷ 24 „ = 3,55 „
216 Tage = 31,93 ℱ.

oder: 120 Tage = 17,74 ℱ.
24 Tage = 3,548 ℱ.
216 Tage = 31,932 ℱ.

4) Desgl. von 364 *f.* à 6 % in 42 Tagen?

für 60 Tage = 1 % = 3,64 *f.*
für 6 Tage = $^1/_{10}$ a. 60 T. = 0,364 *f.*
für 42 Tage = 2,548 *f.* Zinsen.

5) Desgl. von 1305 ₰ à 3½ % in 97 Tagen?

(3½ % = 4 ÷ ½ oder = 3 + ½)

a) à 3 % für 120 Tage = 1 % = 13,05 ₰
für 24 Tage = ⅕ a. 120 T. = 2,61 ₰
für 96 Tage = 10,44 ₰
„ 1 „ = $^1/_{24}$ a. 24 T. = 0,11 „
97 Tage = 10,55 ₰ à 3 %
+ ⅙ a. 3 % = 1,76 „ „ ½ %
12,31 ₰ Zinsen.

b) à 4 % für 90 Tage = 1 % = 13,05 ₰
„ 6 „ = $^1/_{15}$ a. 90 T. = 0,87 „
„ 1 „ = ⅙ „ 6 „ = 0,15 „
97 Tage = 14,07 ₰ à 4 %
÷ ⅛ aus 4 % = 1,76 „ „ ½ %
12,31 ₰ Zinsen.

6) Desgl. von 968 *f.* à 5½ % in 45 Tagen?

a) à 5 % in 72 T. = 9,68 *f.*
in 9 T. = 1,21 *f.*
in 45 T. = 6,05 *f.*
+ $^1/_{10}$ aus 5 % = 0,605 „ = ½ %
6,655 *f.*

b) à 6 % in 60 T. = 9,68 *f.*
in 15 T. = 2,42 *f.*
in 45 T. = 7,26 *f.*
÷ $^1/_{12}$ aus 6 % = 0,605 „ = ½ %
6,655 *f.*

Eine Vereinfachung der Rechnung läſst sich sehr oft durch Vertauschung der Benennungen oder durch Umgestaltung der gegebenen Zahlen erreichen, wie folgende Beispiele zeigen.

1) Wieviel betragen die Zinsen von 90 ₰ à 4 % in 137 Tagen? Ebensoviel als die Zinsen von 137 ₰ in 90 T., also = 1,37 ₰.

2) Desgl. von 168 *f.* à 5 % in 207 T.? Ebensoviel als von 207 *f.* in 168 T.

in 144 T. = 4,14 *f.*
„ 24 „ = 0,69 „
4,83 *f.*

3) Desgl. von 1350 ℛ à 4% in 97 T., und von 1440 ℱ à 5% in 127 T.? = 970 ℛ in 135 T. und 1270 ℱ in 144 T.

in 90 T. = 9,70 ℛ	in 72 T. = 12,70 ℱ
„ 45 „ = 4,85 „	in 144 T. = 25,40 ℱ
14,55 ℛ	

Sind die gegebenen Kapitalien runde Zahlen, so ist es, besonders für das Berechnen der Zinsen im Kopfe, anzuempfehlen, die Zinsen für 1 Tag zu suchen, und den Quotienten mit der Anzahl der Tage zu multiplicieren. Z. B. Wieviel betragen die Zinsen: *a)* von 3600 ℛ à 4% in 49 T.? *b)* von 5000 ℛ à $4\frac{1}{2}$% in 136 T.?

a) 90 T. = 36 ℛ; 1 T. = $\frac{36}{90} = \frac{4}{10}$ ℛ; $49 \times \frac{4}{10} = 19{,}6$ ℛ.

b) 80 T. = 50 ℛ; 1 T. = $\frac{50}{80} = \frac{5}{8}$ ℛ; $136 \times \frac{5}{8} = 17 \times 5 = 85$ ℛ.

§. 278. Ob man sich nun der einen oder der andern der bisher gelehrten Methoden bei Berechnung von Zinsen nach Tagen bedienen soll, wird sowohl von der Zahl der Tage abhängen, für welche die Zinsen zu berechnen sind, als auch von der Beschaffenheit des Zinsfufses. Ist die Zahl der Tage, was sich leicht übersehen läfst, so beschaffen, dafs eine Zerlegung derselben in Theile der zum Zinsfufse gehörigen Anzahl von Tagen leicht ausführbar ist, so ist diese Zerlegung unstreitig das bequemste und übersichtlichste Verfahren, weshalb man dasselbe auch in solchen Contocorrenten, zu denen die Zinsrechnung nach der Stufenleiter gegeben wird, hauptsächlich mit Nutzen anwendet, weil es sich hier immer nur um eine kleine Anzahl von Tagen handelt, so dafs sich die Zinsen nicht selten sogleich im Kopfe berechnen lassen. — Nur wenn Zinsfufs und Tage aus sehr unbequemen Zahlen bestehen, wird die Berechnung mittelst eines Ansatzes (vgl. §. 274) zu machen sein.

Der bequemste Zinsfufs für Berechnung der Zinsen im Contocorrent ist 6%, besonders in den Ländern, wo man nach Thalern à 30 Groschen (Neu- oder Silbergroschen), oder nach Gulden à 60 Kreuzern rechnet. Denn hier hat man nach den Ansätzen:

100 : Kap. = 6% in Thlr. : x (à 30 *gr.*)	100 : Kap. = 6% in Gulden : x (à 60 *xr.*)
360 : gegeb. Tagen	360 : gegeb. Tagen
$x = \frac{\text{Kap.} \times \text{Tage}}{200}$ = Zinsen in Groschen	$x = \frac{\text{Kap.} \times \text{Tage}}{100}$ = Zinsen in Kreuzern,

die sich dann leicht in Thaler beziehentlich in Gulden, verwandeln lassen. Hat man nun in einem Contocorrent die Zinsen à 6% gerechnet, während sie z. B. nur zu 4% zu rechnen sind, so reduciert man den Saldo der Zinsen, wie 6 : 4, oder wie 3 : 2, oder man zieht $\frac{1}{3}$ ab.

So ist ferner in Bremen 5% ein vorzugsweise zu benutzender Zinsfufs, denn hier führt obiger Ansatz, in welchem man 6% und 30 *gr.* (60 *xr.*) durch 5% und 72 *gt.* ersetzt, zu der Formel:

$$\frac{\text{Kap.} \times \text{Tage}}{100} = \text{Zinsen in Groten.}$$

§. 279. Versteht sich der Zinsfufs für 365 Tage (§. 274), so so ist das in §. 275 gelehrte Verfahren nur bei dem Zinsfufse von 5 % anwendbar, welcher $\left(\frac{36500}{5}=\right)$ 7300 als Divisor giebt. Zinsenberechnungen nach andern Zinsfüfsen können allenfalls unter Benutzung des Zinsfufses von 5 % (Beisp. 2 *b*), sonst aber nur durch einen Ansatz gemacht werden.

Beispiele.

1) Wieviel betragen die Zinsen von 482 £ 10 *s.* à 5 % in 184 Tagen?

$$\frac{482{,}5 \times 184}{7300} = \frac{88780}{7300} = 12\ £\ 3\ s.\ 3\ d.$$

2) Desgl. von 964 £ 15 *s.* à 6 % in 190 Tagen?

a)

$$\begin{array}{l} 100\ £ : 964{,}75\ £ = 6\ \% : x \\ 365\ T. : 190\ \text{Tagen} \\ \hline x = 30\ £\ 2\ s.\ 8\ d. \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{rl} \frac{964{,}75 \times 190}{7300} = & 25\ £\ \ 2\ s.\ 3\ d.\ \text{à}\ 5\ \% \\ +\tfrac{1}{5}\ \text{a.}\ 5\% = & 5\ „\ —\ „\ 5\ „\ „\ 1\ „ \\ \hline & 30\ £\ \ 2\ s.\ 8\ d. \end{array}$$

Anm. 1. In England bedient man sich häufig, bei Berechnung von Zinsen, sogenannter Zinstabellen, in denen die Zinsen von 1 bis 1000 u. s. w. Pfund Sterling Kapital für 1 bis 365 Tage sogleich ausgerechnet sind.

Anm. 2. Hat man Zinsen nach Jahren, Monaten und Tagen zugleich zu berechnen, so geschieht dies entweder nach der Regel Multiplex, wobei man Monate und Tage in einen Bruch vom Jahre verwandelt, oder man bedient sich der Zerfällungsmethode. Z. B. Wieviel betragen die Zinsen von 1980 Thlr. à 5 % in 3 J. 5 Mt. 9 T.?

a)

$$\begin{array}{l} 100\ \text{Thlr} : 1980\ \text{Thlr} = 5\% : x \\ 1\ \text{Jahr} : 3^{53}/_{120}\ \text{Jahr} \\ \hline x = 340{,}725\ \text{Thlr} \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{rl} 19{,}80 & \\ \hline \times 5 & \\ 99{,}00 & = 5\ \%\ \text{in 1 J.} \\ \hline 297{,}00 & = 3\ \text{J.} \\ 33{,}00 & = 4\ \text{Mt.} \\ 8{,}25 & = 1\ „ \\ 1{,}65 & = 6\ \text{T.} \\ 0{,}825 & = 3\ „ \\ \hline 340{,}725 & \text{Thlr.} \end{array}\quad \text{(Mt. und T.) à 5 \%}$$

§. 280. Uebungsaufgaben.

Von nachverzeichneten Kapitalien sind die Zinsen zu den angegebenen Zinsfüfsen zu berechnen.

à 3 %:

991) 1735 Thlr in 125 Tagen. 992) 948 ƒ. in 96 Tagen. 993) 2620 Fr. 50 *c.* in 306 Tagen. 994) 946 ℳ 12 ß in 144 Tagen. 995) 1923 *Rdlr.* 32 ß dän. in 22 Tagen. 996) *a*) 1250 Thlr in 111 Tagen; *b*) 1850 ℳ. in 211 Tagen; *c*) 122 ƒ. österr. Währg. in 191 Tagen.

à 4 %:

997) 645 ℛ 20 sgr. in 190 Tagen. 998) 1206 ℳ 12 ß in 46 Tagen. 999) 966 ƒ. 45 xr. in 111 Tagen. 1000) 3148 Fr. in 158 Tagen. 1001) 1342 £ 80 c. in 204 Tagen. 1002) *a*) 7200 ƒ. in 119 Tagen; *b*) 45 ƒ. österr. Währg. in 207 Tagen; *c*) 3300 ℳ in 301 Tagen.

à $4\frac{1}{2}$ %:

1003) 1299 ℛ 20 ngr. in 92 Tagen. 1004) 432 ƒ. in 168 Tagen. 1005) 961 *Rdlr.* 66 *Oere* schwed. in 78 Tagen. 1006) 1409 R. 80 *Kop.* in 39 Tagen. 1007) 2000 ℳB.° in 304 Tagen. 1008) *a*) 3300 ℛ in 204 Tagen; *b*) 4400 Fr. in 107 Tagen; *c*) 162 ƒ. österr. Währg. in 65 Tagen.

à 5 %:

1009) 348 ℛ 20 sgr. in 66 Tagen. 1010) 9000 ƒ. österr. Währg. in 162 Tagen. 1011) 648 ƒ. 50 xr. in 34 Tagen. 1012) 2250 ƒ. 80 *c.* holl. in 316 Tagen. 1013) 64 ℛ in 148 Tagen. 1014) *a*) 11500 Fr. in 301 Tagen; *b*) 48 ℛ in 167 Tagen; *c*) 2800 ƒ. in 241 Tagen.

à 6 %:

1015) 1730 ℛ in 125 Tagen. 1016) 960 ƒ. in 116 Tagen. 1017) 2948 Fr. in 36 Tagen. 1018) 1060 ℳ in 190 Tagen. 1019) 2000 $ 80 *c.* in 136 Tagen. 1020) *a*) 1750 ƒ. holl. in 187 Tagen; *b*) 6300 £ in 11 Tagen; *c*) 93 ƒ. österr. Währg. in 203 Tagen.

1021) Wieviel betragen die Zinsen von: *a*) 948 ℛ à 4 % vom 4. Oct. bis 6. Febr.; *b*) 1436 ƒ. à 5 % vom 6. Mai bis 4. Aug.; *c*) 854 ℳ à $3\frac{1}{2}$ % vom 13. Decbr. bis 19. März; *d*) 394 Fr. à 6 % vom 7. Aug. bis 4. Jan.? (1 Mt. = 30 Tagen; der Zinsfuſs für 360 Tage.)

1022) Desgl. in England von: *a*) 1026 £ 14 *s.* à 5 % in 127 Tagen; *b*) 742 £ 15 *s.* à 4 % in 99 Tagen; *c*) 904 £ 12 *s.* à 6 % in 314 Tagen?

1023) Desgl. von: *a*) 5468 Fr. 45 *c.* à $3\frac{3}{4}$ % in 38 Tagen; *b*) 2316 ƒ. 60 Nkr. österr. Währg. à $4\frac{3}{4}$ % in 19 Tagen; *c*) 665 ƒ. 30 *c.* holl. à $2\frac{3}{4}$ % in 144 Tagen?

1024) Desgl. von: *a*) 928 ℛ vom 9. Mai bis 11. Oct. à $3\frac{1}{2}$ %; *b*) 1250 ƒ. vom 17. Aug. bis 3. Decbr. à $3\frac{3}{8}$ %; *c*) 1928 ℳ 12 ß à $4\frac{3}{4}$ % vom 11. Jan. bis 1. Juni 1860; *d*) 1832 $ 60 *c.* vom 29. Mai bis 23. Sept. à $\frac{5}{8}$ % pr. Mt.? (Jeder Monat zu der Anzahl von Tagen, die er hat, der Zinsfuſs aber für 360 Tage.)

1025) Desgl. von: *a*) 2000 ℛ vom 17. Febr. bis 5. Dec. 1859 à $4\frac{1}{4}$ %; *b*) 1850 ƒ. vom 10. April bis 15. Nov. à $5\frac{1}{4}$ %; *c*) 462 £ vom 19. Oct. 1856 bis 12. März 1857 à $5\frac{7}{8}$ %? (Der Monat wie in № 1024, der Zinsfuſs aber für 365 Tage.)

1026) Wieviel Zinsen erhält man von 900 ℳ Kapital vom 1. April 1852 bis 10. Aug. 1856 à 4 % pr. Jahr? 1027) Desgl. von 2000 ƒ. vom 7. Sept. 1854 bis 16. Aug. 1857 à 5 %? 1028) Desgl. von 1680 ℳ in 4 Jahren 9 Mt. 18 Tagen à 6 %? 1029) Desgl. von 2560 ℳ in 2 Jahren 8 Mt. 27 Tagen à $3\frac{1}{2}$ %? 1030) Eine Schuld von 10000 ℳ wird so getilgt, dafs zur Tilgung jährlich 1000 ℳ, sowie die durch die Tilgung ersparten (einfachen) Zinsen à 4 % verwendet werden. In welchem Jahre erfolgt die letzte Zahlung und wieviel beträgt sie?

§. 281. Sollen die Zinsen mehrerer Kapitalien berechnet werden, so kann dies entweder so geschehen, dafs man, wie §. 364 ff. gezeigt, die Zinsen jedes Kapitals einzeln berechnet, und sodann ihre Summe findet; oder dafs man die Zinsen von dem Gesamtbetrage der Kapitalien berechnet, wobei folgende Fälle unterschieden werden können:

a) gleicher Zinsfufs und gleiche Zeit;
b) ungleicher Zinsfufs und gleiche Zeit;
c) gleicher Zinsfufs und ungleiche Zeit;
d) ungleicher Zinsfufs und ungleiche Zeit.

a) Gleicher Zinsfufs und gleiche Zeit.

Hier hat man, wie leicht einzusehen ist, nur die Kapitalien zu addieren und von der Summe derselben auf die gewöhnliche Weise die Zinsen zu berechnen.

Z. B. Wieviel betragen die Zinsen von 960 ℳ, 430 ℳ, 500 ℳ und 1250 ℳ in 9 Monaten à 4 %?

Auflösung: 960+430+500+1250=3140 ℳ in 9 Mt. à 4 %. x=94,2 ℳ.

b) Ungleicher Zinsfufs und gleiche Zeit.

Die Berechnung dieses Falles und der beiden folgenden Fälle beruht auf einem bereits in der Gesellschaftsrechnung §. 195 angewendeten Grundsatze, welchem gemäfs z. B. die Zinsen von 100 ƒ. à 5 % = den Zinsen von 5 × 100 ƒ. à 1 %, ebenso die Zinsen von 100 ƒ. in 4 Mt. = den Zinsen von 4 × 100 ƒ. in 1 Mt.; ferner die Zinsen von 100 ƒ. à 4 % in 3 Jahren = den Zinsen von 4 × 3 × 100 ƒ. à 1 % in 1 Jahre. — Man multipliciert daher in vorliegendem Falle jedes Kapital mit dem ihm zugehörigen Zinsfufse, wodurch Kapitalien entstehen, die zu 1 % ausgeliehen sind, und berechnet dann von deren Summe die Zinsen für die gegebene Zeit.

Z. B. Wieviel betragen die Zinsen von 920 ℳ à 4 %, 760 ℳ à 3 %, 184 ℳ à $3\frac{1}{2}$ % in $1\frac{1}{2}$ Jahren?

920 ℳ	à 4 %	= 3680 ℳ		
760 „	„ 3 „	= 2280 „		à 1 %
184 „	„ $3\frac{1}{2}$ „	= 644 „		
		6604 ℳ	à 1 % in $1\frac{1}{2}$ Jahren.	

$$x = \frac{6604 \times 1\frac{1}{2}}{100} = 99{,}06 \text{ ℳ Zinsen.}$$

Berechnet man die Zinsen, von jedem einzelnen Kapitale so hat man:

920 ℳ	à 4 %	in $1\frac{1}{2}$ J.	= 55,2 ℳ	Zinsen
760 „	„ 3 „	„ $1\frac{1}{2}$ „	= 34,2 „	„
184 „	„ $3\frac{1}{2}$ „	„ $1\frac{1}{2}$ „	= 9,66 „	„
		zusammen	99,06 ℳ	Zinsen,

was mit obigem Resultate übereinstimmt.

c) Gleicher Zinsfuſs und ungleiche Zeit.

Haben die gegebenen Zeiten nicht gleiche Benennung, so sind sie zuvörderst auf eine solche zu bringen; hierauf multipliciert man jedes Kapital mit der ihm zugehörigen Zeit, wodurch Kapitalien entstehen, von deren Summe die Zinsen für 1 Zeit, d. h. für 1 Jahr, 1 Mt. u. s. w. zu berechnen sind.

Z. B. Wieviel betragen die Zinsen für: 900 f. in 7 Mt., 840 f. in $6\frac{1}{2}$ Mt., 650 f. in $\frac{3}{4}$ Jahren und 1245 f. in 20 Tagen à 5 %?

Auflösung.

900 f.	in 7 Mt.	= 6300 f.	in 1 Mt.
840 „	„ $6\frac{1}{2}$ „	= 5460 „	
650 „	„ 9 „	= 5850 „	
1245 „	„ $\frac{2}{3}$ „	= 830 „	
		18440 f.	in 1 Mt. à 5 %

$$x = \frac{18440 \times 1}{240} = 76 \text{ f. } 50 \text{ xr.}$$

Es betragen aber die Zinsen à 5 % von:

900 f.	in 7 Mt.	= 26 f. 15 xr.
840 „	„ $6\frac{1}{2}$ „	= 22 „ 45 „
650 „	„ 9 „	= 24 „ 22,5 „
1245 „	„ $\frac{2}{3}$ „	= 3 „ 27,5 „
	zusammen ebenfalls	76 f. 50 xr.

d) Ungleicher Zinsfuſs und ungleiche Zeit.

Nachdem man hier ebenfalls die etwa ungleichartig ausgedrückten Zeitbestimmungen auf gleiche Benennung gebracht hat, multipliciert man jedes Kapital mit der Zeit und dem Zinsfuſse die ihm zugehören, und berechnet von der Summe der dadurch erhaltenen Producte die Zinsen à 1 % für 1 Zeit.

Z. B. Wieviel beträgt die Summe der Zinsen von 490 ℳ à 3 % in 9 Mt., 860 ℳ à 4 % in $1\frac{1}{4}$ J., 642 ℳ à 6 % in 65 Tagen und 2000 ℳ à $\frac{3}{8}$ % pr. Mt. in 10 Mt.?

Auflösung.

490 ℳ	à 3 %	in 9 Mt.	= 13230 ℳ	à 1 % in 1 Mt.
860 „	„ 4 „	„ 15 „	= 51600 „	
642 „	„ 6 „	„ $2\frac{1}{6}$ „	= 8346 „	
2000 „	„ $4\frac{1}{2}$ „	„ 10 „	= 90000 „	
			163176 ℳ	à 1 % in 1 Mt.

$$x = \frac{163176}{1200} = 135 \text{ ℳ } 15 \text{ ß.}$$

Die Zinsenbeträge der einzelnen Posten sind:
11 ℳ + 43 ℳ + 6 ℳ 15 ß + 75 ℳ, also ebenfalls 135 ℳ 15 ß.

Praktischen Nutzen hat diese Art die Zinsen mehrerer Kapitalien zu berechnen nicht; man kommt vielmehr schneller zum Ziele, wenn man die Zinsen einzeln berechnet.

b) Aufsuchung des Kapitals.

§. 282. Während bei Aufsuchung der Zinsen eines Kapitals nur directe Verhältnisse vorkommen (vgl. §. 266), weshalb die Berechnung auch ohne Benutzung der einfachen und zusammengesetzten Regeldetri geschehen kann, wechseln, bei Aufsuchung des Kapitals, des Zinsfufses und der Zeit, directe und indirecte Verhältnisse mit einander ab, so dafs die hierher gehörigen Aufgaben am einfachsten mittelst der Regeldetri berechnet werden. Ob man sich dabei der einfachen oder der zusammengesetzten Regeldetri zu bedienen hat, hängt natürlich von den Bedingungen der Aufgabe ab; ob aber die Verhältnisse direct oder indirect sind, läfst sich zwar bei einigem Nachdenken aus jenen Bedingungen erkennen, doch soll hier, zunächst in Bezug auf den vorliegenden Fall, folgendes darüber bemerkt werden:

1) Das Kapital steht zu den Zinsen in einem directen Verhältnisse, d. h. je mehr Zinsen, desto mehr Kapital, — je weniger Zinsen, desto weniger Kapital.

2) Das Kapital steht zu dem Zinsfufse in einem indirecten Verhältnisse, d. h. je gröfser der Zinsfufs ist, desto kleiner kann das Kapital sein, — je kleiner derselbe ist, desto gröfser mufs das Kapital sein.

3) Das Kapital steht zu der Zeit in einem indirecten Verhältnisse, d. h. je gröfser die Zeitlänge, desto kleiner das Kapital, — je kürzer die Zeitlänge, desto gröfser das Kapital.

(S. übrigens §. 175—182.)

In allen drei Fällen mufs man sich zu dem Zinsfufse hinzudenken: das Kapital 100 und die Zeit 1 Jahr = 12 Mt. = 365 oder 360 Tage, je nach den Bestimmungen der Aufgabe.

Beispiele.

1) Wie grofs ist ein Kapital, dessen jährliche Zinsen à 5 % = 165 ℔ betragen?

$$5 : 165 = 100 : x$$

$$x = 3300 \text{ ℔}.$$

Je mehr Zinsen, desto mehr Kapital. — Ohne Ansatz nach dem Schlusse: So viel mal als der Zinsfufs in den jährlichen Zinsen enthalten ist, eben so viel mal ist das gesuchte Kapital so grofs als 100. Hier: 5 in 165 = 33 mal; 33 × 100 = 3300.

2) Welches Kapital, à 5 % ausgeliehen, brachte in 4 Monaten 64 ƒ. Zinsen?

Diese Aufgabe unterscheidet sich von der vorhergehenden darin, daſs die Zinsen nicht für 1 Jahr, sondern für 4 Mt. gegeben sind. Um diese Verschiedenheit zu beseitigen, ermitteln wir die Zinsen für 1 Jahr und haben dann 64 ƒ. × 3 = 192 ƒ. Ferner sagen wir: Zu 5 ƒ. Zins braucht man 100 ƒ. Kapital, zu 192 ƒ. Zinsen daher soviel mal 100, als 5 in 192 enthalten ist, d. i. $38\,^2/_5$ mal; also $38\,^2/_5 \times 100 = 3840$ ƒ. Durch Berechnung der Zinsen für 1 Jahr, dafern sie für einen andern Zeitraum gegeben sind, (oder, wie Beisp. 3) unter *b*) zeigt, durch einstweilige Betrachtung derselben als jährliche Zinsen) läſst sich die Aufsuchung des Kapitals und des Zinsfuſses (vgl. §. 284) mittelst eines Ansatzes der einfachen Regeldetri oder auch ohne denselben mittelst eines einfachen Schlusses im Kopfe bewirken, falls die gegebenen Zahlen nicht sehr unbequem sind. Sind sie dies, so bedient man sich zweckmäſsiger der Regel Multiplex. Obige Aufgabe findet dann ihre Lösung durch folgenden Ansatz:

4 Mt. : 12 Mt. = 100 ƒ. Kap. : x
(Je weniger Zeit, desto mehr Kapital.)
5 ƒ. Zins : 64 ƒ. Zins (Je mehr Zinsen, desto mehr Kapital.)
x = 3840 ƒ.

3) Von welchem Kapital sind die Zinsen à 5 % für 192 Tage mit 35 ƒ. berechnet worden?

a) 5 ƒ. Zins : 35 ƒ. Zins = 100 ƒ. Kap. : x
(je mehr Zinsen, desto mehr Kapital.)
192 Tage : 360 Tagen (je weniger Zeit, desto mehr Kapital.)
x = $1312\,^1/_2$ ƒ.

b) Zu 5 ƒ. Zinsen braucht man 100 ƒ. Kapital, zu 35 ƒ. Zinsen = 7 × 100 ƒ. Kapital = 700 ƒ. Da das gesuchte Kapital nicht 1 Jahr, sondern nur 192 Tage ausgeliehen gewesen ist, so muſs dasselbe gröſser als 100 sein, und zwar nach dem Verhältnisse 192 : 360, oder 8 : 15. Daher $\frac{15 \times 700}{8} = 1312\,^1/_2$ ƒ.

4) Welches Kapital bedarf man, um à 5 % dieselben Zinsen zu haben, welche 3200 ƒ. à 4 % geben?

5 % : 4 % = 3200 ƒ. : x
x = 2560 ƒ.

Je gröſser der Zinsfuſs, desto kleiner das Kapital.

5) Welches Kapital bringt in 4 Jahren dieselben Zinsen, welche 1680 ℛ in 3 Jahren bringen?

4 J. : 3 J. = 1680 ℛ : x
x = 1260 ℛ.

Je mehr Zeit, desto weniger Kapital.

6) Von welchem Kapitale erhielt man in $1\,^1/_4$ Jahren 48 ℛ Zinsen, wenn man von 1840 ℛ Kapital in $3\,^1/_2$ Jahren 257 ℛ 18 *sgr.* Zinsen erhob? (Der Zinsfuſs ist also für beide Kapitalien gleich.)

$1\frac{1}{4}$ J. : $3\frac{1}{2}$ J. = 1840 ℘ Kap. : x
(Je **weniger** Zeit, desto **mehr** Kapital.)
257,6 ℘ : 48 ℘ Zins (Je **weniger** Zinsen, desto **weniger** Kapital.)
x = 960 ℘.

7) Von welchem Kapitale erhielt man in 5 Jahren à 4 % dieselben Zinsen, welche man à 3 % in 6 Jahren von 1800 ℘ erhielt? (Hier sind also die **Zinsen** für beide Kapitalien gleich.)

5 J. : 6 Jahr = 1800 ℘ Kap. : x
(Je **weniger** Zeit, desto **mehr** Kapital.)
4 % : 3 % (Je **gröſser** d. Zinsfuſs, desto **kleiner** d. Kap.)
x = 1620 ℘.

§. 283. Uebungsaufgaben.

1031) Wie groſs ist ein Kapital, welches à 4 % ausgeliehen, jährlich 112 ℘ Zinsen bringt?

1032) Ein Haus bringt jährlich 490 ℘ ein; welches Kapital ist es à 5 % werth?

1033) Eine Staatsschuld erfordert jährlich $1\frac{1}{2}$ Mill. Gulden Zinsen, wovon $\frac{2}{3}$ à 4 % und $\frac{1}{3}$ à 5 %; wieviel beträgt sie?

1034) Mit 900 ƒ erhält man 60 ƒ Zinsen; welches Kapital bedarf man, um 75 ƒ Zinsen zu haben?

1035) Zu 4 % geben 2769 ƒ. die zu irgend einem Zwecke erforderlichen Zinsen; welches Kapital bedarf man dazu à $4\frac{7}{8}$ %?

1036) Von 5000 ℛ erhält man in 9 Mt. gewisse Zinsen; welches Kapital bringt dieselben Zinsen in 8 Monaten?

1037) Wie groſs ist das Kapital, welches à $4\frac{1}{2}$ % in $4\frac{1}{2}$ Jahren 191 ℳ. 97 *c.* Zinsen gegeben hat?

1038) Von welchem Kapital hat man in $7\frac{1}{5}$ Mt. à $3\frac{1}{2}$ % 26 ℘ 13 *ngr.* 8 ₰ Zinsen erhoben?

1039) Wie groſs ist ein Kapital, dessen Zinsen à $3\frac{3}{4}$ % in 190 Tagen 45 ƒ. 36 *xr.* betragen? (1 Jahr = 365 Tagen.)

1040) Auf wie hoch beläuft sich ein Vermögen, welches wöchentlich 36 ℘ Zinsen einbringt, wovon die eine Hälfte die Zinsen eines Kapitals à 4 %, die andere die eines Kapitals zu $4\frac{1}{2}$ % ausmacht?

1041) Wie groſs ist das Kapital, welches vom 7. Oct. 1849 bis 9. April 1850 zu 5 % einen Zinsenertrag von 138 ƒ gab? (*a*) 1 Monat = 30 T., der Zinsfuſs für 360 T.; *b*) 1 Monat = soviel Tagen, als er hat, der Zinsfuſs für 365 T.)

1042) Von welchem Betrage wurden in England die Zinsen à 5 % vom 7. Jan. bis 23. Mai 1857 mit 25 £ 7 *s.* 2 *d.* berechnet?

c) Aufsuchung des Zinsfuſses.

§. 284. Betrachtet man den Zinsfuſs als die Zinsen, welche das Grundkapital 100 in 1 Jahre oder 12 Monaten oder 360 (365) Tagen

giebt, so lautet die Frage bei Aufsuchung des Zinsfufses: Wieviel Zinsen geben 100 in 1 Jahre oder in 12 Monaten u. s. w., wenn ein gegebenes Kapital in einer gegebenen Zeit gewisse Zinsen giebt. Dann sind alle Verhältnisse direct; denn, ist das Grundkapital 100 kleiner als das gegebene Kapital, so giebt es weniger Zinsen, — ist es gröfser, so giebt es deren mehr; ist die Zeit (1 Jahr u. s. w.), welche das Grundkapital 100 aussteht, kleiner als die Zeitlänge, für welche das gegebene Kapital ausgeliehen ist, so giebt 100 weniger Zinsen, — ist sie gröfser, so giebt es deren mehr.

Betrachtet man den Zinsfufs aber als den Mafsstab, nach welchem ein Kapital für eine gewisse Zeit ausgeliehen war oder werden soll, so sind die Verhältnisse indirect. Denn je gröfser, im Vergleiche zu dem Grundkapitale 100, das gegebene Kapital ist, desto kleiner kann der Zinsfufs sein, je kleiner es ist, desto gröfser mufs er sein; je gröfser, im Vergleiche zu der zu 100 gehörigen Zeit, die Zeitlänge ist, für welche das gegebene Kapital ausgeliehen, desto kleiner kann der Zinsfufs sein, — je kleiner sie ist, desto gröfser mufs er sein. — Dasselbe gilt auch, wenn an der Stelle des Kapitals 100 und seiner Zeit ein anderes Kapital und eine andere Zeitlänge gegeben sind. — Zu den Zinsen steht jedoch der Zinsfufs in einem directen Verhältnisse: je mehr Zinsen, desto gröfser, — je weniger Zinsen, desto kleiner der Zinsfufs.

Beispiele.

1) Zu welchem Zinsfufse (zu wieviel Procent) ist ein Kapital von 450 ℳ ausgeliehen, dessen jährliche Zinsen 18 ℳ betragen?

450 ℳ Kap. : 100 ℳ Kap. = 18 ℳ Zinsen : x

x = 4 %.

Direct: Je kleiner das Kap. (100), desto weniger Zinsen.
Indirect: Je gröfser das Kapital (450), desto kleiner der Zinsfufs.

2) Wenn man in $4\frac{1}{2}$ Jahren von 850 ƒ. Kapital 153 ƒ. Zinsen erhoben hat, zu welchem Zinsfufse war dieses Kapital ausgeliehen?

a) 850 ƒ. : 100 ƒ. = 153 ƒ. Zinsen : x
(Direct: Je kleiner d. Kap. (100), desto weniger Zinsen.)
$4\frac{1}{2}$: 1 Jahr (Direct: Je weniger Zeit (1 Jahr), desto weniger Zinsen.)
x = 4 %.

b) 850 ƒ. : 100 ƒ. = 153 ƒ. Zinsen : x
(Indirect: Je gröfser d. Kap. (850), desto kleiner kann der Zinsfufs sein.)
$4\frac{1}{2}$: 1 Jahr (Indirect: Je mehr Zeit ($4\frac{1}{2}$ Jahr), desto kleiner kann der Zinsfufs sein.)
x = 4 %.

Ohne Ansatz und im Kopfe läfst sich diese Aufgabe auf folgende Weise berechnen. Hat man in $4\frac{1}{2}$ J. = 153 ƒ. Zinsen, so hat man in 9 J. = 306 ƒ.,

in 1 J. = 34 *f*. Diese Zinsen sind gewonnen mit 850 *f*., oder mit $8\frac{1}{2} \times 100$ *f*.; mit 100 gewinnt man also den $8\frac{1}{2}$ Theil aus 34, oder den 17. Theil aus 34×2, also 4 %. Oder: 850 *f*. Kapital geben 153 *f*. Zinsen, so geben $100 = \frac{153}{8\frac{1}{2}} = 18$ *f*. Diese 18 *f*. sind aber für $4\frac{1}{2}$ J. erhoben, für das Kapital 100 sind sie aber auf 1 Jahr zu berechnen, daher $\frac{18}{4\frac{1}{2}} = 4$, d. i. 4 %.

3) Zu welchem Zinsfuſse muſs ein Kapital ausgeliehen werden, welches in 9 Monaten dieselben Zinsen geben soll, die es in $1\frac{1}{4}$ Jahre à 3 % gegeben hat.

$$9 \text{ Mt.} : 15 \text{ Mt.} = 3\,\% : x$$
$$x = 5\,\%.$$

Indirect: Je weniger Zeit, desto gröſser der Zinsfuſs.

4) Zu wieviel Procent müssen 960 *f*. ausgeliehen werden, wenn sie in derselben Zeit die nämlichen Zinsen geben sollen, welche man von 840 *f*. à 6 % erhebt?

$$960\ f. : 840\ f. = 6\,\% : x$$
$$x = 5\tfrac{1}{4}\,\%.$$

Indirect: Je gröſser das Kapital, desto kleiner der Zinsfuſs.

5) Zu wieviel Procent ist ein Kapital ausgeliehen, welches jetzt 120 ℔ Zinsen bringt, während es früher, à 5 %, einen Zinsenertrag von $133\frac{1}{3}$ ℔ gab?

$$133\tfrac{1}{3} : 120 = 5 : x$$
$$x = 4\tfrac{1}{2}\,\%.$$

Direct: Je weniger Zinsen, desto kleiner der Zinsfuſs.

6) Wenn von 450 ℔ Kapital in $1\frac{1}{2}$ Jahren dieselben Zinsen erhoben worden sind, welche ein Kapital von 765 ℔ in 9 Monaten à 6 % gab, zu wieviel Procent war ersteres Kapital ausgeliehen?

450 ℔ : 765 ℔ = 6 % : x
(Indirect: Je kleiner d. Kap. (450), desto gröſser muſs der Zinsfuſs sein.)

18 : 9 Mt. (Indirect: Je mehr Zeit (18 Mt.), desto kleiner kann der Zinsfuſs sein.)

$x = 5\frac{1}{10}\,\%.$

§. 285. Uebungsaufgaben.

1043) Zu wieviel Procent sind 1800 *f*. auszuleihen, welche in derselben Zeit die nämlichen Zinsen geben sollen, die von 2400 *f*. Kapital à 4 % erhoben werden?

1044) 650 ℔ Kapital gaben in 10 Monaten dieselben Zinsen, die von 455 ℔ Kapital in $1\frac{1}{4}$ Jahre à 4 % erlangt wurden; zu wieviel Procent waren erstere ausgeliehen?

1045) Die jährlichen Zinsen einer Staatsschuld von $10\frac{1}{2}$ Mill. Thaler betragen 367500 ℔; wie groſs ist der Zinsfuſs?

1046) Ein Kapital bringt jetzt nach 14 Monaten und 12 Tagen eben soviel Zinsen, als es sonst nach 15 Monaten à 4 % gebracht hat. Welches ist der gegenwärtige Zinsfuſs?

1047) Wenn von 4260 Fr. Kapital in 3 Jahren 4 Monaten 710 Fr. Zinsen erhoben wurden, zu wieviel Procent ist dieses Kapital angelegt?

1048) Zu wieviel Procent sind 4840 $ Kapital ausgeliehen, wenn sie in 15 Monaten 287 $ $37\frac{1}{2}$ *c.* Zinsen gaben?

1049) Ein Haus, welches 15500 *ƒ.* kostete, brachte in $4\frac{1}{2}$ Jahren einen Reinertrag von 3836 *ƒ.* 45 *xr.*; zu wieviel Procent hat sich das Anlagekapital verzinst?

1050) Wenn ein Kapital von 1850 ℛ am 14. März 1857 ausgeliehen und am 17. Oct. 1859 mit 2041 ℛ 23 *ngr.* 5 ₰ an Kapital und Zinsen zurückgezahlt wurde; zu wieviel Procent war es angelegt?

1051) Zu wieviel Procent waren in England 210 £ Kapital ausgeliehen, wenn sie in der Zeit vom 9. Mai 1858 bis 1. April 1859 11 £ 5 *s.* 9 *d.* Zinsen brachten?

1052) Wieviel Procent jährlich bezieht derjenige, welcher sich für 1 ℛ Kapital monatlich 3 ₰ preuſs. für Zinsen vergüten läſst?

1053) Wenn eine Bank, welche auf Unterpfand Gelder leiht, die zu 5 % berechneten Zinsen dem Entlehner bei Auszahlung des Darlehns sofort abzieht, wieviel Procent Zinsen berechnet sie eigentlich?

1054) Das Baukapital eines Hauses ist 28500 ℛ; die Zinsen für eine Hypothek von 8000 ℛ sind mit $3\frac{1}{2}$ % zu vergüten; die jährl. Abgaben betragen 150 ℛ $22\frac{1}{2}$ *sgr.*; für Reparaturen u. s. w. sind 130 ℛ pr. Jahr in Anschlag zu bringen. Wenn nun der jährliche Miethzinsertrag 1500 ℛ ist, zu wieviel Procent verzinst sich das Kapital?

d) Aufsuchung der Zeit.

§. 286. Directe Verhältnisse wechseln auch hier mit indirecten Verhältnissen ab, und es gilt in dieser Beziehung folgendes:

1) Die Zeit steht zu den Zinsen in einem directen Verhältnisse, d. h. je mehr Zinsen, desto mehr Zeit, — je weniger Zinsen, desto weniger Zeit.

2) Die Zeit steht zu dem Kapital in einem indirecten Verhältnisse, d. h. je gröſser das Kapital, desto weniger Zeit, — je kleiner das Kapital, desto mehr Zeit.

3) Die Zeit steht zu dem Zinsfuſse in einem indirecten Verhältnisse, d. h. je gröſser der Zinsfuſs, desto weniger Zeit, — je kleiner der Zinsfuſs, desto mehr Zeit.

Beispiele.

1) Wie lange haben 2600 ℳ ausgestanden, wenn die Zinsen davon à $4\frac{1}{2}$ % 351 ℳ betragen?

2600 ℳ Kap. : 100 ℳ Kap. = 1 Jahr : x (Indirect: Je mehr Kapital, desto weniger Zeit.)

$4\frac{1}{2}$ „ Zins. : 351 „ Zins. (Direct: Je mehr Zinsen, desto mehr Zeit.)

x = 3 Jahre.

Dieser Fall läfst sich ohne Ansatz auf folgende Weise berechnen: Fordern $4\frac{1}{2}$ ℳ Zinsen die Zeit von 1 Jahre, so fordern 351 ℳ Zinsen soviel mal 1 Jahr, als $4\frac{1}{2}$ in 351 oder 9 in 702 enthalten sind, also 78 J. Da aber das Kapital von 2600 ℳ 26 mal so grofs ist als 100, so ist nur der 26. Theil von 78 J. = 3 Jahre nöthig. Oder: Das Kapital 100 fordert 1 Jahr, 2600 ist 26 mal so grofs als 100, folglich fordert es nur den 26. Theil aus 1 Jahr, also $\frac{1}{26}$ Jahr; da es aber nicht $4\frac{1}{2}$, sondern 351 Zinsen geben soll, so mufs es ebensoviel mal so grofs sein als $\frac{1}{26}$, wie 351 so grofs ist als $4\frac{1}{2}$. Da nun $\frac{351}{4\frac{1}{2}} = 78$, so ist $\frac{1}{26}$ mit 78 zu multiplicieren und giebt 3 Jahre, wie oben.

2) Wie lange stand ein Kapital aus, welches 54 ℳ Zinsen gab, wenn ein anderes gleich grofses Kapital in $3\frac{1}{4}$ Jahren 52 ℳ Zinsen brachte?

52 ℳ : 54 ℳ = $3\frac{1}{4}$ J. : x

x = $3\frac{3}{8}$ Jahre.

Direct: Je mehr Zinsen, desto mehr Zeit.

3) Welche Zeitlänge bedarf man, um, bei gleichem Zinsfufse, mit 364 fl. Kapital ebensoviel Zinsen zu gewinnen, als mit 390 fl. Kapital in $9\frac{1}{3}$ Monaten?

364 fl. : 390 fl. = $9\frac{1}{3}$ Mt. : x

x = 10 Mt.

Indirect: Je weniger Kapital, desto mehr Zeit.

4) Wieviel Jahre müssen 1000 ℳ ausstehen, um à 4 % ebensoviel Zinsen zu geben, als sie à $4\frac{1}{2}$ % in 2 Jahren 8 Mt. gebracht haben?

4 % : $4\frac{1}{2}$ % = $2\frac{2}{3}$ J. : x

x = 3 Jahre.

Indirect: Je kleiner der Zinsfufs, desto mehr Zeit.

5) Wie lange müssen 1960 fl. Kapital ausstehen, ehe sie à 3 % dieselben Zinsen bringen, welche 1260 fl. Kapital à $3\frac{1}{2}$ % in $9\frac{1}{3}$ Monaten geben?

1960 fl. Kap. : 1260 fl. Kap. = $9\frac{1}{3}$ Mt. : x (Indirect: Je mehr Kapital, desto weniger Zeit.)

3 % : $3\frac{1}{2}$ % (Indirect: Je kleiner der Zinsfufs, desto mehr Zeit.)

x = 7 Mt.

6) Ein Kapital von 1780 ℳ gab in 225 Tagen 44 ℳ 8 β Zinsen; wie lange müssen 1125 ℳ ausstehen, um $36\frac{1}{2}$ ℳ Zinsen zu geben?

1125 ℳ Kap. : 1780 ℳ Kap. = 225 Tage : x (Indirect: Je weniger Kapital, desto mehr Zeit.)

$44\frac{1}{2}$ „ Zins. : $36\frac{1}{2}$ „ Zins. (Direct: Je weniger Zinsen, desto weniger Zeit.)

x = 292 Tage.

§. 287. Uebungsaufgaben.

1055) Wie lange mufs ein Kapital künftig ausstehen, um à 4 % dieselben Zinsen zu geben, die es bisher à 5 % in $3\frac{1}{2}$ Jahren gab?

1056) Wie lange hat ein Kapital von 560 ℛ ausgestanden, das à $4\frac{1}{2}$ % 84 ℛ Zinsen gab?

1057) Wenn ein Rentier sein Kapital von 40000 ƒ. à 4 % zinsbar anlegte, so brachte es ihm nach $1\frac{1}{4}$ Jahre die nöthigen Zinsen; wie lange mufs es jetzt ausstehen, da er es nur zu $3\frac{3}{4}$ % ausleihen kann?

1058) Wenn man von 1150 ℛ dieselben Zinsen geniefsen will, die man von 800 ℛ in $11\frac{1}{2}$ Monaten erhebt, wie lange mufs ersteres Kapital ausstehen?

1059) Wie lange müssen 2109 ℳ 6 β ausstehen, um à 4 % dieselben Zinsen zu geben, welche von 1500 ℳ à $4\frac{1}{2}$ % in 120 Tagen erhoben worden sind?

1060) Wieviel Tage hat ein Kapital von 3666 *Fr.* ausgestanden, welches, à 5 % ausgeliehen, mit 3687 *Fr.* 38 *c.* an Kapital und Zinsen zurückgezahlt wurde?

1061) An welchem Tage wurden 1825 ƒ. Kapital ausgeliehen, wovon am 10. Sept. 1859 die Zinsen à $4\frac{1}{2}$ % mit 125 ƒ. 15 *xr.* bezahlt wurden? (1 Jahr = 12 Mt.; 1 Mt = 30 T.)

1062) An welchem Tage müssen 1250 ℛ Kapital, am 4. April 1860 zu 5 % ausgeliehen, zurückgezahlt werden, wenn die Zinsen 18 ℛ $22\frac{1}{2}$ *sgr.* betragen sollen? (1 Jahr u. s. w. wie No. 1061.)

1063) Auf wieviel Tage sind in England 520 £ Kapital ausgeliehen gewesen, wenn die Zinsen dafür à $4\frac{1}{2}$ % mit 9 £ $7\frac{1}{5}$ *s.* berechnet worden sind?

1064) Es werden 5500 ƒ. zu 4 %, und 9 Jahre später 8000 ƒ. à 5 % ausgeliehen. Wie lange müssen beide Kapitalien noch ausstehen, um gleichen Zinsenertrag zu gewähren?

e) Aufsuchung eines um die Zinsen vermehrten Kapitals.

§. 288. Man kann diese Aufgabe nicht in einem einzigen Satze, wohl aber auf einem doppelten Wege lösen. Der erste und einfachste

ist, die Zinsen von dem gegebenen Kapitale für die gegebene Zeit zu berechnen und zu dem Resultate das Kapital selbst zu addieren. Der zweite soll in folgendem gezeigt werden.

Beispiele.

1) Was betragen 1260 ℛ in $6\frac{1}{2}$ Mt. an Kapital und Zinsen à 4 %?

Auflösung. Man berechnet zuerst, wieviel Zinsen geben 100 in $6\frac{1}{2}$ Mt., wenn sie in 12 Mt. 4 Zins geben?

$$\frac{12 : 6\tfrac{1}{2} = 4 : x}{x = 2\tfrac{1}{6}.}$$

Das Kapital 100 giebt also in $6\frac{1}{2}$ Monat, à 4 % pr. Jahr, $2\frac{1}{6}$ Zins, folglich ist 100 nach $6\frac{1}{2}$ Mt. $= 100 + 2\frac{1}{6} = 102\frac{1}{6}$ an Kapital und Zinsen; welchen Werth hat nach derselben Zeit das Kapital von 1260 ℛ?

$$\frac{100 : 1260 = 102\tfrac{1}{6} : x}{x = 1287{,}3 \text{ ℛ}.}$$

Sucht man nun erst die Zinsen von 1260 ℛ in $6\frac{1}{2}$ Mt. à 4 %, so hat man (nach §. 271):

$$\frac{1260 \times 6\tfrac{1}{2}}{300} = 27{,}3$$ ℛ Zinsen, dazu 1260 ℛ Kapital, also: 1287,3 ℛ Kapital und Zinsen.

2) Welchen Werth haben, nach 186 Tagen, 980 ƒ. Kapital à 5 % an Kapital und Zinsen?

a) $$\frac{360 : 186 = 5 : x}{x = 2\tfrac{7}{12}} \quad \frac{+100}{= 102\tfrac{7}{12}}$$

b) $$\frac{100 : 980 = 102\tfrac{7}{12} : x}{x = 1005 \text{ ƒ. } 19 \text{ xr.}}$$

Daraus folgt nun umgekehrt, daſs 1005 ƒ. 19 xr., nach 186 Tagen fällig, einen jetzigen baaren Werth von 980 ƒ. haben, — ein Schluſs, auf welchen wir bei der Discontrechnung zurückkommen werden.

f) Aufsuchung der Zinsen oder des Kapitals, die in einem Betrage enthalten sind, welcher Kapital und Zinsen einschlieſst.

§. 289. Nach 7 Monaten erhält man an Kapital und Zinsen für ein à 5 % ausgeliehenes Kapital 967 ℛ 13 ngr. 5 ₰ zurück; wieviel betragen die in dieser Summe enthaltenen Zinsen?

Auflösung. Man berechne zuerst, wieviel betragen für 100 die Zinsen in 7 Mt. à 5 % jährlich.

$$\frac{12 \text{ Mt.} : 7 \text{ Mt.} = 5\% : x}{x = 2\tfrac{11}{12}\%.}$$

Das Kapital 100 ist also nach 7 Mt. = $102^{11}/_{12}$ an Kapital und Zinsen, und enthält somit einen Zinsenbetrag von $2^{11}/_{12}$; wieviel Zinsen enthält demnach der gegebene Werth von 967 *ß* $12^{1}/_{2}$ *ngr.*?

$$102^{11}/_{12} : 967^{5}/_{12} = 2^{11}/_{12} : x$$
$$x = 27^{5}/_{12} \text{ ß}.$$

Sollte das ursprüngliche Kapital gefunden werden, so würde der Ansatz folgender sein:

$$102^{11}/_{12} : 967^{5}/_{12} = 100 : x$$
$$x = 940 \text{ ß}.$$

Auch diese beiden Fälle finden in der Berechnung des Disconts auf Hundert (vgl. §. 298 ff.) weitere Ausführung.

§. 290. Uebungsaufgaben.

1065) Wieviel hat man nach $3^{1}/_{2}$ Jahren an Kapital und Zinsen à 4 % für ein Kapital von 645 *f.* zurückzuzahlen?

1066) Was betragen 2860 *ß* an Kapital und Zinsen, wenn sie à $3^{1}/_{2}$ % auf $9^{1}/_{2}$ Mt. ausgeliehen sind?

1067) Wieviel betragen die Zinsen, wenn für ein à 3 % vom 13. Oct. 1859 bis 23. Mai 1860 ausgeliehenes Kapital 1568 *f.* 26 *xr.* an Kapital und Zinsen zurückgezahlt werden?

1068) Wie grofs war das ursprüngliche Kapital, welches, auf 5 Monate 12 Tage à 4 % ausgeliehen, mit 865 *ß* 9 *ngr.* an Kapital und Zinsen zurückgezahlt wurde?

g) Aufsuchung eines mittleren Zinsfufses für mehrere Kapitalien.

§. 291. Hier hat man folgende drei Fälle zu unterscheiden:

a) gleiche Kapitalien und gleiche Zeiten;
b) ungleiche Kapitalien und gleiche Zeiten;
c) ungleiche Zeiten und gleiche Kapitalien.

a) Gleiche Kapitalien und gleiche Zeiten.

In diesem Falle findet man den mittleren Zinsfufs dadurch, dafs man die verschiedenen Zinsfüfse addiert und ihre Summe durch die Anzahl der Kapitalien dividiert.

Z. B. Welches ist der mittlere Zinsfufs vier gleicher Kapitalien, die à 3, $3^{1}/_{2}$, 4 und 5 % ausgeliehen sind?

$$x = \frac{3 + 3^{1}/_{2} + 4 + 5}{4} = \frac{15^{1}/_{2}}{4} = 3^{7}/_{8}\,\%.$$

b) Ungleiche Kapitalien und gleiche Zeiten.

Jedes Kapital ist hier mit dem ihm zugehörigen Zinsfuſse zu multiplicieren, und die Summe der dadurch erhaltenen Producte ist durch die Summe der Kapitalien zu dividieren. Der Quotient ist der gesuchte mittlere Zinsfuſs.

Z. B. Welches ist der mittlere Zinsfuſs folgender, auf 3 Monate ausgeliehener Kapitalien: 2000 ℛ à 3 %, 4000 ℛ à 4 %, 6000 ℛ à 4⅓ % und 1500 ℛ à 6 %?

$$\begin{aligned} 2000 \times 3 &= 6000 \\ 4000 \times 4 &= 16000 \\ 6000 \times 4\tfrac{1}{3} &= 26000 \\ 1500 \times 6 &= 9000 \\ \hline 13500 \quad \text{in} \quad & 57000 = 4\tfrac{2}{9}\,\%. \end{aligned}$$

Probe.

1) Die Zinsen eines jeden Kapitals einzeln berechnet:

2000 ℛ à 3 % in 3 Mt. = 15 ℛ
4000 „ „ 4 „ „ 3 „ = 40 „
6000 „ „ 4⅓ „ „ 3 „ = 65 „
1500 „ „ 6 „ „ 3 „ = 22 „ 15 *ngr.*
142 ℛ 15 *ngr.*

2) Die Zinsen vom Gesamtbetrage der Kapitalien zum mittleren Zinsfuſse:

13500 ℛ in 3 Mt. à 4²/₉ % = 142 ℛ 15 *ngr.*

Der Grund obigen Verfahrens ist folgender: Wenn man jedes Kapital mit seinem Zinsfuſse multipliciert, so verwandelt man dadurch nach §. 281 *b)* sämtliche Beträge in Kapitalien angelegt à 1 %, und es kommt die Verschiedenheit der Zinsfüſse nicht mehr in Betracht. Da nun aber der Zinsfuſs nicht für die Summe der Producte, sondern für die Summe der Kapitalien gefunden werden soll, so hat man nach dem Schlusse: Je kleiner das Kapital, desto gröſser der Zinsfuſs, folgenden Regeldetri-Satz zu bilden:

Summe d. Kap. : Summe d. Prod. = 1 % : x

oder, da 1 nicht multipliciert, die Summe der Producte durch die Summe der Kapitalien zu dividieren.

c) Ungleiche Zeiten und gleiche Kapitalien.

Hier multipliciert man, nachdem alle Zeiten, wenn sie nicht etwa bereits gleiche Benennung haben, gleichartig gemacht worden sind, den Zinsfuſs jeden Kapitals mit der ihm zugehörigen Zeit, und dividiert die Summe der Producte durch die Summe der Zeiten.

Z. B. Von vier gleichen Kapitalien ist A. auf 6 Monate à 4 %, B. auf 5 Mt. à 3 %, C. auf 4 Mt. à 4½ % und D. auf ¼ Jahr à 5 % ausgeliehen. Welcher ist der mittlere Zinsfuſs dieser Kapitalien?

6 Mt. à 4 % = 1 Mt. à 24 %
5 „ „ 3 „ = 1 „ „ 15 „
4 „ „ 4½ „ = 1 „ „ 18 „
3 „ „ 5 „ = 1 „ „ 15 „
18 Mt. 72 %.

$$x = \frac{72}{18} = 4\,\%, \text{ mittlerer Zinsfuſs.}$$

Probe.

Es sei jedes der 4 gleichen Kapitalien = 600 ℳ. Dann geben:

600 ℳ	à 4 %	in 6 Mt.	=	12	ℳ Zinsen
600 „	„ 3 „	„ 5 „	=	7,5	„ „
600 „	„ $4\frac{1}{2}$ „	„ 4 „	=	9	„ „
600 „	„ 5 „	„ 3 „	=	7,5	„ „
2400 ℳ Kapital			=	36	ℳ Zinsen.

Zum mittleren Zinsfuſse von 4 % aber geben:

600 ℳ	in 6 Mt.	=	12	ℳ Zinsen
600 „	„ 5 „	=	10	„ „
600 „	„ 4 „	=	8	„ „
600 „	„ 3 „	=	6	„ „
2400 ℳ Kapital		=	36	ℳ Zinsen.

Anm. Ein vierter Fall, wo Kapitalien und Zeiten ungleich sind, gehört, weil hier neben dem durchschnittlichen Zinsfuſse eine mittlere Verfallzeit aufzufinden ist, in die Terminrechnung (§. 313), auf welche wir deshalb verweisen.

2) Berechnung zusammengesetzter Zinsen.

(Zinseszinsen-Rechnung.)

§. 292. Nach §. 261 sagt man von einem Kapital, es stehe auf Zinseszinsen aus, wenn die Zinsen desselben vom Schuldner zu ihrer Verfallzeit nicht bezahlt, sondern zum Kapital geschlagen und in dem darauf folgenden Zeitraume mit verzinst werden. Entlehnt z. B. jemand 100 ℳ à 4 %, so betragen nach Ablauf eines Jahres Kapital und Zinsen = 104 ℳ, und es sind also für das 2. Jahr 104 ℳ zu verzinsen u. s. w. Da auf diese Weise eine Schuld sehr schnell anwächst*), so ist es im allgemeinen (ob mit Recht ist hier nicht zu untersuchen) gesetzlich verboten, Zinseszinsen zu nehmen, und die Zinsen sind deshalb an den bestimmten Terminen vom Schuldner zu bezahlen, oder, wenn dies nicht der Fall, als ein unverzinsliches Kapital zu betrachten. Dessenungeachtet findet die Berechnung von Zinseszinsen in gewissen Finanzoperationen, z. B. bei Lotterieanlehen, sowie bei Lebens- und Renten-Versicherungs-Anstalten, Sparkassen u. s. w. statt.

§. 293. Die Zinseszinsen-Rechnung beschäftigt sich mit der Beantwortung folgender Fragen:

1) Wie groſs wird, nach Ablauf einer gewissen Zeit, ein gegebenes Kapital mit seinen Zinsen und Zinseszinsen? (Angewachsenes Kapital.)

*) So verdoppelt sich beispielsweise ein Kapital mit Zinseszinsen zu 3 % in 23,45 Jahren, zu 4 % in 17,673 Jahren; es verdreifacht sich in 37,161 J.; 28,011 J. u. s. w.

2) Wie grofs war ein Kapital (**Stammkapital**), ehe es mit seinen Zinsen und Zinseszinsen nach einer gewissen Zeit eine gegebene Gröfse erreichte?

3) Welches ist der dabei angewendete **Zinsfufs**?

4) Welches ist die **Zeit**, während welcher das Kapital ausgestanden hat?

Vergleichen wir diese vier Fälle mit den bei der Berechnung einfacher Zinsen beantworteten **vier** Hauptfragen, so vermissen wir die **Ermittelung der Zinseszinsen**, die hier an die Stelle der Aufsuchung der Zinsen in der erstgedachten Rechnung treten sollte. Mittelst einer besondern Rechnung, auch selbst mit den Hilfsmitteln der höhern Arithmetik, können aber die Zinseszinsen für sich allein nicht gefunden werden; man mufs vielmehr das angewachsene Kapital suchen, und die Differenz zwischen diesem und dem Stammkapital bildet die Zinseszinsen.

Bei Beantwortung obiger vier Fragen ist übrigens ins Auge zu fassen, in welchen Terminen die Zinsen zum Kapital geschlagen worden sind, ob jährlich oder halbjährlich u. s. w. — Auf dem Wege der gemeinen Arithmetik lassen sich, und zwar auch nur mit grofsem Aufwande an Mühe und Zeit, blofs die beiden ersten dieser Fragen lösen, während sich alle auf sehr bequeme Weise mittelst der Logarithmen berechnen lassen. Auch giebt es Tabellen, in denen berechnet ist, auf welche Summe ein bestimmtes Stammkapital, z. B. 100, zu irgend einem Zinsfufse mit Zinseszinsen in einem gewissen Zeitraume anwächst. Mit Hilfe einer solchen Tabelle lassen sich dann obige vier Fragen beantworten; die beiden letzten jedoch in vielen Fällen nur annähernd*).

Beispiele.

1) Wie grofs wird ein Kapital von 850 ℛ, bei **jährlicher** Zinsenzuschreibung mit Zinseszinsen à 5 %, nach 5 Jahren?

a) durch die Kettenregel:

x ℛ = 850 ℛ Kapital
100 = 105 „ nach dem 1. Jahre
100 = 105 „ „ „ 2. „
100 = 105 „ „ „ 3. „
100 = 105 „ „ „ 4. „
100 = 105 „ „ „ 5. „

x = 1084,8393 ℛ.

*) Der Raum gestattet nicht, eine solche Tabelle hier aufzunehmen. Wir verweisen deshalb auf **Schiebe**, **Universal-Lexicon der Handelswissenschaften**, Band 3, wo unter dem Artikel **Zinseszinsen** eine derartige Tabelle aufgestellt und Anweisung zu ihrer Benutzung für die oben angeführten Fälle gegeben ist.

b) durch die Regeldetri:

100 : 850 = 105 : x
x = 892,5 ℔ am Ende des 1. J.

100 : 892,5 = 105 : x
x = 937,125 ℔ am Ende des 2. J.

100 : 937,125 = 105 : x
x = 983,9813 ℔ am Ende des 3. J.

100 : 983,9813 = 105 : x
x = 1033,1804 ℔ am Ende des 4. J.

100 : 1033,1804 = 105 : x
x = 1084,8394 ℔ am Ende des 5. J.

Wäre die Zinsenzuschreibung halbjährlich erfolgt, so fände man nach 5 Jahren:

x ℔ = 850 ℔ Kapital
100 = 102,5 „ nach dem 1. Halbjahre
100 = 102,5 „ „ „ 2. „
100 = 102,5 „ „ „ 3. „
100 = 102,5 „ „ „ 4. „
100 = 102,5 „ „ „ 5. „
100 = 102,5 „ „ „ 6. „
100 = 102,5 „ „ „ 7. „
100 = 102,5 „ „ „ 8. „
100 = 102,5 „ „ „ 9. „
100 = 102,5 „ „ „ 10. „
x = 1088,0718 ℔.

2) Wie grofs war das Stammkapital, welches nach 5 Jahren, mit jährlicher Zinsenzuschreibung à 5 %, auf 1084,8394 ℔ angewachsen ist?

a) nach der Kettenregel:

x ℔ = 1084,8394 ℔
105 = 100
105 = 100
105 = 100
105 = 100
105 = 100
x = 850 ℔.

b) nach der Regeldetri:

$$105 : 1084{,}8394 = 100 : x$$
$$x = 1033{,}1803 \text{ ℳ}$$

$$105 : 1033{,}1803 = 100 : x$$
$$x = 983{,}9812 \text{ ℳ}$$

$$105 : 983{,}9812 = 100 : x$$
$$x = 937{,}125 \text{ ℳ}$$

$$105 : 937{,}125 = 100 : x$$
$$x = 892{,}5 \text{ ℳ}$$

$$105 : 892{,}5 = 100 : x$$
$$x = 850 \text{ ℳ}.$$

Man wird leicht einsehen, wie die Berechnung gemacht werden müfste, wenn die Zinsenzuschreibung halbjährlich erfolgt wäre.

IX. Discontrechnung.

§. 294. Ein Schuldner kann seinem Gläubiger ein gewisses Kapital entweder so schuldig sein, dafs er demselben die Zinsen für dieses Kapital so lange entrichtet, als sich dasselbe in seinen (des Schuldners) Händen befindet, mit der Rückzahlung des Kapitals aber die Verzinsung desselben aufhört; oder es kann ein Schuldverhältnis in der Art statt haben, dafs der Schuldner lediglich die Bezahlung eines gewissen Betrages zu einer bestimmten Zeit zu leisten hat, ohne denselben bis dahin verzinsen zu müssen. Bei Darlehen wird dieser Fall seltener eintreten, während er z. B. bei allen Verkäufen auf Zeit oder Credit, und beim Trassieren auf lange Sicht statt findet.

Es liegt auf der Hand, dafs bei der zweiten Art von Verbindlichkeit eines Schuldners gegen seinen Gläubiger letzterer die Zinsen, und vielleicht auch die Zinseszinsen, die er von seinem Kapital genießen würde, wenn er es selbst benutzen könnte, zu diesem Kapital schlägt, und dafs in diesem Falle der Schuldbetrag gleich sein mufs dem Kapital + Zinsen (auch nach Befinden + Zinseszinsen) für die gegebene Zeit. Will nun der Schuldner, im Einverständnisse mit dem Gläubiger, seine Schuld vor der Verfallzeit abtragen, so sind nothwendigerweise die Zinsen (oder die Zinseszinsen) in Abrechnung zu bringen für die Zeitlänge, um welche früher er seine

Verbindlichkeit erfüllt. Der Nachlafs, welchen der Gläubiger in diesem Falle dem Schuldner gewährt, oder der Abzug, den letzterer am Kapital macht, führt den Namen **Discont**, auch wohl **Rabatt**, und kann nach obigem entweder **einfacher** oder **zusammengesetzter** (Discont vom Discont) sein. Das Bezahlen einer Schuld vor ihrer Verfallzeit, unter Abzug von Discont, heifst **Discontieren**; dasselbe wird im kaufmännischen Verkehr zu einem förmlichen Geschäft (**Discontgeschäft**), indem man Wechsel, die später fällig sind, unter Abzug des Disconts für die Zeit kauft, welche sie bis zum Verfalltage noch zu laufen haben.

§. 295. Aus dem was im vorigen Paragraphen über die Beschaffenheit eines zu discontierenden Kapitals gesagt worden ist, ergiebt sich, dafs ein solches Kapital nicht ein reiner sondern ein **vermehrter** Werth ist, dafs also die Abrechnung der in demselben enthaltenen Vermehrung (durch Zinsen oder Zinseszinsen) nicht nach einem Procentsatze **vom** Hundert, sondern nach einem Procentsatze **auf** Hundert erfolgen mufs (vgl. §. 229); was sich auch leicht dadurch beweisen läfst, dafs nur bei Abrechnung nach Procenten **auf** Hundert die baare Zahlung, wenn sie sofort zu demselben Zinsfufse wieder angelegt wird, ebensoviel Zinsen bringt, als der durch das Discontieren erfolgte Abzug beträgt.

Es sollen Rß 2060. —, in 1 Jahr fällig, mit 3 % discontiert werden. Der Discont hierauf, nach Procenten **auf** Hundert berechnet, beträgt (103 : 2060 = 3 : x) 60 ß, die baare Zahlung also 2000 ß, und diese Summe, à 3 % sofort wieder zinsbar angelegt, giebt nach Ablauf eines Jahres ebenfalls $\left(\frac{2000 \times 3}{100}\right) = 60$ ß Zinsen. — Wird dagegen der Discont **vom** Hundert berechnet, so hat man für diesen Fall: 100 : 2060 = 3 : x oder 20,6 × 3 = 61,8 ß Discont und die baare Zahlung beträgt nur 1998,2 ß, welche, zu 3% aufs neue angelegt, nur 59,946 ß Zinsen giebt, so dafs für den Empfänger der Zahlung ein Verlust von 1,854 ß entsteht, den er nur dadurch ausgleichen kann, dafs er die empfangenen 1998,2 ß zu einem höhern Zinsfufse ausleiht. Nach 1998,2 : 100 = 61,8 : x würde dies $3^1/_{10}$ % ca. sein müssen.

§. 296. Obschon durch die letztere Art, den Discont zu berechnen, der Empfänger in Nachtheil versetzt wird, so ist dieselbe doch im kaufmännischen Verkehr allgemein üblich, und ein jeder, der eine aus einem kaufmännischen Geschäft herrührende Schuld **vor** Verfall unter Abrechnung von Discont in Empfang nehmen will, weifs im voraus, dafs er sich den Abzug in solcher Weise gefallen lassen mufs. Seinen Grund hat dieser Gebrauch theils in der bei weitem bequemeren Rechnung, theils darin, dafs der Unterschied zwischen den Resultaten der beiden Berechnungsarten, insoweit von kaufmännischen Geschäften die Rede ist, nur selten bedeutend sein wird. Denn handelt es sich hier auch oft um grofse Summen, so ist doch der Zeitraum, für welchen discontiert wird, in der Regel

nur kurz, und übersteigt selten einige Monate. Tritt der Kaufmann aber in Beziehung auf Discontgeschäfte mit Nichtkaufleuten, wie z. B. mit Behörden bei Erwerbung von Grundstücken u. s. w., in Verkehr, so wird er sich ebenfalls der richtigern Berechnung des Disconts bedienen müssen. Aus diesem Grunde wird im nachstehenden sowohl die Rechnung mit Discont vom Hundert, als mit Discont auf Hundert gelehrt werden.

§. 297. Je nachdem ein zu discontierendes Kapital aus Kapital und einfachen Zinsen, oder aus Kapital und Zinseszinsen wirklich zusammengesetzt ist, oder in der einen oder andern Zusammensetzung gedacht wird, unterscheidet man einfachen und zusammengesetzten Discont. — In beiden Fällen hat man es in der Discontrechnung zu thun mit Aufsuchung:

a) des Disconts;

b) des discontierten, d. h. des um den Discont verminderten Kapitals;

c) des zu discontierenden, d. h. des den Discont einschliefsenden Kapitals;

d) des Discontfufses;

e) der Zeit.

1) Einfacher Discont auf Hundert.

a) Aufsuchung des Disconts.

§. 298. Ein am 25. Sept. fälliges Legat von 1200 ₰ soll am 14. Juli mit 4 % Discont baar ausgezahlt werden. Wieviel beträgt der Discont?

Handelt es sich, wie in dem vorliegenden Falle, um ein Discontieren im nichtkaufmännischen Verkehr, so versteht sich der Discontfufs stets für einen Zeitraum von 365 Tagen und bei Ermittelung der Zeit, für welche discontiert werden soll, wird der Monat zu soviel Tagen gerechnet, als er hat.

Demnach hat man hier vom 14. Juli bis 25. Sept. = 73 Tage.

Auflösung. Nach §. 289 berechne man, wieviel Zinsen geben 100 in 73 Tagen à 4 %?

$$365 : 73 = 4 : x$$

$$x = \frac{4}{5}\ \%.$$

Das Kapital 100 ist also nach 73 Tagen mit seinen Zinsen à 4 % = $100\frac{4}{5}$ werth, und umgekehrt sind $100\frac{4}{5}$, in 73 Tagen

fällig, = 100 baar, oder geben einen Discont von $^4/_5$; wieviel beträgt der Discont von 1200 ₰?

$$\frac{100\,^4/_5 : 1200 = {^4/_5} : x}{x = 9\,^{11}/_{21}\ ₰ \ (9\ ₰\ 15\ ngr.\ 7\ ₰).}$$

Auch das discontierte Kapital kann zur Auffindung des Disconts gegeben sein. Obige Aufgabe würde dann so lauten: Wieviel beträgt der Discont, wenn ein à 4 % pr. 73 Tage discontiertes Kapital mit $1190\,^{10}/_{21}$ ₰ baar bezahlt wird?

Der baare Werth 100 giebt $^4/_5$ Discont, wieviel geben $1190\,^{10}/_{21}$?

$$\frac{100 : 1190\,^{10}/_{21} = {^4/_5} : x}{x = 9\,^{11}/_{21}\ ₰.}$$

b) Aufsuchung des discontierten Kapitals.

§. 299. Hier kann, neben Discontfufs und Zeit, entweder 1) das zu discontierende Kapital oder 2) der Discont gegeben sein.

1) Welchen baaren Werth haben 1200 ₰, nach 73 Tagen fällig, à 4 % discontiert?

Auflösung. Man berechne, wie oben, die Zinsen von 100 Kapital in 73 Tagen à 4 %, welche gleich $^4/_5$, und schliefse: Wenn 100 + $^4/_5$, nach 73 Tagen fällig, = 100 baar, welchen baaren Werth hat das Kapital von 1200 ₰, welches ebenfalls nach 73 Tagen fällig ist?

$$\frac{100\,^4/_5 : 1200 = 100 : x}{x = 1190\,^{10}/_{21}\ ₰.}$$

Aufserdem kann man aber auch (nach §. 298) den Discont berechnen, und von dem zu discontierenden Kapitale abziehen.

2) Wieviel wurde für ein à 4 % discontiertes Kapital bezahlt, wenn der Discont pr. 73 Tage $9\,^{11}/_{21}$ ₰ betrug?

$$\frac{{^4/_5} : 9\,^{11}/_{21} = 100 : x}{x = 1190\,^{10}/_{21}\ ₰.}$$

Vgl. den Schlufs von §. 304.

c) Aufsuchung des zu discontierenden Kapitals.

§. 300. Hier kann, neben Discontfufs und Zeit, 1) das discontierte Kapital oder 2) der Discont gegeben sein.

1) Wie grofs ist ein nach 73 Tagen fälliges Legat, welches nach Abzug von 4 % Discont mit $1190^{10}/_{21}$ ₰ baar ausgezahlt worden ist?

Nach oben ist bekannt, dafs 100 in 73 Tagen $^{4}/_{5}$ Zinsen geben; daher sind 100 baar = $100^{4}/_{5}$ nach 73 Tagen fällig. Welchen Werth haben nun $1190^{10}/_{21}$ ₰ nach derselben Zeit?

$$100 : 1190^{10}/_{21} = 100^{4}/_{5} : x$$
$$x = 1200 \text{ ₰}.$$

2) Wie grofs ist das Legat, welches in 73 Tagen fällig, unter Abzug von $9^{11}/_{21}$ ₰ Discont à 4 % baar bezahlt worden ist?

Auflösung. Da, wie oben berechnet, 100 in 73 Tagen = $^{4}/_{5}$ Zinsen geben, so erfordern $^{4}/_{5}$ einen nach 73 Tagen fälligen Werth von $100^{4}/_{5}$; welches Kapital erfordern $9^{11}/_{21}$ ₰?

$$^{4}/_{5} : 9^{11}/_{21} = 100^{4}/_{5} : x$$
$$x = 1200 \text{ ₰}.$$

Vgl. aufserdem den Schlufs von §. 304.

Als ein discontiertes Kapital ist der Baarpreis einer Waare dann anzusehen, wenn er dem Preise derselben Waare auf Zeit entgegengesetzt wird, und die Ermittelung des letztern aus dem erstern entspricht der Ermittelung des zu discontierenden Kapitals aus dem discontierten Kapitale. Ist also z. B. der Baarpreis einer Waare 16 ₰, so sollte derselbe für 3 Mt. Credit, wenn der Verkäufer sich 5 % Zinsen rechnet, sein ($100 : 16 = 101^{1}/_{4} : x$) = 16,2 ₰. Die Waare könnte zu diesem Preise auf 3 Mt. Credit, oder baar mit 5 % pr. Jahr Discont verkauft, der Discont müfste dann aber auf Hundert berechnet werden. Da man im kaufmännischen Verkehr aber den Discont stets vom Hundert berechnet, so schlägt man zur Ermittelung des Preises auf Zeit einen andern Weg ein, von dem in §. 305 die Rede sein wird.

d) Aufsuchung des Discontfufses.

§. 301. Zu welchem Discontfufse ist ein in 73 Tagen fälliges Legat von 1200 ₰ discontiert worden, wenn der Discont $9^{11}/_{21}$ ₰ betragen hat?

Auflösung. Sowohl Zinsfufs (Discontfufs) als Zeit verstehen sich immer für das Grundkapital 100, welches ein Werth ist, der noch keine Veränderung nach gewissen Procenten erfahren hat. Daher ist das gegebene zu discontierende Kapital, weil es die Procente für eine gewisse Zeit einschliefst, nicht proportional zu 100, sondern wird es erst, wenn man es von dem in ihm enthaltenen Discont befreit hat. Ist dies geschehen, so ist die obige Aufgabe, so wie diejenige in §. 302, nach §. 284, beziehentlich nach §. 286, mittelst der Regel Multiplex zu lösen.

$$\begin{array}{l} (1200\ \beta \div 9^{11}/_{21}\ \beta) : 100\ \beta\ \text{Kapital} = 9^{11}/_{21}\ \beta\ \text{Disc.} : x \\ \quad 73\ \text{Tage} : 365\ \text{Tagen} \\ \hline \quad x = 4\ \% . \end{array}$$

Lautete die Frage: Wieviel Procent beträgt der Discont, wenn nach Abzug von $9^{11}/_{21}$ β Discont für 73 Tage, $1190^{10}/_{21}$ β bezahlt worden sind, so bedürfte es natürlich einer Abrechnung des Disconts nicht. Dies würde auch von der in §. 302 zu lösenden Aufgabe gelten, sofern darin das discontierte Kapital gegeben wäre.

e) Aufsuchung der Zeit.

§. 302. Nach wieviel Tagen war ein Legat von 1200 β fällig, von welchem der Discont à 4 % mit $9^{11}/_{21}$ β berechnet wurde?

$$\begin{array}{l} (1200\ \beta \div 9^{11}/_{21}\ \beta) : 100\ \beta\ \text{Kapital} = 365\ \text{Tage} : x \\ \quad 4\ \beta\ \text{Disc.} : 9^{11}/_{21}\ \beta\ \text{Disc.} \\ \hline \quad x = 73\ \text{Tage}. \end{array}$$

2) Einfacher Discont vom Hundert.

a) Aufsuchung des Disconts.

§. 303. Ein am 25. Sept. fälliger Wechsel von 1200 β soll am 14. Juli mit 4 % discontiert werden; wieviel beträgt der Discont?

Nur in England, in den englischen Kolonien und in Amerika versteht sich wie der Zinsfufs so auch der Discontfufs für 365 Tage und wird ein jeder Monat zu soviel Tagen gerechnet, als er hat. Anderwärts pflegt man zwar sehr häufig hinsichtlich des letztern Punktes ebenso zu verfahren, den Discontfufs aber stets für 360 Tage zu rechnen.

Um beide Arten des Disconts in Bezug auf Berechnungsweise und Resultate besser mit einander vergleichen zu können, sind für den Discont vom Hundert die Zahlen des in §. 298 für die Berechnung des Disconts auf Hundert gegebenen Beispiels beibehalten, also auch der Discontfufs für 365 Tage und die Monatstage genau gerechnet worden. Die Frage selbst wird durch folgenden Ansatz beantwortet:

$$\begin{array}{l} 100 : 1200 = 4\ \% : x \\ 365 : \ \ 73 \\ \hline x = 9{,}6\ \beta. \end{array}$$

Hieraus ergiebt sich, dafs die Berechnung des einfachen Disconts vom Hundert mit der Berechnung der einfachen Zinsen vollkommen übereinstimmt. Dies gilt auch für jeden der folgenden Fälle, weshalb sich alle §. 264 ff. angeführte Regeln und Vortheile auch hier anwenden lassen. Bemerkt mag noch werden, dafs der Discontfufs, anstatt für 1 Jahr, sich zuweilen für 1 Monat versteht. Durch das Discontieren nach einem Discontfufse vom Hundert erleidet der Empfänger der Baarzahlung stets einen gröfsern Abzug als nach demselben Discontfufse auf Hundert, und zwar bildet der sich

ergebende Unterschied stets die Zinsen nach dem angewendeten Discontfuſse für die gegebene Zeit von dem Betrage des Disconts **auf** Hundert.

Im vorliegenden Falle ist dieser Unterschied ($9\,^{3}/_{5}$ ℳ ∸ $9\,^{11}/_{21}$ ℳ) $^{8}/_{105}$ ℳ, und es sind die Zinsen von $9\,^{11}/_{21}$ ℳ für 73 Tage à 4 %:

$$\begin{array}{l} 100 : 9\,^{11}/_{21} = 4 : x \\ 365 : 73 \\ \hline x = {}^{8}/_{105} \text{ ℳ}. \end{array}$$

Will der Empfänger der Baarzahlung diesen Verlust (von $^{8}/_{105}$ ℳ) wieder ausgleichen, so muſs er das discontierte Kapital zu einem höhern Zinsfuſse auszuleihen suchen. Zu welchem? ergiebt sich aus folgendem Ansatze (vgl. §. 284):

$$\begin{array}{l} 1190{,}4 \text{ ℳ Kap.} : 100 \text{ ℳ Kapital} = 9{,}6 \text{ ℳ Zinsen} : x \\ 73 \text{ Tage} : 365 \text{ Tagen} \\ \hline x = 4{,}03\,\%. \end{array}$$

Wie beim Discont **auf** Hundert kann auch hier zur Auffindung des Disconts das discontierte Kapital gegeben sein. Z. B. Wieviel beträgt der Discont, wenn ein Kapital, für 73 Tage à 4 % discontiert, mit 1190,4 ℳ baar bezahlt wird?

Auflösung. Man berechne, wie in §. 298, die Zinsen von 100 in 73 Tagen à 4 %, welche $^{4}/_{5}$ betragen, und, als Procente **vom** Hundert berechnet, das Kapital 100 zu einem baaren Werthe von $99\,^{1}/_{5}$ machen. Wenn nun $99\,^{1}/_{5} = {}^{4}/_{5}$ Discont geben, wieviel geben 1190,4?

$$\begin{array}{c} 99\,^{1}/_{5} : 1190{,}4 = {}^{4}/_{5} : x \\ \hline x = 9{,}6 \text{ ℳ}. \end{array}$$

b) Aufsuchung des discontierten Kapitals.

§. 304. Dazu kann, neben Zeit und Zinsfuſs, gegeben sein: 1) das zu discontierende Kapital; 2) der Discont.

1) Wieviel betragen 1200 ℳ nach Abzug von 4 % Discont pr. 73 Tage?

Auflösung. Man findet das Resultat ganz einfach mittelst Abzugs des durch Rechnung (§. 303) ermittelten Disconts vom gegebenen Kapital; also hier: 1200 ∸ 9,6 = 1190,4 ℳ.

Doch kann man auch folgenden Weg einschlagen: Man berechne zuerst den Discont für 100 in der gegebenen Zeit (73 Tage):

$$\begin{array}{c} 365 : 73 = 4 : x \\ \hline x = {}^{4}/_{5}\,\%. \end{array}$$

Alsdann frage man: Wenn das Kapital 100 nach Abzug des Disconts $99\,^{1}/_{5}$ giebt, wieviel geben 1200 ℳ?

$$\begin{array}{c} 100 : 1200 = 99\,^{1}/_{5} : x \\ \hline x = 1190{,}4 \text{ ℳ}. \end{array}$$

2) Wieviel betrug das discontierte Kapital, wenn der à 4 % pr. 73 Tage berechnete Discont sich auf 9,6 ℳ belief?

$$\frac{4}{5} : 9{,}6 = 99\tfrac{1}{5} : x$$
$$x = 1190{,}4 \text{ ℳ}.$$

Für die Ermittelung des discontierten Kapitals aus dem zu discontierenden Kapitale (§. 299 unter 1, und oben unter 1) lassen sich, wie nachfolgendes Beispiel zeigt, Formeln finden, durch deren Benutzung die Rechnung vereinfacht wird.

Es sei der baare Werth von 800 ℳ, nach 41 Tagen fällig, bei einem Discont von 4 % auf Hundert oder 4 % vom Hundert zu finden.

Nach $360 : 41 = 4\% : x$ betragen die Zinsen von 100 in 41 T. $^{41}/_{90}$, und man hat zur Ermittelung des baaren Werthes:

a) Discont auf Hundert: $100\tfrac{41}{90} : 800 = 100 : x$
$= 9041 : 800 = 9000 : x$

b) Discont vom Hundert: $100 : 800 = 99\tfrac{49}{90} : x$
$= 9000 : 800 = 8959 : x$

Daraus lassen sich nun folgende Formeln ableiten:

a) das nach einem Discontsatze auf Hundert zu vermindernde Kapital wird gefunden, wenn man es mit dem zum Discontfufse gehörigen Divisor (s. §. 275) multipliciert, und durch ebendenselben aber um die gegebene Anzahl der Tage vermehrten Divisor dividiert;

b) das nach einem Discontsatze vom Hundert zu vermindernde Kapital wird gefunden, wenn man es mit dem um die Anzahl der Tage verminderten Divisor multipliciert, und durch den Divisor dividiert.

Soll aus dem discontierten Kapitale das zu discontierende Kapital gefunden werden (§. 300 unter 1, und §. 305 unter 2), so mufs, wie man leicht sieht, das umgekehrte Verfahren eintreten.

Diese Formeln gelten jedoch nur für den Fall, dafs sich der Discontfufs für 360 Tage versteht, oder dafs derselbe, falls er für 365 Tage gilt, 5 %, $2\tfrac{1}{2}$ % oder $1\tfrac{1}{4}$ % ist. Sind andere für 365 Tage sich verstehende Discontfüfse gegeben, dann ist der beständige Divisor 36500 um das Product aus der Multiplication der Tage mit dem Discontfufse zu vermehren, beziehentlich zu vermindern, wie die folgende Berechnung des obigen Beispiels zeigt:

a) Discont auf Hundert: $100\tfrac{164}{365}$*) $: 800 = 100 : x$
$= 36664 : 800 = 36500 : x$

b) Discont vom Hundert: $100 : 800 = 99\tfrac{201}{365} : x$
$= 36500 : 800 = 36336 : x$

c) Aufsuchung des zu discontierenden Kapitals.

§. 305. Aufser dem Zinsfufse und der Zeit kann hier entweder 1) der Discont oder 2) das discontierte Kapital gegeben sein.

*) Der Bruch $^{164}/_{365}$ ergiebt sich, wie man leicht sieht, aus der Berechnung der Zinsen à 4 % für 41 Tage vom Kapital 100:

$$365 : 41 = 4 : x$$
$$x = \tfrac{164}{365}.$$

1) Wie grofs ist der Betrag eines Wechsels, welcher à 4 % mit 9 ℛ 18 *ngr.* für 73 Tage discontiert worden ist?

$$\begin{array}{l} 4\ ℛ\ \text{Disc.} : 9{,}6\ ℛ\ \text{Disc.} = 100\ ℛ\ \text{Kap.} : x \\ \underline{73\ \text{Tage} \quad : 365\ \text{Tagen}} \\ x = 1200\ ℛ. \end{array}$$

2) Wie grofs ist der Wechsel, welcher nach Abzug von 4 % Discont für 73 Tage mit 1190 ℛ 12 *ngr.* baar bezahlt worden ist?

Auflösung.

Man suche (nach §. 289) zuerst den Discont von 100 ℛ Kapital pr. 73 Tage à 4 %. $x = {}^4/_5$ ℛ.

Zieht man diese $^4/_5$ ℛ von den (73 Tage) später fälligen 100 ℛ ab, so hat man $99\,^1/_5$ ℛ baar und findet dann nach:

$$\begin{array}{c} \underline{99\,^1/_5 : 1190{,}4 = 100 : x} \\ x = 1200\ ℛ. \end{array}$$

Vgl. aufserdem den Schlufs von §. 304.

Wie in §. 300 am Schlufse gesagt worden ist, entspricht ein discontierter Werth dem Baarpreise einer Waare, und ein zu discontierender Werth dem Preise einer auf Zeit oder Credit zu verkaufenden Waare. Da nun der Kaufmann auch im Waarenhandel den Discont nach dem Satze vom Hundert zu berechnen pflegt, so ist hier die Frage zur Besprechung zu bringen, wie aus dem Preise einer gegen baar zu verkaufenden Waare der Preis derselben Waare auf Zeit zu bestimmen ist. Wie stellt sich z. B. der Preis einer Waare Ziel 3 Mt. mit 5 % Discont, wenn sie pr. Casse mit 16 ℛ verkauft wird?

Auf 3 Mt. betragen $5\,\% = 1\,^1/_4\,\%$; 100 in 3 Mt. sind also $98\,^3/_4$ baar; für 16 baar hat man daher, Ziel 3 Mt., zu fordern:

$$\begin{array}{c} \underline{98\,^3/_4 : 16 = 100 : x} \\ x = 16\,^{16}/_{79}\ ℛ. \end{array}$$

Erbietet sich nun der Käufer, dem die Waare mit $16\,^{16}/_{79}$ ℛ Ziel 3 Mt. oder pr. Casse mit 5 % Discont notiert wird, sofort beim Kaufe der Waare zur Baarzahlung, so erhält der Verkäufer in der That 16 ℛ baar, denn 5 % auf $16\,^{16}/_{79}$ ℛ für 3 Mt. betragen nach §. 271 $\left(\frac{16\,^{16}/_{79} \times 3}{240}\right)$ $^{16}/_{79}$ ℛ. Macht er aber erst später, z. B. 1 Mt. vor Verfall von der Baarzahlung Gebrauch, so erreicht der Verkäufer nicht, was er durch die Erhöhung des Preises von 16 ℛ auf $16\,^{16}/_{79}$ ℛ hat erreichen wollen. Der Discont auf $16\,^{16}/_{79}$ ℛ pr. 1 Mt. à 5 % beträgt $\left(\frac{16\,^{16}/_{79} \times 1}{240}\right)$ $^{16}/_{237}$ ℛ; er erhält also $16\,^{32}/_{237}$ ℛ, diese aber geben an Zinsen für 1 Mt. à 5 % nur $\left(\frac{16\,^{32}/_{237} \times 1}{240}\right)$ $\frac{239}{3555}$ ℛ, während er $^{16}/_{237}$ oder $\frac{240}{3555}$ ℛ Discont zu gewähren gehabt hat.

Würde der Discont aber auf Hundert gerechnet, so wäre jener Baarpreis (nach $100 : 16 = 101\,^1/_4 : x$) auf 16,2 ℛ zu erhöhen gewesen, und der Discont 1 Monat vor Verfall hätte betragen:

$$\begin{array}{c} \underline{100\,^5/_{12} : 16{,}2 = {}^5/_{12} : x} \\ x = {}^{81}/_{1205}\ ℛ. \end{array}$$

die Baarzahlung also $(16\frac{1}{5} \div \frac{81}{1205})$ $16\frac{32}{241}$ ℛ. Auf diesen Betrag sind die Zinsen pr. 1 Mt. à 5 % $\left(\text{nach: } \frac{16\,{}^{32}/_{241}}{240}\right)$ $\frac{81}{1205}$ ℛ, also ebensoviel als durch Discont verloren worden ist.

Hieraus ergiebt sich, wie schon in §. 295 dargethan worden, das Unrichtige der Berechnung des Disconts vom Hundert, welches auch dadurch nicht aufgehoben wird, dafs man die Erhöhung des baaren Werthes auf den später zahlbaren Werth, wie oben geschehen, nach Procenten im Hundert eintreten läfst. Nur dann, wenn auf dieselbe Zeit discontiert wird, für welche der Discont zugeschlagen worden ist, entsteht für den Verkäufer kein Verlust, weil hier die Zeit gar nicht in Betracht kommt, wie auch oben nachgewiesen ist.

d) Aufsuchung des Discontfufses.

§. 306. Welches ist der Discontfufs, zu welchem der auf 1200 ℛ für 73 Tage berechnete Discont 9 ℛ 18 *ngr.* betrug?

1200 ℛ Kap. : 100 ℛ Kap. = 9,6 ℛ Disc. : x
73 Tage : 365 Tagen

x = 4 %.

Die Berechnung würde dieselbe bleiben, wenn, statt des zu discontierenden Kapitals das discontierte Kapital gegeben wäre; nur müfste man, um dieses Kapital zu 100 proportional zu machen, zu demselben den Discont hinzufügen. Ebenso bei Aufsuchung der Zeit.

e) Aufsuchung der Zeit.

§. 307. Wieviel Tage hatte ein Wechsel von 1200 ℛ noch zu laufen, wenn der à 4 % berechnete Discont 9 ℛ 18 *ngr.* betrug?

1200 ℛ Kap. : 100 ℛ Kap. = 365 Tage : x
4 „ Disc. : 9,6 „ Disc.

x = 73 Tage.

§. 308. Uebungsaufgaben.*)

1069) Wieviel beträgt der Discont von 1960 ℛ, fällig am 10. Mai, und am 6. Febr. mit 6 % pr. Jahr, *a*) vom Hundert, *b*) auf Hundert discontiert?

1070) 2000 ƒ. rückständige in $3\frac{1}{2}$ Jahren fällige Kaufgelder sollen mit 5 % Discont (auf Hundert) baar bezahlt werden. Wieviel beträgt die Baarzahlung?

1071) Einen am 30. Aug. fälligen Wechsel zahlte man am 10. Juni unter Abzug von 13 ℳ 8 ß ℬ° Discont à 4 % vom Hundert. Wie grofs war der Wechsel? (1 Mt. = soviel Tagen als er hat.)

*) Wo nichts anderes bemerkt ist, ist in diesen Uebungsaufgaben der Monat zu 30 Tagen gerechnet. Der Discontfufs versteht sich stets für 1 Jahr von 360 oder für 1 Mt. zu 30 Tagen.

1072) Ein am 1. Juni 1860 fälliges Legat wurde am 1. October 1858, nach Abzug von $4\frac{1}{2}$ % Discont auf Hundert mit 980 *ℛ* baar bezahlt. Wieviel betrug dasselbe? (1 Jahr = 12 Mt.)

1073) Wie lange hat ein Wechsel noch zu laufen, welcher unter Abzug von 8 *f.* 13 *xr.* Discont, à $\frac{3}{8}$ % pr. Mt., mit 1816 *f.* 47 *xr.* bezahlt wird?

1074) Wieviel Procent Discont vom Hundert wurden berechnet, wenn 1562 *ℳ* 8 *ß* Cour., fällig am 25. Jan. 1858, mit 1237 *ℳ* 8 *ß ℬ°* am 6. Novbr. 1857 discontiert wurden? (100 *ℳ ℬ°* = 125 *ℳ* Cour.; 1 Monat = soviel Tagen als er hat.)

1075) An welchem Tage wurden 5400 *Fr.*, am 26. Mai 1859 fällig, mit $\frac{5}{12}$ % pr. Mt. discontiert, wenn der berechnete Discont 31 *Fr.* 50 *cts.* betrug?

1076) Wie grofs war ein am 13. Aug. fälliger Wechsel, welcher abzüglich 7 *ℛ* 15 *ngr.* Discont à 4 % pr. Jahr, am 19. Juni bezahlt wurde?

1077) Wieviel Procent Discont auf Hundert betrug es, wenn 520 *f.*, nach 1 Jahr und 7 Mt. fällig, mit 481 *f.* 51 *xr.* bezahlt wurden?

1078) Wie grofs war das zu discontierende Kapital, von welchem der Discont pr. 3 Jahre à 4 % auf Hundert 54 *ℛ* betrug?

1079) Wann ist ein Wechsel von *ℳℬ°* 1285. — fällig, welcher am 25. Sept. 1859, unter Abzug von $\frac{1}{3}$% pr. Mt. Discont, mit 1278 *ℳ* 2 *ß ℬ°* bezahlt wird? (1 Mt. = soviel Tagen als er hat.)

1080) Wieviel betrug das discontierte Kapital, wenn sich der Discont, à $4\frac{1}{2}$ %, pr. 304 Tage auf 76 *ℳ* belief?

1081) Wieviel baare Zahlung für ein à 5 % auf Hundert für $3\frac{1}{4}$ Jahr discontiertes Kapital, wenn der Discont sich auf $56\frac{7}{8}$ *ℛ* belief?

1082) Wieviel betrug der Discont, wenn ein à 5 % pr. 162 Tage discontiertes Kapital mit 8797 *Fr.* 50 *c.* baar bezahlt wurde?

1083) Wieviel Mark Banco werden für einen Wechsel von *ℳℬ°* 2600. —., fällig pr. 16. März*), gutgeschrieben, welcher am 11. Jan. à $4\frac{1}{2}$ % pr. Jahr, unter Berechnung von $\frac{1}{3}$ % Provision und $\frac{1}{2}$ ‰ Courtage discontiert wird? (100 *ℳℬ°* = 127 *Ct.*)

Die darüber auszustellende Rechnung könnte folgende Form haben:

*) In dieser Aufgabe so wie in den Aufgaben 1084 und 1085 ist jeder Monat zu soviel Tagen gerechnet, als er hat, der Discontfufs aber versteht sich für 360 Tage.

Hamburg, den 11. Jan. 1860.

Nota über à $^3/_8$ % pr. Mt. discontierte:

Rim. auf *N. N.* pr. $^{16}/_{17}$. März[1]) ℬ𝓍. 2600. —.

Discont pr. . . . Tage 𝓍 —. —.

Provision $^1/_3$ %[2]) „ —. —.

Courtage $^1/_2$ ‰[3]), 𝒞𝓍. . . . à 27 % . . . „ —. —.

„

pr. 12. Jan.[4]) ℬ𝓍. 2568. 13.

1) Die Zahlung von Wechseln in Hamburg erfolgt nicht baar, sondern durch Abschreibung bei der Bank. Da nun, der Bankordnung gemäfs, über einen abgeschriebenen Betrag erst am folgenden Tage verfügt werden kann, so werden auch die Beträge abgeschriebener Wechsel erst unter dem auf den Tag der Abschreibung folgenden Tage gutgeschrieben, oder als an diesem Tage fällig angesehen. Wenn nun auch neuerdings jene Bestimmung abgeändert worden ist, so besteht der eben erwähnte Gebrauch doch noch fort.

2) Die Provision wird stets von dem zu discontierenden Betrage berechnet.

3) Die Courtage, welche ebenfalls von dem zu discontierenden Betrage zu nehmen ist, wird in Hamburg vom Banco-Betrage in Courant gerechnet, und alsdann in Banco reduciert.

4) Aus dem in 1) angegebenen Grunde ist der Ertrag dieses Discontgeschäfts erst am 12. Jan. fällig.

1084) *Paris*, d. 6. März 1860.

Soll Herr[1])

an[2])

Paris. Discont 5 %; Werth pr. 6. März.

ℱ𝓇. 1200. —.	pr. 15. April	40 T.		48000[3])
„ 1325. —.	„ 20. do.	„		
„ 950. —.	„ 25. Mai	„		
„ 500. —.	„ 25. Juni	„		
ℱ𝓇. 3975. —.				S[4])

00. 00. Discont[5]) auf *S*

00. 00. Common $^3/_8$ %

„

ℱ𝓇. 3926. 90. Saldo.

1) Name desjenigen, welcher die Wechsel in Discont nimmt (Discontnehmer).

2) Name desjenigen, welcher die Wechsel in Discont giebt (Discontgeber).

3) Diese Zahl ist aus der Multiplication des Kapitals mit den Tagen entstanden. In gleicher Weise ist mit den folgenden Posten zu verfahren.

4) Dieses *S* bezeichnet die Summe der Producte.

5) *S*, dividiert durch den zu 5 % gehörigen Divisor, giebt den Gesamtbetrag des Discomts.

1085) *Hamburg*, d. 14. Mai 1859.

Herrn

discontiert für seine Rechnung à $3\frac{1}{2}$%:

ℳ𝔅. 2000. —. pr. $^{10}/_{11}$. Juni . . 28 T.	ℳ	5.	7.
„ 3000. —. „ $^{18}/_{19}$. do. . . „	„	.	.
„ 2500. —. „ $^{12}/_{13}$. Juli . . „	„	.	.
	ℳ𝔅.		
Provision $^1/_3$ % ℳ			
Court. $^1/_2$ ‰ Ct. . . .			
Stempel[1]) . . „ . . .			
Ct. . . .			
à 25 % „			
	„		
	ℳ𝔅.		
Saldo pr. 15. Mai	„		
	ℳ𝔅. 7500. —.		

1) Der Wechselstempel wird in Hamburg seit d. 1. Juni 1853 von allen auf Hamburg gezogenen, durch die Hamburger Bank oder sonst in Hamburg zahlbaren Wechseln mit 5 ß Courant für jede 400 ℳ Banco in der Weise entrichtet, daſs jeder bei Theilung der Wechselsumme durch 400 überschieſsende Betrag für 400 ℳ gerechnet wird. Wechsel über 100 ℳ Banco bis 200 ℳ Banco einschlieſslich, entrichten 2 ß Cour., bis 300 ℳ Banco einschlieſslich 3 ß Cour.

1086) Für Prager Rechnung werden von einem W i e n e r Hause am 12. Mai *f.* 2800. —. pr. 19. Juli à $3\frac{3}{4}$ % discontiert. Für Provision bringt man $\frac{1}{3}$ % und für Porto 40 Nkr. in Abrechnung. Gegen den Ertrag sendet der Wiener eine Anweisung der Wiener Bank auf Prag, für welche $\frac{1}{8}$ % Bankgebühr zu zahlen ist. Auf wieviel Gulden lautet die Anweisung?

1087) Am 12. März werden von einem Bankier, à $\frac{3}{8}$ % pr. Mt., folgende Wechsel für fremde Rechnung discontiert: ⅌ 800. — pr. 30. April, ⅌ 950. — pr. 1. Mai, ⅌ 1200. — pr. 15. Mai, ⅌ 1025. — pr. 25. Mai, ⅌ 960. — pr. 1 Juni. Der Bankier berechnet $\frac{1}{3}$ % Provision, 1 ‰ Courtage und 2 ⅌ 28 *sgr.* für Wechselstempel und Porto. Wie groſs ist der Reinertrag dieser Wechsel?

1088) Für einen am 20. Oct. fälligen Betrag bezahlte man am 10. Aug. unter Abzug von $4\frac{1}{2}$ % pr. Jahr Discont, $\frac{1}{3}$ % Provision und $\frac{1}{2}$ ‰ Courtage, ⅌ 1974. 25 *sgr.* Wie groſs war jener Betrag?

3) Zusammengesetzter Discont.

§. 309. Die gemeine Arithmetik muſs sich hier, ebenso wie bei der Berechnung der zusammengesetzten Zinsen, auf die Lösung zweier Fragen beschränken: auf die Ermittelung des d i s c o n t i e r t e n, und auf die Ermittelung des zu d i s c o n t i e r e n d e n Kapitals. Wie in der

Rechnung mit einfachem Discont, so kann auch hier von Discont vom Hundert und von Discont auf Hundert die Rede sein. Z. B. Welchen baaren Werth hat am 6. Mai 1858 eine am 6. Aug. 1860 fällige Forderung von 2000 ₰ mit 4 % Discont vom Discont?

a) Discont auf Hundert.			*b*) Discont vom Hundert.		
x ₰ Kap.	=	2000 ₰ Kap.	x ₰ Kap.	=	2000 ₰ Kap.
104	=	100 „ für d. 1. J.	100	=	96 „ für d. 1. J.
104	=	100 „ „ „ 2. „	100	=	96 „ „ „ 2. „
101	=	100 „ „ 3 M.	100	=	99 „ „ 3 Mt.
x = 1830,804 ₰.			x = 1824,768 ₰.		

Nachdem schon in §. 295 und §. 303 die Unrichtigkeit der Berechnung des einfachen Disconts vom Hundert nachgewiesen worden ist, kann unmöglich von einer Richtigkeit der Berechnung des zusammengesetzten Disconts vom Hundert die Rede sein, obschon der Nachtheil, den er dem Empfänger der Baarzahlung verursacht, nicht so bedeutend ist, wie der durch einfachen Discont vom Hundert hervorgebrachte. (Der einfache Discont vom Hundert bringt im obigen Falle die Baarzahlung auf [100 : 2000 = 100 ÷ (4 × 2 ¼) : x] 1820 ₰.) Gilt es also, den jetzigen baaren Werth eines später zahlbaren Werthes unter Berechnung von Discont vom Discont zu ermitteln, so kann nur der zusammengesetzte Discont auf Hundert in Anwendung gebracht werden, während der zusammengesetzte Discont vom Hundert nur dann angewendet werden kann, wenn es sich um Tilgung einer Schuld in einer Weise handelt, wie sie das folgende Beispiel zeigt.

Eine Staatsschuld von 20 Millionen Thalern soll jährlich mit 1 % so getilgt werden, dafs sich dieses eine Procent immer auf den nach erfolgter Tilgung übrig bleibenden Kapitalbetrag bezieht. Auf welchen Betrag wird sich jene Schuld in 5 Jahren vermindert haben?

x ₰ Kap.	=	20·000000 ₰ Kap.
100	=	99
100	=	99
100	=	99
100	=	99
100	=	99
x = 19·019800,998 ₰.		

Hinsichtlich der Lösung solcher Aufgaben, welche Discont vom Discont zum Gegenstande haben, gilt in der Hauptsache dasselbe was in §. 293 hinsichtlich der Berechnung der auf zusammengesetzte Zinsen sich beziehenden Aufgaben gesagt worden ist.

X. Terminrechnung.

§. 310. Die Aufgabe der Terminrechnung, welche man auch wohl Termin-Reductionsrechnung, Reductionsrechnung, Zeitrechnung nennt, besteht darin, für mehrere zu verschiedenen Zeiten fällige Kapitalien eine mittlere, gemeinschaftliche oder Durchschnitts-Verfallzeit aufzufinden, zu welcher, ohne Nachtheil für Gläubiger und Schuldner, die Zahlung dieser Kapitalien auf einmal geleistet werden kann. Gewöhnlich unterscheidet man hierbei folgende zwei Fälle:

1) die Kapitalien sind unverzinslich, oder

2) sie sind bis zu ihrer Rückzahlung zu verzinsen, wobei die Zinsfüfse entweder gleich oder ungleich sein können.

a) Unverzinsliche Kapitalien.

§. 311. Die Kapitalien sind gleich. — Welches ist die gemeinschaftliche Verfallzeit für 6 gleiche Kapitalien von je 900 ℔, in beziehentlich 4, 5, 7, 9, 10, 14 Monaten zahlbar?

Auflösung.

Man addiere die verschiedenen Zeiten und dividiere die Summe durch die Anzahl der Kapitalien:

$$\frac{4+5+7+9+10+14 \text{ Mt.}}{6} = \frac{49}{6} = 8^{1}/_{6} \text{ Mt.},$$

gemeinschaftliche Verfallzeit.

Als Beweis für die Richtigkeit dieses Verfahrens läfst sich anführen, dafs die Zinsen von der Summe der Kapitalien in der gemeinschaftlichen Verfallzeit = dem Zinsenbetrage der Kapitalien in den verschiedenen Zeiträumen sind. Denn es geben, wenn wir den Zinsfufs für alle Kapitalien zu 4 % annehmen:

900 ℔ in 4 Mt. = 12 ℔
900 „ „ 5 „ = 15 „
900 „ „ 7 „ = 21 „
900 „ „ 9 „ = 27 „
900 „ „ 10 „ = 30 „
900 „ „ 14 „ = 42 „
zusammen also = 147 ℔;

und ebenso geben 5400 ℔ in $8^{1}/_{6}$ Mt. à 4 %:

$$\frac{5400 \times 8^{1}/_{6}}{300} = 147 \text{ ℔ Zinsen.}$$

2) Vier Tratten, jede von 1800 ƒ., am 7. April ausgestellt, 14 Tage, 1 Mt., 7 Wochen dato und pr. Ende Juni, sollen unter eine gemeinschaftliche Verfallzeit gebracht werden. Welches ist dieselbe?

Auflösung.

Es ist zuvörderst die Verfallzeit jeder Tratte zu ermitteln. Die 1. ist fällig am 21. April, die 2. am 7. Mai, die 3. am 26. Mai, die 4. am 30. Juni. Um nun die Anzahl Tage zu finden, welche jede Tratte noch zu laufen hat, kann man: *a)* vom Tage der Ausstellung, *b)* vom Tage der frühesten Verfallzeit, oder *c*) von einem willkürlich angenommenen Zeitpunkte ausgehen, der natürlich nicht hinter die früheste Verfallzeit zurückgehen darf.

a) Vom Tage der Ausstellung aus. (1 Mt = 30 T.)

vom 7. April { bis 21. April = 14 Tage
„ 7. Mai = 30 „
„ 26. „ = 49 „
„ 30. Juni = 83 „

176 Tage, div. durch 4 = 44 Tage
vom 7. April = 21. Mai.

b) Vom Tage der frühesten Verfallzeit aus.

vom 21. April { bis 21. April = 0 Tage
„ 7. Mai = 16 „
„ 26. „ = 35 „
„ 30. Juni = 69 „

120 Tage, div. durch 4 = 30 Tage
vom 21. April = 21. Mai.

c) Von einem beliebigen Zeitpunkte ausgegangen, z. B. dem Tage des Empfanges des Trattenavises, wofür hier der 15. April angenommen sei.

vom 15. April { bis 21. April = 6 Tage
„ 7. Mai = 22 „
„ 26. „ = 41 „
„ 30. Juni = 75 „

144 Tage, div. durch 4 = 36 Tage
vom 15. April = 21. Mai.

§. 312. Die Kapitalien sind **ungleich**. — Dieser Fall ereignet sich in der kaufmännischen Praxis am häufigsten, und die hierbei anzuwendende Berechnungsart gründet sich auf die §. 281 unter *b*) angedeutete Annahme, dafs z. B. 100 ℔ in 9 Monaten ebensoviel Zinsen geben, als 9 × 100 ℔ in 1 Monate.

Beispiele.

Ein Commissionär in London hat für fremde Rechnung folgende Verkäufe gemacht:

£ 250. — am 8. Mai, Ziel 3 Mt.
„ 135. — „ 29. „ „ 3 „
„ 220. — „ 23. Juni, „ 2 „
„ 196. — „ 10. Juli, „ 2 „
„ 104. — „ 21. „ „ 8 Tage.

Am 24. Juli will er seinem Committenten Verkaufsrechnung mit gemeinschaftlicher Verfallzeit für die einzelnen Verkäufe ertheilen; wann wird diese gemeinschaftliche Verfallzeit eintreten?

Auflösung.

Wie im vorigen Beispiele, so mufs auch in diesem zuerst die Verfallzeit jedes einzelnen Postens ermittelt werden, und es finden sich, der Reihe nach, folgende Verfallzeiten: 8. Aug., 29. Aug., 23. Aug., 10. Sept., 29. Juli.

Um nun die Zahl der Tage zu finden, die jeder der Posten noch zu laufen hat, kann man entweder vom 24. Juli (dem Datum der Verkaufsrechnung) oder von der frühesten Verfallzeit (29. Juli) ausgehen.

a) vom 24. Juli	*b*) vom 29. Juli
bis 8. Aug. = 14 Tage	bis 8. Aug. = 9 Tage
„ 29. „ = 35 „	„ 29. „ = 30 „
„ 23. „ = 29 „	„ 23. „ = 24 „
„ 10. Sept. = 46 „	„ 10. Sept. = 41 „
„ 29. Juli = 5 „	„ 29. Juli = 0 „

Hierauf multipliciert man jedes dieser Kapitalien mit der ihm zugehörigen Zeit, addiert die dadurch erhaltenen Producte und dividiert ihre Summe durch die Summe der Kapitalien. Der erhaltene Quotient ergiebt die Zahl von Tagen, nach deren Ablauf, — von dem Tage an gerechnet, von welchem man ausgegangen ist, — die gemeinschaftliche Verfallzeit eintritt. Lassen sich die Kapitalien oder die Zeiträume, ein jedes für sich oder unter einander, durch eine und dieselbe Zahl kürzen, so thut man dies, damit man mit kleineren Zahlen arbeitet.

Nur selten wird jener Quotient eine ganze Zahl sein; es entsteht also die Frage, wie der in demselben enthaltene Bruch zu behandeln ist. Dem allgemeinen Gebrauch gemäfs sollte man ihn für voll nehmen, falls er mehr als $\frac{1}{2}$ ist, im Gegentheil vernachlässigen. In der Regel aber rechnet man den Betrag für voll, sobald es sich um einen Betrag handelt, welcher gutzuschreiben ist, soll der Betrag zur Last gebracht werden, so läfst man den Bruch unberücksichtigt. Der Grund für dieses Verfahren ist leicht einzusehen.

Je nachdem wir nun für obige Aufgabe vom 24. Juli oder vom 29. Juli ausgehen, gestaltet sich die Rechnung wie folgt:

a)	*b*)
£ 250 × 14 = 3500	£ 250 × 9 = 2250
„ 135 × 35 = 4725	„ 135 × 30 = 4050
„ 220 × 29 = 6380	„ 220 × 24 = 5280
„ 196 × 46 = 9016	„ 196 × 41 = 8036
„ 104 × 5 = 520	„ 104 × 0 = 0
905 in 24141	905 in 19616
$= 26\frac{611}{905} = 27$ Tage	$= 21\frac{611}{905} = 22$ Tage
vom 24. Juli = 21. Aug.	vom 29. Juli = 21. Aug.

Wenn man darauf achtet, dafs die Summe der erhaltenen Producte ein Kapital bildet, welches auf einen Tag ausgeliehen ist, so wird, unter Berücksichtigung des §. 291 unter *b*) 2. gesagten, der Grund dieses Verfahrens leicht klar werden.

Uebrigens mufs eben deshalb die Summe der Zinsen für die einzelnen Kapitalien in den verschiedenen Zeiten gleich sein dem Zinsenbetrage von der Summe der Kapitalien in der Durchschnittsverfallzeit, so wie dem Zinsenbetrage für **einen** Tag von der Summe der Producte. Denn es geben, den Zinsfufs à 5 % angenommen:

£ 250. —	in 14 T.	= £	—	9 *s.*	7 $^{5}/_{73}$ *d.*		
„ 135. —	„ 35 „	= „	—	12 „	11 $^{25}/_{73}$ „		
„ 220. —	„ 29 „	= „	—	17 „	5 $^{55}/_{73}$ „		
„ 196. —	„ 46 „	= „	1.	4 „	8 $^{152}/_{365}$ „		
„ 104. —	„ 5 „	= „	—	1 „	5 $^{7}/_{73}$ „		
£ 905. —	zusammen	= £	3.	6 *s.*	1 $^{247}/_{365}$ *d.*	Zinsen.	

Die Zinsen von 905 £ in der mittleren Zeit von $26\,^{611}/_{905}$ Tagen betragen ebenfalls:

$$\frac{905 \times 26\,^{611}/_{905}}{7300} = 3\ £\ 6\ s.\ 1\,^{247}/_{365}\ d.$$

Endlich aber sind die Zinsen von 24141 £ à 5 % in 1 Tage:

$$\frac{24141 \times 1}{7300} = 3\ £\ 6\ s.\ 1\,^{247}/_{365}\ d.$$

§. 313. *b*) Die Kapitalien sind verzinslich. — Ist der Zinsfufs für alle Kapitalien gleich, so kommt er nicht weiter in Betracht; daher ist dieser Fall ebenso wie die bereits dargestellten zu behandeln.

Die Zinsfüfse sind ungleich. — Es sind zu bezahlen: 400 ß in 4 Mt., 200 ß in 6 Mt., 400 ß in 8 Mt. und 800 ß in 9 Mt., und bis dahin mit 5, 4, $3^1/_2$ und 6 % zu verzinsen. Wann und zu welchem mittleren Zinsfufse können diese Kapitalien auf einmal abgetragen werden?

1. Auflösung.

Man multipliciert jedes Kapital mit dem ihm zugehörigen Zinsfufse, addiert die dadurch erhaltenen Producte und dividiert deren Summe durch die Summe der Kapitalien. Der Quotient ist der mittlere Zinsfufs. Jedes der gedachten Producte multipliciert man hierauf mit der ihm zugehörigen Zeit, addiert die dadurch gefundenen Producte und dividiert sie durch die Summe der aus Kapital × Zinsfufs erhaltenen Zahlen. Der Quotient ist die mittlere Verfallzeit.

4 × 5 = 20		20 × 4 = 80	
2 × 4 = 8		8 × 6 = 48	
4 × $3^1/_2$ = 14		14 × 8 = 112	
8 × 6 = 48		48 × 9 = 432	
18 in 90 = 5 %	mittlerer Zinsfufs.	90 in 672 = $7\,^7/_{15}$ Mt.	gemeinschaftl. Verfallzeit.

Die Kapitalien sind hier sämtlich durch 100 abgekürzt worden.

Der Grund dieses Verfahrens ergiebt sich aus §. 291 und die Richtigkeit desselben wird dadurch dargethan, dafs die Summe der Zinsen der einzelnen Kapitalien nach dem einem jeden Kapitale zugehörigen Termine und Zinsfufse = dem Zinsenbetrage der Summe der Kapitalien zum mittleren Zinsfufse und in der gemeinschaftlichen Verfallzeit, so wie dem Zinsenbetrage von der Summe der Hauptproducte à 1 % in 1 Mt. Und in der That findet man:

a) 400 ₰ in 4 Mt. à 5 % = $6^2/_3$ ₰
200 „ „ 6 „ „ 4 „ = 4 „
400 „ „ 8 „ „ $3^1/_2$ „ = $9^1/_3$ „
800 „ „ 9 „ „ 6 „ = 36 „
1800 ₰ Kapital = 56 ₰ Zinsen.

b) 1800 ₰ in $7^7/_{15}$ Mt. à 5 %

$$= \frac{1800 \times 7^7/_{15}}{240} = 56 \text{ ₰ Zinsen.}$$

c) 67200 ₰ à 1 % in 1 Mt.

$$= \frac{67200 \times 1}{1200} = 56 \text{ ₰ Zinsen.}$$

2. Auflösung.

Man multipliciert zuerst die Kapitalien mit der Zeit und dividiert die Summe der Producte durch die Summe der Kapitalien. Der erhaltene Quotient ist die mittlere Verfallzeit. Jedes dieser Producte wird hierauf mit dem ihm zugehörigen Zinsfufse multipliciert und die Summe der dadurch erhaltenen Resultate durch die Summe der Producte aus Kapital × Zeit dividiert; der Quotient ist der mittlere Zinsfufs.

4 × 4 = 16	16 × 5 = 80
2 × 6 = 12	12 × 4 = 48
4 × 8 = 32	32 × $3^1/_2$ = 112
8 × 9 = 72	72 × 6 = 432
18 in 132 = $7^1/_3$ Mt.	132 in 672 = $5^1/_{11}$ %.
mittlere Verfallzeit.	mittlerer Zinsfufs.

Bei dieser Auflösung findet man eine kürzere Verfallzeit und einen gröfsern Zinsfufs als in der ersten Berechnung. Da nun aber Zeit und Zinsfufs stets in einem indirecten Verhältnisse stehen, so ergiebt sich die Richtigkeit dieses Resultats aus einem der beiden Schlüsse: *a)* Je gröfser der Zinsfufs ($5^1/_{11}$ %) im Vergleiche zu 5 %, desto kleiner die Zeit ($5^1/_{11} : 5 = 7^7/_{15} : x = 7^1/_3$ Mt.); *b)* je kleiner die Zeit ($7^1/_3$ Mt.) im Vergleiche zu $7^7/_{15}$ Mt., desto gröfser der Zinsfufs ($7^1/_3 : 7^7/_{15} = 5\% : x = 5^1/_{11}\%$). — Daher sind auch die Zinsen von 1800 ₰ in $7^1/_3$ Mt. à $5^1/_{11}$ % = den Zinsen von 1800 ₰ in $7^7/_{15}$ Mt. à 5 %.

§. 314. Die Aufsuchung eines mittleren Zahlungstermins und eines mittleren Zinsfufses für mehrere verzinsliche Kapitalien erscheint uns indes als etwas überflüssiges. Denn wie schon §. 294 erwähnt worden ist, hört die Zinsenzahlung für ein verzinsliches Kapital auf, sobald die Rückzahlung desselben erfolgt. Ist man also

ein Kapital z. B. nach 6 Monaten schuldig, welches bis dahin mit 3 % zu verzinsen ist, und zahlt man dasselbe nach 4 Monaten zurück, so vergütet man die Zinsen für 4 Monate, wenn sich der Gläubiger überhaupt die frühere Zahlung gefallen läfst. Was aber von einem Kapitale gilt, gilt natürlich auch von mehreren. Ob also jene 1800 ß in dem §. 313 angeführten Beispiele in 2, oder 3, oder 4 u. s. w. Monaten zurückgezahlt werden, ist völlig gleich; jedes Kapital trägt bis zur Rückzahlung die Zinsen nach seinem Zinsfufse und wird mit diesen Zinsen zurückgezahlt. — Etwanige Zinseszinsen dürfen hierbei natürlich nicht in Betracht gezogen werden, da sie auch bei der gewöhnlichen Berechnung unberücksichtigt bleiben.

§. 315. Schon §. 294 ist darauf aufmerksam gemacht worden, dafs jedes zu einer bestimmten Zeit zahlbare Kapital, wenn dasselbe bis dahin nicht verzinst wird, als ein Werth anzusehen ist, der die Zinsen einschliefst für die Zeit, welche das Kapital noch zu laufen hat. Darauf gründet sich die Berechnung des Disconts nach dem Satze auf Hundert (vgl. §. 295). Geht man von dieser Ansicht aus, so wird auch für die Auffindung des mittleren Zahlungstermins für mehrere zu verschiedenen Zeiten fällige, bis dahin aber nicht zu verzinsende Kapitalien ein anderes als das bisher gelehrte Verfahren anzuwenden sein, welches in folgendem erklärt werden soll.

Gläubiger und Schuldner haben sich zuvörderst über einen Zinsfufs gerade so zu vereinigen, als ob die später zahlbaren Kapitalien discontiert werden sollten. Nach diesem Zinsfufse bestimme man den baaren Werth der Kapitalien (§. 299), addiere die erhaltenen Beträge und ziehe deren Summe von der Summe der später zahlbaren Kapitalien ab. Die Differenz bildet den Betrag der Zinsen, welche die baaren Werthe in den angegebenen Zeiten gebracht haben würden und nun frage man: Wie lange müfste die Summe der baaren Werthe ausstehen, um die gefundene Differenz als Zinsen einzubringen? Die dadurch erhaltene Zeit ist die gemeinschaftliche Verfallzeit der Kapitalien. Z. B.

824 ß fällig in 6 Mt., 860 ß fällig in 15 Mt. und 648 ß fällig in 16 Mt. sollen auf einmal abgetragen werden. Wann kann dies geschehen?

Man ermittele zuvörderst (nach §. 299) den baaren Werth der einzelnen Kapitalien unter Benutzung des Zinsfufses 6 %:

(12 : 6 = 6 % : x = 3 %)
103 : 824 = 100 : x = 800 ß
(12 : 15 = 6 : x = $7\frac{1}{2}$ %)
$107\frac{1}{2}$: 860 = 100 : x = 800 „
(12 : 16 = 6 : x = 8 %)
108 : 648 = 100 : x = 600 „
zusammen 2200 ß.

Also baarer Werth obiger drei Kapitalien = 2200 ß; nach Abzug desselben von 2332 ß bleiben 132 ß für Zinsen. Wieviel Zeit gehört dazu, damit man diese Zinsen mit 2200 ß à 6 % gewinne?

$$\frac{\begin{array}{c}2200 \text{ ß Kap.} : 100 \text{ ß Kap.} = 12 \text{ Mt.} : x \\ 6\,\% : 132 \text{ ß Zinsen}\end{array}}{x = 12 \text{ Mt.},}$$

welches die gesuchte mittlere Verfallzeit ist.

Ermittelt man dieselbe auf die im kaufmännischen Geschäftsverkehr übliche Weise, so hat man:

$$\begin{array}{rcrcl} 824 \times 6 & = & 4944 & & \\ 860 \times 15 & = & 12900 & & \\ 648 \times 16 & = & 10368 & & \\ \hline 2332 & \text{in} & 28212 & = & 12\,{}^{57}/_{583} \text{ Mt.} \end{array}$$

Man pflegt diese Art der Ermittelung eines gemeinschaftlichen Zahlungstermins zuweilen als unrichtig zu bezeichnen; so lange indes der Kaufmann den Discont nach dem Satze vom Hundert berechnet, also jedes später fällige, bis zum Eintritt der Verfallzeit aber nicht zu verzinsende Kapital nicht als einen Werth ansieht, der die Zinsen einschliefst, sondern als einen solchen, mit welchem die Zinsen erst verdient werden sollen von da ab, wo derselbe fällig wird, so lange läfst sich gegen dieses Verfahren nichts einwenden. Denn dafs dasselbe auf einer Discontierung der Kapitalien nach dem Satze vom Hundert beruht, zeigt folgende Berechnung.

Der Discont auf die oben angegebenen Kapitalien, zu 6 % nach dem Satze vom Hundert, beträgt:

für 824 ß	pr.	6 Mt.	=	24,72 ß
„ 860 „	„	15 „	=	64,50 „
„ 648 „	„	16 „	=	51,84 „
2332 ß Kapital			=	141,06 ß Discont.

Wie lange haben 2332 ß noch zu laufen, wenn der à 6 % berechnete Discont 141,06 ß beträgt? (Vgl. §. 307.)

$$\frac{\begin{array}{c}2332 : 100 \text{ ß} = 12 \text{ Mt.} : x \\ 6 : 141{,}06 \text{ ß Disct.}\end{array}}{x = \frac{14106}{1166} = 12\,{}^{57}/_{583} \text{ Mt., wie oben.}}$$

Hieraus ergiebt sich zugleich, dafs nach kaufmännischer Ermittelung die gemeinschaftliche Verfallzeit stets später eintreten wird, als nach dem andern Verfahren; denn der Discontsatz vom Hundert giebt einen gröfsern Discont, es ist also auch, um diesen zu verdienen, mehr Zeit erforderlich. Uebrigens ist die dadurch entstehende Zeitdifferenz, wie auch obiges Beispiel zeigt, in den meisten Fällen unbedeutend, besonders da es sich im kaufmännischen Verkehr, wenn auch oft um ansehnliche Summen, doch selten um grofse Zeiträume handelt.

§. 316. Uebungsaufgaben.*)

1089) Einem Bankier werden von einem Correspondenten fünf Tratten, jede von 500 xβ, avisiert, welche am 14. Juni ausgestellt sind, und beziehentlich auf 14 Tage, 3 Wochen, 1 Mt., 2 Mt. und 3 Mt. dato lauten. Welches ist die gemeinschaftliche Verfallzeit dieser Wechsel?

1090) In der Verkaufsrechnung eines Commissionärs sind folgende Verkäufe verzeichnet: ƒ. 850. — am 12. Juni, Ziel 2 Mt.; ƒ. 1245. — am 18. Juni, Ziel 2 Mt.; ƒ. 960. — am 25. Juni, Ziel 3 Mt.; ƒ. 712. — am 10. Juli pr. Casse; ƒ. 665. — am 18. Juli, Ziel 2 Mt. Unter welchem Tage ist der Committent für den Gesamtbetrag zu creditieren?

1091) Ein Berliner Bankier erhält von seinem Correspondenten am 26. Sept. folgende Platzwechsel zum Einziehen: xβ 125. — auf Sicht, xβ 75. 18. pr. 1. Oct., xβ 207. 12. pr. 15. Oct., xβ 97. 15. pr. 28. Oct., xβ 64. 20. pr. 30. Oct., xβ 165. 8. pr. 15. Nov., xβ 39. 27. pr. 27. Nov., xβ 105. 14. pr. 3. Dec., xβ 92. — pr. 15. Dec. Da sämtliche Wechsel in Ordnung gehen, so will er sie seinem Correspondenten unter einem Tage gut schreiben. Welches wird dieser sein?

1092) Jemand kauft ein Landgrundstück für 3000 xβ, so dafs er 1000 xβ baar, 500 xβ nach 4 Mt., 600 xβ nach 8 Mt., 700 xβ nach 12 Mt., den Rest in 15 Mt. zahlen soll. Wann kann er die Kaufsumme auf einmal bezahlen, wenn er sich mit seinem Verkäufer über einen Discont von 4 $\%_0$ (auf Hundert) verständigt?

1093) A kauft ein Grundstück von B für 8000 xβ, unter der Bedingung, 5000 xβ nach 2 Jahren, den Rest nach 5 Jahren zu zahlen. Er bezahlt aber die 5000 xβ erst nach 3 Jahren, wann ist der Rest fällig?

Ein 6. Beispiel findet sich in der Waarenrechnung, §. 451.

XI. Gold- und Silber-Rechnung.

§. 317. Gold und Silber kommen in der Regel nicht vollkommen rein, als feines Metall, sondern bald mehr bald weniger mit geringerem Metall versetzt, in den Handel und führen in diesem Zustande den Namen rauhes oder legiertes Metall. Die Bestimmung der Preise beider Metalle erfolgt aber, bis auf wenige Ausnahmen, für eine gewisse Gewichtseinheit feinen Metalls; daher ist eine der Fragen, welche die Gold- und Silber-Rechnung zu beantworten hat, auf die Ermittelung des feinen Metalls gerichtet, das in einer gewissen Quantität rauhen Metalls enthalten ist. Verstehen sich aber, wie z. B. in England, die Preise nicht für feines, sondern für legiertes Metall von einer bestimmten Qualität (Feinheit), so ist

*) In diesen Uebungsaufgaben ist der Monat immer zu 30 Tagen gerechnet.

ferner die Frage zu beantworten, wieviel Metall von einer bestimmten Feinheit in einer gegebenen Quantität von einer ebenfalls gegebenen Feinheit enthalten sei. Hieran schliefst sich, in beiden Fällen, die Berechnung des Werthes einer gegebenen Quantität Gold oder Silber, so wie die Ermittelung des Preises einer gewissen Feinheit aus dem gegebenen Preise einer andern Feinheit. — Insofern aber die Gewichtseinheiten und deren Theilgröfsen, sowie die Bestimmungen der Feinheit, welche beim Handel mit Gold und Silber zur Anwendung kommen, nicht überall dieselben sind, wird sich die Gold- und Silber-Rechnung auch mit der Umrechnung von Gewichts- oder Feinheits-Bestimmungen des einen Landes in Gewichts- oder Feinheits-Bestimmungen anderer Länder zu beschäftigen haben.

Ehe wir zur Erläuterung dieser einzelnen Fälle übergehen, lassen wir das wichtigste über Gold- und Silber-Gewicht, sowie über die verschiedenen Arten, den Feingehalt zu bestimmen, folgen.

§. 318. Das in Deutschland früher üblich gewesene, auch noch nicht allgemein beseitigte Gold- und Silber-Gewicht ist die (kölnische) Mark à 16 Loth à 4 Quent (Quentchen, Quintel) oder auch mit der Eintheilung des Lothes in $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$. Die genaue Schwere der ursprünglichen kölnischen Mark ist unbekannt; die 1837 und 1838 abgeschlossenen deutschen Münzconventionen haben daher die (Vereins-) Münzmark auf 233,8555 Grammen ($= \frac{1}{2}$ des früheren preufsischen Pfundes) festgesetzt*). — Durch den unterm 24. Januar 1857 in Wien zwischen den deutschen Bundesstaaten (mit Ausnahme von Mecklenburg, Holstein und Lauenburg, Luxemburg und Limburg, Hamburg, Lübeck und Bremen) abgeschlossenen Münzvertrag ist diese Münzmark beseitigt und ist als ausschliefsliches Münzgewicht der contrahierenden Staaten das deutsche Zollpfund mit selbständiger Eintheilung in Tausendtheile und weiterer decimaler Abstufung angenommen worden. Dieses Pfund vergleicht sich mit der bisherigen Vereins-Münzmark wie folgt:

100 ℔ = 213,8077 Mark, oder
100 Mark = 46,7711 ℔.

Dafs dieses Pfund (Münzpfund) auch beim Handel mit Gold und Silber in den vertragenden Staaten ausschliefslich in Anwendung kommen solle, ist in jenem Vertrage nicht bestimmt. Es steht jedoch zu erwarten**), und in Preufsen, im Königreiche Sachsen, so wie in

*) Ob dieselbe in den bei jenen Münzconventionen betheiligten Ländern, insofern diese sich nicht schon früher der preufsischen Mark bedient haben, auch beim Handel mit Gold und Silber Anwendung gefunden, wie z. B. in Frankfurt a. M., ist nicht genau bekannt.

**) Hannover, Oldenburg, Braunschweig und Schaumburg-Lippe haben in Gemeinschaft mit Hamburg und Bremen das deutsche Zollpfund als Lan-

Frankfurt a. M. ist die Einführung dieses Pfundes als Gold- und Silbergewicht auf dem Wege des Gesetzes erfolgt. In Wien, so wie in Augsburg, werden die Gold- und Silber-Preise zwar für dieses Pfund notiert, es ist aber nicht bekannt, dafs dasselbe in Folge gesetzlicher Bestimmung in Oesterreich und in Bayern ausschliefslich zur Anwendung kommen soll.

Von den bis jetzt gebrauchten Gold- und Silber-Gewichten möchten daher noch zu erwähnen sein: die Wiener Mark zu 280,644 Grammen; die bayrische Mark zu 280 Gr.; das Kronengewicht der Goldarbeiter (69½, in Bayern 72 Kronen = 1 Mark); die Ducatenafs (in Wien Ducatengran genannt), die sich in den deutschen Goldwagen finden, und von denen in Leipzig 4422, in Frankfurt a. M. und Wien 4020 auf 1 köln. Mark gehen*).

Da Hamburg**) jenem Vertrage nicht beigetreten ist, so ist auch dessen Mark = 233,85489 Grammen noch zu erwähnen. 100 deutsche Mzpfd. = 213,8078 Hamburger Mark, 100 Mark = 46,7709 deutsche Mzpfd.

In England werden gesetzlich die edlen Metalle mit dem Troy-Pfunde à 12 *Ounces* (*oz.*) à 20 *Pennyweights* (*dwts.*) à 24 *Grains* (*grs.*), das Pfund also = 5760 *Grains*, gewogen. Da das Troypfund = 373,246 Grammen, so sind 100 Troypfd. = 159,606 Vereinsmark oder 100 Vereinsmark = 62,654 Troypfd. Ziemlich genau ist auch die Gleichung: 47 Troypfund = 75 Mark. — (100 neue deutsche Münzpfund = 133,96 ℔ Troy; 100 ℔ Troy = 74,65 Münzpfd.) Bei dem *Bullion Office of the Bank of England* so wie im Handel wird jedoch seit längerer Zeit das Gold nach *Ounces* und Tausendtheilen der *Ounce*, das Silber nach *Ounces* und Zehnteln der *Ounce* in der Weise gewogen, dafs man beim Gold nicht weniger als 25 Tausendtheile (0,025), beim Silber nicht unter 5 Zehntel (0,5) auswiegt.

In den Vereinigten Staaten von Nordamerika wird Gold und Silber nach der *Troy-Ounce* (s. oben unter England), die man in 100tel theilt, gewogen. Man rechnet dort amtlich 1 *oz.* = 31,09815 Grammen.

In Frankreich und Belgien wiegt man mit dem *Kilogramme* zu 1000 *Grammes*; da nun die Vereins-Mark = 0,2338555 Kilogr., so ist 1 Kilogr. = 4,276 Vereins-Mark. Die Gleichung: 105 *K*º = 449 Vereins-Mark ist ziemlich genau.

Von den Niederlanden gilt dasselbe, nur nennt man das Kilogramme *Pond* und die Grammes *Wigtjes*.

In Rufsland wiegt man beide Metalle mit dem Pfunde à 96 Solotnik à 96 Doli. Da das russische Pfund = 409,516 Grammen,

desgewicht angenommen, in dem deshalb abgeschlossenen Vertrage ist jedoch erklärt, dafs sich diese Uebereinkunft nicht auf das Wiegen von Gold und Silber beziehen solle.

*) Da 67 Ducaten (#) = 1 Mark, so ist in Leipzig 1 # = 66 Afs, in Wien und Frankfurt = 60 Afs.

**) Vgl. Note **) auf der vorhergehenden Seite.

so sind 4 ℔ sehr nahe an 7 Vereins-Mark. (100 neue deutsche Münzpfund = 122,095 ℔ russ.; 100 ℔ russ. = 81,903 Münzpfd.)

In Schweden ist in Folge Gesetzes vom 31. Jan. 1855 die Einheit des Landesgewichts, das Pfund (*skålpund*) à 100 Ort à 100 Korn, als Gold- und Silber-Gewicht an die Stelle der bisher gebräuchlichen Mark (= $\frac{1}{2}$ ℔) gesetzt worden. Dieses Pfund wiegt 425,010 Grammen, so daſs ohne groſse Ungenauigkeit 10 Vereins-Mark = 11 schwed. Mark angenommen werden können. (100 neue deutsche Münzpfd. = 117,621 schwed. Pfund; 100 schwed. Pfund = 85,002 Münzpfd.)

In Spanien ist die castilianische Mark (*marco castillano*) das Gold- und Silber-Gewicht. Sie wird in 8 *Onzas* à 8 *Ochavos* à 2 *Adarmes* à 3 *Tomines* à 12 *Granos*, also in 4608 *Granos* eingetheilt und wiegt 230,071 Grammen. Mithin sind 100 Vereins-Mark = 101,65 castil. Mark. (100 neue deutsche Münzpfund = 217,324 castil. Mark; 100 castil. Mark = 46,014 Münzpfd.)

Wenn das in Folge Gesetzes vom 19. Juli 1849 einzuführende französische Maſs- und Gewichts-System in Kraft getreten sein wird*), dann ist das *Kilogramme* unter dem Namen *Kilógramo* (à 1000 *Gramos*) die Einheit des Gold- und Silber-Gewichts.

In Portugal bedient man sich des *Marco* (à 8 *Onças* à 8 *Oitavos* à 3 *Escrupulos* à 24 *Grãos*) von 4608 *Grãos*. Der *Marco* wiegt 229$\frac{1}{2}$ Grammen, daher sind 100 Vereins-Mark = 101,897 *Marcos*. (100 neue deutsche Münzpfund = 217,865 port. Mark; 100 port. Mark = 45,900 Münzpfd.)

Die neapolitanische *Libbra* hat 7200 *Acini* und wiegt 320,759 Grammen. Es sind demnach 100 *Libbre* = 137,161 Vereins-Mark, oder 8 Libbre sehr wenig mehr als 11 Mark. (100 neue deutsche Münzpfund = 155,880 neap. *Libbre*; 100 *Libbre* = 64,152 Münzpfd.)

Auch in Portugal und Neapel steht die Einführung des französischen Maſs- und Gewichts-Systems bevor. Dann wird auch die Verwiegung von Gold und Silber diesem System gemäſs erfolgen.

Die römische *Lira* hat 12 *Once* à 24 *Denari* à 24 *Grani* oder 6912 *Grani* und wiegt 339,161 Grammen; mithin sind 100 *Lire* = 145 Vereins Mark. (100 neue deutsche Münzpfund = 147,422 *Lire*; 100 *Lire* = 67,832 Münzpfd.)

§. 319. Zur Bezeichnung der Feinheit oder des Feingehaltes des Goldes und Silbers ist man überall von der Einheit des Gold- und Silber-Gewichts ausgegangen (daher die Feingehaltsbezeichnung auch die Benennung Probiergewicht trägt), und hat zur Bestimmung der verschiedenen Grade der Feinheit entweder die Theil-

*) Seit dem 1. Jan. 1863 findet es erst im Zollwesen Anwendung.

größen jener Gewichtseinheit beibehalten, oder hat, wenigstens für das eine oder das andere der Metalle, eine abweichende Eintheilung angenommen.

In Deutschland war bis auf die neuere Zeit die Einheit des Probiergewichts allgemein die Mark, mit der Eintheilung in 24 Karath à 12 Grän für das Gold, und in 16 Loth à 18 Grän für das Silber, in neuerer Zeit auch für beide Metalle nur in 288 Grän getheilt.

Man versteht also z. B. unter 24 karäthigem Golde feines Gold, unter 16 löthigem Silber feines Silber; unter 21 karäthigem Golde solches, welches in der Mark 21 Karath Gold und 3 Karath Zusatz enthält; ebenso ist 13 löthiges Silber solches, welches in der Mark 13 Loth Silber und 3 Loth Zusatz enthält. Oder allgemeiner ausgedrückt: In 24 Theilen rauhen oder legierten Goldes, sind nur 21 Theile feines Gold und in 16 Theilen legierten Silbers sind nur 13 Theile f. Silber enthalten; — oder das rauhe Metall verhält sich zu dem feinen beim Golde, wie 24 : 21, beim Silber, wie 16 : 13; — oder das Gewicht des f. Metalls bildet beim Golde nur $^{21}/_{24}$, beim Silber nur $^{13}/_{16}$ des Gewichts des rauhen Metalls; wonach also auf die Art des Gewichts, mit dem das Metall gewogen ist, nichts ankommt.

Diese Art der Feingehaltsbezeichnung wird jedoch in Wegfall kommen und ist zum Theil schon gesetzlich beseitigt, nachdem in dem oben angeführten Münzvertrage festgesetzt worden ist, daſs der Feingehalt der in Folge desselben auszuprägenden Gold- und Silber-Münzen in Tausendtheilen ausgedrückt wird.

Demnach ist feines Gold und feines Silber = 1000 Tausendtheilen ($^{1000}/_{1000}$); 21 karäthiges Gold oder 14 löthiges Silber = 875 Tausendtheilen ($^{875}/_{1000}$) u. s. w.*)

In England bestimmt man die Feinheit des Goldes nach 24 *Carats* (*car.*) à 4 *Grains* (*grs.*), die Feinheit des Silbers nach 12 *Ounces* (*oz.*) à 20 *Pennyweights* (*dwts.*), und zwar immer im Verhältnis zu dem sogenannten *Standard*- oder Münz-Metall, d. h. Metall von der Feinheit, in welcher die englischen Gold- und Silber-Münzen ausgeprägt und für welche auch die Preise von Gold und Silber notiert werden. *Standard*-Gold ist 22 *carats* fein, d. h. es enthält 22 *carats* ($^{11}/_{12}$) feines Gold und 2 *car.* ($^{1}/_{12}$) Legierung (*alloy*). *Standard*-Silber ist $11\,^{1}/_{10}$ *oz.* fein, d. h. es enthält $11\,^{1}/_{10}$ *oz.* oder 222 *dwts.* feines Silber und $^{9}/_{10}$ *oz.* oder 18 *dwts.* Legierung; oder es ist $^{222}/_{240}$ *dwts.* = $^{37}/_{40}$ fein. — Ist nun bei Gold z. B. angegeben *W.* 2 *grains*, so bedeutet dies, daſs es 2 *grains worse* d. i. 2 *grs.*

*) Hamburg hat schon seit längerer Zeit diese Feinheitsbezeichnung bei Bestimmung der Gold- und Silber-Preise, die süddeutschen Staaten und auch in neuerer Zeit Oesterreich hatten sie im Münzwesen in Anwendung gebracht. — Für das Königreich Sachsen ist dagegen gesetzlich verordnet worden, daſs an die Stelle der bisherigen Feinheitsbezeichnung der Gold- und Silber-Waaren (nach Karath und Grän, und nach Loth und Grän) die Bezeichnung nach Hunderttheilen zu treten habe.

schlechter als Standard-Gold sei, also 21 *car.* 2 *grs.* Findet man ferner Silber *B.* oder *M.* 13 *dwts.* bezeichnet, so heifst dies: das Silber ist 13 *dwts. better* (besser) oder *more* (mehr) als Standard-Silber, also (222 + 13) = 235 *dwts.* Die Angabe, um wieviel besser oder schlechter als Standard ein gegebenes Metall ist, heifst *report.*

In einer uns vorliegenden für Paris bestimmten fingierten Einkaufsrechnung eines Londoner Bankhauses über Gold ist der Feingehalt nach Tausendtheilen und der Preis pr. *oz.* von $916^2/_3$ Tausendtheilen (d. i. 22 *car.*, also *Standard*) bestimmt. Es scheint also, als komme auch diese Art der Feinheitsbezeichnung in Anwendung.

In Frankreich wird die Feinheit nach Tausendtheilen (*Millièmes*) bestimmt, so sind z. B. Münzgold und Münzsilber = 900 *Millièmes*, d. h. $^{900}/_{1000}$ fein. — Dieselbe Feinheitsbezeichnung ist ferner üblich in den Niederlanden, in Belgien, im Königreiche Italien, in der Schweiz, sowie in den Vereinigten Staaten von Nord-Amerika.

In Dänemark, Schweden und Norwegen erfolgt die Feingehaltsbezeichnung in der oben unter Deutschland beschriebenen Weise nach 24 Karath à 12 Grän für das Gold und nach 16 Loth à 18 Grän für das Silber.

In Rufsland bestimmt man die Feinheit oder die sogenannte Probe nach Solotnik und Doli, und bezeichnet feines Metall demnach mit 96; Silber zu 88. 48. fein oder von der 88. 48. Probe, enthält 88 Solotnik 48 Doli Silber und 7 Solotnik 48 Doli Legierung, oder allgemeiner: $88^1/_2$ Theile Silber und $7^1/_2$ Theile Legierung.

In Spanien und Portugal wird die Feinheit des Goldes nach 24 *Quilates* à 4 *Granos* (portug. *Grãos*), die des Silbers nach 12 *Dineros* (portug. *Dinheiros*) à 24 *Granos* (portug. *Grãos*) angegeben.

In Rom findet die Feinheitsbestimmung im Münzwesen nach Tausendtheilen (*Millesimi*), im Handel mit Gold und Silber nach 12 *Oncie* à 24 *Denari* statt.

§. 320. Die Marktpreise des Goldes und des Silbers werden meist für eine bestimmte Gewichtseinheit feinen Metalls, hier und da aber auch für legiertes Metall von einer bestimmten Feinheit notiert. Diese letztern Notierungen verhalten sich zwar im allgemeinen zu den Preisen des feinen Metalls wie die Grade der Feinheit selbst, doch sind sie, wegen höherer Scheidungskosten und des mit geringeren Gehalten verbundenen Schmelzungsverlustes, immer eine Kleinigkeit niedriger. Ist jedoch das Metall von sehr geringer Feinheit, so wird sein Werth per Gewichtseinheit fein gewöhnlich etwas höher gehalten, als der Preis per Gewichtseinheit für Metall von gröfserer Fein-

heit, weil der Zusatz von Kupfer, für welchen nichts vergütet wird, einen nicht unbedeutenden Werth darstellt*).

Im August 1863 standen die Gold- und Silber-Preise wie folgt:

Amsterdam:	für 1 *K°* f. Gold 1442 *ƒ* 60 *cts.* fest mit $11\frac{1}{2}$ % *prime* (Agio), für 1 *K°* f. Silber 105 *ƒ*.
Berlin, Leipzig	für 1 Zollpfd. f. Gold $458\frac{1}{2}$ *Thlr.*, für 1 do. f. Silber $29\frac{7}{8}$ *Thlr.* — im 30-*Thlr.* Fufse.
Frankfurt a/M., Augsburg	für 1 Zollpfd. f. Gold 806 *ƒ*., für 1 do. f. Silber $52\frac{1}{4}$ *ƒ*. — im $52\frac{1}{2}$ *ƒ*.-Fufse.
Hamburg:	für 1 *Mk* f. Gold 425 *Mk Bco.*, für 1 *Mk* f. Silber 27 *Mk* 12 *ß Bco.*
London:	für 1 *oz.* Standard-Gold 77 *s.* 9 *d.*, für 1 *oz.* Standard-Silber 5 *s.* $1\frac{1}{2}$ *d.*
Paris:	für 1 *K°* f. Gold 3434 *Frs.* 44 *cts.* fest mit 1 ‰ *prime* (Agio)**), für 1 *K°* f. Silber 218 *Frs.* 89 *cts.* fest mit 15—18 ‰ *prime* (Agio).

In Berlin notiert man auch einen Cours für Gold in russ. ½ Imperialen (im August 1863: $458\frac{3}{4}$ *Thlr.* pr. Pfd. f.); vom Silber giebt der amtliche Courszettel nur den Münzpreis der königl. Münze: 29 *Thlr.* 21 *sgr.* pr. Pfd. f. In Leipzig wird regelmäfsig nur in den Zahlwochen der beiden Hauptmessen ein Cours für Gold notiert. — Die gegenwärtigen Gold- und Silber-Preise Petersburgs sind unbekannt. Die kaiserliche Münze zahlte früher 360 R. S. für 1 Pfd. f. Gold, 914 R. S. für 1 Pud f. Silber. — In Wien findet keine Notierung des Silberpreises statt, der Goldpreis ist indirect, d. h. in dem Preise des Ducaten notiert. (Im August 1863: 5 *ƒ*. 30 Nkr. Bankvaluta für 1 Ducaten. Dies giebt, ohne Rücksicht auf die Münzkosten oder den Prägeschatz, 769 *ƒ*. 92 Nkr. Banco p. Mzpfd. f. Gold.)

In Genf notiert man das Schmelzgold *(l'or à la fonte)* pr. Unze Markgewicht *(once de marc)* von $^{1000}/_{1000}$, welche 30,594 Grammen wiegt, mit c^a^ 105 *Frs.*

*) So zahlt z. B. die königliche Münze in Dresden pr. Pfund f. Silber bis zu 29 *Thlr.* 28 *ngr.*; sie erhöht diesen Preis aber verhältnismäfsig für Silber von geringerem Gehalte, wegen der ihr dadurch zufallenden gröfseren Menge von Kupfer.

**) Dieser feste Preis des Goldes und des Silbers ergiebt sich, wenn man die durch Tarif vom 6. Juni 1803 auf 10 *Frs.* für 1 *K°* f. Gold und auf $3\frac{1}{3}$ *Frs.* für 1 *K°* f. Silber berechneten Münzkosten von dem Preise abzieht, zu welchem 1 *K°* f. Gold und 1 *K°* f. Silber ausgemünzt wird ($3444\frac{4}{9}$ *Frs.* und $222\frac{2}{9}$ *Frs.*). Nachdem die Münzkosten später (Tarif vom 1. Juli 1835) auf $6\frac{2}{3}$ *Frs.* für das Gold und auf $2\frac{2}{9}$ *Frs.* für das Silber herabgesetzt worden sind, entstanden die festen Werthe von $3437\frac{7}{9}$ *Frs.* und 220 *Frs.* Man unterscheidet demnach *ancien tarif* und *nouveau tarif*, notiert die Preise aber nur nach dem ersteren. Seit 1. April 1854 sind übrigens die Münzkosten auf $7\frac{4}{9}$ *Frs.* für das Gold erhöht und auf $1\frac{6}{9}$ *Frs.* für das Silber ermäfsigt worden.

§. 321. Die anzustellenden Berechnungen haben es nach §. 317 entweder mit der Ermittelung des feinen Metalls aus legiertem Metall zu thun, oder sie sollen dienen festzustellen, wieviel Metall von einer bestimmten Feinheit in einer Quantität Metalls von einer ebenfalls gegebenen Feinheit enthalten oder dieser Quantität gleich zu achten ist.

a) Ermittelung des feinen Metalls aus legiertem Metall.

1) Ein Barren Silber wog in Leipzig nach bisherigem Gewicht 15 Mark $8\frac{1}{2}$ Loth, und war nach der bisherigen Feinheitsbezeichnung 12 Loth 14 Grän fein; wieviel feines Silber enthielt er?

16 Lth. : 12 Lth. 14 Grän = 15 Mk. $8\frac{1}{2}$ Lth. : x

8 Loth f. = $\frac{1}{2}$ des Gewichts	= 7 Mk.	12 Lth.	$4\frac{1}{2}$ Grän	
4 „ „ = $\frac{1}{2}$ aus 8 Lth.	= 3 „	14 „	$2\frac{1}{4}$ „	
12 Gr. „ = $\frac{1}{6}$ „ 3 „	= — „	10 „	$6\frac{3}{8}$ „	
2 „ „ = $\frac{1}{6}$ „ 12 Gr.	= — „	1 „	$13\frac{1}{16}$ „	
Feingewicht	12 Mk.	6 Lth.	$8\frac{3}{16}$ Gr. (8 Gr.)	

Erkl. Wäre das Silber ganz fein (16 Loth), so würde sein Gewicht (das Rauhgewicht) d. i. 15 Mk. $8\frac{1}{2}$ Lth. das Gewicht des feinen Metalls (das Feingewicht) sein; wäre es 8 Loth fein, so wäre das Feingewicht = der Hälfte des Rauhgewichts, d. h. 7 Mk. 12 Lth. $4\frac{1}{2}$ Gr., wie oben. Die überschiefsenden Feinheitsgrade lassen sich nun in der Form von aliquoten Theilen (nach §. 163) leicht berechnen. In solcher Weise ist die Berechnung dieses und des folgenden Beispiels ausgeführt; sie wird auch ohne weitere Erklärung verständlich sein. — Die hier vorgenommene Theilung des Lothes in 18 Grän darf nicht zu dem Schlusse führen, dafs das Grän ein Gewichtsstück sei. Diese Theilung ist nur eine ideelle, und wird bei Ermittelung des Feingewichts von Gold und Silber angewendet, die nur auf dem Wege der Rechnung und nicht der Verwiegung erfolgt.

2) Das Gewicht eines Goldbarren ist 3 Mark $4\frac{5}{8}$ Loth, bei 20 Karath 7 Grän Feinheit. Wieviel feines Gold enthält er?

24 Kar. : 20 Kar. 7 Gr. = 3 Mk. $4\frac{5}{8}$ Lth. : x

12 Kar. = $\frac{1}{2}$ aus 24 Kar.	= 1 Mk.	10 Lth.	5,625 Gr.
8 „ = $\frac{1}{3}$ „ 24 „	= 1 „	1 „	9,75 „
6 Gr. = $\frac{1}{16}$ „ 8 „	= — „	1 „	1,734 „
1 „ = $\frac{1}{6}$ „ 6 Gr.	= — „	— „	3,289 „
Feingewicht	2 Mk.	13 Lth.	2,398 Gr. (2 Gr.)

3) Wieviel beträgt das Feingewicht eines Barren Silbers, welcher 16 Mk. $8\frac{1}{2}$ Lth. wiegt und 865 Tausendtel fein ist, und eines andern, der $10\frac{95}{1000}$ ℔ wiegt und 762 Tausendtel fein gefunden ist?

a) (16 Mk. $8\frac{1}{2}$ Lth. = 16,53125 Mk.)

1000 : 865 = 16,53125 Mk. : x } = 14,2995 Mk.
oder: 16,53125 × 0,865 } = 14 Mk. $4\frac{3}{4}$ Lth. f. S.

b) 10,095 × 0,762 = 7,692390 = 7,692 ℔ f. S.

4) Wieviel f. Gold ist enthalten in 20,875 K^o zu 870 fein?

$$\frac{1000 : 870 = 20,875 : x}{x = 18,161\ (25)\ \text{Kilogr.}} \qquad \text{oder: } \frac{20,875 \times 0,87}{= 18,161\ (25)\ K^o\ \text{f. Gold.}}$$

5) In **Rufsland** wiegt eine Partie Silber 22 Pud 14 ℔ 45 Solotnik und ist von der Probe $85\frac{1}{2}$. Wieviel f. Silber enthält sie?

$$\frac{96 : 85\frac{1}{2} = 22\ \text{P.}\ 14\ ℔\ 45\ \text{S.} : x}{x = 19\ \text{Pud}\ 36\ ℔\ 61\ \text{Sol. f. S.}}$$

6) Wieviel feines Gold enthält in **England** ein Barren Gold, wiegend 5 ℔ 3 *oz.* 12 *dwts.* 12 *grs.*, *report B.* 1 *car.* $\frac{1}{2}$ *gr.*?

Da Standard-Gold = 22 *car.*, so ist dieses Gold = 23 *car.* $\frac{1}{2}$ *gr.* und das Gewicht des feinen Goldes wird durch folgenden Ansatz gefunden:

$24 : 23\frac{1}{8} = 5.\ 3.\ 12.\ 12. : x$

$12 = \frac{1}{2}$ aus 24 =	2.	7.	16.	6.	
$8 = \frac{1}{3}$ „ 24 =	1.	9.	4.	4.	
$3 = \frac{1}{4}$ „ 12 =	—.	7.	19.	$1\frac{1}{2}$	
$\frac{1}{8} = \frac{1}{24}$ „ 3 =	—.	—.	6.	$15\frac{1}{16}$	
	5.	1.	6.	$2\frac{9}{16}$	

= 5 ℔. 1 *oz.* 6 *dwts.* 2 *grs.* fein Gold.

Wäre der *Report W.* 1 *car.* $\frac{1}{2}$ *gr.*, so würde das 2. Glied des Ansatzes nicht $23\frac{1}{8}$, sondern $(22 \div 1\frac{1}{8}) = 20\frac{7}{8}$ sein.

Um auch die frühere Art der Auswiegung nicht unberücksichtigt zu lassen, ist diese Aufgabe und sind weiter unten einige frühere Aufgaben beibehalten worden.

7) Wieviel feines Silber ist enthalten in 866,5 *oz.* Silber, *report W.* $7\frac{1}{2}$ *dwts.*?

Standard-Silber ist = 222 *dwts.*, dieses Silber ist demnach $(222 \div 7\frac{1}{2})$ $= 214\frac{1}{2}$ *dwts.*, und der Ansatz ist:

$240 : 214\frac{1}{2} = 866,5 : x$

$120 = \frac{1}{2}$ aus 240 =	433,25
$80 = \frac{1}{3}$ „ 240 =	288,833
$12 = \frac{1}{10}$ „ 120 =	43,325
$2\frac{1}{2} = \frac{1}{32}$ „ 80 =	9,026
	774,434

= 774,434 *oz.* feines Silber.

Wäre der *Report B.* $7\frac{1}{2}$ *dwts.*, so würde das 2. Glied des Ansatzes $(222 + 7\frac{1}{2}) = 229\frac{1}{2}$ sein.

b) Ermittelung des Metalls von einer gewissen Feinheit, das in einem gegebenen Quantum von einer bestimmten Feinheit enthalten oder diesem gleichzuachten ist.

Dieser Fall ereignet sich am häufigsten in **England**, wo jedes zur Berechnung kommende Quantum Gold oder Silber in Standard-

Metall verwandelt werden mufs, da, wie schon oben bemerkt, die Preise sich für Standard-Metall verstehen.

Beispiele.

1) Welche Quantität Standard-Gold ergiebt sich aus 5 ℔ 3 *oz.* 12 *dwts.* 12 *grs.* Gold, *report B.* 1 *car.* $\frac{1}{2}$ *gr.*?

Dieses Metall ist (vgl. Beispiel 6) unter *a)* $23\frac{1}{8}$ *car.*, es läfst sich also eine gröfsere Quantität Standard-Gold daraus herstellen; man hat daher folgenden Ansatz:

$$22 : 23\tfrac{1}{8} = 5.\ 3.\ 12.\ 12. : x$$

22	=	5. 3. 12. 12.
$1 = \frac{1}{22}$ aus 22	=	—. 2. 17. $20\frac{2}{11}$
$\frac{1}{8} = \frac{1}{8}$ „ 1	=	—. —. 7. $5\frac{23}{44}$
		5. 6. 17. $13\frac{31}{44}$

= 5 ℔ 6 *oz.* 17 *dwts.* 13 *grs.* Standard-Gold.

2) Es soll das Standard-Silber ermittelt werden, welches aus 866,5 *oz.* Silber, *report W.* $7\frac{1}{2}$ *dwts.*, hergestellt werden kann?

Dieses Metall ist (vgl. Beispiel 7) unter *a)* $214\frac{1}{2}$ *dwts.*; es kann also nur ein geringeres Quantum Standard-Silber daraus hergestellt werden, wie sich aus folgendem Ansatze ergiebt:

$$222 : 214\tfrac{1}{2} = 866{,}5 : x$$
$$x = 837{,}227$$

= 837,23 *oz.* Standard-Silber.

In England selbst berechnet man meistens die *Betterness* (das Mehr) und die *Worseness* (das Minder) für sich, addiert erstere zu dem gegebenen Gewichte, subtrahiert letztere von demselben.

Die *Betterness* für Beispiel 1) ergiebt sich durch folgenden Ansatz:

$$22 : 5.\ 3.\ 12.\ 12. = 1\tfrac{1}{8} : x$$

x = 0. 3. 5. $1\frac{31}{44}$ *Betterness*
+ 5. 3. 12. 12
5. 6. 17. $13\frac{31}{44}$ Standard-Gold, wie oben.

Die *Worseness* für Beispiel 2) findet man durch folgenden Ansatz:

$$222 : 866{,}5 = 7\tfrac{1}{2} : x$$

x = 29,27 *Worseness*, abgezogen von
866,5
bleibt 837,23 Standard-Silber, wie oben.

3) Wieviel Standard-Silber ist gleichzuachten 17,5 *oz.* feinen Silbers?

Letzteres ist 240, ersteres 222 *dwts.* fein, daher

$$222 : 240 = 17{,}5 : x \text{ oder}$$
$$37 : 40 = 17{,}5 : x$$
$$x = 18{,}92\ oz. \text{ Standard-Silber.}$$

4) Wieviel Silber à 850 Tausendtel fein ist aus 4,175 ℔ Silber à 750 Tausendtel fein herzustellen?

$$850 : 750 = 4{,}175 \text{ ℔} : x$$
$$= 17 : 15 = 4{,}175 \text{ ℔} : x$$
$$x = 3{,}684 \text{ ℔}.$$

5) Wieviel Gold à 750 Tausendtel fein ist einem Quantum Gold von 3,456 ℔ à 875 Tausendtel fein gleich zu achten?

$$750 : 875 = 3{,}456 \text{ ℔} : x$$
$$\text{oder } 6 : 7 = 3{,}456 \text{ ℔} : x$$
$$\text{also } + \tfrac{1}{6} \;.\;. = 0{,}576 \text{ ,, } : x$$
$$x = 4{,}032 \text{ ℔ zu 750 Tausendtel fein.}$$

6) Wien. Wieviel Ducatengold à $23\frac{2}{3}$ Kar. fein ist enthalten in 4 *Mk.* 10 *Lth.* Gold à $21\frac{1}{2}$ Kar. fein? (1 *Mk.* = 16 *Lth.* à 4 *Qt.* à 4 Pfenniggewicht [₰].)

$$23\tfrac{2}{3} : 21\tfrac{1}{2} = 4 \text{ Mk. } 10 \text{ Lth.} : x$$
$$x = 4 \text{ Mk. } 3 \text{ Lth. — Qt. } 3 \text{ ₰}.$$

§. 322. Uebungsaufgaben.

1094) Wieviel feines Gold ist enthalten in: *a*) 14 *Mk.* $4\frac{1}{2}$ *Lth.* à 21 Karath 4 Grän; *b*) $5\frac{39}{1000}$ deutschen Münzpfd. à 865 Tausendtel; *c*) 3 *Mk.* $8\frac{1}{2}$ *Lth.* à 895 Tausendtel; *d*) 4,75 *K°* à 965 *Millièmes*; *e*) 10,375 *Pond* à 845 *Wigtjes*?

1095) Wieviel feines Silber ist enthalten in: *a*) 13 *Mk.* 14 *Lth.* $2\frac{3}{4}$ Quent à 13 *Lth.* 16 Grän; *b*) 132 *Mk.* 10 *Lth.* à 985 Tausendtel; *c*) 6,325 deutschen Münzpfd. zu 775 Tausendtel; *d*) 24,75 *K°* à 905 *Millièmes*?

1096) Wieviel feines Gold ist enthalten in: *a*) 7 Pfund 18 Solotnik 24 Doli à $83\frac{1}{3}$ f.; *b*) 19 *oz.* 15 *dwts.* 20 *grs.*, *report W.* 2 *grs.*; *c*) 18,5 *oz.*, *report B.* 1 *carat* 1 *gr*?

1097) Wieviel feines Silber ist enthalten in: *a*) 13 Pud 10 ℔ 14 Sol. 18 Doli à $88\frac{1}{2}$ f.; *b*) 24 *oz.* 12 *dwts.* 16 *grs.*, *report W.* 1 *dwt.* 12 *grs.* *c*) 16,5 *oz.*, *report B.* 6 *dwts*?

1098) Wieviel Gold zu 725 Tausendtel fein läfst sich aus 13,712 deutschen Münzpfunden feinen Goldes herstellen?

1099) Wieviel Silber zu *W.* 2 *dwts.* 8 *grs.* ist aus 19,5 *oz.* feinen Silbers zu erhalten?

1100) *a*) Wieviel Gold zu 715 *Wigtjes* ist = 13,555 *Pond* f. Goldes? *b*) wieviel Münzsilber à 900 *Mill.* fein ist = 15,85 *K°* à 965 *Mill.* fein?

1101) Eine Partie Silber wog in Petersburg 7 Pud 19 ℔ 13 Sol. 18 Doli und war von der 89 Probe; wieviel wiegt sie, auf die Probe 80 gebracht?

1102) Wieviel Standard-Silber geben 15,5 *oz.* Silber, dessen *report W.* 1 *dwt.* 12 *grs.* ist?

1103) Wieviel Standard-Gold liefern 16,900 *oz.* Gold, *report W.* 1 *car.* 2 *grs.*?

c) Berechnung des Werthes einer gegebenen Quantität Goldes oder Silbers.

§. 323. Versteht sich der Preis für Metall von derselben Feinheit, welche das gegebene Metall hat, so kann sofort nach diesem Preise der Werth desselben berechnet werden (Beisp. 1. 2.); ist der Preis aber für eine andere Feinheit als die gegebene notiert, so mufs das Quantum vorher auf die Feinheit reduciert werden, für welche sich der Preis versteht, wenn man nicht den gegebenen Preis auf einen Preis für die Feinheit des zu berechnenden Quantums reducieren will. (Beisp. 3—8.)

In der Regel ist der Preis für feines Metall notiert, daher ist am häufigsten eine Verwandlung des legierten Metalls in feines vorzunehmen.

Beispiele.

1) Was kosten *a*) in Leipzig 10,187 ℔ f. Silber à $29^3/_4$ rβ pr. Pfund fein; *b*) in Hamburg 36 *Mk.* $8^1/_2$ *Lth.* f. Silber à 27 ℳ 12 β *Bº.*?

a) $29^3/_4 \times 10{,}187$
$= 10{,}187 \times 29^3/_4$
$= 10{,}187 \times (30 \div {}^1/_4)$
$= 303{,}06325$ rβ (2 *ngr.*)

b) 27 ℳ 12 β × 36 (6 × 6)

999 ℳ	— β			
13 „	14 „	=	8	*Lth.*
— „	$13^7/_8$ „	=	$^1/_2$	*Lth.*
1013 ℳ	$11^7/_8$ β.			

2) Was betragen in London 3 Barren Standard-Silber, wiegend 1547,5 *oz.*, à 62 *d.* pr. *ounce*?

1547,5 *oz.* à 62 *d.* = 399 £ 15 *s.* 5 *d.*

Der Preis 62 *d.* versteht sich für die Unze Standard-Silber; folglich besteht die Ausrechnung in einer einfachen Multiplication mittelst Zerlegung.

3) Was kosten in Berlin 7,245 ℔ Gold zu 785 Tausendtel fein, das Pfund f. Gold zu 457 rβ?

A) *a*) Reduction des legierten Metalls in feines Metall. (Ermittelung des Feingewichts.)

$$\frac{1000 : 785 = 7{,}245\ ℔ : x}{x = 5{,}687325.}$$

Da aber das Gewicht nur bis zu Tausendtheilen herab in Rechnung kommt, so hat man: 5,687 ℔ f. Gold.

b) Berechnung des Werthes des feinen Metalls.

457 rβ × 5,687 = 2598,959 rβ.

B) *a*) Reduction des Preises des feinen Metalls in einen Preis für die gegebene Feinheit.

$$\frac{1000 : 785 = 457 \text{ ℘} : x}{x = 358{,}745 \text{ ℘}.}$$

b) Berechnung des Werthes des gegebenen Quantums.

$$358{,}745 \text{ ℘} \times 7{,}245 = 2599{,}107525 \text{ ℘}.$$

Die Differenz zwischen diesem Resultate und dem zuerst ermittelten liegt in der Vernachlässigung der letzten 3 Decimalstellen in dem Resultate von *a*) unter *A*). — Dasselbe genaue Resultat liefert

C) Berechnung in einem Kettensatze.

x ℘ = 7,245 ℔ rauh
1000 = 785 ℔ fein
1 = 457 ℘

x = 2599,107525 ℘.

Endlich läfst sich diese Aufgabe auch noch so lösen, dafs man das gegebene Metall als feines ansieht und zu dem gegebenen Preise berechnet (457 ℘ × 7,245 = 3310,965 ℘), den gefundenen Betrag aber nach dem Verhältnisse der Feinheit reduciert (1000 : 785 = 3310,965 ℘ : x; x = 2599,107525 ℘).

In der Praxis hat man jedoch in diesem Falle immer die erste Art der Berechnung anzuwenden, da stets das Feingewicht nachgewiesen werden mufs; die übrigen Berechnungsarten können aber als Proben benutzt werden.

4) Was kosten in Hamburg 21 Mk. $12\frac{1}{2}$ Loth Silber zu 985 Tausendtel fein, à 27 ℳ 12 ß Bco die Mark fein?

$$1000 : 985 = 21 \text{ Mk. } 12\tfrac{1}{2} \text{ Lth.} : x$$

$$x = \frac{21{,}78125 \times 985}{1000} = 21 \text{ Mk. } 7 \text{ Lth. } 4 \text{ Gr. f. S.}$$

21 Mk. 7 Lth. 4 Gr. à 27 ℳ 12 ß = Bco ℳ 595. 4 ß.

5) In Paris verkauft man 31,75 Kilogr. Gold zu 880 fein, à 1 ‰ *prime*.

K° 31,75 à 880 fein = K° 27,940 f. Gold

à Fr. 3434. 44. . . .	Fr. 95958. 25.
Prime 1 ‰.	„ 95. 95.
	Fr. 96054. 20.

Oder in einem Kettensatze, der jedoch nur als Probe anzusehen ist:

x = 31,75 K°
1000 = 880 „ fein
1 = 3434,44 Fr.
1000 = 1001 „ mit *prime*

x = 96054 Fr. 20 *c*.

6) In Amsterdam gekauft: 11,408 Pond Silber à 925 fein, zu 104 *ƒ.* 50 *c.* pr. Pond f. S.

$$11{,}408 \text{ Pond} \times 0{,}925 = 10{,}552\ (4) \text{ Pond fein};$$
$$10{,}552 \times 104{,}5 = 1102\ ƒ.\ 68\ c.$$

7) Wieviel Rubel Silber kosten in Rufsland 16 Pud 14 ℔ 40 S. Silber à 87 $^1/_2$ fein, das Pud fein Silber zu 984 Rubel gerechnet?

96 : 87$^1/_2$	=	16. 14. 40. : x
48 = $^1/_2$	=	8. 7. 20.
24 = $^1/_2$	=	4. 3. 58.
12 = $^1/_2$	=	2. 1. 77.
3 = $^1/_4$	=	—. 20. 43.
$^1/_2$ = $^1/_6$	=	—. 3. 39.
		14. 36. 45.

= 14 Pud 36 ℔ 45 Sol. f. S. à 984 *R.* *R.* 14673. 13.

8) London. 17,750 *oz.* Gold, *report M.* 2 *grs.*, die Unze Standard-Gold zu 77 *s.* 9 *d.*

a) 22 : 17,750 *oz.* = 22$^1/_2$: x
+ $^1/_2$ = $^1/_{44}$ = 0,400 „ = *Betterness*
18,150 *oz.* Standard-Gold à 77 *s.* 9 *d.* *£* 70. 11. 2.

9) Eine aus Paris bezogene Quantität Gold von 925 *Millièmes* Feingehalt, in London gewogen 64,625 *oz.*, wird daselbst zu 77 *s.* 9$^1/_2$ *d.* pr. *oz.* Standard verkauft. Wie grofs ist der Ertrag?

916$^2/_3$: 925 = 64,625 *oz.* : x
x = 65,212 *oz. Standard*
à 77 *s.* 9$^1/_2$ *d.* *£* 253. 12. 11.

Mit Berechnungen wie die obigen fällt zusammen die Berechnung der Münzen *al marco*, von welcher in §. 366 die Rede sein wird.

§. 324. Uebungsaufgaben.

1104) Was ist in Hamburg ein Barren Gold werth, welcher 8 *Mk.* 7$^1/_2$ *Lth.* wiegt und $^{830}/_{1000}$ fein ist, die f. Mark zu 426 *ß B°* gerechnet?

1105) Wieviel betragen folgende Quantitäten legierten Metalls zu den in §. 320 angegebenen Preisen?

a) Berlin. 3$^{417}/_{1000}$ ℔ Gold à 775 Tausendtel fein;
b) Frankfurt a. M. 62$^1/_2$ ℔ Silber à 850 Tausendtel fein;
c) Augsburg. 1$^{935}/_{1000}$ ℔ Gold à 874 Tausendtel fein;
d) Amsterdam. 19$^3/_4$ *K°* Silber à 885 fein;
e) Leipzig. 10$^{187}/_{1000}$ ℔ Silber à 781 Tausendtel fein; 21 *Mk.* 12$^1/_2$ *Lth.* Silber à 12$^1/_2$ *Lth.* f., die Mark f. à 13$^5/_6$ *ℛ*.

1106) In Hamburg kauft man 3 Barren Silber: № 1. 30 *Mk.* 15 *Lth.* à $^{979}/_{1000}$ f.; № 2. 36 *Mk.* 9 *Lth.* à $^{896}/_{1000}$ f.; № 3. 20 *Mk.* $8^1/_2$ *Lth.* à $^{781}/_{1000}$ f. Wieviel f. Silber enthalten sie, und wieviel ist à $27^3/_4$ *ß Bº* pr. Mark fein dafür zu bezahlen?

1107) Wieviel kosten in Paris 19,745 *Kº* Silber zu 910 fein, *a*) mit 15 ‰, *b*) mit 22 ‰ *prime*?

1108) London. 45,800 *oz.* Gold zu *W.* 1 *car.* $1^1/_2$ *grs.*, die Unze Standard-Gold zu 77 *s.* 9 *d.*?

1109) Ebendaselbst: 51,5 *oz.* Silber zu *W.* 1 *dwt.* 12 *grs.*, die Unze Standard-Silber *a*) zu 5 *s.* $^1/_2$ *d.*, *b*) zu 5 *s.* $1^1/_2$ *d.*?

1110) Wieviel Silber zu *M.* 1 *dwt.* 8 *grs.* bekommt man für 60,5 *oz.* Gold zu *W.* 2 *carats* 1 *grain*, wenn die Unze Standard-Silber $60^1/_2$ *d.*, die Unze Standard-Gold $77^3/_4$ *s.* kostet?

1111) Wenn in Petersburg das Pud feines Silber 983 *Rº* 50 *Kop.* kostet, wieviel ist das Pud von der $82^3/_4$ Probe werth?

1112) Wenn Gold zu 815 fein mit 372 *ß* 15 *sgr.* bezahlt worden ist, wie hoch stellt sich der Preis für 1 *℔* fein Gold?

1113) Wenn 16 *℔* 22 *Lth.* 6 *Qt.* Silber zu 795 fein mit 397 *ß* 12 *sgr.* 6 *₰* bezahlt worden sind, zu welchem Preise ist das Pfund f. Silber gerechnet?

1114) 10 *℔* 15 *Lth.* (oder 10,500 *℔*) Gold sind mit 3591 *ß* nach dem Preise von 456 *ß* pr. Pfund fein bezahlt worden, wie fein ist das Gold?

1115) Welche Quantität Silber zu 815 fein kauft man in Frankfurt a. M. für 1183 *f.* 45 *xr.*, das Pfund fein zu 52 *f.* gerechnet?

§. 325. Bei Berechnung güldischen Metalls, d. i. Silbers mit Goldgehalt oder Goldes mit Silbergehalt, hat man, mit Rücksicht auf die Feinheit, für welche sich der Preis eines jeden der beiden Metalle versteht, den Gehalt an Silber und an Gold zu bestimmen, und das so ermittelte Quantum eines jeden Metalls nach dem gegebenen Preise zu berechnen. Beide Resultate sind dann zu addieren. Z. B.

Ein güldischer Barren wiegt $14^8/_{10}$ *℔* und enthält $^{765}/_{1000}$ f. Gold und $^{175}/_{1000}$ f. Silber. Wie grofs ist sein Werth, das Pfund f. Gold zu 797 *f.* 30 *xr.*, das Pfund f. Silber 51 *f.* 50 *xr.* gerechnet?

a) Berechnung des Goldes.	*b*) Berechnung des Silbers.
1000 : 765 = 14,8 *℔* : x	1000 : 175 = 14,8 *℔* : x
x = 11,322 *℔* f. Gold	x = 2,590 *℔* f. Silber
à $797^1/_2$ *f.* . . . *f.* 9029. 18 *xr.*	à $51^5/_6$ *f.* . . . *f.* 134. 25 *xr.*

zusammen 9163 *f.* 43 *xr.*

In London notiert man den Preis desjenigen Silbers, welches 5 *grs.* fein Gold per Pfund enthält, ca. $^1/_4$ bis $^1/_2$ *d.* pr. *oz.* Standard-Silber höher als den des Standard-Silbers ohne Goldgehalt. Enthält das Silber mehr als

5 *grs.* fein Gold, so wird das Gold à 87 *s.* 7 1/4 *d.* pr. *oz.* f. berechnet. — Silberhaltiges Gold wird ca. 1 bis 1 1/2 *d.* pr *oz.* höher gerechnet als Standard-Gold ohne Silbergehalt.

§. 326. Uebungsaufgaben.

1116) Ein Barren Silber, welcher 8 Mk. 8 Lth. wog, wurde 11 Lth. 9 Grän fein gefunden, mit 9 Grän f. Gold pr. Mark, wieviel ist dafür zu zahlen, die Mark f. Silber à 13 5/6 ℳß und die Mark f. Gold à 214 ℳß gerechnet?

1117) Ein güldischer Barren wog in Hamburg 36 Mk. 12 Lth. und war 639 Tausendtel fein, bei 14/1000 f. Gold. Die f. Mark Silber zu 27 ℳ 12 ß, die f. Mark Gold zu 427 ℳ 8 ß gerechnet.

1118) Valparaiso. Ein güldischer Barren wog 142 *Marcos* 3 *oz.* 2 *och.* und war an Silber 11 *Din.* 11 1/2 *Gr.* fein; aufserdem enthielt er 109 *Granos* pr. *Marco* f. Gold. Wie grofs ist sein Werth, zum Preise von 8 1/4 $ pr. 1 *Marco* Silber zu 264 *Granos* fein und 135 3/4 $ pr. 4400 *Granos* f. Gold. (Gewicht und Feinheitsbestimmungen wie Spanien. — 1 $ = 8 *reales.*)

1119) In London werden an das Münzamt der Bank von England (*Bullion Office of the Bank of England*) 4 Barren Gold, welches stark mit Silber legiert ist (*Gold Parting*), verkauft und es wird von diesem die nachfolgende Rechnung darüber ertheilt:

	Bruttogewicht	Reports Gold	f. Silber pr. Pfd.
	oz.	*car. gr.*	*dwts.*
Nr. 1.	183,625	*W.* 2. 3	37 1/2
„ 2.	64,575	„ 3. 2 3/4	53
„ 3.	62,800	„ 2. 1 5/8	41 1/2
„ 4.	41,900	„ 2. 3 1/4	43
	352,900		

Demnach ist in diesen 4 Barren enthalten:

Stand. Gold	fein Silber
oz.	*dwts.*
160,672	573,83
.	
.	
.	

306,661 *oz.* Stand.-Gold à 77 *s.* 10 *d.* £
1226 *dwts.* f. Silber = 00,00 *oz.* Standard-Silber à 61 3/8 *d.* „
dazu: Vergütung für das was im Schmelztiegel zurückgeblieben „ 1. 17. 9
£
ab: Vergütung für das Scheiden à 4 *s.* pr. ℔ £ 5. 17. 8.
4 Proben à 3 *s.* 6 *d.*, Schmelzen £ 1. 9 *s.* „ 2. 3. —. „ 8. 0. 8
£ 1204. 4. 6.

Erkl. Zuvörderst ist der Gehalt jedes einzelnen Barren an Standard-Gold zu ermitteln. Für den Barren *Nr.* 1 erfolgt die Berechnung entweder nach dem Ansatze:

$$22 : 19.\,1. = 183{,}625\ oz. : x$$
$$x = 160{,}672$$

oder durch Ermittelung der *Worseness;*

	183,625 *oz.*	
2 *car.* = $^1/_{11}$. .	16,693 *oz.*	
2 *gr.* = $^1/_4$. .	4,173 „	
1 „ = $^1/_2$. .	2,087 „	
	22,953 *oz.*	abgezogen von
	183,625 „	bleiben ebenfalls
	160,672 *oz.*	*Standard.*

Das in jedem Barren enthaltene feine Silber wird gefunden, wenn man die bei jedem Barren angegebene Anzahl *pennyweights* f. Silber mit der entsprechenden Anzahl von *Ounces* multipliciert und das Product durch 12 theilt. — Die erhaltene Menge Standard-Gold wird à 77 *s.* 10 *d.* berechnet; bevor jedoch der Geldbetrag des feinen Silbers ermittelt werden kann, ist dasselbe in Standard-Silber nach dem Verhältnisse 37 : 40 zu verwandeln.

d) Umrechnung des Gewichts und der Feinheitsbestimmungen.

§. 327. Die Verwandlung des gegebenen Gewichts einer Partie Gold oder Silber in das Gewicht eines andern Landes oder in eine andere Gewichtseinheit, so wie die Verwandlung einer gegebenen Feinheitsbestimmung in eine andere bieten zwar besondere Schwierigkeiten nicht dar; dessenungeachtet mögen sie in folgendem erläutert werden.

Beispiele.

1) Das Gewicht eines Barren Silber in Berlin ist in dem bisherigen Gold- und Silbergewicht 7 Mark 13 Loth 2 Quentchen, und seine Feinheit ist 12 *Lth.* 9 Grän; wie grofs ist sein Gewicht in neuen Pfunden und welches ist sein Feingehalt in der neuen Bezeichnung?

Nach §. 318 sind 100 *Mk.* = 46,771 neue Pfund, und nach §. 319 ist feines Silber = 16 Loth oder 1000 Tausendtel, daher:

a) Reduction des Gewichts

$$100\ Mk. : 7\,^{27}/_{32}\ Mk. = 46{,}771\ ℔ : x$$
$$x = 3\ ℔\ 20{,}05\ Lth.$$

b) Reduction der Feinheit

$$16\ Lth. : 12\,^1/_2\ Lth. = 1000 : x$$
$$x = 781\ \text{Tausendtel.}$$

2) Wieviel würde derselbe Barren in England wiegen und wie würde daselbst sein Feingehalt sein?

Nach §. 318 sind 100 *Mk.* = 62,654 ℔ *Troy*, und nach §. 319 ist feines Silber in England = 12 *oz.* à 20 *dwts.* oder = 240 *dwts.*, daher:

$$100\ Mk. : 7\,^{27}/_{32}\ Mk. = 62{,}654\ ℔ : x$$
$$x = 4{,}914\ ℔$$

$$16\ Lth. : 12\,^1/_2\ Lth. = 240\ dwts. : x$$
$$x = 187\,^1/_2\ dwts.$$

Der Feingehalt ist aber mit Rücksicht auf den Gehalt des Standard-Silbers (222 *dwts.*) auszudrücken; es ist also der *report* (222 ÷ 187$^1/_2$) 34$^1/_2$ *dwts. W.*

3) Eine Quantität Gold wiegt in England 46,600 *oz.*, sein *report* ist *W.* 1 *car.* $2\frac{1}{2}$ *grs.* Wie stellt sich sein Gewicht und Feingehalt in Frankreich?

$$\begin{aligned} x\ K^o &= 46,6\ oz. \\ 12 &= 373,246\ Gr. \\ 1000 &= 1\ K^o \\ \hline x &= 1,449\ K^o \end{aligned}$$

Feines Gold = 24 *car.*; Standard-Gold = 22 *car.*, das hier gegebene also 22 *car.* ÷ 1 *car.* $2\frac{1}{2}$ *grs.* = 20 *car.* $1\frac{1}{2}$ *grs.*, daher:

$$24 : 20\frac{3}{8} = 1000 : x$$
$$x = 849\ \text{Mill. ca.}$$

4) Wieviel Standard-Silber ist in 15,495 K^o Silber zu 815 *Mill.* fein enthalten?

$$\begin{aligned} x\ oz. &= 15495\ Gr. \\ 1000 &= 815\ \text{,, fein} \\ 373,246 &= 12\ oz.\ \text{,,} \\ 37 &= 40\ \text{,, Standard} \\ \hline x &= 438,92\ oz. \end{aligned}$$

§. 328. Uebungsaufgaben*).

1120) Eine Partie Schmelzsilber wiegt in Berlin nach altem Gewicht 17 *Mk.* 3 *Lth.* $2\frac{1}{4}$ *Qt.* und ist $13\frac{1}{3}$ Loth fein; welches ist ihr Gewicht und Feingehalt nach den neuen Bestimmungen?

1121) Welcher Feingehaltsbezeichnung *a*) in Frankreich, *b*) in Rufsland, *c*) in Deutschland (bisherige Feingehaltsbestimmung), *d*) in Spanien entspricht ein Silbergehalt in England, dessen *report* 8 *dwts. B.* ist?

1122) Wieviel Kilogrammen feines Gold sind enthalten in 2 *℔* 13 Solotn. 15 Doli Gold von der 88 Probe?

1123) Wie ist Silber, das in Rufsland von der Probe $83\frac{1}{3}$, *a*) in Frankreich, *b*) in England, *c*) in Deutschland (nach der bisherigen Feinheitsbestimmung) zu bezeichnen?

1124) Eine Partie Gold, in England gekauft, wiegt 35,500 *oz.* und der *report* ist *W.* 2 *car.* $1\frac{1}{2}$ *grs.*; wie kommt dieselbe nach Gewicht und Feingehalt aus: *a*) in Frankreich, *b*) in Deutschland (nach den neuen und nach den alten Gewichts- und Feingehaltsbestimmungen [47 Troypfd. = 75 *Mk.*]), *c*) in Rufsland, *d*) in Spanien?

1125) Wieviel Genfer Unzen (§. 320 am Schlusse) f. Gold sind enthalten in 19,733 *oz.* Gold, dessen *report B.* $1\frac{1}{2}$ *grs.* ist?

*) Die hier zu benutzenden Gewichtsvergleichungen finden sich in §. 318.

1126) Wieviel Standard-Silber ist in 9,154 deutschen Pfunden Silbers à 715 fein enthalten?

1127) Wieviel Standard-Gold ist in 117 ℔ 16 Sol. 16 Doli Gold von der Probe $81\,^1/_2$ enthalten?

§. 329. Endlich könnte hier auch noch die Vergleichung der Metallpreise auf den einzelnen Handelsplätzen eine Stelle finden. Z. B. Wenn 1 *oz.* Standard-Gold in London 77 *s.* 9 *d.* kostet, wie stellt sich dann der Preis für 1 Mark (1 Pfd.) f. Gold in Hamburg, (Berlin) u. s. w. und so umgekehrt. Da jedoch bei diesen Berechnungen die Wechselcourse benutzt werden müssen, so wird erst in der Wechselrechnung davon die Rede sein. (Vgl. §. 413.) Ebenso kann die Berechnung des Werthverhältnisses zwischen Gold und Silber erst nach der Münzrechnung abgehandelt werden. (Vgl. §. 377.)

XII. Münzrechnung.

§. 330. Unter Münzen versteht man Stücke Metalls von einer bestimmten Form, einem bestimmten Gewicht und, je nach der Art des Metalls, von einem bestimmten Gehalt, welche entweder als Geld oder als Zeichen der Erinnerung an irgend ein denkwürdiges Ereignis dienen. Demnach unterscheidet man Geldmünzen und Denkmünzen; es giebt aber auch Münzen, welche beide Zwecke zugleich erfüllen. Die Münzrechnung hat es nur mit den Münzen in ihrer Eigenschaft als Geldmünzen zu thun, und von ihnen wird daher auch hier nur die Rede sein. — Die Münzen der Gegenwart werden hauptsächlich aus Gold, Silber und Kupfer*) hergestellt (geprägt) und zwar so, dafs die beiden erstgenannten Metalle nicht ganz rein, sondern mit einem Zusatze geringeren Metalls (die Legierung genannt) verwendet werden. Dieser Zusatz, welcher gegenwärtig für beide Metalle aus Kupfer**) besteht, hat den Zweck, die Münzen

*) In Rufsland wurde seit 1828 auch die Platina zur Herstellung von Münzen benutzt. Man prägte Stücke zu 3, 6 und 12 Rubel, von denen erstere unter dem Namen Platina-Ducaten bekannt sind. Nach Ukas vom 22. Juni 1845 ist die Verwendung dieses Metalls zu Münzen eingestellt.

**) In Californien wird das daselbst gefundene Gold zum Theil in demselben Zustande vermünzt, wie die Natur es liefert, d. h. mit Silber und etwas Eisen vermischt. Die aus solchem Golde geprägten Münzen tragen die Aufschrift „*California Gold*“, und Untersuchungen haben gezeigt, dafs sie von 872 bis 890 Tausendtel fein sind. Die von den Privatmünzstätten in Californien ausgegebenen und mit deren Namen bezeichneten Goldmünzen fand man von 840 bis 900 Tausendtel fein, die der *Pacific Company* ausgenommen, welche nur 797 fein und 229 (statt 258) Troygrän schwer sind, so dafs ein Zehndollar-Stück aus dieser Münzstätte nur 7 Dollars 86 *c.* werth ist. — Die älteren bayr. *Karolin* bestanden aus 77 % Gold, 15 % Silber, 8 % Kupfer; die *Maxd'or* aus 77 % Gold, 17 % Silber und 6 % Kupfer.

sowohl dauerhafter als auch gröfser und somit für den Verkehr brauchbarer zu machen. Auch das Kupfer wird in der neuesten Zeit nicht in ganz reinem Zustande zu Münzen verwendet. So z. B. bestehen die Kupfermünzen der Schweiz aus Kupfer, Zink und Zinn, also aus einer Mischung, welche den Namen Bronze führt. Man kann daher gegenwärtig von Gold-, Silber-, Kupfer- und Bronze-Münzen reden.

§. 331. Das Recht, Münzen zu prägen, nehmen gegenwärtig die Staatsregierungen für sich allein in Anspruch, und wenn auch z. B. in England die Ausprägung der Goldmünzen nicht durch die Regierung, sondern durch die Bank von England erfolgt, so gehen doch die Bestimmungen, nach denen sie statt hat (die münzgesetzlichen Bestimmungen), von der Regierung aus.

§. 332. Die Gegenstände der münzgesetzlichen Bestimmungen, soweit sie in das Bereich der Arithmetik gehören, sind:

1) Das Schrot oder das Rauhgewicht (das Bruttogewicht) der Münze, d. h. das Gewicht des Metalls, aus welchem die Münze überhaupt besteht.

2) Das Korn oder das Feingewicht (das Nettogewicht) der Münze, d. h. das Gewicht des in der Münze enthaltenen feinen (oder edlen) Metalls. Von dem Korne kann natürlich nur bei Gold- und Silber-Münzen die Rede sein.

Schrot und Korn stellen in der Regel keine grofsen Gewichtsmengen dar, daher bedient man sich überall, um sie auszudrücken, möglichst kleiner Theile der Einheit entweder des Landesgewichts oder eines besondern Gold- und Silber-Gewichts. (Vgl. §. 318.)

3) Der Feingehalt oder die Feinheit, d. h. das Verhältnis, in welchem das zur Münze verwendete edle Metall mit geringerem vermischt (legiert, beschickt) ist*). Die Bezeichnung des Feingehalts der Münzen erfolgt auf dieselbe Weise, wie die des Feingehalts der edlen Metalle überhaupt. (Vgl. §. 319.)

4) Die Stückzahl Münzen, welche einer bestimmten Gewichtseinheit rauhen Metalls entspricht.

5) Die Stückzahl Münzen, in welcher eine bestimmte Gewichtseinheit feinen Metalls enthalten ist.

In Deutschland war vor Abschlufs des Wiener Münzvertrags (vgl. §. 318) die Mark diejenige Gewichtseinheit, deren man sich zur Bestimmung der einen wie der andern Stückzahl bediente; gegenwärtig ist es in den Ländern, welche jenen Vertrag abgeschlossen haben, das deutsche Münzpfund von 500 Grammen.

*) Früher bezeichnete man auch den Feingehalt einer Münze mit dem Ausdrucke Korn.

Die gesetzliche Bestimmung, in welcher Anzahl der Münzeinheit eines Landes ein bestimmtes Quantum feinen Metalls enthalten sein mufs, oder, wie man sich auch auszudrücken pflegt, welche Anzahl solcher Münzeinheiten auf ein bestimmtes Quantum feinen Metalls gehen, nennt man den Münzfufs. Von zwei gegebenen Münzfüfsen bezeichnet man denjenigen als einen leichten, von dessen Einheiten mehr, als einen schweren denjenigen, von dessen Einheiten weniger auf eine und dieselbe Gewichtseinheit feinen Metalls gehen. So ist der süddeutsche Münzfufs im Vergleich zu dem österreichischen Münzfufse der leichte und letzterer im Vergleiche zu ersterem der schwere, denn es gehen nach ersterem $52\frac{1}{2}$, nach letzterem 45 Gulden auf 1 deutsches Münzpfund feinen Silbers. — Die Art der Bezeichnung der Münzeinheit eines Landes nennt man die Währung. So spricht man z. B. in Deutschland von einer Thalerwährung, in Frankreich von einer Frankenwährung u. s. w. — Die Eintheilung der Münzeinheit eines Landes in kleinere Theile nennt man die Stückelung. So erfolgt in den Ländern der deutschen Thalerwährung die Stückelung der Einheit in 30 Theile (Silbergroschen, Neugroschen oder Groschen genannt) à 12 oder 10 Theile (Pfennige [Heller] genannt).

Des Wortes Währung (oder des gleichbedeutenden Ausdruckes Valuta) bedient man sich ferner um anzugeben, ob in einem Lande Goldgeld oder Silbergeld das gesetzliche Zahlungsmittel (engl. *legal tender*) sei. So sagt man, in dem Ländergebiete des deutsch-österreichischen Münzvereins ist die Silberwährung oder die Silbervaluta, in England ist die Goldwährung oder die Goldvaluta das gesetzliche Zahlungsmittel, während in Frankreich Gold- und Silber-Währung neben einander als solches bestehen.

Die münzgesetzlichen Bestimmungen eines Landes erstrecken sich endlich

6) auch auf das Remedium, d. h. auf diejenigen Abweichungen, welche entweder von dem gesetzlich vorgeschriebenen Gewicht und Feingehalt oder nur von dem einen oder dem andern gestattet sind.

§. 333. Schrot, Korn, Feingehalt, Stückzahl auf eine bestimmte Gewichtseinheit rauhen oder feinen Metalls, sowie Remedium, nennt man auch die Ausmünzungsverhältnisse. Man bedarf derselben entweder zur Untersuchung der gesetzlichen Ausprägung, oder zur Ermittelung des Werthes einer Münze in inländischer oder in fremder Währung.

§. 334. Aus dem bekannten Gewicht und dem bekannten Feingehalt der Münzeinheit eines Landes darf man jedoch nicht unbedingt auf das Gewicht und den Feingehalt der Theilstücke (Theilgröfsen) derselben schliefsen. Die Ausmünzung der Theilstücke der Münzeinheit erfolgt vielmehr nach zwei Systemen: nach dem einen haben

sämtliche Theilstücke der Münzeinheit genau denselben Grad der Feinheit wie die Einheit selbst, nach dem andern sind alle Theilstücke, oder einzelne derselben geringhaltiger. Das erstere System befolgen z. B. Frankreich, Belgien, England, Schweden, Griechenland, Spanien, Portugal, Brasilien; nach dem zweiten Systeme wird u. a. in den Ländern des deutsch-österreichischen Münzvereins, in Rufsland (seit 1860), im Königreiche Italien (nach dem Münzgesetze vom 24. Aug. 1862) gemünzt.

So haben z. B. im Königreiche Sachsen die Einthaler-Stücke 900 Tausendtel an Feingehalt, die $^1/_3$ Thalerstücke nur 667, die $^1/_6$ ß nur 520 Tausendtel.

Soll in diesen beiden Theilstücken des Thalers der Münzfufs aufrecht erhalten sein, nach welchem die $^1/_1$ ß geprägt sind (der 30 ß-Fufs), so müssen beide in demselben Verhältnisse schwerer wiegen, als sie an Gehalt geringer sind; ist dies der Fall, so hat man sie nur deshalb mit mehr Kupfer versetzt, um sie gröfser, mithin für den Verkehr bequemer zu machen. Da $^1/_1$ ß ein Gewicht von 18,5185 Grammen hat, so müfste $^1/_3$ ß = 6,1728 Gr., $^1/_6$ ß = 3,0864 Grammen wiegen; da erstere aber nur 667, letztere nur 520 Tausendtel fein sind, so mufs, wenn sie nach dem Münzfufse der $^1/_1$ ß ausgeprägt sein sollen, ihr Gewicht gröfser sein und zwar

$$667 : 900 = 6{,}1728 : x$$

$x = 8{,}3291$ Gr., Gewicht des $^1/_3$ ß Stückes;

$$520 : 900 = 3{,}0864 : x$$

$x = 5{,}3418$ Gr., Gewicht des $^1/_6$ ß Stückes.

Diese Resultate stimmen mit dem wirklichen (gesetzlichen) Gewichte der beiden Münzstücke in der That überein. Fällt dagegen das so ermittelte Gewicht geringer aus als das gesetzliche Gewicht, so ist das Theilstück nach einem geringern Münzfufse geprägt als die Münzeinheit. So wiegt 1 österr. Gulden des 45 ƒ.-Fufses bei einem Feingehalt von 900 Tausendtel 12,3457 Grammen; 1 St. à 10 Neukreuzer ($^1/_{10}$ ƒ.) sollte demnach 1,23457 Grammen wiegen, da es aber nur 500 Tausendtel fein ist, so müfste es wiegen ($500 : 900 = 1{,}23457 : x$) 2,2222 Grammen; es wiegt aber nur 2 Grammen, folglich ist es nach einem geringeren Münzfufse, d. i. ($2 : 2{,}2222 = 45 : x$) nach dem 50 ƒ.-Fufse ausgeprägt.

§. 335. Daraus geht hervor, dafs man irren würde, wenn man einseitig aus einem höheren Feingehalte oder aus einem schwereren Gewichte schliefsen wollte, dafs eine Münze deshalb besser sei, als eine weniger feine oder weniger schwere; vielmehr kann eine leichtere Münze, wenn sie dagegen von höherem Gehalte ist, besser sein, als eine schwerere von geringerem Gehalte, und umgekehrt; woraus

sich ergiebt, dafs wenn man zwei Münzen mit einander vergleichen will, man auf Quantität und Qualität zugleich Rücksicht nehmen mufs. Man wird bei solchen Untersuchungen auf eins der folgenden Resultate kommen müssen.

a) Die Münze *A* ist an Gewicht und Feinheit gleich der Münze *B*, dann sind beide Münzen im Werthe völlig gleich. Dies ist z. B. der Fall mit dem französischen und dem schweizer Franken, sowie mit der Lira in Sardinien, soweit sie vor dem Münzgesetze von 1862 geprägt ist.

b) Beide Münzen sind gleich an Gewicht, aber ungleich an Feingehalt, oder

c) Beide Münzen sind gleich an Feingehalt, aber ungleich an Gewicht. In beiden Fällen ist der Unterschied an Gewicht oder an Feinheit hinreichend, den Unterschied des Werthes beider Münzen zu ermitteln. Z. B. Der russ. (halbe) Imperial und der engl. Sovereign sind beide 22 karäthig, der erstere wiegt aber 6,544, der letztere dagegen 7,988 Grammen. Der Sovereign ist also (6,544 : 7,988 = 100 : x) um etwas mehr als 22,07 % besser. Oder: ein toskanischer Francescone und ein neapolitanischer Scudo wiegen jeder $27\frac{1}{2}$ Grammen; da die ersteren aber $14\frac{2}{3}$, und die letzteren $13\frac{1}{3}$ löthig sind, so ist der Francescone ($13\frac{1}{3} : 14\frac{2}{3} = 100 : x$) um 10 % besser als der Scudo.

d) Beide Münzen sind verschieden an Gewicht und an Gehalt; dann fragt es sich, ob die Abweichung an der Quantität diejenige an der Qualität ausgleicht oder nicht. Z. B. Ein Thaler des 14 ℔-Fufses wiegt 22,27195 Grammen und ist 750 fein, ein Thaler des 30 ℔ Fufses wiegt 18,5185 Grammen und ist 900 fein; man wird aber leicht finden, dafs der Gewichtsunterschied sich durch den Feinheitsunterschied bis auf eine sehr kleine Differenz ausgleicht (18,5185 : 22,27195 = 750 : 900).

Anders verhält es sich aber z. B. mit den holl. 10 ƒ.Stücken und den russ. halben Imperialen, deren Gewicht 6,729 und 6,544 Grammen ist, und welche $\frac{9}{10}$ und $\frac{11}{12}$ fein sind. Dem Gewichte nach sind also die Imperialen schlechter, dem Feingehalte nach aber besser als die holl. 10 ƒ.Stücke; es fragt sich nun, ob diese Differenz sich ausgleicht oder nicht. Annähernd findet sich, dafs die 10 ƒ.Stücke zwar (6,544 : 6,729 = 100 : x) um $4\frac{2}{3}$ % schwerer, dagegen die Imperialen ($\frac{9}{10} : \frac{11}{12} = 100 : x$) um 1,85 % besser sind, so dafs, wenn man subtrahiert, zu Gunsten der 10 ƒ.Stücke ein Ueberschlag von ca. 0,98 % statt findet. Da aber bei dieser Rechnungsweise der kleine Feinheitsbetrag, welcher auf den Gewichtsunterschied gerechnet werden mufs, unberücksichtigt bleibt, so wird man das genaue Resultat durch einen der folgenden Ansätze finden:

x	=	100 St. à 10 ƒ. oder
1	=	6,729 Gr.
10	=	9 Gr. fein
11	=	12 „ rauh
6,544	=	1 Imperial
x	=	100,95

x : 100 holl. 10 ƒ.St.		
6,544 : 6,729	je leichter die Imp., desto mehr	für 100 Stück à 10 ƒ.
$^{11}/_{12}$: $^{9}/_{10}$	je feiner die Imp., desto weniger	
x = 100,95.		

§. 336. Eine unmittelbare Vergleichung des Werthes zweier Münzen ist aber möglich, wenn bekannt ist, wieviel Einheiten von einer jeden auf eine und dieselbe Gewichtseinheit feinen Metalls gehen, in dieser Angabe liegt sogar schon die Vergleichung selbst. Gehen also z. B. 30 Thaler in Preufsen, 45 Gulden in Oesterreich und $52\frac{1}{2}$ Gulden in Süddeutschland auf ein Pfund feinen Silbers, so müssen auch 30 Thaler soviel werth sein als 45, beziehentlich $52\frac{1}{2}$ Gulden, denn Gröfsen, welche sämtlich einer gewissen andern gleich sind, müssen auch unter sich gleich sein. Wir finden es daher dem Zwecke dieses Werkes entsprechend, eine Uebersicht der wichtigsten Münzeinheiten unter Angabe der Stückzahl aus dem deutschen Münzpfunde feinen Metalls zu geben, welcher die neuesten gesetzlichen Bestimmungen, nicht die Resultate von Untersuchungen zu Grunde gelegt sind.

Mit Rücksicht auf die Verwendung der edlen Metalle zur Herstellung der Hauptmünzeinheit eines Landes hat man zu unterscheiden: 1) diese Hauptmünzeinheit ist eine Silbermünze, 2) sie ist eine Goldmünze, 3) sie ist beides zugleich; mit andern Worten, entweder nur Silber, oder nur Gold, oder beide Metalle zugleich bilden das Haupt- und gesetztliche Zahlungsmittel eines Landes. Obschon, wie wir später zeigen werden (vgl. §. 377), die Verwendung beider Metalle neben einander als gesetzliches Zahlungsmittel auf die Dauer nicht ausführbar ist, so ist doch das Ländergebiet bedeutend, in denen dieselbe oder die sogenannte gemischte Währung herrscht. Die reine Goldwährung findet sich in England, in Portugal, in Bremen, in den V. St. von Nordamerika, in Brasilien sowie in Persien; die reine Silberwährung ist die Grundlage des Münzwesens in dem Ländergebiete des deutsch-österreichischen Münzvereins, in den Niederlanden, in Dänemark, Schweden und Norwegen, in Mecklenburg, Hamburg und Lübeck, sowie in einigen aufsereuropäischen Ländern. Da wo die reine Goldwährung herrscht, bildet das Silbergeld die Scheidemünze, in den Ländern der reinen Silberwährung erscheint das Goldgeld als Handelsmünze mit einem den Gesetzen der Nachfrage und des Angebots unterworfenen, also veränderlichen Preise in Silbergeld. In den Ländern gemischter Währung haben in der neuern Zeit die Goldmünzen als Zahlungsmittel das Uebergewicht erlangt, Belgien aber und die Schweiz, welche beide Länder

1850 und 1854 die reine Silberwährung adoptiert hatten, sind seit 1861 beziehentlich 1860 zur gemischten Währung zurückgekehrt, indem ersteres Land den französischen Goldmünzen, letzteres aufser diesen den Goldmünzen Sardiniens und des neuen Königreichs Italien den gesetzlichen Umlauf gestattet hat.

§. 337.

a) Uebersicht der Goldmünzfüfse.

	Stück auf 1 Mzpfd. f.	
1)	7564,460	Piaster in der Türkei,
2)	1722,222	Gold-*Francs**) in Frankreich (in Belgien und in der Schweiz), und Gold-*Lire* im Königreich Italien,
3)	608,533	*Milreïs* in Brasilien,
4)	429,259	Goldrubel in Rufsland**),
5)	420,000	Thaler***) Louisd'or in Bremen,
6)	332,311	*Dollars* in den V. St. von Nordamerika,
7)	331,213	Gold-*Duros* in Spanien,
8)	307,472	*Milreïs* in Portugal,
9)	148,860	*Tomans* in Persien,
10)	68,284	*Sovereigns* in Grofsbritanien.

b) Uebersicht der Silbermünzfüfse.

	Stück auf 1 Mzpfd. f.	
1)	501,173	Piaster in der Türkei,
2)	427,933	*Reales* in Spanien****),
3)	124,092	Drachmen in Griechenland,
4)	111,111	*Francs* in Frankreich, Belgien, Franken in der Schweiz, *Lire* im Königreich Italien,
5)	78,430	Reichsthaler in Schweden,
6)	52,910	Gulden in den Niederlanden,

*) Die kleinste Goldmünze Frankreichs ist ein Stück von 5 *Fs.*, des Königreichs Italien ein Stück von 10 *Lire*.

**) Die Goldwährung Rufslands ist repräsentiert in dem Halbimperial von 5 Rub. 15 Kop. gesetzlichen Silberwerthes.

***) Der Louisd'orthaler ist nicht geprägt; er ist nur der ideelle fünfte Theil der unter den Namen Pistole, Louisd'or u. s. w. bekannten deutschen Goldmünze. 8,4 solcher Louisd'orthaler sind in Bremen gesetzlich = 1 deutschen Goldkrone, und da 50 Goldkronen = 1 ℔ f. Gold, so ist 1 Ld'r.-Thaler = $^1/_{420}$ ℔ f. Gold oder 420 Ld'r.-Thaler = 1 ℔ f. Gold.

****) Die Einheit des spanischen Münzwesens ist der *Real* (früher *Real de vellon* genannt). Stücke von 20 *Reales* werden unter dem Namen *Duro* geprägt und sind an die Stelle der früheren Piaster (span. *Pesos duros*) getreten. Von letzteren, die dem Umlaufe nicht entzogen sind, rechnet man durchschnittlich 20,800 St., von ersteren gehen gesetzlich 21,397 auf 1 deutsches Münzpfund f. Silbers.

	Stück auf 1 Mzpfd. f.	
7)	52,500	Gulden in den süddeutschen Staaten*),
8)	46,765	*Company's Rupees* in Ostindien,
9)	45,000	Gulden in Oesterreich,
10)	39,554	Reichsthaler in Dänemark und Holstein,
11)	30,000	Thaler in Norddeutschland**) (mit Ausnahme der Staaten unter № 12, Holstein, Bremen und Lauenburg),
12)	29,933	Thaler in Mecklenburg, Hamburg und Lübeck***),
13)	27,784	Rubel in Rufsland,
14)	20,654	*Scudi* im Kirchenstaate,
15)	19,777	Species in Norwegen.

§. 338. Von diesen einleitenden Bemerkungen und Uebersichten, welche der Münzkunde angehören, gelangen wir nun zur Münzrechnung selbst, und theilen diese in 2 Hauptabschnitte: *a*) Berechnung der Ausmünzungsverhältnisse, *b*) Berechnung des Werthes der Münzen.

a) Berechnung der Ausmünzungsverhältnisse.

§. 339. Die Berechnung der Ausmünzungsverhältnisse hat zum Gegenstande die Ermittelung:

1) des Schrots,
2) des Korns,
3) der Stückzahl aus einer Gewichtseinheit rauhen Metalls,
4) der Stückzahl aus einer Gewichtseinheit feinen Metalls,
5) des Feingehalts,
6) des Remediums.

*) Die bisherige Ausprägung der süddeutschen Staaten, deren Münzen noch im Umlaufe sind: 24,5 Gulden auf die f. Mark, giebt 52,383 auf 1 ℔ fein, wonach der neue Münzfufs um 0,223 % leichter ist.

**) In diesen Staaten laufen gesetzlich noch Thaler des 14-Thalerfufses (14 Thaler = 1 Mark f. Silbers) um, dieselben welche noch von Mecklenburg (*No.* 12) geprägt werden. Von diesen gehen 29,933 auf 1 Mzpfd. fein; demnach sind die Thaler nach dem neuen Münzfufse, von denen 30 auf 1 Münzpfund gehen, 0,223 % leichter.

***) Hamburg und Lübeck haben diesen Thaler bis jetzt nicht geprägt und werden ihn auch wohl kaum prägen. Sie haben aber ihn so wie den Thaler des 30-Thalerfufses zum gesetzlichen Zahlungsmittel in der Weise erhoben, dafs 2½ Mark hamb. oder lübisch Courant, von denen früher gesetzlich 34 = 1 *Mk.* f. Silber enthielten = 14 *Thlr.* gelten. Demzufolge gehen aber nicht mehr 34, sondern (14 × 2½) 35 Mark auf 1 *Mk.* oder 75 Mark auf 1 ℔ f. Silber. Wir haben oben die Aufführung des hamburgischen und lübischen Markfufses unterlassen, weil Ausprägungen nach demselben nicht mehr statt finden. Wegen der Hamburger Bankwährung sei auf §. 363 verwiesen.

Hierbei legt man entweder die gesetzlichen Bestimmungen oder das Resultat von Schmelzungen zu Grunde, welche man zur Untersuchung der wirklichen Beschaffenheit der Münzen vorgenommen hat.

1) Ermittelung des Schrots.

§. 340. Die Ermittelung des Schrots oder des Bruttogewichts einer Münze kann entweder auf directem oder auf indirectem Wege erfolgen.

Direct findet man dasselbe durch Division mit der Stückzahl, welche aus einer bestimmten Gewichtseinheit rauhen oder legierten Metalls geprägt wird, in diejenige Anzahl von Theilgröfsen, z. B. Grammen, Tausendteln des deutschen Münzpfundes (Halbgrammen) u. s. w., welche eine solche Gewichtseinheit bilden (Beisp. 1. 2). Soll das Schrot in fremden Gewichtstheilen ausgedrückt werden, so bedarf es einer Reduction des Resultats oder erfolgt die Berechnung am einfachsten durch einen Kettensatz (Beisp. 3).

Beispiele.

1) Wie grofs ist das Schrot eines preufsischen Thalers in Tausendteln des Münzpfundes, wenn 27 Stück ein Pfund wiegen?

$$27 \text{ in } 1000 = 37\,{}^{1}/_{27} \text{ Tausendtel.}$$

2) Welches ist das Schrot eines englischen *Sovereign* in Troygrän, wenn 1869 *Sovereign* ein Gewicht von 40 ℔ *Troy* haben?

$$1869 \text{ in } 5760 \text{ Troygr.} \times 40 = 123\,{}^{171}/_{623} \text{ Troygr.}$$

3) Wenn 100 Silberrubel $5\,{}^{1}/_{16}$ ℔ russ. wiegen, wie grofs ist das Schrot eines Silberrubels in Grammen?

x Gr. = 1 Rbl.
100 = $5\,{}^{1}/_{16}$ ℔
1 = 409,516 Grammen

x = 20,731 Grammen.

Zur Ermittelung des Schrots auf indirectem Wege kann entweder das Korn oder die Stückzahl gegeben sein, in welcher eine bestimmte Gewichtseinheit feinen Metalls enthalten ist. Vergegenwärtigt man sich, dafs das Schrot das Ganze ist, das Korn aber nur Theile dieses Ganzen bildet, deren Menge abhängig sein mufs von der Gröfse des Feingehalts, so wird man leicht einsehen, dafs, um das Schrot aus dem Korne zu finden, man letzteres nach dem Verhältnisse der Feinheit zu erhöhen hat (Beisp. 4). Ist die Stückzahl gegeben, in welcher eine bestimmte Gewichtseinheit feinen Metalls enthalten ist, so ermittelt man entweder zuerst durch Division mit der gegebenen Stückzahl in diese Gewichtseinheit das Korn und verfährt dann, wie eben gelehrt (Beisp. 5*a*), oder man ermittelt, nach dem

(fallenden) Verhältnisse des Feingehalts, aus der gegebenen Stückzahl auf die Gewichtseinheit feinen Metalls die Stückzahl auf dieselbe Gewichtseinheit rauhen Metalls und sucht dann das Schrot wie oben in 1 und 2 (Beisp. 5*b*). Auf kürzerem Wege gelangt man mittelst des Kettensatzes zum Ziele (Beisp. 5*c*, 6).

4) Welches ist in Grammen das Schrot der deutschen $^1/_1$ Goldkronen, welche $^9/_{10}$ fein sind und deren Korn 10 Grammen beträgt?

$$9 : 10 = 10 : x = 11{,}111\ldots \text{ Grammen (Schrot).}$$

Oder: Da die Goldkronen $^9/_{10}$ fein sind, so bildet das Korn nur $^9/_{10}$ des Schrots, ersteres ist also um $^1/_{10}$, d. i. um den 9. Theil aus dem Korn zu erhöhen. Man hat daher:

$$\begin{array}{rll} \text{Korn} \ldots\ldots & = 10 & \text{Grammen} \\ + \, ^1/_9 \text{ aus } 10 & = \underline{\ 1{,}111\ldots} & \text{„} \\ \text{Schrot} & = 11{,}111 & \text{Grammen.} \end{array}$$

5) Wieviel Grammen wiegt ein preufs. Friedrichsd'or, wenn $38^{10}/_{13}$ auf die feine Mark gehen, und das Gold 21 Kar. 8 Grän fein ist?

a) $38^{10}/_{13}$ in 233,8555 Gr. = 6,0319 Gr. Korn.

$$21^2/_3 : 24 = 6{,}0319 : x$$
$$x = 6{,}681 \text{ Gr. Schrot.}$$

b) $24 : 21^2/_3 = 38^{10}/_{13}$ St. : x

$$x = 35 \text{ St. (auf die rauhe Mark).}$$

35 in 233,8555 Gr. = 6,681 Gr. Schrot.

c)
$$\begin{array}{rll} x & = 1 \text{ Fd'or.} & \\ 38^{10}/_{13} & = 233{,}8555 & \text{Gr. fein} \\ 21^2/_3 & = 24 & \text{„ rauh} \\ \hline x & = 6{,}681 & \text{Grammen.} \end{array}$$

6) Wieviel *Grains Troy* wiegt ein Halbimperial, welcher 135 Doli f. Gold enthält und von der Probe 88 ist?

$$\begin{array}{rll} x \text{ } Grs. & = 135 & \text{Doli fein} \\ 88 & = 96 & \text{„ rauh} \\ 96 \times 96 & = 409{,}516 & \text{Gr.} \\ 373{,}246 & = 5760 & Grs. \\ \hline x & = 100{,}99 & Grs. \end{array}$$

2) Berechnung des Korns.

§. 341. Ueber die Bedeutung des Wortes Korn ist man, wie wir schon oben angedeutet haben, verschiedener Ansicht. Einige wollen damit das Legierungs- oder Feinheitsverhältnis (den Feingehalt), andere das Gewicht des in einer Münze enthaltenen feinen Me-

talls bezeichnen. Da jedoch die letztere Ansicht gegenwärtig die vorherrschende zu sein scheint, so sind wir dieser beigetreten.

Die Angabe des Korns, also des Gewichts des in einer Münze enthaltenen feinen Metalls, erfolgt ganz wie die des Schrots nach Grammen, Tausendteln des deutschen Münzpfundes oder Halbgrammen, Grän u. s. w. und die Ermittelung desselben durch Berechnung kann ebenso auf directem und auf indirectem Wege erfolgen.

Die directe Auffindung geschieht durch Division mit der Stückzahl, welche aus einer bestimmten Gewichtseinheit feinen Metalls geprägt wird, in die Anzahl der Theilgröfsen, z. B. Grammen, Grän u. s. w., welche diese Gewichtseinheit bilden (Beisp. 1. 2). Soll das Korn in fremden Gewichtstheilen ausgedrückt werden, so bedarf es einer Reduction des Resultats oder die Berechnung erfolgt am einfachsten durch einen Kettensatz (Beisp. 3).

Beispiele.

1) Welches ist das Korn eines franz. 20 *Fr.*-Stücks, wenn in $172\,^2/_9$ Stück à 20 *Fr.* 1 Kilogramme f. Gold enthalten ist?

$172\,^2/_9$ in $1000 = 5\,^{25}/_{31}$ Gr.

2) Wieviel Tausendtel f. Silber sind in einem neuen Vereins-Zweithalerstück enthalten, von denen 15 auf 1 ℔ f. Silber gehen?

15 in $1000 = 66\,^2/_3$.

3) Wieviel Troygrän f. Silber sind in einem Gulden süddeutscher Währung enthalten, wenn $52\,^1/_2$ *fl.* = 1 Mzpfd. f. Silbers?

x *Grs. Troy* = 1 *fl.*
$52\,^1/_2$ = 1 ℔ fein
100 = 133,96 ℔ *Troy*
1 = 5760 *Grains*

x = 146,973 *Grains.*

Zur indirecten Ermittelung des Korns kann entweder das Schrot oder die Stückzahl gegeben sein, welche einer bestimmten Gewichtseinheit rauhen oder legierten Metalls gleichkommt. Dann verfährt man ebenso wie in §. 340 hinsichtlich der indirecten Ermittelung des Schrots gelehrt worden ist, nur mit dem Unterschied, dafs das zu benutzende Verhältnis der Feinheit hier fallend wirken mufs.

4) Welches ist in Doli das Korn der Silberrubel, welche von der $83\,^1/_3$ Probe sind und deren Schrot 466,56 Doli beträgt?

$96 : 83\,^1/_3 = 466{,}56 : x$

x = 435 Doli Korn.

5) Wie grofs ist in Troygrains das Korn der *Sovereigns*, wenn $46\,^{29}/_{40}$ *Sov.* ein Gewicht von 1 ℔ Troy haben und der Feingehalt 22 *car.* ist?

a) $46\,^{29}/_{40}$ in $5760 = 123\,^{171}/_{623}$ Troygr. Schrot.

Da die *Sovereigns* 22 *car.* $= {}^{11}/_{12}$ fein sind, so bildet auch das Korn nur ${}^{11}/_{12}$ des Schrots, man vermindert letzteres also um ${}^{1}/_{12}$:

$$\begin{array}{rl} \text{Schrot} = & 123\,^{171}/_{623} \text{ Troygr.} \\ \div\ ^{1}/_{12} = & 10\,^{170}/_{623} \quad ,, \\ \hline \text{Korn} = & 113\,^{1}/_{623} \text{ Troygr.} \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{rl} 22 : 24 = & 46\,^{29}/_{40} : x \\ +\ ^{1}/_{11} = & 4\,^{109}/_{440} \\ \hline x = & 50\,^{107}/_{110} \text{ St. (auf 1 Troypfd. fein)} \end{array}$$

$50\,^{107}/_{110}$ in 5760 *Grains* $= 113\,^{1}/_{623}$ Troygr. Korn.

c)

$$\begin{array}{rcl} x \text{ Troygr. fein} & = & 1 \textit{ Sov.} \\ 46\,^{29}/_{40} & = & 5670 \text{ Troygr. rauh} \\ 24 & = & 22 \quad ,, \quad \text{fein} \\ \hline x & = & 113\,^{1}/_{623} \text{ Troygr. Korn.} \end{array}$$

6) Wieviel *Grains Troy* f. Gold enthält 1 neue deutsche Goldkrone, wenn 45 St. ein Pfund wiegen und die Feinheit ${}^{900}/_{1000}$ ist?

$$\begin{array}{rcl} x & = & 1 \text{ St.} \\ 45 & = & 500 \text{ Grammen} \\ 1000 & = & 900 \quad ,, \quad \text{fein} \\ 373{,}246 & = & 5760 \textit{ Grains} \\ \hline x & = & 154{,}32 \textit{ Grains.} \end{array}$$

3) Ermittelung der Stückzahl aus einer Gewichtseinheit legierten Metalls.

§. 342. Man findet die Zahl der Stücke, welche auf eine bestimmte Gewichtseinheit rauhen Metalls gehen, direct oder indirect. Direct durch eine einfache Division mit dem Schrote in die Anzahl von Grammen, Grän u. s. w., welche eine solche Gewichtseinheit bilden (Beisp. 1—3); indirect aus der Stückzahl derselben Gewichtseinheit feinen Metalls, dadurch daſs man diese Stückzahl nach dem Verhältnisse des Feingehalts der feinen Mark zu dem der rauhen Mark vermindert (Beisp. 4). Statt der Stückzahl aus der Gewichtseinheit feinen Metalls kann auch das Korn gegeben sein. Dann kann man entweder das Korn in das Schrot verwandeln (vgl. Beisp. 4 in §. 340) oder die Berechnung in einem Kettensatze machen, in welchen das fallende Verhältnis des Feingehalts ebenfalls aufzunehmen ist (Beisp. 5*a*, *b*).

Beispiele.

1) Wieviel Gulden des $52\,^{1}/_{2}$ ƒ.-Fuſses gehen auf 1 Mzpfd. rauh, wenn 1 Stück 10,582 Grammen wiegt?

$$10{,}582 \text{ in } 500 = 47{,}25 \text{ Stück.}$$

2) Wieviel norddeutsche Thaler gehen auf ein Pfund Münzsilber, wenn ein solcher Thaler 37,037 Tausendtel des deutschen Münzpfundes wiegt?

37,037 in 1000 = 27 Stück.

3) Ein spanischer *Duro* (oder Piaster) nach dem Münzgesetze v. 3. Febr. 1854 soll 520 *Granos* wiegen, wieviel gehen auf eine rauhe castilianische Mark (von 4608 *Granos*)?

520 in 4608 = 8,861 Stück.

4) Wenn in $50\,{}^{107}/_{110}$ *Sovereigns* gesetzlich 1 ℔ *Troy* f. Gold enthalten ist, wieviel Stück von dieser Münze gehen auf 1 ℔ Standard-Gold?

$$12 : 11 = 50\,{}^{107}/_{110}\ \textit{Sov.} : x$$
$$x = 46\,{}^{29}/_{40}\ \textit{Sov.}$$

5) Wieviel *Francs* gehen auf 1 Kilogramme Münzsilber à 900 *Millièmes* fein, wenn das Korn eines *Franc* $4^1/_2$ Grammen beträgt?

a)
$$9 : 10 = 4^1/_2 \text{ Gr. Korn} : x$$
$$x = 5 \text{ Gr. Schrot}$$

5 in 1000 Gr. = 200 Stück.

b)

x *Fr.*	= 1000 Gr.	rauh
10	= 9 „	fein
$4^1/_2$	= 1 *Fr.*	
x =	200 *Fr.*	

4) Berechnung der Stückzahl aus einer Gewichtseinheit feinen Metalls.

§. 343. Man findet die Stückzahl, welche aus einer Gewichtseinheit feinen Metalls geprägt wird oder in welcher eine solche Gewichtseinheit enthalten ist, direct durch Division mit dem Korne in die Anzahl der Grammen, Grän u. s. w., welche auf eine solche Gewichtseinheit gehen (Beisp. 1—3); indirect aus der Stückzahl derselben Gewichtseinheit rauhen Metalls dadurch, dafs man diese Stückzahl nach dem Verhältnisse des rauhen Metalls zu dem feinen Metall erhöht (Beisp. 4). Ist nur das Schrot gegeben, so kann man entweder das Schrot in das Korn verwandeln (vgl. Beisp. 4 in §. 341) und dann wie in Beisp. 1—3 verfahren oder die Berechnung mittelst eines Kettensatzes machen, in welchen das (steigende) Verhältnis des Feingehalts ebenfalls aufzunehmen ist (Beisp. 5*a*, *b*). Handelt es sich um Ermittelung der Stückzahl aus einer fremdländischen Gewichtseinheit, so erfolgt die Berechnung stets am einfachsten durch einen Kettensatz (Beisp. 6).

Beispiele.

1) Wieviel Gulden österr. Währung gehen auf 1 Pfund f. Silber, wenn in einem Stück an feinem Silber $22\,^2/_9$ Tausendtel des Pfundes enthalten sind?

$$22\,^2/_9 \text{ in } 1000 = 45 \text{ Stück.}$$

2) Das Korn eines nordamerikanischen *Eagle* (nach dem Münzgesetze vom 18. Jan. 1837) ist 232,2 *Grains Troy*, wieviel Stück gehen demnach auf ein Troypfund feines Gold?

$$232{,}2 \text{ in } 5760 = 24{,}8 \text{ Stück.}$$

3) Wenn ein Rubel 405 Doli reines Silber enthält, in wieviel Stücken ist dann 1 russ. Pfund feines Silber enthalten?

$$405 \text{ in } 9216 = 22\,^{34}/_{45} \text{ Stück.}$$

4) Wieviel norddeutsche Thaler gehen auf 1 Pfund f. Silber, wenn 27 Stück 1 Mzpfd. wiegen, das $^{900}/_{1000}$ fein ist?

$$\frac{900 : 1000 = 27 \text{ ℛ} : x}{x = 30 \text{ ℛ}.}$$

5) Wieviel *Sovereigns* gehen auf 1 ℔ *Troy* f. Gold, wenn ein *Sovereign* $123\,^{171}/_{623}$ *Grains* wiegt?

a)
$$\frac{12 : 11 = 123\,^{171}/_{623} \text{ grs. Schrot} : x}{x = 113\,^{1}/_{623} \text{ grs. Korn.}}$$
$$113\,^{1}/_{623} \text{ in } 5760 = 50\,^{107}/_{110} \text{ Stück.}$$

b)
$$\begin{array}{rl} x = & 5760 \text{ grs. f.} \\ 11 = & 12 \text{ grs. Stand.} \\ 123\,^{171}/_{623} = & 1 \text{ Sov.} \\ \hline x = & 50\,^{107}/_{110} \text{ Sov.} \end{array}$$

6) Wieviel Stück von derselben Münze gehen auf 1 deutsches Mzpfd. f. Gold?

$$\begin{array}{rl} x = & 1 \text{ Mzpfd. fein} \\ 11 = & 12 \quad \text{- rauh} \\ 100 = & 133{,}96 \text{ ℔ Troy} \\ 1 = & 5760 \text{ grs.} \\ 123\,^{171}/_{623} = & 1 \text{ Sov.} \\ \hline x = & 68{,}284 \text{ Sov.} \end{array}$$

5) Berechnung der Feinheit.

§. 344. Die Feinheit oder der Feingehalt der Münzen, d. h. der zu den Münzen verwendeten edlen Metalle, wird, wie schon oben gesagt worden ist, ebenso wie die Feinheit der edlen Metalle im allgemeinen, also nach §. 319 auf verschiedene Weise bezeichnet. Die

Münzgesetze eines jeden Landes enthalten die den Feingehalt und die Art der Bezeichnung desselben regelnden Bestimmungen.

Um den Feingehalt einer Münze durch Rechnung zu finden, mufs man entweder das Schrot und das Korn oder die Stückzahl aus der feinen und die Stückzahl aus der rauhen Gewichtseinheit kennen.

Den Fall ausgenommen, dafs eine Münze aus ganz feinem Metall hergestellt ist, bildet das Korn nur einen Theil des Gewichts derselben (des Schrots). Man kann also das Korn als einen Bruch ansehen, dessen Zähler von dem Korne und dessen Nenner von dem Schrote gebildet wird. Insofern aber die Gröfse des Korns von dem Feingehalte in der Weise abhängt, dafs das Korn um so gröfser ist, je gröfser der Feingehalt ist, so folgt daraus, dafs derselbe Bruch, durch welchen das Korn bezeichnet werden kann, auch den Feingehalt ausdrückt. So wiegt z. B. 1 ₰ des 30 ₰-Fufses $37\frac{1}{27}$ Halbgrammen, und sein Korn ist $33\frac{1}{3}$ Halbgrammen; die Feinheit ist also $\frac{33\frac{1}{3}}{37\frac{1}{27}} = \frac{100 \times 27}{1000 \times 3} = \frac{9}{10}$. Mit diesem Bruche hat man nun diejenige Zahl zu multiplicieren, durch welche man das ganz feine Metall zu bezeichnen pflegt. Hier also: $1000 \times \frac{9}{10} = 900$ Tausendtel; nach früherer Bezeichnung: $16 \times \frac{9}{10} = 14\frac{2}{5}$ Loth (14 Loth $7\frac{1}{5}$ Grän).

Von dem Feingehalte ist ferner abhängig die Anzahl der Stücke einer Münze, welche auf eine Gewichtseinheit rauhen Metalls geht in der Weise, dafs diese Stückzahl um so gröfser sein mufs, je gröfser die Feinheit ist. Daraus folgt, dafs ein Bruch, welcher die Stückzahl aus der Gewichtseinheit rauhen Metalls zum Zähler, die Stückzahl aus derselben Gewichtseinheit feinen Metalls zum Nenner hat, den Feingehalt bezeichnet. Z. B. Von den Thalern des 30 ₰ Fufses gehen 27 auf 1 Pfd. legierten, 30 auf 1 Pfund feinen Metalls, die Feinheit ist daher $\frac{27}{30} = \frac{9}{10}$.

Statt des Bruches kann man sich auch eines der beiden Verhältnisse bedienen:

a) Schrot : Korn,

b) Stückzahl a. d. Gewichtseinheit rauhen Metalls : Stückzahl a. d. Gewichtseinheit feinen Metalls,

indem man nach diesem Verhältnisse die Zahl verändert, durch welche man feines Metall zu bezeichnen pflegt.

Beispiele.

1) Wie fein ist nach russischer Bezeichnung das Gold, aus welchem die russischen Halbimperiale geprägt sind, deren Schrot $147\frac{3}{11}$ Doli und deren Korn 135 Doli beträgt?

a) $\frac{135}{147\frac{3}{11}} \times 96 = 88.$ *b*) $147\frac{3}{11} : 135 = 96 : x$
$x = 88.$

2) Wenn 45 neue deutsche Goldkronen 1 ℔ wiegen und in 50 St. 1 ℔ f. Gold enthalten ist, wie fein ist das zu dieser Münze verwendete Gold?

a) $\frac{45}{50} \times 1000 = 900.$ *b*) $\frac{50 : 45 = 1000 : \text{x}}{\text{x} = 900 \text{ Tausendtel.}}$

3) Wenn ein toskanischer *Ruspone* (von 40 *Lire*) nach engl. Untersuchungen 10,4479 Grammen wiegt und 10,4271 Grammen Gold enthält, wie ist der Feingehalt in *Millièmes*?

$$\frac{10{,}4479 : 10{,}4271 = 1000 : \text{x}}{\text{x} = 998 \textit{ Millièmes.}}$$

Gesetzmäfsig ist der Feingehalt 1000 *Millièmes*, die Münze soll also aus ganz feinem Golde geprägt sein.

4) 45 österreich. Gulden enthalten 1 ℔ f. Silbers und $40\frac{1}{2}$ Gulden wiegen 1 ℔; wie fein sind diese Gulden?

a) in Deutschland, Frankreich, Holland u. s. w.:

$$\frac{45 : 40\tfrac{1}{2} = 100 : \text{x}}{\text{x} = 900 \text{ Tausendtel;}}$$

b) in England:

$$\frac{45 : 40\tfrac{1}{2} = 24 : \text{x}}{\text{x} = 21 \textit{ car. } 2{,}4 \textit{ grs.}; \text{ also } \textit{W. } 0 \textit{ car. } 1{,}6 \textit{ grs.}}$$

c) in Rufsland:

$$\frac{45 : 40\tfrac{1}{2} = 96 : \text{x}}{\text{x} = 86 \text{ Sol. } 38{,}4 \text{ Doli.}}$$

§. 345. Aus dem was über die Ausmünzungsverhältnisse bisher mitgetheilt worden ist, geht hervor, dafs zur vollständigen Bezeichnung eines Münzfufses ausreichen

entweder: die Stückzahl aus der legierten (rauhen) und aus der unlegierten (feinen) Gewichtseinheit (§. 344: 30 ß und 27 ß),

oder: das Schrot und das Korn (§. 344 : $37\frac{1}{27}$ und $33\frac{1}{3}$ Halbgrammen),

oder: die Stückzahl aus der legierten Gewichtseinheit und die Feinheit (§. 344 : 27 ß und 900 Tausendtel).

6) Berechnung des Remediums.

§. 346. Unter Remedium (vergl. §. 330) versteht man die gesetzlich festgestellte Abweichung von dem gesetzlich bestimmten Gewichte und Feingehalte einer Münze, zuweilen auch nur von dem erstern*), welche darum gestattet wird, weil eine völlig genaue Herstellung der Münzen zu kostspielig sein würde. Man unter-

*) So ist z. B. in Rufsland ein Remedium am Feingehalt nicht gestattet

scheidet ein Remedium darüber und ein Remedium darunter, und demnach neun verschiedene Münzzustände. Eine Münze kann nämlich sein:

an Korn zu gut,	an Schrot zu gut,
	oder
an Korn richtig,	an Schrot richtig,
	oder
an Korn zu schlecht,	an Schrot zu schlecht.

Die Erfahrung aber lehrt, dafs bei weitem die meisten Ausprägungen unter Benutzung des Minus statt finden; denn die in London, Paris, Berlin u. s. w. zu verschiedenen Zeiten vorgenommenen Probeschmelzungen haben nur äufserst selten ein Durchschnitts-Plus dargeboten, wobei indes freilich die Abnutzung der Münzen durch den Umlauf nicht übersehen werden darf. Für die Praxis ist es nun wichtig, zu wissen, um wieviel Procent eine Münze im schlimmsten Falle schlechter sein kann, als das Gesetz vorschreibt, und wieviel Stücke einer Münze auf eine Gewichtseinheit feinen Metalls dann gehen, wenn das Remedium benutzt worden ist.

Beispiele.

1) In Frankreich ist bei den Goldmünzen von 50 und 20 *Fr.* ein Plus oder ein Minus (*tolérance en dehors ou en dedans*) von 2 *Millièmes* am Schrot und 2 *Millièmes* am Feingehalt (*tolérance de poids et de titre*) gestattet. Um wieviel können also im schlimmsten Falle die 20Franken-Stücke unter ihrem gesetzlichen Werthe stehen?

Wenn an 900 *Millièmes* fein 2 *Millièmes* fehlen, so macht dies $^1/_{450}$ oder 0,222... % aus.

Wenn ferner 155 Stück à 20 Francs, welche eigentlich 1000 Grammen wiegen sollen, nur 998 wiegen, so giebt dies $^1/_{500}$ oder 0,2 %; mit obigem also 0,422... %. Oder:

$$\left.\begin{array}{r}900 : 898 \text{ (Remedium am Feingehalt)}\\ 1000 : 998 \text{ (Remedium am Gewicht)}\end{array}\right\} = 100 : x$$

$$x = 99,578$$

$$\text{Verlust} = \quad 0,422\ \%.$$

2) Wieviel Procent beträgt das Remedium auf ganze russische Rubel, wenn am Gewicht derselben, welches gesetzlich 4 Solotnik 82,56 Doli oder 466,56 Doli sein soll, 4 Doli fehlen können?

$$466,56 : 100 = 4 : x$$

$$x = 0,858\ \% \text{ oder ca. } ^6/_7\ \%.$$

3) Bei den englischen Goldmünzen ist ein Remedium am Gewichte von 12 *Grains* auf das Troy-Pfund und von $^1/_{16}$ *Carat* am Feingehalt gestattet; wieviel Procent beträgt dies?

$$\left.\begin{array}{r}5760:5748\\22:21^{15}/_{16}\end{array}\right\}=100:x$$

$$x=99{,}508$$
oder $0{,}492\%$.

4) Den Bestimmungen des deutsch-österreichischen Münzvertrags v. 24. Jan. 1857 gemäfs darf die Abweichung im Gewichte des Vereins-$^1/_1$ Thalerstückes nicht mehr als 4 Tausendtheile seines Gewichts, die im Feingehalte nicht mehr als 3 Tausendtheile betragen; wieviel Procent beträgt dies?

$$\left.\begin{array}{r}1000:996\\900:897\end{array}\right\}=100:x=99{,}268;\text{ daher }0{,}732\,\%.$$

Mit Berücksichtigung dieses Remediums gehen daher auf 1 Pfd. f. Silber $(99{,}268:100=30:x)$ 30,221 ⁊ß, zu welchem Resultate man auch, nach dem Schlusse: Je weniger schwer und je weniger fein eine Münze, desto mehr Stücke auf eine bestimmte Gewichtseinheit, — auf folgendem Wege gelangt:

$$\left.\begin{array}{r}996:1000\\897:\ \ 900\end{array}\right\}=30\text{ ⁊ß}:x$$

$$x=30{,}221\text{ ⁊ß}.$$

Bei genauer Ermittelung der Anzahl Stücke, welche von einer gewissen Münze auf eine bestimmte Gewichtseinheit feinen Metalls geht, möchte auch die Abnutzung in Betracht zu ziehen sein, welche sie durch den Umlauf erleidet. So haben nach Karmarsch*) preufsische Thaler von 1786 schon 1855 durchschnittlich $1^3/_4\,\%$, die von 1796—1802 $1^3/_5\,\%$, die von 1814 $1^1/_3\,\%$, die von 1830 $^4/_5\,\%$ an Gewicht verloren. Es würden also von 1000 solchen Thalern, vorausgesetzt, dafs von allen Perioden etwa gleichviel vorhanden seien, $30^3/_{16}$ Thaler auf ein Pfund feinen Silbers gerechnet werden können.

§. 347. Uebungsaufgaben.**).

1128) Gesetzlicher Ausprägung gemäfs gehen 67 österr. Ducaten auf 1 Mark à $23^2/_3$ Karath fein; *a*) wie fein ist dieses Gold nach Tausendtheilen, *b*) wieviel Stück gehen auf eine Mark, und wieviel auf 1 Mzpfd. f. Gold?

*) Dessen Beitrag zur Technik des Münzwesens. Hannover, 1856.

**) Insofern in diesen und den später folgenden Uebungsaufgaben die Schwere der darin vorkommenden Gewichtseinheiten nicht angegeben ist, sind die in §. 318 zu findenden Angaben zu benutzen.

1129) Wieviel *a*) *Grains Troy*, *b*) Grammen hält ein österr. Maria-Theresia- oder Levantiner Thaler im Schrot, wenn 17,8173 ein Münzpfund wiegen?

1130) Welches ist in Troygrän das Korn eines neapol. *Scudo* (à 120 *Grani*), wenn in 21,793 Stück 1 Mzpfd. feines Silber enthalten ist?

1131) Wieviel Augustd'or gehen *a*) auf die rauhe köln. Mark, *b*) auf 1 deutsches Münzpfund rauh à $21\frac{2}{3}$ Karath fein, wenn $38\frac{10}{13}$ Stück = 1 f. Mark?

1132) Ein dänischer Courant-Ducaten wiegt 437 dän. Gran (32768 Gran = 1 dän. Mark) und hat 382 Gran an Korn; wie fein ist das Gold *a*) in Karath und Grän, *b*) in Tausendtheilen?

1133) Wie fein ist das Silber der Vereins-Zweithalerstücke, von denen 15 Stück auf 1 Mzpfd. f. und $13\frac{1}{2}$ St. auf 1 Mzpfd. rauh gehen, *a*) in Tausendtheilen, *b*) nach englischer, *c*) nach russischer Bezeichnung?

1134) Wieviel Thaler der norddeutschen Währung gehen auf ein englisches Troypfund f. Silber, wenn 27 Thaler 1 Mzpfd. von 900 Tausendtheilen Feingehalt wiegen?

1135) Wenn nach engl. Proben die spanischen Piaster (bis vor dem Jahre 1848) 416 *Grains* im Schrot und *W*. 7 *dwts.* befunden worden sind, wieviel Stück gehen auf ein deutsches Münzpfund fein Silber?

1136) Seit 1860 prägt Rufsland die $\frac{1}{5}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{1}{10}$ und $\frac{1}{20}$ Rubel, statt nach der $83\frac{1}{3}$ Probe, nach der 72 Probe, und 15 % geringer als die $\frac{1}{1}$ und $\frac{1}{2}$ Rubel. Wenn nun von ersteren 100 Stück $5\frac{1}{16}$ ℔ russ. wiegen, *a*) wieviel Doli mufs $\frac{1}{20}$ Rubel wiegen, *b*) wieviel Rubel in Stücken à $\frac{1}{20}$ Rubel gehen auf 1 deutsches Mzpfd. f. Silber?

1137) Ein Silberrubel enthält 405 Doli feines Silber und ist von der $83\frac{1}{3}$ Probe. Wieviel wiegt er: *a*) in Doli; *b*) in Troy-Grän; *c*) in Grammen?

1138) Ein *Sovereign* enthält 4 *dwts.* $17\frac{1}{623}$ *grs.* fein Gold, wieviel *Sovereigns* gehen demnach auf ein 1 Mzpfd. fein?

1139) Wenn die Sechskreuzerstücke der süddeutschen Währung 2,463 Grammen wiegen und 350 Tausendtheile fein sind, nach welchem Münzfufse sind sie ausgeprägt?

1140) Die preufsischen $2\frac{1}{2}$ *sgr*-Stücke, welche einen Feingehalt von 375 Tausendtheilen haben, sind nach einem $34\frac{1}{2}$ *ℛ*-Fufse ausgeprägt, wieviel Grammen mufs ein Stück wiegen?

1141) Bei den englischen Silbermünzen können 24 *Grains* am Gewicht und 1 *dwt.* am Feingehalt fehlen; wenn nun 66 Schillinge auf 1 Troypfund Standard-Silber gehen sollen, wieviel gehen *a*) auf 1 Mzpfd., *b*) auf 1 russ. Pfund f. Silber?

1142) Ein Golddollar soll 25,8 Troy-Grän wiegen und $\frac{9}{10}$ fein sein; wieviel Grammen feines Gold enthält er?

1143) Wenn $18\frac{1}{2}$ dänische Reichsthaler auf eine f. köln. Mark gehen, wieviel beträgt das Korn in Grammen?

1144) Beim Uebergange der V. Staaten von Nord-Amerika zur Goldvaluta (in 1853) wurde das Gewicht des $\frac{1}{2}$ Dollars von $206\frac{1}{4}$ auf 192 *Grains* (ohne Aenderung des Feingehalts von 900 Tausendtheilen) herabgesetzt; *a*) um wie viel Procent ist die neuere Ausmünzung schlechter, *b*) wie viel Stück à $\frac{1}{2}$ \$ gehen auf 1 deutsches Münzpfd. f. Silber?

1145) 1 russischer (Halb-) Imperial enthält 135 Doli f. Gold; wieviel Stück gehen: *a*) auf ein russ. Pfund Münzgold von der Probe 88, *b*) auf 1 deutsches Mzpfd. fein Gold?

1146) Wenn nach Berliner Untersuchungen 32,447 Goldstücke zu 100 türk. Piastern (seit 1845) auf die rauhe Mark à 21 Kar. $11\frac{1}{2}$ Gr. und 39,032 Silberstücke à 5 Piaster auf die rauhe Mark à 13 Loth 4,75 Gr. f. gefunden wurden, wieviel *a*) Goldpiaster und *b*) Silberpiaster gehen auf 1 deutsches Mzpfd. fein?

1147) Das Remedium am Schrot der deutschen Goldkronen, von welchen 50 auf 1 Mzpfd. fein gehen, beträgt $2\frac{1}{2}$ Tausendtel, das Remedium am Feingehalt 2 Tausendtel, wieviel gehen, bei vollem Remedium, auf ein Münzpfund feines Gold?

b) Berechnung des Werthes der Münzen.

§. 348. Derjenige Werth, welcher einer Münze in dem Lande, in welchem sie geprägt ist, gesetzlich beigelegt wird und in der Regel auf der Münze selbst angegeben ist, heifst ihr Nenn-, Nominal- oder äufserer Werth. Er steht dem Sach-, Real-, wirklichen oder innern Werthe entgegen, d. h. demjenigen Werthe, den die Münze als ein Stück Metall von einem gewissen Gewicht und Feingehalte hat. Der in der Regel zwischen dem Sachwerthe und dem Nennwerthe in der Weise statt findende Unterschied, dafs letzterer den ersteren übersteigt*), besteht gegenwärtig, soviel die Gold- und Silber-Münzen betrifft, nur in dem Betrage der Fabrikations- oder Münz-Kosten**), dem sogenannten Präge- oder Schlag-Schatze, während bei den Münzen von Billon (d.h. von Metall, dessen Legierung die Hälfte des Gewichts der Münze oder mehr ausmacht), so wie bei den Münzen von Kupfer dieser Unterschied bei weitem mehr als die Münzkosten beträgt (vgl. §. 375). Allein bei letzteren beiden Arten von Münzen sieht man vom Sachwerthe ganz ab, da sie nur als Ausgleichungsmittel dienen, und in der Regel in gesetzlich be-

*) Vgl. jedoch Beispiel 2 in §. 350.
**) Vgl. Beispiel 3 in §. 350.

stimmten Quantitäten gegen Münzen von höherem Sachwerthe ausgetauscht werden können*).

Die Münzen des eigenen Landes, soweit sie das gesetzliche Zahlungsmittel bilden, was z. B. rücksichtlich der Goldmünzen in den Ländern nicht der Fall ist, deren alleiniges gesetzliches Zahlungsmittel die Silberwährung ist, laufen im inländischen Verkehr zu ihrem Nominalwerthe um; der letztere bildet also zugleich ihren Verkehrs- oder Tausch-Werth. Mit eben dieser Benennung belegt man aber auch den Werth, welchen inländische, jedoch nicht als gesetzliches Zahlungsmittel geltende, sowie fremdländische Münzen im inländischen Verkehr haben. Münzen dieser Art werden Gegenstand des Handels, und der Werth derselben wird in der Regel in den sogenannten Courszetteln notiert, daher nennt man deren Verkehrs- oder Tausch-Werth auch Handels- oder Cours-Werth.

§. 349. Daraus ergiebt sich, dafs man es bei der Bestimmung des Werthes einer Münze entweder 1) mit der Berechnung des Sachwerthes, oder 2) mit der Bestimmung des Tauschwerthes zu thun hat.

Der Sachwerth einer Münze läfst sich sowohl in der Valuta oder Währung des Landes ausdrücken, welchem die Münze angehört (inländische Valuta), womit man die Ermittelung des Prägeschatzes verbinden kann, als auch in der Valuta eines fremden Landes (ausländische Valuta). In dem letztern Falle spricht man von Ermittelung des Münzpari. (Vgl. auch §. 354.)

1) Berechnung des Sachwerthes der Münzen.

§. 350. Seitdem die Ausprägung der russischen Platinamünzen aufgehört hat, sind die als Geld dienenden Hauptmünzen entweder von Gold oder von Silber. Ihr Sachwerth hängt also von dem Werthe dieser Metalle ab, und demnach müssen solchen Werthberechnungen die Preise jener Metalle zu Grunde gelegt werden. Man betrachtet in diesem Falle die Münze nur als ein Stück edlen Metalls, und sieht von dem Werthe gänzlich ab, der ihm durch die Verarbeitung desselben zur Münze beigelegt worden ist.

Zieht man den Sachwerth vom Nominalwerthe ab, so findet man den Prägeschatz, d. h. denjenigen Betrag, den die ausmünzende Regierung für die Fabrikation in Rechnung bringt. Dieser Prägeschatz kann sich aber nicht immer gleich bleiben, weil die Preise, zu

***) Die Ploten in Schweden und das frühere Kupfergeld in Rufsland machten hiervon insofern eine Ausnahme, als ihr Nominal- oder Tausch-Werth dem damaligen Kupferwerthe ungefähr gleich sein sollte.

denen die zur Prägung zu verwendenden Metalle erworben werden, der Veränderung unterworfen sind. Da der Ausmünzungsmodus sich aber immer gleich bleiben soll, so können für die ausmünzende Regierung auch Zeiten des Verlustes an der Herstellung der Münzen eintreten (Beisp. 2).

Will man nun den Metallwerth einer Münze berechnen, so braucht man dazu eine genaue Kenntnis des Gewichts und des Feingehalts so wie des Preises des ungemünzten Metalls. Man kann in Bezug auf Gewicht und Feingehalt entweder die gesetzlichen Bestimmungen, oder die Ergebnisse von Untersuchungen zu Grunde legen, welche mit der betreffenden Münze vorgenommen worden sind.

Beispiele.

1) Nimmt man Gewicht und Feingehalt der preufsischen $^1/_1$ *ꝭβ* als vollkommen gesetzmäfsig an, und legt man den von der k. Münze auf 29 *ꝭβ* 21 *sgr.* festgesetzten Einlösungspreis für 1 Pfd. fein Silber der Berechnung zu Grunde, so ist der Sachwerth eines preufsischen Thalers

$$30 \text{ in } 29{,}7 \text{ ꝭβ} = 29\,^7/_{10} \text{ sgr.}$$

und der Prägeschatz beträgt:

$$\frac{29{,}7 : 100 = 0{,}3 : x}{x = 1{,}01\,\%.}$$

Amtlichen Angaben zufolge betragen jedoch die Herstellungskosten der Thalerstücke $1\,^1/_4\,\%$, es entstünde also für den Staat ein Verlust von $0{,}24\,\%$. Wenn aber nun in der Regel die Staaten nicht einen Verlust, sondern einen Gewinn an der Prägung von Münzen haben, so läfst sich dies dadurch erklären, dafs namentlich Einkäufe von legiertem Metall Vortheil bringen und dafs die Herstellungskosten der Billon- und Kupfer-Münzen bedeutend geringer sind als der vom Staate berechnete Prägeschatz.

Eine Benutzung des Remediums im Weniger, das im vorliegenden Falle $^3/_{1000}$ am Feingehalt und $^4/_{1000}$ am Gewicht beträgt, würde jene $1{,}01\,\%$ nach:

$$\left.\begin{matrix} 897 : 900 \\ 996 : 1000 \end{matrix}\right\} = 1{,}01\,\% : x$$

nur erhöhen auf $1{,}017\,\%$; jene Abweichung ist aber nach Art. 6 des deutsch-österr. Münzvertrags nur insoweit gestattet, als eine absolute Genauigkeit nicht eingehalten werden kann.

2) Welches war Ende August 1863 der Metallwerth der Fünffrankenstücke, nach der gesetzlichen Ausprägung (1 *Fr.* = $4\,^1/_2$ Gr. f. Silber), wenn der Preis für 1 *K.°* f. Silber zu 218 *Fr.* 89 *c.* fest mit 17 $^0/_{00}$ *prime* notiert war?

$$\begin{aligned} x &= 5 \text{ Francs} \\ 1 &= 4\,^1/_2 \text{ Grammes fein} \\ 1000 &= 218{,}89 \text{ Francs fest} \\ 1000 &= 1017 \text{ ,, mit prime} \\ \hline x &= 5{,}0087 \text{ Fr.} \end{aligned}$$

Die französische Regierung, die ein solches Stück nur zu 5 *Fs.* ausgeben kann, erhält hiernach, wenn sie das Silber zu obigem Preise einkaufen mufs, nicht nur die Kosten der Fabrikation nicht wieder erstattet, sondern erleidet sogar noch einen Verlust von (5 : 100 = 0,0087 : x) 0,174 %, welcher in den vorhergehenden Jahren, wo die *prime* bis auf 24 ‰ gestiegen war, noch bedeutender ausfiel. Sie hat daher schon seit längerer Zeit die Ausprägung von Silbermünzen beschränkt, die der Goldmünzen erweitert, so dafs die Ausmünzung von 1851 bis mit 1861 in runden Zahlen 4382 Mill. Franken in Gold und nur 264 Mill. Franken in Silber beträgt.

3) Wie hoch stellt sich der Sachwerth eines *Sovereign* in englischem Golde, wenn 1869 *Sov.* ein Gewicht von 40 Troypfund haben und die Unze Standard-Gold mit 77 *s.* 9 *d.* notiert ist?

$$\begin{array}{r|l} x\ s. = & 1\ Sov. \\ 1869 = & 40\ ℔\ Troy \\ 1 = & 12\ oz. \\ 1 = & 77\tfrac{3}{4}\ s. \\ \hline x = & 19{,}968\ s. \end{array}$$

Der Unterschied, welcher zwischen dem Sach- und dem Nominal-Werthe der Sovereigns statt findet und sich auf (19,968 : 100 = 20 ∸ 19,968 : x) 0,16 % beläuft, deckt die Fabrikationskosten der Goldmünzen nicht, diese werden vielmehr gesetzlicher Bestimmung gemäfs vom Staate getragen.

4) Bis zum Jahre 1857 wurden in Preufsen Friedrichsd'or geprägt 35 Stück aus einer Brutto-Mark zu 21 Karath 8 Grän fein, welche zu dem ihnen gesetzlich beigelegten Werthe von $5\frac{2}{3}$ ℛ︁ eingelöst werden. Welches ist aber der eigentliche Werth einer solchen Goldmünze, wenn das Pfund f. Gold gegenwärtig (August 1863) $458\frac{1}{2}$ ℛ︁ kostet?

$$\begin{array}{r|l} x = & 1\ \text{Stück} \\ 35 = & 21\tfrac{2}{3}\ \text{Karath} \\ 24 = & 233{,}8555\ \text{Grammen} \\ 500 = & 458\tfrac{1}{2}\ ℛ \\ \hline x = & 5\ ℛ\ 16\ sgr.\ 11{,}3\ ₰. \end{array}$$

Es gehen also bei der Einziehung der Friedrichsd'or c.ª 1,31 % und die auf ½ % zu berechnenden Münzkosten verloren.

5) Wenn 66 *Shillings* ein Gewicht von 1 ℔ *Troy Standard*-Silber haben, welches ist der innere Werth eines *Shilling*, die Unze *Standard*-Silber zu dem Marktpreise von 5 *s.* $1\frac{1}{2}$ *d.* gerechnet?

$$\begin{array}{r|l} x\ d. = & 1\ Sh. \\ 66 = & 12\ oz. \\ 1 = & 61\tfrac{1}{2}\ d. \\ \hline x = & 11\tfrac{2}{11}\ d. \end{array}$$

Hieraus ergiebt sich der hohe Prägeschatz von ($11\frac{2}{11}$: 100 = $\frac{9}{11}$: x) $7\frac{13}{41}$ %, der seine Erklärung aber darin findet, dafs (vgl. §. 336) die Silbermünzen Englands nur als Scheidemünze dienen, da gesetzlicher Bestimmung gemäfs Zahlungen über 40 *s.* in Golde geleistet werden müssen.

6) Nach dem Münzgesetze vom 3. Febr. 1854 wiegt ein span. *Duro* 520 *Granos* bei einem Feingehalt von 900 Tausendtheilen, wie grofs ist sein Werth *a*) in Thalern des 30 ℛ-Fufses, *b*) in *Francs*, die Silberpreise zu $29\,^7/_8$ ℛ und zu $17\,^0/_{00}$ *prime* angenommen?

	a)		*b*)
x ℛ =	520 *Granos* rauh	x ℱ =	520 *Granos* rauh
4608 =	1 *Marco* „	4608 =	230,071 Gr. „
1000 =	900 *Marcos* fein	1000 =	900 do. fein
100 =	46,014 Mzpfd.	1000 =	218,89 ℱ.
1 =	$29\,^7/_8$ ℛ	1000 =	1017 ℱ. mit *prime*
x =	1,396 ℛ.	x =	5,202 ℱ.

7) Wenn im August 1863 die Mark f. Gold in Hamburg mit 425 ℬ℘. notiert war, wie grofs war dann der Werth eines *Sovereign*, unter Berücksichtigung des Remediums von 12 *grs.* am Gewicht und $^1/_{16}$ *car.* am Feingehalt?

x =	1 Sov.
1869 =	40 ℔ Troy Stand.
1 =	5748 *grs.* „
24 =	$21\,^{15}/_{16}$ *grs.* fein
5760 =	1 ℔
100 =	159,606 ℳ℘.
1 =	425 ℬ° ℘
x =	13,24 ℬ° ℘.

8) Wie stellt sich nach den zur Zeit (August 1863) notierten Preisen für Gold, $458\,^1/_2$ ℛ und 806 ƒ. S. W., der Werth einer neuen deutschen Goldkrone in Thalern des 30 Thaler- und in Gulden des $52\,^1/_2$ ƒ.-Fufses?

a) 50 in $458\,^1/_2$ ℛ = 9 ℛ 5,1 sgr. *b*) 50 in 806 ƒ. = 16 ƒ. 7,2 xr.

Der deutschen Goldkrone ist ein fester Werth in Silber nicht beigelegt worden; die Regierungen wollen jedoch in gewissen Zeiträumen den Cours bekannt machen, zu welchen sie in öffentlichen Kassen gegeben und genommen werden soll.

§. 351. Die Ermittelung des wahren Sachwerthes einer Münze ist indes nicht ohne Schwierigkeiten, die ihren Hauptgrund darin haben, dafs die dabei zu benutzenden Gewichts- und Feinheits-Bestimmungen nicht immer die erforderliche Sicherheit bieten. Aber auch dann, wenn die zu Gebote stehenden Unterlagen dieser Vorwurf nicht trifft, wird die Rechnung verschiedene Resultate liefern, je nachdem man sich nur an die gesetzlichen Bestimmungen hält, oder den Einflufs berücksichtigt, den die Benutzung des Remediums übt, oder endlich die Resultate von Untersuchungen zu Grunde legt. Ganz besonders wird diese Verschiedenheit hervortreten bei Ermittelung des Sachwerthes von Goldmünzen in Silbergeld. Das Nachfolgende mag hierzu den Beweis liefern.

Welches ist der Werth eines 20 Fr.-Stückes in Frankfurt a. M. *a*) nach gesetzlicher Ausprägung, 155 St. = 1 *K°* Münzgold à 900 *Mill.* fein, *b*) mit Berücksichtigung des Remediums (*tolérance en dedans*) von 2 *Millièmes* am Feingehalt und am Gewicht, *c*) nach dem Befund von 86,3059 St. à 20 Fr. = 1 Münzpfd. f. Gold; wenn man ausgeht *A.* von dem Preise 806 ƒ. für 1 Mzpfd. fein Gold, *B.* von dem Preise 16 ƒ. 6 xr. für 1 deutsche Goldkrone, die letztere nach gesetzlicher Ausprägung.

A.

a) x ƒ. = 1 St.
155 = 900 Gr. fein
500 = 806 ƒ.

x = 9 ƒ. 21,6 xr.

b) x ƒ. = 1 St.
155 = 998 Gr. rauh
1000 = 898 „ fein
500 = 806 ƒ.

x = 9 ƒ. 19,23 xr.

c) 86,3059 in 806 ƒ. = 9 ƒ. 20,34 xr.

B.

a) x ƒ. = 1 St.
155 = 900 Gr. fein
500 = 50 Kr.
1 = 16,1 ƒ.

x = 9 ƒ. 20,9 xr.

b) x ƒ. = 1 St.
155 = 998 Gr. rauh
1000 = 898 „ fein
500 = 50 Kr.
1 = 16,1 ƒ.

x = 9 ƒ. 18,54 xr.

c) x ƒ. = 1 St.
86,3059 = 50 Kr.
1 = 16,1 ƒ.

x = 9 ƒ. 19,62 xr.

Man würde mit gleicher Berechtigung auch die Goldkronen unter Berücksichtigung des Remediums, sowie den Preis anderer in Frankfurt a. M. notierter Goldmünzen benutzen und somit die Reihe der von einander wahrscheinlich abweichenden Resultate erweitern können.

Bemerkt mag werden, daſs zu derselben Zeit, wo obige Notierungen statt fanden (August 1863) die 20 Fr.-St. in Frankfurt a. M. mit 9 ƒ. 20 xr. bezahlt wurden.

§. 352. Uebungsaufgaben.

1148) Wie groſs ist der Werth eines Silberrubels im $52\frac{1}{2}$ ƒ.-Fuſse, 100 Rb. = $5\frac{1}{16}$ ℔ russ. zu $83\frac{1}{3}$ fein, das Münzpfund f. Silber zu $52\frac{1}{4}$ ƒ. gerechnet?

1149) Wieviel ist ein preuſs. Friedrichsd'or nach gesetzlicher Ausprägung in engl. Schillingen Gold werth, wenn die Unze Standard-Gold mit 3 £ 17 *s.* 9 *d.* notiert ist? ($38\frac{10}{13}$ Fd'or. = 1 Mk. f. Gold.)

1150) Welches ist der Werth eines Friedrichsd'ors in deutschen Goldkronen und derjenige der Krone in Friedrichsd'or, 82,57 Friedrichsd'or = 1 ℔ f. Gold gerechnet?

1151) Wieviel ist ein neuer österr. Gulden in franz. Valuta werth, wenn in Paris der Silberpreis mit 17 ‰ *prime* notiert ist?

1152) Welches ist der Werth folgender Münzen in England, die Unze Standard-Gold zu 77 *s*. 9 *d*., die Unze Standard-Silber zu 62 *d*.?

	Gewicht *dwt. gr.*	Report *car. gr.*
20 Fr.-Stück . . .	4. $3\frac{1}{2}$	0. $1\frac{3}{4}$ *W*
Oesterr. Ducaten . .	2. $5\frac{7}{8}$	1. $2\frac{3}{4}$ *B*
Span. Dublone . . .	17. $8\frac{1}{2}$	1. $0\frac{1}{2}$ *W*
Nordam. *Eagle* . . .	11. 6	0. $0\frac{1}{2}$ *W*
Portug. *Dobrão* . . .	34. 12.	*Standard*

	Gewicht *dwt. gr.*	Report *oz. dwt.*
5 Fr.-Stück	16. $1\frac{3}{4}$	0. 6 *W*
Preufs. Thaler . . .	14. 7	2. 3 *W*
Silber-Rubel . . .	13. 8	0. 14 *W*
Span. Piaster (vor 1848)	17. 8	0. 7 *W*
Ostind. *Company's Rupee*	7. 12.	0. 2 *W*

1153) Welches war im August 1863 der Werth eines *Sovereign* in Franken: *a*) nach gesetzlicher Ausprägung, 1869 *Sov.* = 40 ℔ Standard-Gold, mit Berücksichtigung des Remediums von 12 Troygr. pr. Pfund und $\frac{1}{16}$ *car.* am Feingehalt; *b*) wenn man in 32 *Sov.* = 1 Mark (von 233,8555 Grammen) f. Gold gefunden hatte, das Kilogramme f. Gold zu 3434 Fr. 44 *c.* fest mit 1 ‰ *prime*?

2) Berechnung des Tauschwerthes der Münzen.

§. 353. Nach §. 349 hat man es bei der Berechnung des Tauschwerthes der Münzen entweder *a*) mit dem Nominalwerthe oder *b*) mit dem Handels- oder Cours-Werthe zu thun.

§. 354. Insofern (nach §. 348) der Nominalwerth einer Münze von dem wirklichen Werthe derselben abweicht, kann man ersteren wohl auch einen durch Schätzung oder Valvation, d. i. durch Schätzung der Ausmünzungskosten entstandenen Werth, also einen Valvationswerth nennen, und die Vergleichung des Werthes zweier Münzen unter Zugrundelegung ihres Nominalwerthes, welcher sich stets aus den beiderseitigen Münzfüfsen ergiebt, bildet die Ermittelung des Valvationswerthes derselben. Die Regierung eines Landes kann jedoch besondere Gründe haben, die eine oder die andere Münze eines fremden Landes höher oder niedriger abzuschätzen (zu valvieren), als es, der Vergleichung der Münzfüfse gemäfs,

geschehen sollte. Der so festgesetzte Werth einer Münze heiſst ebenfalls, und zwar vorzugsweise, der Valvationswerth.

Die hier einschlagenden Rechnungen haben es also mit Werthsermittelungen sowohl nach dem Münzfuſse (Beisp. 1—4), als nach gesetzlichen Valvationen (Beisp. 5) und mit der Vergleichung beider Werthe unter sich (Beisp. 6, 7) zu thun und bilden den zweiten Weg zur Ermittelung des Münzpari. (Vgl. §. 349.)

Beispiele.

1) Welches ist der Werth eines Guldens des $52^1/_2$ fl.-Fuſses in norddeutscher Währung, wenn 30 ℛ nordd. Währg. ein Münzpfund feines Silber enthalten?

$52^1/_2$ in 30 ℛ = $^4/_7$ ℛ oder $17^1/_7$ *ngr.*

2) Wenn man in England 66 Schillinge aus einem Pfunde Standard-Silber prägt, welchen Werth in Hamburger Banco hat dann 1 Pfund Sterling (in Silber)?

x	=	20	Schillinge
66	=	1	℔ Standard-Silber
40	=	37	„ fein
1	=	373,246	Grammen
233,8555	=	$27^3/_4$	ℬ° ℳ

x = 12 ℳ 6,64 ß ℬ°

Dieser niedrige Werth (vgl. Beisp. 7 in §. 350) rührt, wie schon zu Beisp. 5 in §. 350 bemerkt worden ist, von der zu hohen Ausprägung der engl. Silbermünzen her, und die Vergleichung desselben (12 ℳ 6,64 ß) mit dem in §. 350, Beisp. 7 gefundenen Werthe von 1 *Sov.* (13 ℳ 3,84 ß) giebt eine um 6,64 % zu hohe Ausprägung.

3) Wie vergleichen sich gesetzlich die deutschen Kronen mit den preuſsischen Friedrichsd'or nach Procenten auf und im Hundert?

x Fd'or.	=	100 Kronen	x Kr.	=	100 Fd'or.
50	=	500 Gr. fein	$38^{10}/_{13}$	=	233,8555 Gr.
233,8555	=	$38^{10}/_{13}$ Fd'or.	500	=	50 Kr.

x = 165,78322 Fd'or. — x = 60,31987 Kr.

daher 1 Kr. = 1,6578 Fd'or. — daher 1 Fd'or. = 0,6032 Kr.

0,6032 Kronen sind gesetzlich auch in Sachsen als dem Werthe von 1 Augustd'or in dem Falle gleichzuachten, wo eine Zahlungsverbindlichkeit, welche auf Goldwährung, z. B. „Thaler Gold" lautet, durch Zahlung in Kronen erfüllt werden soll. Ebendaselbst, sowie auch in Oesterreich, ist 0,3442 Krone = 1 vollw. Ducaten (1 Krone demnach = 2,9052 Duc.) gesetzlich valviert worden.

4) Welchen Werth hat die neue deutsche Goldkrone in englischem Gelde, unter Zugrundelegung der beiderseitigen gesetzlichen Ausmünzungen?

$$\begin{array}{rcl} x\ s. &=& 1 \text{ Goldkrone} \\ 50 &=& 1 \text{ ℔ f. Gold} \\ 100 &=& 133{,}96 \text{ Troypfd. f. Gold} \\ 11 &=& 12 \quad \text{,, Stand.-Gold} \\ 40 &=& 1869 \textit{ Sovereigns} \\ 1 &=& 20\ s. \\ \hline x &=& 27{,}313\ s. \end{array}$$

5) Die Regierung der V. St. von Nordamerika hatte, als noch Silber das gesetzliche Zahlungsmittel in diesem Staate war, einen preufsischen Thaler durchschnittlich auf $67\,^3/_4$ *cts.* tarifiert; wieviel preufsische Thaler gehen demnach auf 1 *Mk.* f. Silber, wenn 1 \$ = $412\,^1/_2$ Troygrän wiegt und $^9/_{10}$ fein ist?

$$\begin{array}{rcl} x \text{ ₰} &=& 233{,}8555 \text{ Gr. fein} \\ 373{,}246 &=& 5760 \text{ Troygr. ,,} \\ 9 &=& 10 \text{ ,, rauh} \\ 412\,^1/_2 &=& 100\ c. \\ 67\,^3/_4 &=& 1 \text{ ₰} \\ \hline x &=& 14{,}35 \text{ ₰ ca.} \end{array}$$

Nimmt man den für neue preufs. Thaler festgesetzten Werth von $68\,^1/_4$ *cts.* in die Rechnung auf, so findet man 14,24 ₰. Der preufsische Thaler ist also im ersten Falle um $2\,^1/_2$ %, im zweiten Falle um 2,107 % zu niedrig tarifiert.

6) Die französischen Laubthaler, welche gegen das Ende des vorigen Jahrhunderts die Hauptmasse des circulierenden Geldes in einem grofsen Theile von Deutschland bildeten, waren zu 2 *fl.* 45 *kr.* im 24 *fl.*-Fufse gesetzlich tarifiert. In wieweit stimmt diese Tarifierung mit dem wirklichen Werthe überein, wenn 8 Laubthaler $14\,^1/_3$ Loth f. Silber enthalten?

$$\begin{array}{rcl} x \textit{ fl.} \text{ tarifmäſsig} &=& 100 \textit{ fl.} \text{ innerer Werth} \\ 24 &=& 16 \textit{ Lth.} \text{ f. S.} \\ 14\,^1/_3 &=& 8 \text{ Laubthaler} \\ 1 &=& 2\,^3/_4 \textit{ fl.} \text{ tarifmäſsig} \\ \hline x &=& 102\,^{14}/_{43} \textit{ fl.} \end{array}$$

Man tarifierte also damals die Laubthaler um $2\,^{14}/_{43}$ % zu hoch und schuf damit nach $(100 : 24 = 102\,^{14}/_{43} : x)$ einen $24\,^{55}/_{100}$ oder $24\,^1/_2$ Guldenfufs.

7) Die Brabanter Kronenthaler, welche nicht minder als die ebenerwähnten franz. Laubthaler als Zahlungsmittel in Deutschland umliefen, waren zu 2 *fl.* 12 *kr.* im 20 *fl.*-Fufse tarifiert. Wie hoch waren sie im 24 *fl.*-Fufse zu valvieren?

$$\begin{array}{c} 5 : 2\,^1/_5 = 6 : x \\ \hline x = 2 \textit{ fl. } 38\,^2/_5 \textit{ kr.} \end{array}$$

Sie waren aber gesetzlich zu 2 *fl.* 42 *xr.* tarifiert, und bildeten somit:

$$2\ fl.\ 38^2/_5\ xr. : 2\ fl.\ 42\ xr. = 24\ fl. : x$$

$$x = 24^6/_{11}$$

ebenfalls einen $24^1/_2$ *fl.*-Fuſs.

Daraus ergiebt sich, daſs der $24^1/_2$ *fl.*-Fuſs der That nach länger bestanden hat als seine (im Jahre 1837 erfolgte) ausdrückliche Erhebung zum Münzfuſse Süddeutschlands vermuthen läſst.

§. 355. Uebungsaufgaben.

1154) Wieviel ist ein span. *Real* in preuſs. Courant werth, wenn er 26 *Granos* wiegt und 900 Tausendtheile fein ist?

1155) Wie vergleichen sich in ganzen möglichst kleinen Zahlen der süddeutsche Gulden und der *Franc*, nach den in §. 337 unter *b*) № 7 und № 3 zu findenden Angaben?

1156) Die türkische Lira (*Livre turque*) à 100 Piaster, eine Goldmünze, wiegt 7,216 Grammen und ist 916 Tausendtel fein; wieviel ist in diesen Goldpiastern *a*) 1 *Sovereign*, *b*) ein 20 *Fr.*-Stück werth?

1157) Wie stellt sich der Werth eines Silberrubels (vgl. die Angaben in Aufg. № 1148): *a*) in Franken, *b*) in ostind. Compagnie-Rupien, *c*) in Reichsthalern schwed. Reichsmünze?

1158) Nach dem spanischen Münzgesetze vom 15. April 1848 gehen 27,6 *Doblones* (*de Isabel*) auf die castil. Mark à $^9/_{10}$ fein; welches ist demnach der Werth eines *Doblon a*) in *Francs* Gold, 155 St. à 20 *Fr.* = 1 *K°* à $^9/_{10}$ f.; *b*) in *Dollars* Gold, 1 *$* = 25,8 Troygr. à $^9/_{10}$ f.; *c*) in Rubeln Gold, 5 *R.* 15 *Kop.* = 1 Halbimperial von $147^3/_{11}$ Doli Schrot und der Probe 88; *d*) in engl. Schillingen Gold (s. §. 354, Beisp. 4)?

1159) Welches ist in süddeutscher Währung der Werth eines nordamerikanischen Dollars: *a*) in Silber, das Stück von $^1/_2$ *$* = 192 Troygrän à $^9/_{10}$ fein; *b*) in Gold (s. Aufg. 1158); 1 Goldkrone zu 16 *fl.* 6 *xr.* gerechnet?

1160) Wie hat die österreichische Regierung einen (für das frühere lomb.-venet. Königreich geprägten) *Sovrano* in Kronenwerth zu tarifieren, da 1 *Sovr.* = 113 Gran und $32^{10}/_{146}$ Hunderttheile eines Granes wiegt und $^9/_{10}$ fein ist? (1000 Gran = 23352 Wien. Richtpfennige, von denen 65536 = 1 Wien. Mark à 280,644 Grammen.)

1161) Wie stellt sich der Werth einer deutschen Goldkrone (50 St. = 1 Pfd. f. Gold von 500 Grammen): *a*) in Goldfranken; *b*) in nordamerikanischen Gold-Dollars; *c*) in Bremer Goldthalern, 5 solcher Thaler = 1 Ld'or., $35^1/_6$ Ld'or. = $21^1/_2$ Kar. f.?

§. 356. Die Umrechnung des Werthes einer Münze in eine andere (Münzreduction) erfolgt sehr häufig auch nach gewissen festen Verhältnissen, die theils auf der gesetzlichen Ausprägung, theils auf gesetzlicher Tarifierung der Münzen beruhen. Wir wollen in nachfolgendem die Entstehung einiger dieser festen Verhältniszahlen nachweisen und ihre Anwendung zeigen.

1) Da $52\frac{1}{2}$ süddeutsche Gulden und 30 Thaler norddeutscher Währung aus 1 Münzpfunde f. Silbers geprägt werden, so vergleichen sich beide Münzen mit einander wie $52\frac{1}{2} = 30$ oder wie $7 = 4$, d. h. 7 f. = 4 ß.

Man hat also, um Thaler in Gulden zu verwandeln, mit 7 zu multiplicieren und das Product durch 4 zu theilen; im entgegengesetzten Falle ist mit 4 zu multiplicieren und durch 7 zu dividieren.

Kommen bei einer solchen Reduction Kreuzer und Groschen (Silber- oder Neugroschen) vor, so gilt für sie die Gleichung $7 = 2$, d. h. 7 xr. = 2 Groschen (Silber- oder Neugr.), denn 7×60 xr. $= 4 \times 30$ ngr. oder 7 xr. = 2 ngr..

Beispiele.

1) Wieviel süddeutsche Gulden betragen 185 ß 15 ngr., und 2) wieviel Thaler betragen 862 f. 32 xr?

1)	2)
185	862
× 7	× 4
1295	3448
4)	7)
323 f. 45 xr.	492 ß 17 ngr. 1 ₰
14 ngr. = — „ 49 „	28 xr. = — „ 8 „ — „
1 „ = — „ $3\frac{1}{2}$ „	4 „ = — „ 1 „ 2 „
324 f. $37\frac{1}{2}$ xr.	492 ß 26 ngr. 3 ₰.

2) In Frankfurt a. M. ist mit Einführung der allgemeinen deutschen Wechselordnung festgesetzt worden, dafs es den Bezogenen von Wechseln auf diesen Platz, welche in Franken ohne den Beisatz „effectiv" gezogen sind, freisteht, solche in französischem Silbergelde oder in Gulden des $24\frac{1}{2}$- (jetzt des $52\frac{1}{2}$-) Guldenfufses, nach dem Werthe von 28 xr. für 1 Franken, zu bezahlen. Dieser Werth ergiebt sich aus folgendem Ansatze:

$$\begin{aligned} x \text{ xr.} &= 1 \text{ Fr.} \\ 52\tfrac{1}{2} &= 24\tfrac{1}{2} \text{ f.} \\ 1 &= 60 \text{ xr.} \\ \hline x &= 28 \text{ xr.} \end{aligned}$$

3) Seitdem in Oesterreich der 45-Guldenfufs (die österr. Währung genannt) eingeführt ist, bildet der österr. Gulden gerade $\frac{2}{3}$ des Thalers im 30 ß-Fufse. Um österr. Gulden in Thaler zu verwandeln, hat man also nur die Summe derselben um ein Drittheil zu vermindern oder mit 2 zu multiplicieren und durch 3 zu dividieren, um Thaler in österr. Gulden zu verwandeln, die Summe

derselben um die Hälfte zu vermehren oder mit 3 zu multiplicieren und durch 2 zu theilen. Da der österr. Gulden in 100 Neukreuzer getheilt wird, so sind 5 Neukreuzer gerade = 1 Neu- oder Silbergroschen. Z. B. 1) Wieviel Thaler u. s. w. des 30 ℛ-Fufses betragen 179 *f.* 15 Nkr. Oe. W. und 2) wieviel Gulden und Neukreuzer Oe. W. betragen 211 ℛ 20 *sgr.* im 30 ℛ-Fufse?

1)		2)	
	179		211
$\div \frac{1}{3} =$	$59\frac{2}{3}$	$+ \frac{1}{2} =$	$105\frac{1}{2}$
	$119\frac{1}{3} =$ 119 ℛ 10 *sgr.*		$316\frac{1}{2} =$ 316 *f.* 50 Nkr.
+ 15 Nkr. =	— „ 3 „	+ 20 *sgr.* ... =	1 „ — „
	119 ℛ 13 *sgr.*		317 *f.* 50 Nkr.

4) Die Gulden des $52\frac{1}{2}$ *f.*-Fufses (oder die süddeutschen Gulden) vergleichen sich mit den Gulden der österreichischen Währung wie $52\frac{1}{2}$ mit 45, oder 105 mit 90, oder 7 mit 6, d. h. 7 südd. Gulden = 6 österr. Gulden. Die Kreuzer vergleichen sich mit den Neukreuzern wie 7×60 mit 6×100, oder 7 südd. Kreuzer = 10 Neukreuzer. Das Verfahren bei Reductionen einer Währung in die andere ergiebt sich aus folgendem.

Wieviel betragen 2815 *f.* 16 Nkr. österr. Währung in süddeutscher Währung, und wiel betragen 3915 *f.* 13 *xr.* S. W. in österreichischer Währung?

		oder:
	2815	2815 $\times 7$
$+ \frac{1}{6} =$	$469\frac{1}{5}$	19705
	= 3284 *f.* 10 *xr.*	6) $3284\frac{1}{6}$ *f.*
+ 16 Nkr. = $\left(\frac{16 \times 7}{10}\right)$	— „ $11\frac{1}{5}$ „	u. s. w.
	3284 *f.* $21\frac{1}{5}$ *xr.* S. W.	

		oder:
	3915	3915 $\times 6$
$\div \frac{1}{7} =$	$559\frac{2}{7}$	23490
	= 3355 *f.* $71\frac{3}{7}$ Nkr.	7) $3341\frac{3}{7}$ *f.*
+ 13 *xr.* = $\left(\frac{13 \times 10}{7}\right)$	— „ $18\frac{4}{7}$ „	u. s. w.
	3355 *f.* 90 Nkr. Oe. W.	

Das Augsburger Courant ist abgeschafft; die Reduction desselben in den nun auch in Augsburg allein giltigen $52\frac{1}{2}$ *f.*-Fufs geschieht in dem Verhältnis von 5 : 6, d. h. 5 *f.* Augsb. Courant = 6 *f.* S. W.

In Oesterreich ist die Wiener Währung in Wegfall gekommen; bei Umrechnungen sollen 100 *f.* W. W. = 42 *f.* Oesterr. W. gelten.

Die Umrechnung des abgeschafften 20 *f.*-Fufses in die neue österr. Währung soll dergestalt erfolgen, dafs 100 *f.* im 20 *f.*-Fufs = 105 *f.* österr. W. gelten. (Vgl. jedoch S. 306, Anm.) Um die alte Währung in die neue zu verwandeln, thut man am besten die alten Kreuzer in einen zweistelligen

Decimalbruch des Gulden zu verwandeln und dann 5 % oder $^1/_{20}$ der Summe zu addieren; z. B.

$$\begin{array}{rl} 3811\ f.\ 12\ xr.\ \text{im}\ 20\ f.\text{-Fuſse} = & 3811{,}20 \\ \text{dazu}\ 5\ \% = & 190{,}56 \\ \hline & 4001\ f.\ 76\ \text{Nkr. Oe. W.} \end{array}$$

In Belgien rechnete man, unter holländischer Herrschaft, nach Gulden à 20 Stüber oder à 100 Cents niederländisch oder Brabanter Wechselgeld; auſserdem aber auch noch nach denselben Münzeinheiten in Brabanter Courant. 1 Brabanter Kronenthaler war = 2 *f.* 14 St. Brab. W. G. oder 3 *f.* 3 St. Brab. Cour., so daſs also

$$\begin{array}{rl} 2^{14}/_{20}\ f.\ \text{Brab. W. G.} = & 3^3/_{20}\ f.\ \text{Brab. Cour.} \\ \text{oder}\ 6\ \text{,, ,, ,, ,,} = & 7\ \text{,, ,, ,,} \end{array}$$

Da indes französisches Geld im Umlaufe vorherrschte, so setzte die holländische Regierung fest, daſs 1 *Fr.* = 47$^1/_4$ *cts.* holl. oder Brab. W. G. gerechnet werden sollte, woraus folgende, noch jetzt zwischen Franken und Brabanter W. G.-Gulden bestehende Vergleichung entstanden ist:

$$\begin{array}{rl} x\ Fr. = & x\ f.\ \text{holl. oder Brab. W. G.} \\ 1 = & 100\ \text{Cents} \\ 47^1/_4 = & 1\ Fr. \\ \hline 189\ f.\ \text{W. G.} = & 400\ Fr. \end{array}$$

Die Preise einiger Waaren werden in Gulden Cour. notiert; dabei findet folgende Gleichung zwischen diesen Gulden und den Franken statt:

$$\begin{array}{rl} x\ f.\ \text{Cour.} = & x\ Fr. \\ 400 = & 189\ f.\ \text{W. G.} \\ 6 = & 7\ \text{,, Cour.} \\ \hline 800\ Fr. = & 441\ f.\ \text{Brab. Cour.} \end{array}$$

Feste Zahlen dieser Art kommen ferner vor

in Holland (beim Handel mit Rappsamen): 1 £ vl. (Pfund vlämisch) = 6 *f.* niederländisch;

in Ruſsland: 2 Rubel Silber = 7 Rubel Banco;

in Schweden: 1 Species = 4 Thaler Reichsmünze:
3 ,, = 8 ,, Banco;
2 Thaler Banco = 3 Thlr. Reichsmünze;

in Havanna (bei dem Wechselcourse auf London): 100 £ = 444 $ zahlbar in London.

in New York (in demselben Falle): 4$^1/_2$ *s.* = 1 $ oder 100 £ = 444$^4/_9$ $ zahlbar in London.*)

§. 357. Unter dem Cours- oder Handels-Werthe der Münzen versteht man (nach §. 348) denjenigen Werth, den dieselben im Handel und Wandel haben, und der, weil er dem Einflusse der Nachfrage und des Angebots unterliegt, nothwendig schwankend sein muſs. Da es im Verkehr oft nicht darauf ankommt, daſs der Tauschwerth einer Münze genau dem Sachwerthe derselben entspricht, son-

*) Vgl. die Aufgabe Nr. 1327.

dern vielmehr darauf, dafs sie sich zu Zahlungen bei gewissen Gelegenheiten und nach gewissen Gegenden mehr oder weniger eignet, so geschieht es nicht selten, dafs bessere Münzen im Verkehre geringer gehalten werden, als schlechtere und umgekehrt. Auch kann eine Regierung, um Ordnung im innern Geldverkehre zu erhalten, eine Münze absichtlich unter ihren eigentlichen Werth valvieren, und ist eine solche Unterschätzung (Devalvation) auch nicht unbedingt bindend für den Verkehr, so bleibt sie doch auch nicht ohne allen Einflufs auf den Verkehrswerth der fraglichen Münze.

Die Course der Münzen werden mit den Wechselcoursen zugleich durch die Courszettel bekannt gemacht und entweder nach Procenten, oder nach dem Stück oder nach dem Gewicht (nach der Mark, *al marco*) ausgedrückt.

§. 358. Münzcours-Notierungen nach Procenten finden sich hauptsächlich in Berlin, Breslau, Leipzig und Hamburg. Sie dienen entweder zur Bestimmung des Werthes von Goldsorten gegen Silbergeld, oder des Werthes von Silbermünzen nach einem schweren in solchen nach einem leichten Münzfufse.

1) Ducaten.

§. 359. In Leipzig notiert man die Ducaten zu 3 ℘ fest, mit einem Agio von 4 bis 6 %. Nach dem gegenwärtig (August 1863) notierten Goldpreise würde sich der Cours der gemischten wichtigen Ducaten wie folgt stellen:

$$\begin{array}{rl} x\ ℘\ \text{Cour.} = & 100\ ℘\ \text{in Duc.} \\ 3 = & 1\ \# \\ 67 = & 23\tfrac{7}{12}\ \text{Kar.} \\ 24 = & 1\ \text{Mk.} \\ 100 = & 46{,}771\ ℔ \\ 1 = & 458\tfrac{1}{2}\ ℘ \\ \hline x = & 104{,}83;\ \text{also } 4\tfrac{5}{6}\,\%\ \text{Agio.} \end{array}$$

Man unterscheidet gegenwärtig auf dem Leipziger Courszettel: kaiserliche (d. i. österreichische) Ducaten, 67 St. = 1 Mark à $23\frac{2}{3}$ Kar. fein*), holländische (wozu auch alle nichtösterreichische aber deutsche Ducaten**) gehören), 67 St. = 1 Mark à $23\frac{7}{12}$ Kar.

*) Die sogenannten Kremnitzer (ungarischen) Ducaten sind $23\frac{3}{4}$ Kar. f. Die Ausprägung der Ducaten, 67 = 1 Mark à $23\frac{2}{3}$ Kar. fein ist die sogenannte (deutsche) reichsgesetzmäfsige. Nach ihr (*ad legem imperii*) sind auch die holländischen Ducaten geprägt, die aber nicht zu den niederländischen Landesmünzen gehören, sondern nur Handelsmünze (holl. *negotiepenning*) sind.

**) Die schwedischen Ducaten und die dänischen (jetzt nicht mehr geprägten) Speciesducaten sind etwas geringer; wesentlich geringer aber sind die ebenfalls jetzt nicht mehr geprägten dän. Courantducaten, von denen 74,86 = 1 Mark à 21 Kar. fein.

fein. Alle diese Ducaten wiegen, wenn sie wichtig sind, da (nach §. 318) 1 Mark = 4422 (Ducaten-) Afs: $\frac{4422}{67} = 66$ Afs. Diejenigen Ducaten welche nur $65\frac{1}{2}$ Afs wiegen, heifsen **Passier-Ducaten** und werden unter diesem Namen im Courszettel notiert.

Ducaten, welche auch das Passiergewicht nicht haben, sollen gesetzlicher Bestimmung gemäfs, als Münzen nicht mehr umlaufen, sondern zerschnitten werden. Zerschnittene Ducaten werden per Zollpfund brutto notiert (vgl. §. 368).

Beispiele.

1) Wieviel Thaler Courant ist ein Ducaten à $5\frac{3}{4}$ % werth?

Da 1 # = 3 ꝛß = 900 ₰, so ist das Agio auf 1 # à 1 % = 9 ₰. Man findet also das Agio auf 1 #, der Coursnotierung gemäfs, wenn man die Agioprocente mit 9 multipliciert. Das Resultat giebt **Pfennige**, durch deren Addition zu 3 ꝛß man den Werth eines Ducaten nach dem gegebenen Course findet.

$5\frac{3}{4} \times 9 = 51\frac{3}{4}$ ₰, dazu 3 ꝛß, also 3 ꝛß 5 *ngr.* $1\frac{3}{4}$ ₰ Werth von 1 Ducaten à $5\frac{3}{4}$ %.

2) Wieviel Thaler Courant für 1414 # à $5\frac{3}{8}$ %?

1414 × 3	
4242	Man multipliciert also die Ducaten mit ihrem festen Werthe von 3 ꝛß, und schlägt die Agioprocente dazu.
211,10 = 5 %	
10,60 = ¼ „	
5,30 = ⅛ „	
4469,00 ꝛß Cour.	

3) ℛß 1950. 17 *ngr.* Cour. sollen in Ducaten à $5\frac{5}{8}$ % bezahlt werden; wieviel Stück Ducaten und wieviel Courant sind zu zahlen?

x = 1950 ꝛß Cour.
$105\frac{5}{8}$ = 100 „ Duc.
3 = 1 #

x = $615\frac{65}{169}$ #.

Der Bruch $\frac{65}{169}$ # ist in Courant (Silbergeld) zu bezahlen. Um dessen Betrag in Silbergeld zu finden, verwandelt man die gefundene Stückzahl Ducaten (nach Berechnung unter 2) in Courant.

615 × 3
1845
92,25 = 5 %
11,53 = ⅝ „

1948,78 ꝛß = 1948 ꝛß 23 *ngr.* 4 ₰ Werth von 615 #
zu zahlen sind . . 1950 „ 17 „ — „

folglich bleiben . . 1 ꝛß 23 *ngr.* 6 ₰ in Courant zu bezahlen.

Zur Vereinfachung der Rechnung sind in den Kettensatz nur 1950 ß, statt 1950 ß 17 *ngr.* aufgenommen worden; es hat dann aber der Werth der gefundenen 615 Duc. (1948 ß 23 *ngr.* 4 ₰) von 1950 ß 17 *ngr.* abgezogen werden müssen.

4) Wieviel Procent Agio beträgt es, wenn *a*) 1 # mit 3 ß 5 *ngr.* 4 ₰ und *b*) 615 # mit 1948 ß 23 *ngr.* 4 ₰ bezahlt worden sind?

a) Das Agio beträgt hier also 5 *ngr.* 4 ₰ oder 54 ₰ auf 1 # oder auf 900 ₰ in Ducaten; auf 100 ₰ in Ducaten also $\frac{54}{9} = 6\,\%$. Aus dem Preise eines Ducaten findet man demnach die Agioprocente, wenn man das, was 1 # über 3 ß kostet, in Pfennige verwandelt und durch 9 dividiert.

b)

x = 100	ß in Duc.
3 = 1	#
615 = 1948,78	ß Cour.

x = $105\frac{5}{8}$, also $5\frac{5}{8}\,\%$ Agio.

Soll das Agio allein gesucht werden, so zieht man vom Courantbetrage den festen Werth der Ducaten ab (1948,78 ÷ 1845 = 103,78), und findet dann das Agio am kürzesten durch einen Regeldetrisatz, wie folgt:

$$615\ \# : 33\tfrac{1}{3}\ \# = 103,78 : x$$
$$x = 5\tfrac{5}{8}\,\%.$$

In Berlin wurden die Ducaten früher zu einem festen Werthe von $2\frac{3}{4}$ ß, mit einem Agio von ca. 15 %, notiert. Gegenwärtig findet sich weder in dem amtlichen Börsenberichte noch in Privatcourszetteln eine Notierung für Ducaten, weil in Berlin der Umsatz in dieser Geldsorte unbedeutend ist.

In Frankfurt a/M. notiert man die Ducaten sowohl pr. Stück, 5 *f.* 32—35 *xr.*, als auch *al marco* (vgl. §. 368).

In Wien notierte man die Ducaten vor Einführung des 45 *f.*-Fufses zu $4\frac{1}{2}$ *f.* fest mit einem in Procenten ausgedrückten Agio; jetzt versteht sich ihr Cours in Gulden und Neukreuzern österr. Währung pr. Stück. — Für das Stück versteht sich ihr Cours auch auf den übrigen Plätzen, wo überhaupt Ducaten notiert werden, z. B. (August 1863) in Augsburg 5 *f.* 33 *xr.*, in Hamburg $100\frac{1}{2}$ Schill. Banco, in Amsterdam 5 *f.* 60 Cents, in Paris 11 *Fs.* 75. *c.* — In Breslau, Danzig, Königsberg und Stettin drückt man den Cours des Ducaten in Silbergroschen aus. — Am gangbarsten ist der Ducaten in der Moldau und Walachei; in Bukarest wird er zu 32, in Jassy zu 37 dortigen Piastern gerechnet. — Seitdem die Krone als allgemeine deutsche Goldmünze angenommen worden ist, beschränkt sich die Ausprägung von Ducaten auf Holland, Rufsland und Schweden; Oesterreich hat sich jedoch, wegen der Donaufürstenthümer und der übrigen angrenzenden Provinzen, die Prägung von Ducaten bis zum Schlusse des Jahres 1865 vorbehalten.

2) Friedrichsd'or, Louisd'or u. s. w.

§. 360. Die preufsischen Friedrichsd'or, die ähnlichen Goldmünzen anderer deutscher Staaten, so wie die dänischen Friedrichsd'or und Christiansd'or, gewöhnlich Louisd'or, seltener Pistolen genannt, werden in Berlin, Leipzig und Breslau zu 5 ß (Gold) fest gerechnet; das, was sie in Silbergeld über diesen festen Werth gelten, wird durch ein in Procenten ausgedrücktes Agio bestimmt. — Da 100 ß Gold = 20 Stück Ld'or., so verstehen sich die Agioprocente auch für 20 Stück Ld'or.

Die preufs. Friedrichsd'or stehen, weil sie in Preufsen zu $5\,^2/_3$ ℛ Courant gesetzliches Zahlungsmittel sind, höher als die übrigen Fünfthalerstücke. (Gegenwärtig, August 1863, sind sie mit $13\,^3/_8\,\%$, die übrigen mit $9\,^5/_8\,\%$, Agio notiert.) Die preufs. Friedrichsd'or haben aber auch an und für sich einen höhern Werth, denn es gehen von ihnen 35 Stück auf die Mark à $21\,^2/_3$ Kar. fein, während von den übrigen durchschnittlich $35\,^1/_6$ Stück auf die Mark à $21\,^7/_{12}$ Kar. gehen. Nach diesen Ausmünzungsverhältnissen und zu einem Goldpreise von $458\,^1/_2$ ℛ würden die Course der Friedrichsd'or und der Louisd'or sich wie folgt stellen:

Friedrichsd'or		Louisd'or	
x ℛ Ct. =	20 Fd'or.	x ℛ Ct. =	20 Ld'or.
35 =	$21\,^2/_3$ Kar. fein	$35\,^1/_6$ =	$21\,^7/_{12}$ Kar. fein
24 =	1 Mark	24 =	1 Mark
100 =	46,771 ℔	100 =	46,771 ℔
1 =	$458\,^1/_2$ ℛ	1 =	$458\,^1/_2$ ℛ
x =	110,62	x =	109,77.

Nach dem Ausmünzungsfufse der preufs. Friedrichsd'or sind auch die sächs. Augustd'or sowie die hess. Wilhelmsd'or geprägt, sie werden aber im Verkehr nur den preufs. Fünfthalerstücken gleichgehalten, da sie in den Ländern ihrer Ausprägung kein gesetzliches Zahlungsmittel sind.

Seitdem der deutsche Münzverein die Krone als allgemeine deutsche Goldmünze angenommen hat, ist die Ausprägung von Pistolen auf Dänemark beschränkt, denn Mecklenburg hat seine Goldprägung ganz eingestellt. Die Einziehung der noch im Umlauf befindlichen deutschen Pistolen steht zu erwarten.

Beispiele.

1) Wieviel Thaler Cour. in Leipzig für 1 Louisd'or à $9\,^7/_8\,\%$?

Da 1 Ld'or = 5 ℛ = 150 *ngr.* oder *sgr.*, so beträgt das Agio auf 1 Ld'or à 1 % = $1\,^1/_2$ *ngr.* oder *sgr.* Dem Course gemäfs findet man es also, wenn man die Agioprocente $1\,^1/_2$ Mal nimmt, oder wenn man sie mit 3 multipliciert und durch 2 dividiert. Das Resultat giebt Neu- oder Silbergroschen, durch deren Addition zu 5 ℛ man den Werth eines Louisd'ors in Courant findet.

$9\,^7/_8 \times 3 = 29\,^5/_8$ div. durch 2 = $14\,^{13}/_{16}$ *ngr.*, dazu 5 ℛ, also 5 ℛ $14\,^{13}/_{16}$ *ngr.* Werth von 1 Ld'or.

2) Wieviel Thaler Courant für 1325 Ld'or. à $9\,^3/_4\,\%$?

```
  1325
  ────── ×5
  6625
   596,25 = 9%
    49,69 = ¾-(1/12 a. 9%)
  ──────────
  7270,94 ℛ Cour.
```

Um Louisd'or in Courant zu verwandeln, multipliciert man also die Stückzahl mit 5 und schlägt die Agioprocente dazu. Die Summe bildet den gesuchten Werth in Courant.

Da sich, wie oben bemerkt, die Coursnotierung auch für 20 St. Louisd'or (Fd'or.) versteht, so kann man eine derartige Aufgabe auch auf dem Wege der Zerlegung lösen. Z. B. Wieviel Courant für 124 *Fd'or.* à $13\frac{1}{4}$ %?

20 *Fd'or.*	=	113,25 ℘
100 „	=	566,25 „
4 „	=	22,65 „
124 *Fd'or.*	=	702,15 ℘ Cour.

3) *Rℓ* 638. 25 *sgr.* Cour. sollen in Louisd'or à $9\frac{7}{8}$ % bezahlt werden. Wieviel Stück Louisd'or und wieviel Courant hat man zu zahlen?

$109\frac{7}{8}$ ℘ Cour. : 638 ℘ Cour. = 20 Ld'or : x

x = $116\frac{116}{879}$ Ld'or.

Der Werth des Bruches $\frac{116}{879}$ Ld'or. mufs aufser den in obigen Ansatz nicht aufgenommenen 25 *sgr.* in Courant gezahlt werden. Um ihn zu finden, reduciert man die gefundenen 116 Ld'or in Courant (siehe oben unter 2). Sie geben 637 ℘ $8\frac{1}{4}$ *sgr.*, wonach sich (638 ℘ 25 *sgr.* ÷ 637 ℘ $8\frac{1}{4}$ *sgr.*) ein Rest von 1 ℘ $16\frac{3}{4}$ *sgr.* Courant ergiebt.

4) Wenn man 1 Ld'or. mit 5 ℘ 15 *ngr.* und 1 Fd'or. mit 5 ℘ 20 *sgr.* bezahlt, wieviel Procent beträgt das Agio?

Man findet das Agio, wenn man die unter 1) gegebene Regel umkehrt, d. h. die über 5 ℘ bezahlten Groschen und Bruchtheile des Groschens mit 2 multipliciert und das Product durch 3 dividiert.

Die hier zu beantwortende Frage ist: Wenn die über 5 ℘ bezahlten Neu- oder Silbergroschen das Agio auf 150 *ngr.* oder *sgr.* ausmachen, wieviel beträgt es auf 100? Das Verhältnis ist also: 150 : 100 oder 3 : 2.

a) $\frac{15 \times 2}{3} = 10$ % *b*) $\frac{20 \times 2}{3} = 13\frac{1}{3}$ %.

5) Wenn man 116 Ld'or. mit 636 ℘ 16 *ngr.* 5 ₰ bezahlt hat, wieviel Procent Agio sind gerechnet?

116 Ld'or. : 20 Ld'or. = 636,55 ℘ : x

x = $109\frac{3}{4}$, also $9\frac{3}{4}$ % Agio.

Soll das Agio allein gefunden werden, so ist vorher der feste Werth der Louisd'or vom Courantbetrage abzuziehen. Der feste Werth von 116 Ld'or. ist = 116 × 5 = 580; 636,55 ÷ 580 = 56,55 ℘ Agio.

116 : 20 = 56,55 : x

x = $9\frac{3}{4}$ %.

Anm. Unter Thaler (in) Louisd'or, ohne weitere Nebenbestimmung, versteht man Thaler, wovon 5 = 1 Ld'or. ausmachen. Sollen dergleichen Thaler in Courant bezahlt werden, so ist darauf das Agio nach Procenten zu berechnen.

§. 361. Nachdem mit dem 1. Nov. 1858 in Oesterreich, dem Lande in welchem allein noch der Conventions- oder 20 Gulden-

Fuſs der Landesmünzfuſs war, an die Stelle desselben der 45 ƒ.-Fuſs*) getreten ist und die Münzen des erstgedachten Münzfuſses zur Einziehung kommen, verschwinden diese immer mehr aus dem Verkehr. Daher ist auch auf dem Leipziger amtlichen Courszettel, auf welchem allein die Münzen des 20 ƒ.-Fuſses noch notiert wurden, deren Cours gänzlich in Wegfall gekommen; auf Privat-Courszetteln findet er sich jedoch noch und zwar *al marco* (vgl. §. 366, auch wegen Frankfurt a/M.), mit Ausnahme der seit 1852 geprägten Zwanzigkreuzer (zu 900 Tausendtel fein), welche (im August 1863) mit $103^3/_4$, d. h. $103^3/_4$ ℛ𝓅 im 30 ℛ𝓅-Fuſse für 150 ƒ. in 20 𝓍𝓇. notiert waren. Um nach diesem Course den Werth von z. B. 400 ƒ. in diesen 20 𝓍𝓇. zu finden, rechnet man wie folgt:

$$\begin{array}{rl} & 400 \\ + & 15 = 3^3/_4\,\% \\ \hline & 415 \\ \hline & 830 \quad \times 2 \\ 3) \hline & 276^2/_3 \text{ ℛ𝓅 im 30 ℛ𝓅-Fuſse.} \end{array}$$

Da 150 ƒ. im 20 ƒ.-Fuſse = 100 ℛ𝓅 im 20 ƒ.-Fuſse, also 3 ƒ. = 2 ℛ𝓅, so versteht sich jener Cours auch für 100 ℛ𝓅 im 20 ƒ.-Fuſse, und bezeichnet ein Agio von $3^3/_4\,\%$ gegen den 30 ℛ𝓅-Fuſs. Man kann also, wie hier geschehen, zuerst das Agio berechnen und dann den um das Agio vermehrten Betrag mit $^2/_3$ multiplicieren, oder mit der Multiplication durch $^2/_3$ beginnen und dann das Agio auf den gefundenen Betrag hinzufügen. So wird man

*) Während diejenigen deutschen Staaten, welche den Münzvertrag vom 24. Jan. 1857 abgeschlossen haben, durch den Uebergang vom 14 ℛ𝓅-, resp. $24^1/_2$ ƒ.-Fuſse zum 30 ℛ𝓅- resp. $52^1/_2$ ƒ.-Fuſse eine nur unbedeutende Verschlechterung (0,223 %) der bisherigen Münzfüſse haben eintreten lassen, — denn nach den Proportionen:

$$233{,}8555 : 500 = \begin{cases} 14 \text{ ℛ𝓅} : x \\ 24^1/_2 \text{ ƒ.} : x \end{cases}$$

verwandeln sich jene Münzfüſse nur in einen 29,93307 ℛ𝓅- resp. 52,38288 ƒ.-Fuſs, — ist in Oesterreich, das seinen Münzfuſs nach

$$233{,}8555 : 500 = 20 \text{ ƒ.} : x$$

in einen 42,7615 ƒ.-Fuſs hätte verwandeln sollen, ein um (42,7615 : 100 = 45 ƒ. : x) 5,235 % leichterer Münzfuſs eingetreten. Oesterreich hat demzufolge die 2 ƒ.- und 1 ƒ.-Stücke, sowie die $^9/_{10}$ feinen 20 𝓍𝓇. des 20 ƒ.-Fuſses in die neue österreichische Währung mit einem Aufgelde von 5 % (100 ƒ. im 20 ƒ.-Fuſse = 105 ƒ. österr. Währung) verwandelt, die 20 𝓍𝓇. älteren Gepräges sowie die 10 𝓍𝓇. dagegen nur mit einem Aufgelde von 2 %. Auch die süddeutschen Staaten, in denen 20 𝓍𝓇. und 10 𝓍𝓇. eigenen und fremden Gepräges im Umlaufe waren, haben eine Devalvation derselben vorgenommen.

verfahren, wenn die gegebene Summe Gulden keine runde aber eine durch 3 ohne Rest theilbare ist. Z. B. *f.* 930. —. in 20 *xr.* à $3\frac{1}{2}$%.

$$\begin{array}{l} 930 \times {}^2/_3 \\ \hline 620 \\ \quad 21 \quad = 600 \\ \quad\; {}^7/_{10} = \;\; 20 \end{array} \Big\} \text{ à } 3\tfrac{1}{2}\,\% $$

$$641\,{}^7/_{10} = 641 \text{ ß } 21 \text{ ngr.}$$

§. 362. Von nachverzeichneten Geldsorten findet man Coursnotierungen nach Procenten.

a) In **Leipzig** (Mitte August 1863 auf Privatcourszetteln):

Süddeutsche Gulden: $99\frac{3}{4}$ (ß für 100 ß in südd. Gulden, wobei 4 ß = 7 *f.* fest, oder [$99\frac{3}{4}$ ß] pr. 175 *f.* S. W.),

österr. $\frac{1}{1}$ Silbergulden des 45 *f.*-Fufses: $99\frac{3}{4}$ (ß pr. 150 *f.* oder [$99\frac{3}{4}$ ß] pr. 100 ß im 45 *f.*-Fufse und 2 ß = 3 *f.*),

$\frac{1}{1}$ Kronenthaler: $99\frac{3}{4}$ (ß für 100 ß in Kronenthalern à 2 *f.* 42 *xr.* S. W., und 7 *f.* = 4 ß),

sächs.-poln. Courant 99 (ß für 100 ß in sächs.-poln. Cour.),

russ.-poln. Cour. $87\frac{1}{2}$ (ß für 100 ß in russ.-poln. Courant, 6 *f.* poln = 1 ß).

Ebenfalls auf Privatcourszetteln fanden sich (Mitte August 1863) folgende Notierungen:

neue Silberrubel	93	Thaler für 90 Rº
$\frac{1}{5}$, $\frac{3}{20}$, $\frac{1}{10}$ und $\frac{1}{20}$ Rubel von 1860 ab .	$82\frac{1}{2}$	
alte Silberrubel	90	

b) In **Bremen** (Mitte August 1863):

preufs. Cour. $109\frac{7}{8}$ (ß preufs. Cour. = 100 ß Gold).

Beispiele.

1) **Leipzig.** *a*) 450 *f.* S. W. à $99\frac{3}{4}$; *b*) 260 *f.* in $\frac{1}{1}$ österr. Währg. à $99\frac{3}{4}$; *c*) 64 Kronenthaler à $99\frac{3}{4}$; *d*) 350 *f.* russ.-poln. Cour. à 88.

a)
$$\begin{array}{rl} & 450 \\ - & 1{,}125 = {}^1/_4\,\% \\ \hline & 448{,}875 \\ \hline & \times 4 \\ & 1795{,}5 \\ \hline 7) & \\ & 256{,}5 \text{ ß Cour.} \end{array}$$

oder: 175 *f.* : 450 *f.* = $99\frac{3}{4}$ ß : x

x = 256,5 ß Cour.

b) 150 ƒ. : 260 ƒ. = 99¾ ₰ : x
x = 172,9 ₰

oder:
260
÷ 0,65 = ¼ %
259,35
× 2
518,7
3)
172,9 ₰.

Da der Cours der österr. Währung sich für 150 ƒ. versteht, so findet man leicht, dafs 1 Gulden soviel mal 2 Pfennige kostet, als die Courszahl Thaler zeigt; in vorliegendem Falle also 2 ₰ × 99¾ = 199½ ₰ = 19 *ngr.* 9½ ₰. Denn $\frac{99^3/_4 \times 300 \text{ ₰}}{150} = 99^3/_4 \times 2$ ₰.

Auf gleiche Weise berechnet man die auf österr. Währung lautenden Wiener Banknoten.

c)
64 × 2,7
172,8 ƒ. S. W.
÷ 0,43 = ¼ %
172,37
× 4
689,48
7)
98,497 ₰ = 98 ₰ 15 *ngr.*

d) 600 ƒ : 350 ƒ. = 88 ₰ : x
300 ƒ. = 44 ₰ — *ngr.*
50 „ = 7 „ 10 „
51 ₰ 10 *ngr.*

oder:
350
÷ 42 = 12 % Verlust
308
6)
51⅓ ₰.

2) Bremen. *a*) 2000 ₰ preufs. Cour. à 109¾; *b*) 1600 ₰ Gold in preufs. Cour. à 109¾.

a) 109¾ ₰ : 2000 ₰ = 100 ₰ Gold : x
x = 1822 ₰ 23 *gt.* Ld'or. oder Gold

b) 1600 ₰ Gold
\+ 156 „ Agio à 9¾ %
1756 ₰ Cour.

§. 363. Mitte August 1863 finden sich auf dem Hamburger amtlichen Courszettel, aufser den keiner Erklärung bedürfenden Coursnotierungen für Louisd'or und Ducaten in Courant und Banco für das Stück, folgende Münzcourse:

Thaler des 14 ₰ - resp. 30 ₰ - Fufses à 40 β Cour.	$125^7/_{16}$	Mark Cour. in diesen Sorten für 100 Mark Banco
Hamb. 4 und 8 β Stücke	$125^3/_8$	
Hamb. u. Lüb. Schillingstücke	$125^1/_2$	
Lübisch grob Courant	$125^3/_8$	

Dän. $^2/_1$ Rthlr. (Species) u. $^1/_1$ Rthlr. . .	200 *)	Thaler für 300 ℳ ℬ
$^1/_1$, $^1/_3$ und $^1/_6$ ₰ nach dem 14 ₰- resp. 30 ₰-Fufse	$150^3/_8$ **)	
Louisd'or und Friedrichsd'or . . .	$37^1/_{16}$ %	schlechter als Banco,

d. h. $137^1/_{16}$ ℳ in Ld'or. (1 Ld'or. = 15 ℳ***) fest) = 100 ℳ Banco.

Bemerkungen zu diesen Coursen.

Hamburg rechnet im Handelsverkehr hauptsächlich nach Mark à 16 ß Banco, im gewöhnlichen Verkehr nach (wirklich geprägten) Mark à 16 ß Courant. Die Mark Banco, so genannt, weil sie das Rechnungsgeld der dortigen (seit 1619 bestehenden) Girobank ist, ist nur ein Rechnungsgeld, ihr Werth wird aber dadurch genau bestimmt, dafs $27^3/_4$ ℳ Banco = 1 ℳℓ f. Silbers gerechnet werden. — Von der wirklich geprägten Mark Courant (Hamburger oder lübisch Courant, denn auch Lübeck münzte und rechnet in dieser Währung) gehen 34†) auf 1 ℳℓ f. Silber, und demnach sind $27^3/_4$ ℳ Banco = 34 ℳ Courant oder in Procenten:

$$\frac{27^3/_4 \text{ ℳ Bco.} : 100 \text{ ℳ Bco.} = 34 \text{ ℳ Cour.} : x}{100 \text{ ℳ Bco.} = 122^{58}/_{111} \text{ ℳ Cour.},}$$

oder Courant ist $22^{58}/_{111}$ % schlechter als Banco. Da jedoch, wie aus der Anmerkung *** S. 277 zu ersehen, Hamburg und Lübeck, weil die nach dem 34 ℳ-Fufse geprägten 2 und 1 ℳ-Stücke fast ganz aus dem Verkehr verschwunden sind, zunächst die Thaler des 14 ₰-, dann auch die Thaler des 30 ₰-Fufses zum gesetzlichen Zahlungsmittel im Werthe von $2^1/_2$ ℳ Courant erhoben haben, so gehen nicht mehr 34, sondern $(14 \times 2^1/_2)$ 35 ℳ auf die Mark f. Silber, und es vergleichen sich Banco und Courant in Procenten wie folgt:

$$\frac{27^3/_4 \text{ ℳ Bco.} : 100 \text{ ℳ Bco.} = 35 \text{ ℳ Cour.} : x}{100 \text{ ℳ Bco.} = 126^{14}/_{111} \text{ ℳ Cour.},}$$

womit auch die Coursnotierung übereinstimmt.

Beispiele.

1) Wieviel Mark Courant betragen: *a*) 948 ℳ 12 ß ℬ à 25 %, *b*) 1248 ℳ 12 ß Banco à $26^5/_8$ %?

a) 948 ℳ 12 ß
+ $^1/_4$ aus 948. 12. = 237 „ 3 „ = 25 %
1185 ℳ 15 ß Cour.

b) $100 : 1248{,}75 = 126^5/_8 : x$
x = 1581 ℳ 4 ß Cour.

*) d. h. 200 Rthlr. $^1/_1$.

**) d. h. $150^3/_8$ ₰ im 14- resp. 30 ₰-Fufse.

***) d. i. 5 ₰ Gold à 3 ℳ leicht Geld. Die ursprünglich nur auf den alten deutschen Reichsthaler oder Reichsspecies angewendete Schätzung zu 3 ℳ ist später auch auf Thaler von geringerm Werthe ausgedehnt und damit eine Valuta geschaffen worden, welcher die Bezeichnung „leicht Geld“ mit allem Rechte zukommt. — Diese Notieruug der Louisd'or (neben der in Banco und in Courant pr. Stück) hat übrigens, seit ein Wechselcours auf Bremen notiert wird, gar keine Bedeutung, findet sich auch auf keinem Privatcourszettel und könnte daher wohl in Wegfall kommen.

†) Vgl. die Anmerkung *** auf Seite 277.

oder *b*) 1248,75
312,19 = 25 % oder $^1/_4$ aus 1248,75
12,49 = 1 „
7,80 = $^5/_8$ „ „ $^1/_{40}$ „ 25 %
1581,23 ℳ Cour.

2) Wieviel Mark Banco betragen: *a*) 1185 ℳ 15 β Cour. à 25 % und *b*) 1581 ℳ 4 β Cour. à 26$^5/_8$ %?

a) 1185 ℳ 15 β
÷ $^1/_5$ aus 1185.15 = 237 „ 3 „ = 25 %
948 ℳ 12 β ℬ°

b) 126$^5/_8$: 1581,25 = 100 : x
x = 1248 ℳ 12 β ℬ°

3) Wenn 1134 ℳ 4 β Cour. mit 896 ℳ 10 β ℬ° berechnet werden, wieviel Procent ist Courant schlechter?

896$^5/_8$ ℳ ℬ° : 100 ℳ ℬ° = 1134,25 ℳ *Ct.* : x
x = 126$^5/_8$, also 26$^5/_8$ %.

4) 1500 preufs. Thaler in Banco à 152?

152 ℛ : 1500 ℛ = 300 ℬℳ : x
x = 2960 ℳ 8 β ℬ°

5) Wieviel Mark Banco sind abzuschreiben für 400 dän. Reichsthaler à 200$^1/_2$ und für 800 ℛ preufs. Cour. à 25$^1/_4$ %?

200$^1/_2$: 400 = 300 ℬℳ : x
x = 598 ℳ 8 β ℬ°

800 ℛ à 2$^1/_2$ ℳ = 2000 ℳ Cour.
Ct. *Ct.* ℬ°
125$^1/_4$ ℳ : 2000 ℳ = 100 ℳ : x
x = 1596 ℳ 13 β ℬ°.

6) Wieviel Stück Louisd'or à 10 ℳ 13$^1/_2$ β Banco und wieviel Mark Courant für 2000 ℳ ℬ°? (Courant 25$^1/_2$ %.)

(10 ℳ 13$^1/_2$ β =) 10$^{27}/_{32}$ in 2000 = 184$^{152}/_{347}$ Ld'or. 184 Ld'or. à 10 ℳ 13$^1/_2$ β = 1995 ℳ 4 β Banco; Rest 4 ℳ 12 β Banco. 4 ℳ 12 β Banco à 25$^1/_2$ % = 6 ℳ Cour.;

also 184 Ld'or. und 6 ℳ Cour.

§. 364. Wir halten für angemessen, an diesem Orte des Stellvertreters des gemünzten Geldes, des **Papiergeldes** zu gedenken, weil es ebenfalls Gegenstand der Coursnotierung werden kann. Die Course **ausländischen** Papiergeldes auf **ausländische Währung** lautend, können entweder für die Einheit oder für eine bestimmte Mehrheit des ausländischen Geldes bestimmt werden, z. B. **preufs. Cassenanweisungen** in Frankfurt a.M.: 104$^7/_8$ *xr.* + ÷ für 1 ℛ in diesem Papiergeld; **Noten der Bank von Frankreich** in Leipzig 80$^1/_2$ ℛ + ÷ für 300 *Fr.* in diesen Noten. Sie können aber auch, falls zwischen der ausländischen und der inländischen

Währung ein festes Verhältnis besteht, in einem in Procenten ausgedrückten Agio (Aufgeld, Gewinn) oder Disagio (Verlust) bestimmt werden. So z. B. süddeutsche Banknoten in Leipzig (s. unten). Für ausländisches Papiergeld auf inländische Währung lautend, zu dessen Eintausch gegen gemünztes Geld man aber im Inlande keine Gelegenheit hat, und inländisches Papiergeld, dessen Tauschwerth gegen den Nominalwerth zurückbleibt, treten ebenfalls Coursnotierungen nach Verlustprocenten ein.

Mitte August 1863 finden sich Course für Papiergeld nach Procenten auf den nachverzeichneten Plätzen.

In Leipzig: Wiener Banknoten 89 (ℛ für 150 ƒ. in Bankn., oder da 3 ƒ. = 2 ℛ, 11 % Verlust);
Süddeutsche Banknoten $99\frac{3}{4}$ (ℛ für 100 ℛ in Bankn., wobei 4 ℛ = 7 ƒ., also $\frac{1}{4}$ % Verlust);
Ausländische Cassenanweisungen, Ausländ. Banknoten, ohne Auswechselungscasse in Leipzig: $99\frac{1}{4}$ ℛ für 100 ℛ in ausl. C. Anw. u. Bankn., also $\frac{1}{4}$ % Verlust.

In Berlin und Breslau: Wiener Banknoten wie in Leipzig;
Polnische Banknoten 90 (ℛ für 100 ℛ in Noten der poln. Bank, wobei 1 ℛ = 6 ƒ. poln., also 10 % Verlust).

In Bremen: Norddeutsche Cassenanweisungen und Banknoten $109\frac{3}{4}$ (ℛ im 14- oder 30 ℛ-Fufse = 100 ℛ Gold, also $9\frac{3}{4}$ % Verlust auf Hundert).

Da die hierauf sich beziehenden Berechnungen keine Schwierigkeiten darbieten, so unterlassen wir es, Beispiele anzuführen.

§. 365. Uebungsaufgaben.

1162) Was betragen 115 Ld'or.: *a*) in Leipzig à $9\frac{7}{8}$ %; *b*) in Berlin à $9\frac{3}{4}$ %; *c*) in Hamburg à 10 ℳ $15\frac{1}{8}$ β ℬ°; *d*) ebendaselbst à $37\frac{1}{16}$ % schlechter als Banco; *e*) ebendaselbst à 13 ℳ $11\frac{3}{4}$ β Cour.; *f*) in Frankfurt a. M. à 9 ƒ. 37 xr.?

1163) Was betragen 216 #: *a*) in Leipzig à $5\frac{3}{4}$ %; *b*) in Wien à 5 ƒ. 37 Nkr.; *c*) in Augsburg oder Frankfurt a. M. à 5 ƒ. 31 xr.; *d*) in Hamburg à 101 β ℬ°; *e*) ebendaselbst à 7 ℳ $14\frac{1}{4}$ β Cour.; *f*) in Paris à 11 Fr. 75 *cts.*?

1164) Wieviel Stück Louisd'or erhält man: *a*) in Leipzig für 845 ℛ 15 ngr., à $9\frac{3}{4}$ %; *b*) in Berlin für 1216 ℛ 25 sgr. à $9\frac{7}{8}$ %; *c*) in Augsburg für 2400 ƒ. à 9 ƒ. 37 xr.; *d*) in Hamburg für 1240 ℳ ℬ° à $37\frac{1}{16}$ % (den Rest in Cour. à $25\frac{7}{16}$ %; *e*) ebendaselbst für 1850 ℳ Cour. à 13 ℳ $11\frac{3}{4}$ β; *f*) ebendaselbst für 1586 ℳ 13 β ℬ° à 10 ℳ 15 β (den Rest in Cour. à $25\frac{1}{2}$ %)?

1165) Wieviel Stück Ducaten erhält man: *a*) in Leipzig für 1350 ₰ Cour. à $5^3/_4$ %; *b*) in Hamburg für 2000 ℳ Bº à 101 ß (den Rest in Courant à $25^1/_2$ %); *c*) in Wien für 1500 *f.* à 5 *f.* 37 Nkr.?

1166) Zu welchem Course sind die Louisd'or gerechnet, wenn 128 Stück berechnet werden: *a*) in Leipzig mit 702 ₰ 12 *ngr.* *b*) in Berlin mit 703 ₰ 6 *sgr.*; *c*) in Hamburg mit 1401 ℳ 7 ß Bº (wieviel Procent schlechter als Banco)?

1167) Zu welchem Course sind die Ducaten gerechnet, wenn 304 Stück bezahlt werden: *a*) in Leipzig mit 964 ₰ 13 *ngr.* 2 ₰; *b*) in Wien mit 1632 *f.* 48 Nkr.?

1168) Wieviel Thaler Gold in Bremen für 2000 ₰ in preufs. Cassenanweisungen à $109^1/_2$?

1169) Wieviel Courant in Leipzig für 1550 *f.* in neuen Zwanzigkr. à $103^1/_2$?

1170) Wieviel Louisd'or à $9^3/_4$ % und wieviel Courant für 1950 *f.* in bayerischen Zehngulden-Noten à $99^3/_4$?

1171) Wieviel Ducaten à $5^3/_4$ % gegen 1540 *f.* S. W. à $99^3/_4$ in Leipzig?

1172) 2000 ₰ Courant in Berlin werden bezahlt mit 364 Ld'or. und 2 ₰ 16 *sgr.* 6 ₰ Cour.; wieviel Procent sind Louisd'or gerechnet?

1173) 1650 *f.* in neuen Zwanzigkr. sind mit 1138 ₰ 15 *ngr.* in Leipzig bezahlt worden; zu welchem Course?

1174) Für 1500 *f.* in neuen Zwanzigkr., die man in Leipzig à $103^1/_4$ verwechselt, erhält man 325 # und 1 ₰ 13 *ngr.* Cour., zu wieviel Procent Agio sind die Ducaten gerechnet?

1175) Man verwechselt 320 # à $5^3/_4$ % gegen Louisd'or, und erhält 184 Ld'or. und 2 ₰ 18 *ngr.* 5 ₰ Cour.; wieviel Procent sind Louisd'or gerechnet?

1176) Wieviel Stück Ducaten à $5^3/_4$ % gegen 135 St. Imperialen à 5 ₰ 14 *ngr.* und 60 Stück Kronenthaler à $99^3/_4$?

1177) Man verwechselt (im August 1863): 1600 *f.* in neuen Zwanzigkr. à $103^3/_4$, 1000 *f.* Wiener Banknoten à $89^1/_2$ und erhält 140 Ld'or. à $9^3/_4$ %; 200 # à $5^3/_4$ %, 350 *f.* S. W. à $99^3/_4$, den Rest in Courant; wieviel beträgt er?

1178) Wieviel Gulden in bayerischen Banknoten (von denen es nur Stücke à 100 und à 10 *f.* giebt) à $99^3/_4$ und wieviel Courant erhält man für 200 Silber-Gulden österr. Währg. à $99^3/_4$ und für 840 *f.* russ.-poln. Courant à 90?

1179) Wieviel Thaler Gold sind in Bremen für 850 ₰ preufs. Cour. zum Course von $109^3/_8$ zu bezahlen?

1180) Wieviel Thaler in nichtpreufs. Cassenanweisungen (ausländischen Thalerscheinen) à $104^3/_4$ xr. und wieviel Gulden südd. Währung erhält man in Augsburg für 1480 St. $^1/_1$ Kronenthaler à 2 f. 42 xr. pr. St.?

1181) Wieviel Gulden S. W. betragen in Augsburg: 15 Fd'or. à 9 f. 55 xr., 36 Ld'or. à 9 f. 37 xr., 31 holl. 10 f.-St. à 9 f. 44 xr, 40 Ducaten à 5 f. 31 xr., 25 Fünffrankenstücke à 2 f. 20 xr.?

1182) Wieviel Ducaten à $94^1/_2$ sgr. und wieviel preufs. Cour. in Breslau für 4000 f poln. à $90^1/_2$?

1183) 1215 ℳ 12 ß B°, wieviel Courant à 25, $26^1/_2$, $26^7/_8$ %?

1184) Wieviel Mark Banco für 1412 ℳ 10 ß Cour. à 25, $26^1/_4$, $26^3/_4$ %?

1185) 615 ₰ 22 sgr. preufs. Cour. in Banco à 152 oder à $26^3/_4$ %?

1186) 156 ₰ 24 sgr. preufs. Cour. à 152, in Cour. à $26^1/_2$ %?

1187) 3929 ℳ $8^1/_2$ ß Cour. werden mit 3112 ℳ 8 ß B° berechnet; wieviel Procent ist hiernach Courant schlechter als Banco?

1188) Wieviel Stück Louisd'or à $37^1/_2$ % in Hamburg für 2000 ℳ Cour. in 8 und 4 ß Stücken à $26^1/_2$ %?

1189) Gegen 134 Ld'or. à 10% und f. 560. — S. W. à $99^3/_4$ erhält man 152 # à 6%, 60 Imperiale à 5 ₰ $14^1/_2$ ngr. und Rß 242. 25. Cour. Ist dies richtig?

1190) Wieviel Mark u. s. w. in Banco ist ein preufsischer Thaler werth, beim Course von $151^1/_2$?

Nachtrag zu §. 360.

Da in Bremen die deutsche Goldkrone zu 8,4 ₰ Ld'or. gesetzlich tarifiert ist, so berechnet man diese Münze, deren Cours per Stück notiert zu werden pflegt, an den Handelsplätzen norddeutscher Währung zuweilen auch zu jenem gesetzlichen Werthe mit demselben Agio, welches für die Louisd'or notiert ist.

Beispiele.

1) Wieviel betragen 134 Goldkronen in Courant à $10^1/_8$ %?

$$
\begin{array}{r}
134 \times 8,4 \\
\hline
1608 \quad \times 12 \\
\hline
1125,6 \quad \times 7 \\
112,56 = 10\,\% \\
1,41 = {}^1/_8 \text{ ,,} \\
\hline
1239,57 \text{ ₰} = 1239 \text{ ₰ } 17 \text{ sgr.}
\end{array}
$$

2) Mit wieviel Goldkronen und, da nöthig, Courant sind 1600 ℔ Courant auszugleichen, wenn erstere $10\frac{1}{8}$ % stehen?

x Goldkr. = 1600 ℔ Cour.
$110\frac{1}{8}$ = 100 ℔ in Goldkr.
8,4 = 1 Goldkr.

x = $172\,{}^{17828}/_{18501}$ Goldkr.

Anstatt den im Resultate enthaltenen Bruch in Courant (durch Multiplication mit 8,4 ℔ Gold und Zuschlag von $10\frac{1}{8}$ % Agio) aufzulösen, verwandelt man (nach 1) die gefundenen 172 Goldkr. in Courant. Man findet 1591 ℔ — sgr. 3 ₰ in Courant, so dafs 8 ℔ 29 sgr. 9 ₰ in Courant zur Ausgleichung jenes Betrags von 1600 ℔ Courant erforderlich sind.

3) Wenn man *a*) 1 Goldkrone mit 9 ℔ 7 ngr. 2 ₰, und *b*) 60 Goldkr. mit 554 ℔ 12 ngr. berechnet hat, wieviel Procent Agio?

a) 8,4 ℔ Gold : 100 ℔ Gold = 9,24 ℔ Cour. : x
x = 110, also 10 % Agio.

b) (60 × 8,4) ℔ Gold : 100 ℔ Gold = 554,4 ℔ Cour. : x
x = 110, also 10 % Agio.

(Hierauf bezügliche Uebungsaufgaben finden sich in §. 381.)

§. 366. *Al marco*, d. h. nach der Mark oder nach dem Gewichte werden an einigen Plätzen gewisse Münzen usanzmäfsig berechnet, so in London sämtliche Münzen, deren Course überhaupt notiert werden, in Hamburg die Piaster, in Paris die (goldenen) Fünfthalerstücke (Louisd'or), in Leipzig die Münzen des früheren 20 ƒ.-Fufses (vgl. jedoch §. 361) u. s. w., während diese Berechnung überall für solche Münzen einzutreten pflegt, welche aus irgend einem Grunde im täglichen Verkehr nicht mehr als Zahlungsmittel benutzt werden können, so z. B. nicht vollwichtige Goldmünzen, die halben und Viertel-Kronenthaler u. s. w. — Bei der Berechnung der Münzen *al marco* ist darauf zu sehen, ob sich der gegebene Preis für eine Gewichtseinheit feinen oder rauhen Metalls versteht. Im erstern Falle mufs das legierte Münzmetall erst auf feines reduciert werden; im letztern Falle besteht die Rechnung in einer einfachen Berechnung des Bruttogewichts nach dem gegebenen Preise.

Beispiele.

1) Was betragen in Hamburg 122 Mk. $13\frac{1}{2}$ Lth. österr. Species à ${}^{829}/_{1000}$ fein, die Mark f. Silber à 27 ℔ 12 ß Bco.?

1000 : 829 = 122. $13\frac{1}{2}$: x (vgl. §. 322)
x = 101 Mk. 13 Lth. 7 Gr. f. Silber.
101 Mk. 13 Lth. 7 Gr. à 27 ℔ 12 ß = 2826 ℔ — ß Bco.

2) Wie grofs ist in London der Ertrag von 1427 mexic. Piastern, die Unze Piastersilber à $60\frac{5}{8}$ *d.*? (1000 $ wiegen 866 *oz.*)

1000 : 1427 = 866 : x = 1235 *oz.* 15 *dwts.*

1235 *oz.* 15 *dwts.* à $60\frac{5}{8}$ *d.* pr. *oz.* . . . £ 312. 2. 11.

3) Man verkauft in Leipzig 250 St. Conventions-Species (à $1\frac{1}{3}$ ₰ Conv.), welche 13,970 Mzpfd. wiegen, zum Course von $103\frac{3}{4}$, wobei ein etwaniges Mindergewicht mit 25 ₰ per Pfund brutto*) in Abzug gebracht wird.

Da 100 ₰ Conv. oder 75 Species ein Gewicht von 4,2 Mzpfd. haben sollen, so müfsten jene 250 St. Species 14 ℔ wiegen, sie haben also ein Mindergewicht von 0,03 ℔. Die Berechnung ist daher folgende:

250 St. Sp. à $1\frac{1}{3}$ ₰ . . .	₰	333. 10. —.
Agio $3\frac{3}{4}$ %	„	12. 15. —.
	₰	345. 25. —.
ab 0,030 ℔ à 25 ₰	„	—. 22. 5.
Cour.	*Rℊ*	345. 2. 5.

§. 367. Hierher gehört auch die Beantwortung der Fragen, wie der Preis einer Münze *al marco* zu notieren sei, und ob der für eine Münze notierte Preis *al marco* in dem rechten Verhältnisse zur Feinheit derselben stehe. Z. B.

Wenn die spanischen Piaster älterer Prägung durchschnittlich 900 Tausendtheile fein befunden worden sind, wie müfste sich dann ihr Preis *a*) in Hamburg pr. Mark, *b*) in London pr. Unze stellen, wenn an ersterem Platze die Mark f. Silber 27 ℳ 12 ß *Bº*, an letzterem die Unze Standard-Silber 61 *d.* notiert ist?

a) 1000 : 900 = $27\frac{3}{4}$ ℳ : x

x = 24 ℳ 15,6 ß *Bº*

b) ($\frac{900}{1000}$ = 216 *dwts.*)

222 : 216 = 61 *d.* : x

x = 59,35 *d.*

Zu derselben Zeit, zu welcher die oben angeführten Silberpreise notiert waren, standen die Preise für Piaster 25 ℳ 4 ß und $60\frac{3}{8}$ *d.*, wären also höher notiert gewesen, als sie es hätten sein sollen. Allein bevor man diese Entscheidung fällt, hat man die Münzkosten in Betracht zu ziehen, welche man erspart, wenn die Piaster als solche statt ungemünzten Metalls zur Zahlung verwendet werden können. Nimmt man sie zu 1 % an, so ändern sich obige Resultate in 25 ℳ 3,6 ß und 59,94 *d.* um, nähern sich also dem *al marco*-Preise bis auf einen sehr geringen Unterschied. Zeigt sich ungeachtet der Berücksichtigung der Münzkosten ein gröfserer Unterschied, so kann der-

*) Da die Species $13\frac{1}{3}$ *Lth.* oder $833\frac{1}{3}$ Tausendtel oder $\frac{5}{6}$ fein sind, so ist $\frac{5}{6} \times 30 = 25$ ₰ der Preis für 1 Mzpfd. Silber in Species.

selbe entweder seinen Grund in einem sehr starken Begehr der Münze oder in einer zu hohen Schätzung der Feinheit derselben haben. Bleibt der wirkliche *al marco*-Preis hinter jenem ermittelten Preise zurück, so kann starkes Angebot oder zu niedrige Schätzung des Feingehalts die Ursache davon sein.

§. 368. Uebungsaufgaben.

1191) Was betragen in Hamburg 5000 Stück spanische Piaster, wiegend 575 *Mk.* $12^3/_4$ *Lth.* à 25 ℳ 4 ß *Bc°* die Mark Piastersilber?

1192) In London werden für Pariser Rechnung begeben 5000 Napoleonsd'or, wiegend 1036 *oz.* und 900 *Mill.* fein, à 77 *s.* 9 *d.* pr. Unze Stand.-Gold, und es werden $^1/_4$ % Fracht und $^1/_{12}$ % Assecuranzprämie in Abzug gebracht. Wie grofs ist deren Ertrag?

1193) Von London sind für Pariser Rechnung gekauft und per Eisenbahn nach Boulogne franco verladen: 27 Kisten Nordamerik. *Eagles*, wiegend 67352,125 *oz.* à 76 *s.* $2^1/_2$ *d.* Für Kosten werden in Rechnung gebracht: Maklerlohn $^1/_{16}$ %, Fracht nach Boulogne £ 125. —. —., Kisten £ 6. 15. —., kleine Spesen £ 10. 13. 10. Wie grofs ist die Forderung des Londoner Hauses?

1194) Wie ist der Cours für Conventions-Zwanzigkr. (pr. Zollpfund) zu notieren, wenn man sie 582 Tausendtel fein gefunden hat, das Zollpfund f. Silber à $29^2/_3$ ℛ gerechnet?

1195) *a*) Wie mufs sich der Preis einer Unze spanischer Doublonen stellen, deren *report W.* 1 *car.* $^1/_2$ *gr.*, wenn die Unze Standard-Gold zu 3 £ 17 *s.* 9 *d.* notiert ist; *b*) wieviel Procent höher oder niedriger ist der wirkliche Preis 3 £ 18 *s.* 6 *d.* und *c*) was betragen nach diesem Preise 463 Doublonen, 1000 Doubl. = 868 *oz.* gerechnet?

§. 369. Ebenso wie man den Werth einer Münze aus dem Preise des feinen Metalls findet, ebenso läfst sich umgekehrt der Preis des feinen Metalls aus dem Werthe der Münzen finden. Veranlassung zu dieser Ermittelung kann die Beantwortung der Frage geben, ob man in gemünztem oder in ungemünztem Metalle eine Zahlung leisten oder annehmen solle.

Beispiele.

1) Wenn die Louisd'or Mitte August 1863 in Leipzig 10 % standen, wieviel war 1 Pfund f. Gold werth?

x ℛ	= 500 Gr.
233,8555	= 24 Kar.
$21^1/_2$	= $35^1/_6$ Ldr.
20	= 110 ℛ
	x = 461,62 ℛ.

Hätte man nun im vorliegenden Falle die Wahl, mit Louisd'or à 10 % oder mit Gold à $458\frac{1}{2}$ Sgr. (dem zu derselben Zeit stattfindenden Goldpreise) zu zahlen, so würde man die erstere Zahlungsart vorziehen, da man auf diese Weise 461,62 Sgr. für 1 ℔ f. Gold gutgeschrieben erhält, während 1 ℔ ungemünztes Gold nur zu $458\frac{1}{2}$ Sgr. angenommen wird. Die Differenz von ca. $3\frac{1}{8}$ Sgr., welche für den die Zahlung in Gold empfangenden ein Gewinn zu sein scheint, ist es indes nicht ihrem ganzen Betrage nach; denn sie ist um die Münzkosten zu mindern, welche aufzuwenden sein würden, wenn er sich statt des ungemünzten Goldes Louisd'or verschaffen wollte. Da die Münzkosten in dem vorliegenden Falle $\frac{1}{2}$ % betragen, so erhöht sich der Preis des ungemünzten Goldes auf 460,79 Sgr., und vermindert sich jene Differenz auf 0,83 oder $\frac{5}{6}$ Sgr. So grofs ist der wirkliche Gewinn für den die Zahlung in Gold empfangenden oder für den in Louisd'or sie leistenden.

2) Wenn in Hamburg die Ducaten mit $100\frac{1}{2}$ ß Bco. notiert sind, welchen Preis giebt dies für 1 Mark f. Gold?

x ℳ = 1 Mk. f. Gold
$23\frac{1}{2}$ = 24 Mk. rauh
1 = 67 #
1 = $100\frac{1}{2}$ ß
16 = 1 ℳ Bco.

x = 429,79 ℳ Bco.

§. 370. Ferner kann man aus der obenangeführten Veranlassung den Cours der einen Münze aus dem einer andern ermitteln.

Beispiele.

1) Wie hoch müssen in Hamburg die Friedrichsd'or stehen, wenn die Ducaten $100\frac{1}{8}$ ß Bco. notiert sind?

x = 1 Frd'or.
35 = $21\frac{2}{3}$ Kar.
$23\frac{1}{2}$ = 67 #
1 = $100\frac{1}{8}$ ß Bco.
16 = 1 ℳ Bco.

x = 11 ℳ $\frac{11}{16}$ ß ca.

Wären nun Friedrichsd'or z. B. mit 11 ℳ 3 ß notiert, so würde es vortheilhafter sein, Ducaten zu kaufen.

3) Wenn in Paris die Zwanzigfrankenstücke mit 1 Fr. 50 c. ‰ *prime* notiert sind, wie müfsten *a*) *Sovereigns*, *b*) Ducaten notiert sein?

a)
$$\begin{array}{rl} x = & 1 \text{ Sov.} \\ 1869 = & 40 \text{ ℔ St.-Gold} \\ 12 = & 11 \text{ „ f.} \\ 1 = & 373{,}246 \text{ Gr.} \\ 900 = & 155 \text{ St.} \\ 1 = & 20 \text{ Fr.} \\ 1000 = & 1001{,}5 \text{ Fr. mit } prime \\ \hline x = & 25{,}26 \text{ Fr.} \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{rl} x \text{ Fr.} = & 1 \text{ \#} \\ 67 = & 23\tfrac{1}{2} \text{ Kar.} \\ 24 = & 233{,}8555 \text{ Gr.} \\ 900 = & 155 \text{ St.} \\ 1 = & 20 \text{ Fr.} \\ 1000 = & 1001{,}5 \text{ Fr. mit } prime \\ \hline x = & 11{,}789 \text{ Fr.} \end{array}$$

Da nun an demselben Tage *Sovereigns* mit 25 *Fr.* 17 ½ *c.* und Ducaten mit 11 *Fr.* 70 *c.* notiert waren, so würde eine Zahlung in 20 *Fr.*-Stücken einer Zahlung in *Sovereigns* oder Ducaten vorzuziehen sein.

3) Welcher Louisd'orcours in Leipzig entspricht dem Preise der Goldkrone von 9 *ℛ* 5 *ngr.*?

$$\frac{8{,}4 \text{ ℛ Gold} : 100 \text{ ℛ Gold} = 9\tfrac{1}{6} \text{ ℛ Cour.} : x}{x = 109{,}127;\ \text{also } 9\tfrac{1}{8}\ \%.}$$

§. 371. Ebenso lassen sich auch die Course einer und derselben Münze auf verschiedenen Plätzen vergleichen. (Beisp. 1.) — Hierzu kommt in Hamburg, wo für einige Münzen verschiedene Coursnotierungen bestehen, die Vergleichung dieser Notierungen unter sich. (Beisp. 2.)

Beispiele.

1) Wenn die Louisd'or in Hamburg 10 *ℳ* $14\tfrac{7}{8}$ *β Bco*, in Frankfurt a. M. mit 9 *f.* 39 *xr.* notiert sind, welchen Cours giebt dies in Leipzig?

a)
$$\begin{array}{rl} x \text{ ℛ} = & 20 \text{ Ld'or.} \\ 1 = & 10\tfrac{119}{128} \text{ ℳ Bco} \\ 59{,}33 = & 30 \text{ ℛ} \\ \hline x = & 110{,}53. \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{rl} x \text{ ℛ} = & 20 \text{ Ld'or,} \\ 1 = & 9\tfrac{13}{20} \text{ f.} \\ 7 = & 4 \text{ ℛ} \\ \hline x = & 110{,}29. \end{array}$$

Hier sind zur Verwandlung des Banco und der süddeutschen Währung in den 30 ℛ-Fuſs die gesetzlichen Ausmünzungsbestimmungen angewendet worden, während in der Wirklichkeit die Wechselcourse dazu benutzt werden. Es gehört daher dieser Fall in die Wechselrechnung, wo er auch unter den Arbitragen seine Stelle finden wird.

2) Wenn die Louisd'or in Hamburg $37\tfrac{1}{16}$ % (schlechter als Banco) notiert sind, welchen Cours giebt dies pr. Stück *a*) in Banco, *b*) in Courant?

a)
$$\begin{array}{rl} x \text{ ℳ Bco} = & 1 \text{ Ld'or.} \\ 1 = & 15 \text{ ℳ l. G.} \\ 137\tfrac{1}{16} = & 100 \text{ „ Bco} \\ \hline x = & 10 \text{ ℳ } 15{,}1 \text{ β Bco} \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{rl} x \text{ ℳ Ct.} = & 1 \text{ Ld'or.} \\ 1 = & 15 \text{ ℳ l. G.} \\ 137\tfrac{1}{16} = & 100 \text{ „ Bco} \\ 27\tfrac{3}{4} = & 35 \text{ „ Ct.} \\ \hline x = & 13 \text{ ℳ } 12\tfrac{7}{8} \text{ β Ct.} \end{array}$$

§. 372. Gold und Silber bezieht man wohl auch, um daraus Münzen prägen zu lassen. Die in diesem Falle anzustellenden Berechnungen haben entweder die Beantwortung der Frage zum Gegenstande, ob eine solche Beziehung Vortheil bringen werde oder nicht, oder falls es sich um eine bereits erfolgte Beziehung handelt, die Ermittelung des aus ihr sich ergebenden Gewinns oder Verlustes. Aufser dem Marktpreise der Metalle sind dann noch die Schmelzungs-, Scheidungs- Transport- und sonstigen Kosten sowie der Wechselcours in Betracht zu ziehen, zu welchem die Deckung, d. i. die Bezahlung für den Einkauf erfolgt. Wir werden daher diesen Fall erst in der Wechselrechnung und zwar unter den Arbitragen behandeln.

§. 373. Endlich soll noch der Silber-Scheidemünzen, der Billon- und der Kupfer-Münzen gedacht werden.

In denjenigen Staaten, in welchen Gold allein gesetzliches Zahlungsmittel ist, giebt es zwar auch Silbermünzen, sie sind aber absichtlich mit einem hohen Prägeschatz belegt, d. h. ihr Nominalwerth übersteigt den innern Werth um bei weitem mehr als zur Deckung der Prägekosten erforderlich ist, da sie nicht als Zahlungs- sondern nur als Ausgleichungs-Mittel (Scheidemünzen) benutzt werden dürfen.*) Von diesen Silberscheidemünzen, die meist einen hohen Feingehalt**) haben, unterscheiden sich in denjenigen Ländern, in welchen Silber das gesetzliche Zahlungsmittel ist, die sogenannten Billonmünzen, d. i. Münzen, deren Legierung die Hälfte ihres Gewichts oder mehr ausmacht, welche aber ebenfalls nur die Bestimmung haben, als Scheidemünzen zu dienen.

Die Ermittelung des Sachwerthes dieser beiden Arten Scheidemünzen hat zwar im allgemeinen keine praktische Bedeutung; sie gewinnt aber eine solche, sobald deren Ausprägung in einer das Bedürfnis des Landes überschreitenden Weise erfolgt. Wir lassen daher einige die Ermittelung des Sachwerthes solcher Münzen zum Gegenstand habende Berechnungen folgen.

Beispiele.

1) In England kostet gegenwärtig die Unze Standard-Silber 62 *d.*; um wieviel Procent höher wird nun das engl. Silbergeld ausgebracht, da 66 *d.* aus 1 Unze St.-Silber geschlagen werden?

*) So können Zahlungen mit Silbergeld in England nur bis zum Belaufe von 40 *s.*, in den V. St. von Nordamerika nur bis zum Belaufe von 5 $ gemacht werden.

**) Die englischen Silbermünzen haben einen Feingehalt von $^{37}/_{40}$ oder 925 Tausendteln, die der V. St. von Nordamerika einen solchen von 900 Tausendteln, und die Bremer sind 986½ Tausendtheile fein.

$$62 : 66 = 100 : x$$
$$x = 106\tfrac{1}{2} \text{ ca.}$$

Es ist also ca. $6\frac{1}{2}$ % über seinen Sachwerth ausgebracht.

2) Die Unze Silber, $\frac{9}{10}$ fein, wird in New York mit ca. 118 *Cents* bezahlt; wieviel sind die neuen halben *Dollars*, welche 192 *Grains* wiegen und $\frac{9}{10}$ fein sind, demnach werth?

x *cts.*	=	1 Stück
1	=	192 *Grains*
480	=	118 *Cents*
	x = 47,2 *Cents.*	

Sie sind demnach (47,2 : 100 = 50 : x) um ca. 6 % über ihren Sachwerth ausgebracht.

3) Das Bremer 36-Grotenstück wiegt 17,5392 Halbgrammen und ist $986\frac{1}{9}$ fein; wieviel Groten Gold ist es werth, das Verhältnis des Silbers zu dem Golde (§. 378) wie 1 : 15,391 und das Münzpfund f. Gold gesetzlich zu 420 ℛ Gold gerechnet?

x	=	17,5392 Halbgr. Silber rauh
1000	=	$986\frac{1}{9}$ „ „ fein
15,391	=	1 Halbgr. f. Gold
1000	=	420 ℛ Gold
1	=	72 Groten
	x = 34,10 Groten.	

Diese Münze ist also (34,10 : 100 = 36 : x) um 5,57 % über ihren Sachwerth ausgebracht.

4) Nach dem Münzvertrage von 1857 dürfen die Silber-Scheidemünzen in keinem der vertragenden Staaten nach einem leichteren Münzfufse als zu $34\frac{1}{2}$ Thaler in der norddeutschen Währung, $51\frac{3}{4}$ Gulden in der österr. Währung, $60\frac{3}{8}$ Gulden in der südd. Währung geprägt werden. Wie grofs ist daher der Werth eines Silbergroschens, eines südd. 6-Kreuzerstücks und eines österr. 10-Neukreuzerstücks in Vergleich zur Münzeinheit der betreffenden Währungen?

$$34\tfrac{1}{2} \text{ ℛ} : 30 \text{ ℛ} = 12 \text{ Sgr.} : x$$
$$x = 10\tfrac{10}{23} \text{ Sgr.}$$
anstatt 12 Sgr.

$$60\tfrac{3}{8} \, f. : 52\tfrac{1}{2} \, f. = 6 \text{ xr.} : x$$
$$x = 5\tfrac{35}{161} \text{ xr.}$$
anstatt 6 xr.

$$51\tfrac{3}{4} \, f. : 45 \, f. = 10 \text{ Nkr.} : x$$
$$x = 8\tfrac{16}{23} \text{ Nkr.}$$
anstatt 10 Nkr.

Die Scheidemünze ist demnach überall um 15 % höher ausgebracht als die Hauptmünze.

§. 374. Noch mehr als die Billonmünzen weichen die **Kupfermünzen** in ihrem wirklichen Werthe vom Nominalwerthe ab. Was über die Ermittelung des Werthes der Silberscheide- und Billon-Münzen in §. 374 gesagt worden ist, gilt aber auch hier.

Beispiele.

1) Aus 1 ℔ *Avdps.* Kupfer werden 24 *Penny*-Stücke geprägt. Wenn nun 1 *Ton* engl. Kupfer mit 106 £ notiert ist, um wieviel Procent sind dann diese Münzen über ihren Sachwerth ausgebracht?

x *d.* Sachw. = 1 *d.*
24 = 1 ℔
2240 = 106 £
1 = 240 *d.*

x = $^{106}/_{224}$ *d.*

Der Sachwerth wird demzufolge (nach 106 : 100 = [224 ∸ 106] : x) um 111,32 % überstiegen.

2) Ein holländischer Cent wiegt 3,845 Grammen, der Centner Kupfer kann zu 40 ℛ angenommen werden. Wieviel ist demnach ein Kupfergulden wirklich werth in preufsischem Courant?

x = 384,5 Grammen
500 = 1 preufs. Pfd.
100 = 40 ℛ
1 = 360 ₰

x = 110,736 ₰ (9 *sgr.* 2,736 ₰) preufs.

Dieser Werth versteht sich aber in Silber; wollte man den Werth in Kupfergeld bestimmen (12 Kupferpfennige sollen gesetzlich 18 Grammen wiegen), so würde sich die Rechnung so stellen:

18 Gr. : 384,5 Gr. = 12 ₰ : x

x = 256 $\frac{1}{3}$ ₰

oder ca. 21 $\frac{1}{3}$ *sgr.* in Kupfer für einen holl. Kupfergulden.

3) Ein preufs. Pfennig hat nach Beisp. 2) ein Gewicht von 1 $\frac{1}{2}$ Grammen. Zu welchem Preise ist demnach in dieser Münze der Centner Kupfer ausgebracht?

x ℛ = 100 ℔
1 = 500 *Gr.*
1 $\frac{1}{2}$ = 1 ₰
360 = 1 ℛ

x = 92,78 ℛ.

Rechnet man wie oben den Centner Kupfer zu 40 ₰, so haben diese Münzen gegenwärtig einen den wirklichen Werth nach

$$\left(\frac{40 : 100 = 92,78 : x}{x = 231,95}\right)$$

um ca. 132 % übersteigenden Nominalwerth.

Den Bestimmungen des deutsch-österreichischen Münzvertrags gemäſs darf bei Ausprägung der Kupferscheidemünze in norddeutscher Währung der Centner Kupfer nicht höher als 112 ₰ ausgebracht werden.

§. 375. In einigen Ländern ist zwar die Rechnungseinheit ursprünglich eine Gold- oder eine Silber-Münze gewesen, finanzielle Bedrängnisse haben aber zu so starken Verausgabungen von Papiergeld geführt, daſs endlich die Rechnungseinheit sich nur in Papiergeld versteht. Der Metallwerth einer solchen Einheit in Papiergeld ist dann nur aus dem Preise zu ersehen, zu welchem man inländisches oder ausländisches Metallgeld kaufen kann. So kostete z. B. im Juli 1863 eine Gold-Unze oder Dublone in Buenos-Ayres $437\frac{1}{2}$ Piaster in Papiergeld. Da nun zu gleicher Zeit diese Münze in Paris 80 *Fr.* 50 *c.* notiert war, so berechnet sich der Werth eines Papier-Piasters auf $\left(\frac{80,5 \text{ Fr.}}{437\frac{1}{2}} =\right)$ 0,184 *Fr.*, während ein Silberpiaster mit 5 *Fr.* 40 *c.* notiert war.

§. 376. In China giebt es gar kein eigentliches Gold- und Silber-Geld, sondern man bedient sich der edeln Metalle nur in der Form von Barren oder sonstigen, jedesmal zu wiegenden Metallstücken, auch wohl des Goldes in der Form von Blattgold. Zur Ausgleichung verwendet man eine Art von Scheidemünze von geringem Metall, deren Werth sich aus der Menge dieser Münze ergiebt, die man für eine gewisse Münzeinheit ausländischen Geldes zahlt, und welche wiederum von der Beschaffenheit der Münze abhängt. Von der chinesischen Scheidemünze *Li* (von den Engländern *Cash* genannt) sollen eigentlich 1000 Stück = 1 *Tael* oder 1 chin. Unze sein, und darnach würde 1 Silberpiaster sich stellen auf:

x *Li*	=	1 Piaster
20,462	=	1 Mzpfd.
100	=	133,96 ℔ *Troy*
175	=	144 ℔ Avdps.
$133\frac{1}{3}$	=	1600 *Taels*
1	=	1000 *Li*

x = 646,4 *Li*.

Eine Coursnotierung von Amoy aus dem Juli 1863 giebt aber $13\frac{1}{4}$ $ für 1 Pikul von 16000 bis 17000 *Cash*, so dafs also ein Piaster = 1208 bis 1283 *Cash* oder *Li*, 1 *Tael* also nicht 1000, sondern fast 2000 *Cash* zu rechnen ist.

XIII. Berechnung des Gold- und Silber-Verhältnisses.

§. 377. Das Gold ist von jeher im Werthe höher geachtet worden als das Silber, das Verhältnis der Werthe beider Metalle (das Werthverhältnis, die Werthrelation) ist aber nicht immer gleich geblieben, obschon die Schwankungen in demselben nicht so bedeutend sind, wie in dem Werthverhältnisse solcher Güter, deren Production eine weniger stetige ist. Da aber die Vermehrung in der Production eines Gutes stets eine Verminderung seines Werthes mit sich bringt, so haben auch die nach der Entdeckung Amerika's eingetretenen bedeutenden Zufuhren von Silber den Werth dieses Metalls vermindert, und die aufserordentlich grofsen Massen Goldes, welche in der neuesten Zeit gewonnen worden sind, haben die gleiche Wirkung auf den Werth des Goldes ausgeübt, die nur darum nicht in ihrem ganzen Umfange von Bestand gewesen ist, weil der gröfsere Bedarf an Circulationsmitteln dem Golde einen angemessenen Abflufs verschafft hat.

§. 378. Das Werthverhältnis beider Metalle spricht sich direct durch die Preise aus, welche man für ein gleiches Quantum von jedem dieser beiden Metalle von gleicher Feinheit zu derselben Zeit zahlt, indirect durch die gleichzeitigen Preise der aus beiden Metallen geprägten Münzen. In beiden Fällen ist dieses Verhältnis das Handels-Werthverhältnis, von welchem, wenn auch nur vorübergehend, verschieden sein kann das gesetzliche Werthverhältnis in denjenigen Ländern, in denen Gold und Silber zugleich das gesetzliche Zahlungsmittel bilden.

Beispiele.

1) Welches Handels-Werthverhältnis zwischen Gold und Silber fand statt in Berlin, Frankfurt a. M., Hamburg, Amsterdam und Paris, als auf diesen Plätzen Anfang November 1863 für feines Metall die nachverzeichneten Preise notiert waren: $461\frac{1}{2}$ *ℛ*, 29 *ℛ* 25 *sgr.*; $806\frac{1}{2}$ *f.*, 52 *f.* 21 *xr.*; $426\frac{1}{2}$ *ℳ*, 27 *ℳ* 12 *ß*; $11\frac{1}{2}$ % Agio, 105 *f.*; $2\frac{1}{2}$ ‰ *prime*, 22 ‰ *prime*?

Berlin	Frankfurt a. M.	Hamburg
$29\frac{5}{6} : 461\frac{1}{2}$	$52\frac{7}{20} : 806\frac{1}{2}$	$27\frac{3}{4} : 426\frac{1}{2}$
$= 1 : 15{,}496$	$= 1 : 15{,}406$	$= 1 : 15{,}369$

Amsterdam	Paris
(1442,6 ƒ. mit 11½ % Agio = 1608,5 ƒ.)	(3434,44 Fr. mit 2½ ‰ prime = 3443,03 Fr. / 218,89 Fr. „ 22 ‰ „ = 223,71 Fr.)
105 : 1608,5	223,71 : 3443,03
= 1 : 15,319	1 : 15,391

Hieraus ergiebt sich, dafs Anfang November 1863 auf den bezeichneten Plätzen das Gold 15,469 (15,406 u. s. w.) mal so theuer war als das Silber, oder dafs man für 1 deutsches Münzpfund (1 Mark, 1 K°) feines Gold 15,469 deutsche Mzpfd. (Mark, K°) feines Silber erhielt. Der Durchschnitt dieses Werthverhältnisses ist 15,391.

2) Welches Handels-Werthverhältnis fand zu derselben Zeit in England statt, wenn Standard-Gold mit 77 *s.* 10 *d.*, Standard-Silber mit 61 $^{11}/_{16}$ *d.* in London notiert war?

Da diese Preise sich nicht für Metall von gleicher Feinheit verstehen, so sind sie zuvörderst auf solche für Metall von gleicher Feinheit zu reducieren, wenn man nicht die Berechnung mittelst eines Kettensatzes vorzieht.

11 : 12 = 77 $^5/_6$ *s.* : x	x *oz.* f. S. = 1 *oz.* f. Gold
x = 84 $^{10}/_{11}$ *s.*	11 = 12 „ Stand.
	1 = 77 $^5/_6$ *s.*
37 : 40 = 5 $^9/_{64}$ *s.* : x	5 $^9/_{64}$ = 1 *oz.* Stand. S.
x = 5 $^{165}/_{296}$ *s.*	40 = 37 „ f. S.
Daraus ergiebt sich das Verhältnis 5 $^{165}/_{296}$: 84 $^{10}/_{11}$ oder 1 : 15,279.	x = 15,279.

Aus diesem Resultate ergiebt sich, dafs zur angegebenen Zeit in London das Gold wohlfeiler, das Silber theurer war als auf den übrigen angeführten Plätzen und zwar gegen den Durchschnittspreis um ca. ¾ %.

3) Welches Handels-Werthverhältnis zu derselben Zeit ergeben die Course folgender Goldmünzen auf den angegebenen Plätzen:

	Louisd'or	Kronen
1) Berlin	10¼ %	6 ℛ 7 *sgr.*
2) Hamburg	10 ℳ 14½ β B°	17 ℳ 5 β B°
3) Frankfurt a. M.	9 ƒ. 42 *xr.*	16 ƒ. 10 *xr.*

1)

Louisd'or	Kronen
x ℔ f. S. = 500 Gr. f. G.	x ℔ f. S. = 500 Gr. f. G.
233,8555 = 24 Kar. f.	10 = 9 $^7/_{30}$ ℛ
21½ = 35⅙ Ld'or.	30 ℛ = 1 ℔ f. S.
20 = 110¼ ℛ	x = 15,34.
30 = 1 ℔ f. S.	
x = 15,42.	

2) Kronen

x ℳ𝓀 f. S. = 223,8555 Gr. f. G.
10 = $18^5/_{16}$ ß
$27^3/_4$ = 1 ℳ𝓀 f. S.

x = 15,43.

Louisd'or

x ℳ𝓀 f. S. = 24 Kar. f. G.
$21^1/_2$ = $35^1/_6$ Ld'or.
1 = $10^{29}/_{32}$ ß Bc
$27^3/_4$ = 1 ℳ𝓀 f. S.

x = 15,43.

3) Louisd'or

x ℔ f. S. = 500 Gr. f. G.
233,8555 = 24 Kar.
$21^1/_2$ = $35^1/_6$ Ld'or.
1 = 9,7 fl.
$52^1/_2$ = 1 ℔ f. S.

x = 15,51.

Kronen

x ℔ f. S. = 500 Gr. f. G.
10 = 1 Kr.
1 = $16^1/_6$ fl.
$52^1/_2$ = 1 ℔ f. G.

x = 15,41.

Diese Resultate zeigen, dafs in *Berlin* und *Frankfurt* a. M. Louisd'orgold einen höhern Werth hat als Kronengold und würden somit bestätigen, was oft schon behauptet worden ist, dafs die Kronen weniger beliebt sind als die Louisd'or.

§. 379. Von einem *gesetzlichen* Werthverhältnisse zwischen Gold und Silber kann nur da die Rede sein, wo Gold und Silber neben einander als gesetzliches Hauptzahlungsmittel bestehen. Die Zahl der Länder, in denen dies der Fall ist, hat sich in der neuern Zeit vermindert, weil man erkannt hat, dafs Gold *und* Silber, da ihr Handels-Werthverhältnis kein stetiges ist, auf die Dauer als *gleich* geltende Zahlungsmittel nicht beibehalten werden können, ohne erhebliche, wenn auch nur zeitweilig eintretende Nachtheile für das Land, welches eine Gold- *und* eine Silberwährung zugleich hat. So haben z. B. in der neuern Zeit die *Niederlande* und *Anglo-Indien* nur das *Silber*, die *Vereinigten Staaten von Nordamerika* und *Portugal* nur das *Gold* zum gesetzlichen Zahlungsmittel erklärt, und in den erstgedachten Ländern sind gesetzlicher Bestimmung gemäfs die *Goldmünzen* lediglich als *Handelsmünzen*, in den letztgedachten die *Silbermünzen* als *Scheidemünzen* anzusehen. Auch in dem deutsch-österreichischen Münzvertrage vom 24. Jan. 1857 ist das Silber zum alleinigen gesetzlichen Zahlungsmittel erklärt und sind die *Goldkronen* ausdrücklich als *Handelsmünzen* bezeichnet worden.

§. 380. In denjenigen Ländern, in welchen Silber *und* Gold als gesetzliche Zahlungsmittel gelten, kann daher die Frage aufgeworfen werden, welches das *gesetzliche* Werthverhältnis beider Metalle sei.

Beispiele.

1) Wenn in Preufsen früher 14 Thlr. aus d. f. Mark Silber und $38\,^{10}/_{13}$ Friedrichsd'or à $5\,^{2}/_{3}$ Thlr. gesetzlichen Werthes aus der f. Mark Gold geprägt wurden, welches ist das dabei zu Grunde liegende Verhältnis des Goldes zum Silber?

$$\begin{array}{rl} x = & 1 \text{ Mk. f. Gold} \\ 1 = & 38\,^{10}/_{13} \text{ Frd'or.} \\ 1 = & 5\,^{2}/_{3} \text{ Thlr.} \\ 14 = & 1 \text{ Mk. f. Silber.} \\ \hline x = & 15{,}692. \end{array}$$

2) In Frankreich enthalten 200 Stück à 1 Franc gesetzlich 900 Grammen f. Silber, 155 Zwanzigfrancs-Stücke 900 Gr. f. Gold; welches Verhältuis entsteht dadurch?

$$\begin{array}{rl} x = & 1 \text{ Gr. Gold} \\ 900 = & 155 \text{ St.} \\ 1 = & 20 \text{ Frs.} \\ 200 = & 900 \text{ Gr. f. Silber} \\ \hline x = & 15{,}5. \end{array}$$

Vergleicht man mit diesen Resultaten das in §. 378 unter 1) ermittelte durchschnittliche Handels-Werthverhältnis, so ergiebt sich, dafs man in Preufsen bei der Ausmünzung der Friedrichsd'or das Gold um 1,441 %, in Frankreich um 0,656 % zu hoch, oder was dasselbe ist, das Silber um ebensoviel zu niedrig schätzt. So lange nun das durchschnittliche Handels-Werthverhältnis hinter dem gesetzlichen Werthverhältnisse wesentlich zurückbleibt, werden die Länder, welche Gold und Silber als gesetzliches Zahlungsmittel gelten lassen, nicht nur ihre Goldmünzen aus dem Auslande zurückkommen sehen, sondern es wird sich auch das Gold überhaupt nach ihnen drängen, wenn der Staat sich nicht in der Lage befindet, die Goldausmünzung beschränken zu können, wie dies z.B. in Preufsen der Fall ist. Diese Anhäufung von Gold führt aber zugleich einen vermehrten Abflufs des ungemünzten Silbers, so wie der Silbermünzen des Landes herbei, weil beide da, wo das Silber höher im Werthe steht, mit Vortheil zu verwenden sind. Dies gilt jedoch nicht von den Silbermünzen der Länder, deren Hauptzahlmittel Gold ist, wie z. B. Englands und der V. St. von Nordamerika, da diese, weil sie nur als Scheidemünzen dienen sollen, mit einem so hohen Prägeschatze ausgeprägt sind, dafs ihre Verwendung als Zahlungsmittel im Auslande unmöglich wird. (S. das folgende Beispiel.)

3) Da 1 *Sovereign* gesetzlich $123\,^{171}/_{623}$ Troygrän wiegt und 22 *carats* fein ist, 1 *Shilling* aber gesetzlich ein Gewicht von $87\,^{3}/_{11}$

Troygrän hat und 222 *dwts.* fein ist, welches ist demnach das gesetzliche Verhältnis zwischen Gold und Silber?

x *oz.* f. S.	=	1 *oz.* f. Gold
1	=	480 *Grains*
22	=	24 „ rauh
$123\,^{171}/_{623}$	=	20 *s.*
1	=	$87\,^{3}/_{11}$ *Grains* S.
480	=	1 *oz.*
240	=	222 „ f. S.
	x =	14,28.

Der demnach dem Silber beigelegte auffallend hohe Werth hat seinen Grund in der zu hohen Ausprägung des englischen Silbergeldes. Nach obigen Bestimmungen stellt sich die Unze Standard-Gold auf $77\,^{7}/_{8}$ *s.*, die Unze Standard-Silber auf 66 *d.* oder $5\,^{1}/_{2}$ *s.* (denn das Verhältnis von $77\,^{7}/_{8} \times {}^{12}/_{11} : 5\,^{1}/_{2} \times {}^{40}/_{37}$ ist = 69153 : 4840 = 14,28 : 1); nimmt man nun den Marktpreis des Standard-Silbers zu $61\,^{11}/_{16}$ *d.* an, so ergiebt sich, dafs die Valvierung des Silbers in der Ausmünzung um ($61\,^{11}/_{16}$: 100 = $4\,^{5}/_{16}$: x) 7 % zu hoch ist. (Vgl. §. 373, Beisp. 1.)

4) Wenn man, wie in §. 378, Beisp. 1) berechnet, das durchschnittliche Werthverhältnis des Goldes zum Silber, wie 15,391 : 1 annimmt, welches würde dann der Werth der neuen deutschen Goldkrone in den neuen Währungen sein?

x	=	1 Krone
50	=	1 ℔ f. Gold
1	=	15,391 ℔ f. S.
1	=	30 ℛ (45 ƒ. österr.; $52\,^{1}/_{2}$ ƒ. S. W.)
x	=	9,234 ℛ (13,85 ƒ. österr.; 16,16 ƒ. S. W.)

§. 381.

Vermischte Uebungsaufgaben über die Münzrechnung u. s. w.*)

1196) Nach dem sardinischen Münzgesetze vom 24. Aug. 1862 sollen die bisher mit einem Feingehalte von 900 Tausendtel ausgeprägten Stücke von 2, 1 und $^{1}/_{2}$ £ künftig nur 835 Tausendtel Feingehalt haben, ohne dafs ihr Werth dadurch geändert wird. Wieviel mufs daher künftig 1 *Lira* wiegen, welche = 1 *Fr.* ist?

*) Als Hilfsmittel für Münz- und Wechsel-Berechnungen, sowie für Berechnungen von Mafsen und Gewichten sind zu empfehlen: Nelkenbrecher, allgemeines Taschenbuch für Münz-, Mafs- und Gewichtskunde, bearbeitet von Dr. F. E. Feller und F. W. Grimm. 18. Aufl. Berlin 1858; Nelkenbrecher der Jüngere. 8. Aufl. Neu bearbeitet von C. D. Fort. Leipzig, 1863; Noback, Friedr., Allgemeines Börsen- und Comptoirbuch. Leipzig. 1861/62.

1197) Um wieviel Procent hat sich der niederländische Münzfufs seit 1816 verschlechtert, da ein Gulden vorher 10,765 Grammen zu 893 fein, wog, während er jetzt nur 10 Grammen schwer, aber 945 fein ist?

1198) Wenn französische 5 Francs-Stücke, welche durchschnittlich 24,94 Grammen schwer und 900 fein befunden worden sind, mit alten österr. Zwanzigkr., 6,56 Grammen schwer und 583 fein, zusammengeschmolzen werden sollen, in welchem Verhältnisse mufs dies geschehen, wenn man 5 ℔ Silber zu 750 fein herstellen will? (Vgl. §. 208.)

1199) Nach dem spanischen Münzgesetze vom 15. April 1848 ist die Münzeinheit Spaniens der *Real* (in Silber), und nach einem Decret vom 3. Febr. 1854 wiegt derselbe 1,2982 Grammen bei $^9/_{10}$ Feinheit. In Gold sollen geprägt werden Stücke à 100 Realen, *Doblones de Isabel* genannt, welche nach demselben Decret 8,3867 Grammen wiegen und ebenfalls $^9/_{10}$ fein sind. Welches Verhältnis zwischen Gold und Silber ergiebt sich daraus?

1200) Welches Verhältnis zwischen Gold und Silber findet nach dem neuen portugiesischen Münzgesetze statt, wenn das *Milreïs* in Gold 1,774 Grammen, das halbe *Milreïs* in Silber $12^1/_2$ Grammen schwer, der Feingehalt beider Münzen aber gleich ist?

1201) Wie hoch kommen die sächs. Augustd'or aus, von denen 35 St. $21^2/_3$ Kar. f. Gold enthalten, wenn das Verhältnis des Goldes zu dem Silber wie 15,391 : 1 angenommen wird?

1202) Nach dem Münzgesetze der V. St. von Nordamerika vom 18. Jan. 1837 wurden geprägt: Stücke in Gold à 10 \$ zu 258 Troygrän Gewicht, und Stücke in Silber à 1 \$ zu $412^1/_2$ Troygrän Gewicht (Theilstücke des Dollars im Verhältnis), beide Münzen $^9/_{10}$ fein; vom 1. Juni 1853 an sind die $^1/_2$ \$ zu 192 Troygrän Gewicht (die übrigen Theilstücke im Verhältnis) und $^9/_{10}$ f. geprägt. Welches Verhältnis zwischen Silber und Gold bestand dort früher für alle Gold- und Silbermünzen, und welches findet jetzt in Betreff der Theilstücke des Dollars statt?

1203) Wenn die deutsche Goldkrone zu 8,4 ₰ Gold fest und mit $10^1/_4$ % Agio berechnet wird; welchen Werth in Courant haben dann *a*) 1 Goldkrone; *b*) 612 Goldkronen; *c*) mit wieviel Goldkronen ist eine Summe von 1800 ₰ Courant zu berichtigen; *d*) welchen Cours der wichtigen Ducaten liefert dann der oben angebene Goldkronencours?

1204) Nach den zollamtlichen Registern betrug in Grofsbritannien in den Jahren 1858 bis mit 1862

die Einfuhr		die Ausfuhr	
von Gold	89·743149 £	von Gold	73·540092 £
„ Silber	50·206914 „	„ Silber	57·450194 „ ;

an der Ausfuhr von Silber nahmen China und Indien mit 47·206401 £ Theil. *a*) Wie stellen sich alle diese Summen in Franken; in Thalern norddeutscher Währung, die (Gold-) Franken nach gesetzlicher Ausprägung, und das Verhältnis des Goldes zu dem Silber wie 15,39 : 1 angenommen; *b*) um wieviel Procent wird bei beiden Metallen die Ausfuhr von der Einfuhr überstiegen; *c*) wieviel Procent der Ausfuhr von Silber beträgt die Ausfuhr dieses Metalls nach China und Indien?

1205) Nach einer mit 10 $ Stücken, zu S. Francisco in Californien geprägt, in den V. St. von Nordamerika vorgenommenen amtlichen Untersuchung fand man das Gewicht von 1 Stück 258 Troygr., den Feingehalt 881 *Millièmes* Gold und 60 *Mill.* Silber. Welcher Werth ergiebt sich hieraus, wenn 1 *Eagle* (von 10 $) = 258 Troygr. im Schrot und $^9/_{10}$ f., und 1 $ = 412½ Troygr. und $^9/_{10}$ f.?

1206) Wenn in London die *Eagles* der V. St. von Nordamerika mit 3 £ 16 *s.* 4 *d.* pr. Unze, die mexicanischen Piaster mit 5 *s.* pr. Unze notiert sind, welches ist der *Report* dieser Münzen, die Unze Standard-Silber zu 3 £ 17 *s.* 9 *d.*, die Unze Standard-Silber zu 5 *s.* 1½ *d.* gerechnet?

XIV. Wechselrechnung.

§. 382. Die Wechselrechnung nimmt das Wort Wechsel im weitesten Sinne; sie versteht unter Wechseln alle Verschreibungen auf eine gewisse Geldsumme, und insofern mufs die Wechselrechnung mit der Münzrechnung in gewissen Beziehungen zusammenfallen. Die Grundlage aller Wechselberechnungen ist aber der Wechselcours, oder die Angabe derjenigen veränderlichen Summe Geldes, die für eine gewisse unveränderliche Summe in einer andern Valuta, oder wenigstens an einem andern Orte, in einer gewissen Zeit zahlbar, gegeben wird.

Die Wechselcourse gehen von den Börsen aus, und regulieren sich nach den daselbst gemachten Wechselgeschäften. Die Bekanntmachung derselben durch die Courszettel (Coursblätter, Coursberichte) hat den Zweck, nicht nur den Platz, wo letztere erscheinen, sondern auch die Handelswelt überhaupt von dem jeweiligen Zustande des Wechselverkehrs des betreffenden Platzes zu unterrichten. Diese Courszettel (s. §§. 391, 392, 393) haben meistens zwei Preiscolumnen: die eine mit Geld oder Gesucht (*Argent* oder *Demandé*), die andere mit Briefe oder Angeboten*) (*Lettres* oder *Offert*) überschrieben.

*) Der Wiener Courszettel gebraucht dafür den Ausdruck Waare.

Jede Wechselgattung, deren Cours in der ersten Columne notiert ist, ist also zu dem notierten Course gesucht; der Suchende wird daher in der Regel etwas mehr als den Cours bezahlen müssen. Ist sie aber in der zweiten Columne notiert, so zeigt dies an, dafs man sie zu dem beigesetzen Course haben kann; der Ausbietende wird also nur etwas unter dem Course verkaufen können.

Eine der bemerkenswerthesten Eigenthümlichkeiten der Wechsel ist die, dafs ihr Werth von der Zeit ihres Verfalls oder ihrer Zahlbarkeit abhängt; je länger der Käufer eines Wechsels bis zur Einlösung desselben warten mufs, desto weniger kann er dafür bezahlen, und dieses Weniger wird natürlich von dem jedesmaligen Zins- oder Discont-Fufse abhängen.

Wie schon oben angedeutet worden ist, besteht ein jeder Cours aus zwei Werthen, von denen der eine die veränderliche, der andere die unveränderliche (feste) Valuta heifst. In dieser Beziehung giebt es aber zweierlei Course, nämlich solche, deren feste Valuta im Auslande, und solche, deren feste Valuta im Inlande ist*). In Hamburg wird z. B. 1 Pfund Sterling mit ca. 13 ℳ 4 ß ℬ° notiert; da hier die feste Valuta (1 £) im Auslande ist, so würde man 13 ℳ 5 ß einen höhern, 13 ℳ 3 ß dagegen einen niedrigern Cours nennen, weil 1 £ um so theurer, je mehr, — um so wohlfeiler, je weniger man dafür in Hamburger Banco zahlt. Hamburg notiert dagegen Paris zu 190 ℱ. mehr oder weniger für 100 ℳ ℬ° fest. Wenn nun, da hier die feste Valuta (100 ℳ ℬ°) im Inlande ist, ein Steigen der Courszahl auf $190\frac{1}{4}$ eintritt, so ist dies in Wahrheit ein Fallen, dagegen würde $189\frac{1}{2}$ ein Steigen zu erkennen geben, denn ein Pariser Wechsel ist um so wohlfeiler, je mehr, — um so theurer, je weniger Francs man für 100 ℳ ℬ° erhält.

§. 383. Obgleich das Steigen sowie das Fallen der Wechselcourse zunächst von dem Gange der Wechselgeschäfte abhängt, mit andern Worten dem Einflusse der Nachfrage und des Angebots ebenso unterliegt, wie die Preise der Waaren abhängig sind von dem Gange

*) Hierbei ist zu bemerken, dafs, wenn zwei Plätze, welche mit einander direct wechseln, d. h. gegenseitig Course auf einander notieren, einen und denselben Münzfufs haben, die Coursnotierung sich in der Regel für 100 (Thlr., Gulden, Francs u. s. w.) versteht und dann die veränderliche Valuta stets im Inlande, d. h. in dem Gelde desjenigen Platzes ausgedrückt ist, um dessen Coursnotierung es sich handelt. Heifst es also: Leipzig ist in Berlin mit $99\frac{7}{8}$ notiert, so bedeutet dies $99\frac{7}{8}$ ℛ in Berlin = 100 ℛ (fest) in Leipzig. Zuweilen drückt man einen solchen Cours auch in . . . % Verlust oder . . % Gewinn aus. So der obenangeführte: $\frac{1}{8}$ % Verlust. Namentlich notiert Paris seine Course auf die inländischen Plätze, so wie auf Antwerpen, Genua u. s. w. in dieser Weise.

der Waarengeschäfte, so bewegen sich doch die Veränderungen der Wechselcourse in weit engeren Gränzen als die der Waarenpreise, so lange die edlen Metalle die Grundlage der ersteren bilden. Denn da die Production der edlen Metalle eine bei weitem stetigere ist als die der Waaren, so mufs auch in den Preisen der ersteren eine gröfsere Stetigkeit herrschen als in denen der letzteren. Tritt aber an die Stelle der edlen Metalle (des Metallgeldes) eine andere Grundlage, z. B. Papiergeld von schwankendem Werthe, oder treten Veränderungen in den Ausmünzungsverhältnissen des Metallgeldes ein, so kann dies nicht ohne Einflufs auf den Wechselcours bleiben, und die Schwankungen desselben im erstern Falle können sogar sehr bedeutende sein.

Berechnet man den Werth der einem Wechselcourse zu Grunde liegenden festen Valuta in irgend einer andern Geldesart, so ermittelt man das Wechselpari. Von ihm kann sich der Wechselcours, den ersten der obigen Ausnahmefälle ausgeschlossen, auf die Dauer nicht weit entfernen; denn wenn dies geschähe, würde die Baarsendung an die Stelle der Zahlung durch Wechsel treten.

§. 384. Die im Wechselhandel vorkommenden Geschäfte bestehen eigentlich zwar nur in einfachem Einkaufe und Verkaufe; da aber die Umstände, unter denen Einkauf oder Verkauf statt finden kann, so wie die Zwecke, die damit erreicht werden sollen, manigfacher Art sein können, so geben diese Geschäfte zu mancherlei arithmetischen Operationen Veranlassung. Wir theilen die letzteren in folgende Abschnitte:

1) die Parirechnung, oder die Feststellung der Wechselcourse, mit welcher die Berechnung einer Wechselsicht aus der andern in Verbindung steht;
2) die Wechselreduction;
3) die Arbitragerechnung und die damit in Verbindung stehende Berechnung von Gewinn und Verlust bei Wechseloperationen;
4) die Wechselcommissionsrechnung.

1) Parirechnung.

§. 385. Die Parirechnung beschäftigt sich mit der Feststellung des eigentlichen Werthes der festen Valuta eines Courses. Als Grundlage dienen, wie bei Ermittelung des Münzpari, entweder die gesetzlichen Bestimmungen über die Ausprägung der in Frage kommenden Münzen, oder die Resultate der Untersuchungen, welche mit diesen Münzen vorgenommen worden sind; der Umstand aber, dafs die Frage immer auf die einem Course zu Grunde liegende feste Valuta zu

richten ist, bewirkt einen Unterschied zwischen dem Wechsel- und dem Münz-Pari, indem man bei letzterm an diese Fragestellung nicht gebunden ist. So lange jene Grundlagen dieselben bleiben, ist auch das Wechselpari ein beständiges*), vorausgesetzt, dafs die beiderseitigen Münzen aus einem und demselben Metalle geprägt sind. Ist dies nicht der Fall, d. h. ist in dem einen Lande Gold, in dem andern Silber das Hauptzahlungsmittel, so kann zwar, wenn in dem letztern Lande den inländischen Goldmünzen ein fester Werth in Silber beigelegt ist, das Wechselpari zwischen beiden Ländern als beständiges angesehen werden, streng genommen aber nur annähernd, da der Verkehr sich an solche gesetzliche Bestimmungen nicht immer bindet. Besteht aber in dem einen Lande das Zahlungsmittel aus Papiergeld, dessen Tauschwerth hinter dem Nominalwerth bald mehr bald weniger zurückbleibt, so kann durchaus von einem beständigen Wechselpari nicht die Rede sein.

Beispiele.

1) Welches ist das Pari zwischen Leipzig und Wien, da 30 ℛ und 45 ƒ. auf 1 ℔ feines Silber gehen?

$$45\ ƒ. : 150\ ƒ. = 30\ ℛ : x$$
$$\overline{x = 100\ ℛ.}$$

Erkl. Der Wechselcours von Leipzig auf Wien versteht sich in Thalern für die feste Valuta von 150 ƒ. österr. Währung (in Silber). Die obige Rechnung hat also die Frage zu beantworten, wieviel diese feste Valuta von 150 ƒ., unter Vergleichung der gesetzlichen Münzfüfse, in Thalern werth ist. — Wenn aber jetzt (Anfang November 1863) der Cours für Wiener Wechsel in kurzer Sicht nur $88\frac{3}{4}$ notiert ist, so beruht dies auf dem Umstande, dafs die feste Valuta von 150 ƒ. sich zur Zeit nicht in Silber, sondern in Banknoten (Noten der Wiener priv. österr. Nationalbank) versteht, deren Tauschwerth darum bedeutend unter ihren Nominalwerth gesunken ist, weil die Nationalbank nicht im Stande ist, die Einlösung dieser Noten gegen Silbergeld zu bewirken. Die Differenz zwischen dem Nennwerthe der Banknoten und ihrem Tauschwerthe bezeichnet man mit dem Worte Silberagio. Obige Coursnotierung ($88\frac{3}{4}$) giebt ein Silberagio von 12,67 %, wie folgende Berechnung zeigt:

$$\begin{array}{rcl} x\ ƒ.\ \text{Bankn.} & = & 100\ ƒ.\ \text{Silber} \\ 45 & = & 30\ ℛ \\ 88\frac{3}{4} & = & 150\ ƒ.\ \text{Bankn.} \\ \hline x & = & 112{,}67. \end{array}$$

*) Kein Platz bietet ein beständigeres Wechselpari als Hamburg, dessen Banco-Mark (= $\frac{4}{111}$ einer Mark feinen Silbers) zu keiner Zeit eine Entwerthung durch geringhaltige Ausprägung oder durch Abnutzung erfahren kann.

2) Wie stellt sich das Pari zwischen Petersburg und Hamburg?

a) Das gesetzliche:

$$\begin{array}{rcl} x & = & 1 \text{ Rº S.} \\ 1 & = & 405 \text{ Doli f. S.} \\ 96 \times 96 & = & 409{,}516 \text{ Gr.} \\ 233{,}8555 & = & 27\,{}^3/_4 \text{ Bº ℱ.} \\ 1 & = & 16 \;\beta \\ \hline & x = 34{,}17 \;\beta. & \end{array}$$

b) Das Metallpari, wenn man in 11,364 neuen Rubeln durchschnittlich $13\,{}^8/_9$ Lth. f. S. gefunden hat.

$$\begin{array}{rcl} x & = & 1 \text{ Rº S.} \\ 11{,}364 & = & 13\,{}^8/_9 \text{ Lth. f. S.} \\ 16 & = & 27\,{}^3/_4 \text{ Bº ℱ.} \\ 1 & = & 16 \;\beta \\ \hline & x = 33{,}91 \;\beta. & \end{array}$$

Vgl. §. 386 unter № 7.

3) Welches ist das Pari zwischen Paris und Frankfurt a. M.?

Hier kann unterschieden werden, ob in Frankfurt die Zahlung in Gulden des $52\,{}^1/_2$ ƒ.-Fufses oder in 5-Frankenstücken à $2\,{}^1/_3$ ƒ. geleistet wird.

a) Das gesetzliche Pari in Gulden:

$$\begin{array}{rcl} x & = & 100 \text{ ƒ.} \\ 52\,{}^1/_2 & = & 500 \text{ Gr.} \\ 4{,}5 & = & 1 \text{ Fr.} \\ \hline & x = 211{,}64 \text{ Fr.} & \end{array}$$

b) Das Pari in 5-Francs-Stücken:

$$\begin{array}{c} 2\,{}^1/_3 \text{ ƒ.} : 100 \text{ ƒ.} = 5 \text{ Fr.} : x \\ \hline x = 214\,{}^2/_7 \text{ Fr.} \end{array}$$

Der Unterschied zwischen diesen beiden Resultaten hat seinen Grund darin, dafs der Annahme von 5 Fr. $= 2\,{}^1/_3$ ƒ. oder von 1 Fr. = 28 xr. nicht die gesetzliche Ausprägung der Franken, sondern das Ergebnis von Untersuchungen zu Grunde liegt, welche $52\,{}^1/_2$ Fr. (statt gesetzlich 51,968 Fr.) auf 1 deutsche Vereinsmark f. Silber nachgewiesen haben, und dafs von jenen Gulden $24\,{}^1/_2$ auf diese Mark f. Silber, demnach 52,383 auf 1 Mzpfd. f. Silber gehen, während gegenwärtig gesetzlich $52\,{}^1/_2$ ƒ. = 1 Mzpfd. f. Silbers sind. Das Resultat $214\,{}^2/_7$ mit Rücksicht auf diese Abweichungen umgerechnet, giebt:

$$\left.\begin{array}{r} 52\,{}^1/_2 : 51{,}968 \\ 52\,{}^1/_2 : 52{,}383 \end{array}\right\} = 214\,{}^2/_7 : x$$

ebenfalls 211,64.

4) Welches ist das Pari für den Berliner (Leipziger, Kölner) Cours auf Augsburg und auf Frankfurt a. M.?

$52\frac{1}{2}$ ƒ. : 100 ƒ. = 30 ℛ : x

x = $57\frac{1}{7}$ ℛ.

5) Welches Pari ergiebt sich für den Wechselcours von Frankfurt a. M. auf London aus dem Preise des Goldes, wenn derselbe mit 806 ƒ. pr. Pfund fein notiert ist?

x ƒ. = 10 £
1869 = 40 Troypfd. Stand.-G.
12 = 11 „ f. Gold
1 = 373,246 Grammen
500 = 806 ƒ.

x = 118,03 ƒ.

Mit jeder Aenderung im Preise des Goldes erfolgt natürlich auch eine Aenderung des Wechselpari; es kann also von einem festen Wechselpari zwischen Frankfurt a. M. und London nicht die Rede sein.

Ein unveränderliches Pari dagegen giebt der Cours von London auf Bremen, oder umgekehrt, wie aus folgendem ersichtlich.

6) Wie ist das Wechselpari zwischen London und Bremen?

x ℛ Gold = 100 £
1869 = 40 ℔ Stand.
12 = 11 ℔ f.
1 = 373,246 Grammen
233,8555 = 24 Kar.
$21\frac{1}{2}$ = $35\frac{1}{6}$ Ld'or.
1 = 5 ℛ Gold

x = 614,59 ℛ.

Nimmt man statt der Louisd'or die deutsche Goldkrone in die Rechnung auf, die in Bremen gesetzlich $8\frac{4}{10}$ ℛ Gold gilt, so ergiebt sich ein Pari von 615,08 ℛ.

7) Dem Wechselcourse von New York auf London liegt eine ältere zu hohe Schätzung des Dollars auf $4\frac{1}{2}$ *s.* (oder $444\frac{4}{9}$ \$ = 100 £) zu Grunde. Obschon an die Stelle dieser Schätzung später eine richtigere, $484\frac{4}{9}$ \$ = 100 £ gesetzt worden ist, so hat man sie doch für den Wechselcours beibehalten, und demnach ist das Wechselpari zwischen New York und London wie folgt:

$444\frac{4}{9}$ \$ in London : 100 \$ in London = $484\frac{4}{9}$ \$ in N. Y. : x

x = 109

oder 9 % Prämie. — Jene neuere Valvation ist aber keineswegs genau, konnte es auch nicht sein, da sie sich auf den Dollar als Silbermünze

gründet. Seitdem die V. Staaten die Goldwährung angenommen haben ist die Valvation folgende:

$$
\begin{array}{rcl}
x\ \$ &=& 100\ Sov.\\
1869 &=& 40\ \text{℔ Troypfd. Standard}\\
12 &=& 11\ \text{,, fein}\\
1 &=& 5760\ \text{Troygr. fein}\\
9 &=& 10\ \text{,, rauh}\\
25{,}8 &=& 1\ \$\\
\hline
x &=& 486{,}64\ \$
\end{array}
$$

und das Pari:

$$
\begin{array}{c}
444\tfrac{4}{9} : 100 = 486{,}64 : x\\
\hline
x = 109{,}494
\end{array}
$$

oder $9\frac{1}{2}\,\%_0$ Prämie. Von dieser Prämie weicht aber die gegenwärtig (November 1863) stattfindende bedeutend ab; diese ist ca. $50\,\%_0$, eine Folge des Umstandes, dafs gegenwärtig nicht Gold, sondern Papiergeld das Hauptzahlungsmittel der Union ist, dessen Tauschwerth bedeutend hinter seinem Nennwerthe zurückbleibt.

§. 386. Das Pari bildet, wie gesagt, die Hauptgrundlage der Wechselcourse. Versteht sich nun ein Wechselcours für kurze Sicht, d. h. für Wechsel, die sofort bei ihrer Ankunft am Zahlungsorte bezahlt werden, so sollte dieser Cours gleich dem Pari sein. Wenn dies aber nicht der Fall, d. h. wenn der Cours höher oder niedriger als das Pari ist, so hat dies, die Unveränderlichkeit der Grundlagen des Wechselpari vorausgesetzt, seinen Grund in der Einwirkung der Nachfrage und des Angebots. Handelt es sich aber um den Wechselcours einer andern als kurzen Sicht, so kommt aufserdem der Discontfufs des Platzes in Betracht, auf welchem der Wechsel zahlbar ist.

Demnach wird also z. B. der Wechselcours von Köln auf Berlin für kurze Sicht 100 oder pari*) sein müssen, d. h. 100 ₰ sofort zahlbar in Berlin werden in Köln ebenfalls 100 ₰ werth sein müssen. Steht nun der Discont in Berlin $4\,\%_0$, so sind 100 ₰ in Berlin in 2 Mt. zahlbar (2 Mt.-Papier) nur ($100 \div \frac{2}{3} =$) $99\frac{1}{3}$, 3 Mt.-Papier nur ($100 \div 1 =$) 99 werth.

Hieraus ergiebt sich, dafs aus dem Course einer gegebenen Wechselsicht sehr leicht derjenige einer andern gefunden werden

*) Haben zwei Wechselplätze eine und dieselbe Münzeinheit, so dafs ihr Pari 100 ist, dann pflegt man, wenn der Cours mit 100 notiert ist, zu sagen, er stehe pari. Sind die Münzeinheiten aber verschieden, so tritt diese Bezeichnung, wenn auch der Cours wirklich dem Pari entspricht, doch selten ein, weil dieser Umstand nicht so klar vorliegt; es sei denn, dafs das Pari eine leicht zu behaltende Zahl sei, wie z. B. beim Course von New York auf London.

kann, sobald der Discontfufs des Zahlungsortes bekannt ist. Dabei darf aber nicht übersehen werden, in welcher Geldesart, der inländischen oder der ausländischen, der Wechselcours ausgedrückt ist. Ist er in der inländischen Geldesart ausgedrückt, oder, was dasselbe ist, ist die feste Valuta im Auslande, so ist der Discont zu subtrahieren, falls es sich um Ermittelung des Courses einer längern Sicht aus dem einer kürzern handelt, — zu addieren, sobald aus dem Course einer längern Sicht derjenige einer kürzern aufgefunden werden soll. Denn man bezahlt oder erhält für die in ausländischem Gelde ausgedrückte feste Valuta in inländischem Gelde um so weniger, je länger, — um so mehr, je kürzer die Zeit ist, welche der Wechsel noch zu laufen hat. Ist der Cours aber in ausländischem Gelde ausgedrückt oder, was dasselbe ist, ist die feste Valuta im Inlande, so tritt das umgekehrte Verfahren ein: man erhält oder giebt hin für die in inländischem Gelde ausgedrückte feste Valuta um so mehr von dem ausländischem Gelde, je länger, — um so weniger, je kürzer die Zeit ist, welche der Wechsel noch zu laufen hat.

Beispiele.

1) Augsburg 2 Mt.-Papier steht in Berlin 56. 20. (d. i. 56 ℛ︁ 20 sgr. für 100 f. S. W.); wieviel bezahlt man für 3 Mt.-Papier, wenn der Discont in Augsburg $3\frac{1}{2}$ % steht?

Der Zeitunterschied zwischen beiden Sichten ist 1 Mt.; der Discont für 1 Mt. à $3\frac{1}{2}$ % oder à $\frac{7}{24}$ %, beträgt auf 1700 sgr. = 5 sgr. Da man für 100 f. in 3 Mt.-Papier weniger Thaler zahlt, als für 100 f. in 2 Mt.-P., so ist der Discont abzuziehen, und so hat man 56. 15., als Cours für 3 Mt.-Papier.

2) 2 Monat-Papier auf Paris ist in Berlin $79\frac{1}{3}$ notiert; wieviel kostet 14 Tage-Papier bei $4\frac{1}{2}$ % Discont?

Der Discont auf $79\frac{1}{3}$ für (60 ∸ 14 =) 46 Tage à $4\frac{1}{2}$ % beträgt 0,46; um soviel erhöht sich die Courszahl, also auf 79,79 oder $79\frac{8}{10}$, denn für 300 Fr. in 14 T.-Papier zahlt man mehr Thaler als für 300 Fr. in 2 Mt.-Papier.

3) 2 Mt.-Papier auf Berlin steht in Bremen 111; welchen Cours giebt dies für kurze Sicht bei 4 % Discont?

Der Discont für 2 Mt. auf 111 à 4 % beträgt 0,74 oder $\frac{3}{4}$; da man nun für 100 ℛ︁ Gold fest um so weniger Berliner Thaler kauft, je kürzer das Papier ist, so ist der Discont abzuziehen. Man hat also 111 ∸ $\frac{3}{4}$ = $110\frac{1}{4}$ Cours der k. Sicht.

4) Kurz Pariser ist in Hamburg mit $190\frac{1}{4}$ notiert; wie stellt sich, bei $4\frac{1}{2}$ % Discont, 2 Mt.-Papier, von dem 15 Tage verflossen sind?

Auf (60 ÷ 15) 45 Tage beträgt der Discont von $190\frac{1}{4}$ à $4\frac{1}{2}$ % = 1,07 oder, da man in Hamburg die Bruchtheile der Course bis zu 16teln herab auszudrücken pflegt, ca. $1\frac{1}{16}$. Je länger das Pariser Papier ist, desto mehr Franken kauft man in Hamburg für 100 ℳ︀; der Discont ist also zu addieren, und der gesuchte Cours ist daher $191\frac{5}{16}$.

5) In London ist k. Amsterdamer mit 11. $17\frac{3}{4}$. (11 ƒ. $17\frac{3}{4}$ Stüber [20 St. = 1 ƒ.]), 3 Mt. mit 11. $18\frac{3}{4}$ (für 1 £) notiert; wie ist demnach 1 Mt. zu berechnen? (11 ƒ. $17\frac{3}{4}$ St. = 11,89 ƒ.; 11 ƒ. $18\frac{3}{4}$ St. = 11,94 ƒ.)

Der Unterschied zwischen beiden Coursen ist 5 *c.* für 3 Mt., oder $1\frac{2}{3}$ *c.* für 1 Mt. Da man nun für 1 £ um so mehr Gulden kauft, je länger das Papier ist, so ist zu dem Course der k. Sicht, 11 ƒ. 89 *c.*, der Discont für 1 Mt. zu addieren. Man hat also 11 ƒ. $90\frac{2}{3}$ *c.* = 11 ƒ. $18\frac{1}{8}$ St. als Cours für 1 Mt.

6) In Bremen ist 2 Mt. Londoner mit 606, k. S. mit 611 (ℳ︀ Gold für 100 £) notiert; welcher Discontfufs ergiebt sich daraus?

611 ℳ︀ = 606 ℳ︀ = 5 ℳ︀ Discont auf 611 ℳ︀ pr. 2 Mt. = 30 ℳ︀ Discont auf 611 ℳ︀ pr. 1 Jahr, also 5 % ca.

7) Nach §. 385, Beisp. 2, ist das gesetzliche Pari zwischen Hamburg und Petersburg 34,17 ß; wie müfste sich der 3 Mt.-Cours auf Petersburg mit 6 % Discont stellen?

6 % pr. Jahr = $1\frac{1}{2}$ % pr. 3 Mt., beträgt auf 34,17 = 0,51. Dieser Discont ist zu subtrahieren, da man um so weniger Schillinge für 1 Silberrubel giebt, je länger das Papier ist. Der 3 Mt.-Cours sollte also sein 34,17 ÷ 0,51 = 33,66 oder $33\frac{2}{3}$ ß. Er steht aber gegenwärtig $32\frac{1}{4}$, also um 4,18 % zu niedrig. Diese Differenz zum Nachtheile der russischen Währung hat ihren Grund in den ungünstigen Geldverhältnissen, welche gegenwärtig im russischen Reiche obwalten.

Die meisten der vorliegenden Beispiele zeigen, dafs die Ermittelung des Courses einer Wechselsicht aus dem einer andern Zahlen ergiebt, die zuvor einer Abänderung unterworfen werden müssen, ehe sie in der Praxis angewendet werden können. Hierunter leidet die Genauigkeit. Man schlägt daher, wenn es sich darum handelt, den Werth eines Wechsels zu ermitteln, dessen Sicht mit der des Wechselcourses nicht übereinstimmt, einen andern Weg ein, von dem in §. 391 die Rede sein wird.

§. 387. Uebungsaufgaben.

1207) Welches ist das Wechselpari zwischen Hamburg und Paris, *a*) unter Benutzung der S. 276 zu findenden Angabe über die Ausprägung der Franken, und $27\frac{3}{4}$ *Bß.* = 233,8555 Gr. f. Silber gerechnet; *b*) $52\frac{1}{2}$ *Fr.* = 233,8555 Gr. f. Silber angenommen?

1208) Desgl. zwischen Petersburg und Paris (für 100 R. S.)? (S. die Angaben S. 276.)

1209) Desgl. zwischen Berlin und Petersburg?

1210) Wie hat sich das Pari für die Wechselcourse Wien's auf Amsterdam, Augsburg (Frankfurt), Berlin, (Breslau, Leipzig), Genua, Hamburg und Paris zu stellen, unter Zugrundelegung der S. 276 zu findenden Angaben über die gesetzliche Ausprägung der hierbei in Betracht kommenden Münzeinheiten? (Die festen Valuten sind: 100 f. holl.; 100 f. S. W.; 100 ℛ︎ß; 100 £; 100 ℳ︎ B.°; 100 Fs.)

1211) Wie würde sich nach diesem Pari 3 Mt.-Papier stellen, bei einem Discont von $3\frac{1}{2}\,\%$, $4\frac{1}{2}\,\%$, $4\frac{1}{2}\,\%$, $6\,\%$, $5\,\%$, $5\,\%$?

1212) Wenn in Hamburg notiert ist: Amsterdam 3 Mt. 35,93; London k. S. 13 ℳ︎ $4\frac{1}{8}$ ß; Paris 3 Mt. $192\frac{1}{8}$; wie stellt sich die Notierung für k. S., für 3 Mt., für k. S., den Discont zu $3\frac{1}{2}$, $4\frac{1}{2}$, $4\frac{1}{2}\,\%$ angenommen?

1213) Folgende Augsburger Coursnotierungen für kurze Sicht sind beziehentlich mit 4 %, 4 %, 4 %, 4 %, 5 % Discont in den 3 Mt.-Cours zu verwandeln: Amsterdam $99\frac{3}{4}$; Hamburg 88; Frankfurt a. M. $99\frac{7}{8}$; London $117\frac{7}{8}$; Paris $93\frac{3}{8}$.

1214) Wenn in Berlin der Amsterdamer Cours für 10 Tage $142\frac{1}{8}$, für 2 Mt. $141\frac{1}{4}$; der Hamburger Cours für 8 Tage $151\frac{3}{8}$, für 2 Mt. $149\frac{7}{8}$ notiert ist, welcher Discontfuſs liegt diesen Notierungen zu Grunde?

2) Wechselreductionen.

§. 388. Unter Wechselreduction ist die Verwandlung einer Wechselsumme nach einem gegebenen Wechselcourse zu verstehen, sei es, daſs diese Wechselsumme als einheimische Valuta in die fremde, oder als fremde Valuta in die einheimische zu verwandeln ist. — Auch gehört zu den Wechselreductionen die Aufsuchung des Courses, zu welchem eine solche Umwandlung statt gefunden hat.

Um Wechselreductionen vornehmen zu können, muſs man mit den Coursen überhaupt, insbesondere aber mit den festen Valuten, für welche sie sich verstehen, vertraut sein, weil letztere häufig auf den Courszetteln nicht angegeben sind.

Der Raum gestattet uns nicht, die Wechselcourszettel der hauptsächlichsten Wechselplätze hier zu geben, wie dies in den meisten Lehrbüchern der kaufmännischen Arithmetik der Fall ist. Wir beschränken uns daher auf eine mit den nöthigen Erläuterungen versehene Darstellung des Berliner (Leipziger), des Hamburger und des

Frankfurter Courszettels, so wie auf eine specielle Berechnung der in denselben notierten Course, indem wir im übrigen auf die S. 328, Anm., angeführten Schriften verweisen.

§. 389. Die Wechselcourse selbst, so wie die festen Valuten, für welche sie sich verstehen, sind entweder in wirklich geprägtem oder in eingebildetem Gelde (Rechnungsgelde) der betreffenden Plätze ausgedrückt. Ein solches Rechnungsgeld ist z. B. die Mark Banco in Hamburg, der Dollar à $4^1/_2$ *s.* bei dem Course von New York auf London u. s. w. Zwischen solchem Gelde und den wirklich geprägten Münzen bestehen dann gewisse feste Verhältnisse (s. z. B. §. 356), mit denen man sich ebenfalls bekannt zu machen hat.

Die hier einschlagenden Berechnungen lassen sich theils durch die Regel de Tri oder die Kettenrechnung, theils unter Anwendung von Specialregeln machen. Einige solcher Specialregeln geben auch wir für den Berliner (Leipziger) Courszettel; für die Courszettel anderer Plätze wird ein denkender Rechner sie sich leicht bilden können.

§. 390. Die Wechselreductionen selbst zerfallen in:

a) directe oder einfache, und

b) indirecte oder zusammengesetzte.

Insofern aber mit beiden Arten Spesen verbunden sein können, giebt es auch

c) Wechselreductionen mit Spesen.

a) Directe Wechselreductionen.

§. 391. Eine directe Wechselreduction kann nur dann erfolgen, wenn der Platz, welcher seine Valuta in die eines andern Platzes, oder umgekehrt, verwandeln will, mit diesem Platze direct (*a drittura*) wechselt, mit ihm in directem Wechselverkehre steht. Dies ist aber dann der Fall, wenn er an seiner Börse einen Cours auf jenen Platz notiert. So stehen Berlin und Leipzig mit Amsterdam, Augsburg, Hamburg, London u. s. w. in directem Wechselverkehre, weil sie auf ihren Courszetteln Course auf diese Plätze notieren. Nicht so mit Madrid, Genua u. s. w. (Vgl. §. 397.)

In Betreff der Sichten, für welche die Course notiert werden, findet auf den einzelnen Wechselplätzen im allgemeinen eine geringe Uebereinstimmung statt. Je nachdem im Wechselverkehr mit einem Platze gewisse Wechselsichten oder eine gewisse Wechselsicht vorherrschend geworden, hat man sie oder diese eine als Norm für die Coursnotierung angenommen; so findet man im (amtlichen) Ham-

burger Courszettel die Course auf Amsterdam, Antwerpen, London und Paris für kurze Sicht und für 3 Mt., auf sämtliche deutsche Plätze für 2 Mt., auf die Plätze, mit denen Hamburg aufserdem noch direct wechselt, für 3 Mt. notiert. In der neuesten Zeit trachtet man indes nach einer Vereinfachung der Notierungen insofern, als man den einzelnen Coursen ein und dieselbe Sicht zu Grunde legt, und zugleich den Discontfufs angiebt, zu welchem andere Sichten zu berechnen sind. So werden in Wien seit der Einführung des 45 ⁄.-Fufses die Wechselcourse amtlich für 3 Mt.-Papier unter Angabe des Discontfufses notiert, ausgenommen sind nur die Course auf Bukarest und Constantinopel, für welche die frühere Notierung, 31 Tage nach Sicht, als dem Bedürfnisse des Wechselverkehrs mit diesen Plätzen entsprechend, beibehalten worden ist. In Augsburg und Frankfurt a. M. werden sämtliche Course für kurze Sicht notiert, ebenfalls unter Angabe des Disconts für Berechnung anderer Sichten; in Leipzig notiert man London für 7 Tage und für 3 Mt. dato, Wien für k. S. und für 3 Mt., die übrigen Plätze für k. Sicht, aber ohne Angabe des Disconts; in Paris endlich notiert man London, Antwerpen, Genua, Mailand, Livorno und Neapel für k. S., die übrigen Plätze für 3 Mt., alles unter Angabe des Discontfufses der betreffenden Plätze. Hamburger Privatcourszettel haben in der neuern Zeit diesen Gebrauch ebenfalls angenommen, indem sie Course für k. S. und für 3 Mt. nur auf Amsterdam, Antwerpen, London und Paris, auf alle übrigen Plätze nur für 3 Mt.-Papier unter Angabe des Discontfufses notieren. — Die Frage, ob es zweckmäfsiger sei, die kurze oder irgend eine lange Sicht als Grundlage für die Wechselcours-Notierungen anzunehmen, glauben wir zu Gunsten der langen Sicht entscheiden zu müssen, weil die Verfallzeit der letztern sich genauer bestimmen läfst, als die der erstern. So ist am 10. Nov. überall die Verfallzeit des 3 Mt.-Papiers auf Paris genau der 10. Febr., während nicht behauptet werden kann, dafs Pariser k. S. am 10. Nov. notiert, auch an diesem Tage fällig sei, da es auf jeden Fall soviel Tage später fällig wird, als dazu gehören, um den fraglichen Wechsel von dem Orte der Coursnotierung nach dem Zahlungsorte (Paris) zu bringen.

Der Cours, nach welchem eine Wechselreduction erfolgen soll, versteht sich entweder für die Sicht, auf welche der Wechsel lautet oder lauten soll, oder für eine andere, sei es längere oder kürzere Sicht. Im letztern Falle kann man entweder, nach §. 386, unter Zugrundelegung eines gewissen Discont- oder Zinsfufses den für eine gewisse Sicht sich verstehenden Cours auf einen Cours derjenigen Sicht bringen, welche zur Berechnung gegeben ist, oder die Reduction nach dem gegebenen Course vornehmen, und das gefundene Resultat um den Discont (die Zinsen) für den zwischen den beiden Sichten bestehenden Zeitunterschied entweder vermehren oder vermindern. Das letztere auch in der Praxis übliche Verfahren verdient darum

den Vorzug, weil es genauere Resultate liefert. (Vgl. das 1. Beisp. in §. 392.)

§. 392.

Berliner Courszettel.

(Anfang November 1863.)

Namen der Plätze, mit welchen Berlin direct wechselt.	Sicht.	Cours.	Erklärung der Course.
Amsterdam . .	k. S.	$142\frac{1}{8}$	Thaler für 250 ƒ. holl. fest.
do. . .	2 Mt.	$141\frac{1}{4}$	
Augsburg . . .	2 Mt.	56. 20.	Thaler u. Silbergr. für 100 ƒ. S. W. fest.
Bremen	8 Tage	110	Thaler für 100 Thaler Gold oder Louisd'or à 5 ß fest.
Frankfurt a. M.	2 Mt.	56. 20.	Thaler und Silbergr. für 100 ƒ S. W. fest.
Hamburg . . .	8 Tage	$151\frac{3}{8}$	Thaler für 300 ℳ B° fest.
do. . . .	2 Mt.	$149\frac{7}{8}$	
Leipzig	8 Tage	$99\frac{5}{6}$	do. für 100 ß in Leipz. fest.
do.	2 Mt.	$99\frac{1}{6}$	
London	3 Mt.	$6.19\frac{3}{8}$.	Thaler u. Silbergr. für 1 £ fest.
Paris	2 Mt.	$79\frac{1}{3}$	Thaler für 300 ℱ. fest.
Petersburg . .	3 Woch.	$103\frac{5}{8}$	Thaler für 100 ℛ. fest.
do. . .	3 Mt.	$101\frac{1}{4}$	
Warschau . . .	8 Tage	$93\frac{1}{8}$	Thaler für 90 ℛ. fest.
Wien	8 Tage	$87\frac{1}{4}$	Thaler für 150 ƒ. österr. Währg.
do.	2 Mt.	$86\frac{1}{2}$	

Auf die in diesem Courszettel angeführten Plätze, Petersburg und Warschau ausgenommen, notiert auch Leipzig Course, und zwar für dieselben festen Valuten, nicht aber für dieselben Sichten, wie aus §. 391 zu ersehen ist. Dagegen findet sich auf dem Leipziger Courszettel eine (auf dem Berliner Courszettel erst in neuerer Zeit in Wegfall gebrachte) Coursnotierung auf Breslau: k. S. $99\frac{7}{8}$ (Thaler für 100 ß in Breslau fest), und auf Privatcourszetteln ein Cours auf New York, (so wie auf einige andere Plätze der V. St. von Nordamerika): k. S 1 ß $12\frac{1}{2}$ *ngr.* für 1 Dollar fest. Mitte November 1863 findet sich dieser Cours nicht notiert, in Folge der bedeutenden Schwankungen, denen diese Valuta zur Zeit unterworfen ist. (Der Cours von Leipzig auf Berlin ist: 100 ß in Leipzig, mehr oder weniger, für 100 ß fest in Berlin.)

Beispiele.

1) Wie grofs ist der Ertrag von ƒ. 1832. 50. pr. 14. Nov. auf Amsterdam, am 4. Nov. begeben: *a*) in Berlin zum Cours von

$141^3/_4$ für 10 T.-Papier; *b*) in Leipzig zum Cours von $141^7/_8$ für k. Sicht mit $3^1/_2$ % Discont?

a) Da die Begebung am 4. Nov. nach dem Course des 10 Tagepapiers erfolgt, so entspricht die Verfallzeit des Wechsels genau der Sicht, für welche sich der Cours versteht, der Ertrag des Wechsels wird demnach durch folgenden Ansatz gefunden:

$$250 \text{ fl.} : 1832{,}5 \text{ fl.} = 141^3/_4 \text{ Thlr.} : x$$

$$x = \frac{1832{,}5 \times 567}{1000} = 1039{,}03 \text{ Thlr. } (1 \text{ sgr.}).$$

Abgekürztes Verfahren: Sind holl. Gulden und Cents in Thaler zu reducieren, so multipliert man den Cours mit 4, wenn er im Bruche halbe oder 4tel, — mit 8, wenn er 8tel enthält; mit diesem Producte multipliciert man die Gulden und Cents und theilt im ersten Falle durch 1000, im zweiten durch 2000. (Denn $250 \times 4 = 1000$; $250 \times 8 = 2000$.)

b) Da die Sicht des Wechsels von der, für welche sich der Cours versteht, (k. S., also pr. 4. Nov.) so abweicht, dafs der Wechsel 10 Tage länger zu laufen hat, so ist der Discont für 10 Tage in Abrechnung zu bringen. Dies kann auf 2 Arten geschehen, von denen jedoch die zweite die vorzugsweise übliche ist.

1. Berechnung. Reduction des Courses für k. S. auf einen Cours für 10 Tagepapier.

Der Discont pr. 10 Tage à $3^1/_2$ % beträgt auf $141^7/_8$ Thlr. = 0,138 Thlr.; er ist von 141,875 in Abrechnung zu bringen, der Rest von 141,737 giebt den Cours des 10 Tagepapiers. Da dies aber keine in der Praxis brauchbare Zahl ist, so mufs sie auf eine solche gebracht werden, etwa auf $141^3/_4$ (141,75).

Demnach hat man:

$$250 \text{ fl.} : 1832{,}5 \text{ fl.} = 141^3/_4 \text{ Thlr.} : x$$

$$x = \frac{1832{,}5 \times 567}{1000} = 1039{,}03 \text{ Thlr. } (1 \text{ sgr.}).$$

2. Berechnung. Man betrachtet den Wechsel als kurzes Papier, berechnet ihn nach dem Course dieser Sicht, und zieht den Discont für so viel Tage ab, als der Wechsel später fällig wird.

$$250 \text{ fl.} : 1832{,}5 \text{ fl.} = 141^7/_8 \text{ Thlr.} : x$$

$$x = \frac{1832{,}5 \times 1135}{2000} = 1039 \text{ Thlr. } 28 \text{ sgr.}$$

ab Discont per 10 Tage à $3^1/_2$ % = 1 „ — „

1038 Thlr. 28 sgr.

Diese Art der Berechnung liefert nicht nur ein genaueres Resultat, sondern sie ist auch kürzer und darum, wie schon oben bemerkt, die üblichere.

2) Wieviel Gulden trassiert Berlin 10 T. dato auf **Amsterdam** für 950 ℛ 20 *sgr.* à $141^3/_4$?

$$\frac{141^3/_4 \text{ ℛ} : 950^2/_3 \text{ ℛ} = 250 \text{ f.} : x}{x = 1676 \text{ f. } 66 \text{ c.}}$$

Auch hier kann man sich die Rechnung durch die in 1) angegebene Multiplication mit 4 oder 8 erleichtern:

$$\frac{950^2/_3 \times 1000}{567} = 1676{,}66 \text{ f.}$$

3) Man erhielt für 1676 f. 66 *cts.* holl. in Leipzig 950 ℛ 20 *ngr.*, zu welchem Course wurden sie begeben?

$$\frac{1676{,}66 \text{ f.} : 250 \text{ f.} = 950^2/_3 \text{ ℛ} : x}{x = 141^3/_4.}$$

4) 2316 f. 38 *xr.* S. W. auf **Augsburg** à $57^1/_8$?

$$\frac{100 \text{ f.} : 2316{,}63 \text{ f.} = 57^1/_8 \text{ ℛ} : x}{x = 1323{,}37 \text{ ℛ } (11 \textit{ ngr.}).}$$

5) Auf wieviel Gulden südd. Währung lautet eine Tratte von **Berlin** auf **Augsburg** für ein Guthaben von ℛ 1134. 10. 3 Mt. dato gezogen, zum 2 Mt.-Cours von 56. 26. mit 4 % Discont?

(Unterschied in den Sichten: 1 Mt.; Discont für diese Zeit $^1/_3$ %.)

a) x f. 3 Mt. = $1134^1/_3$ ℛ
$56^{13}/_{15}$ = 100 f. 2 Mt.
$99^2/_3$ = 100 f. 3 Mt.
x = 2001 f. 23 *xr.* S. W.

b) Guthaben ℛ 1134. 10.
Discont pr. 1 Mt. à 4 %
= $^1/_3$ % (im 100) . „ 3. 24.
ℛ 1138. 4.

$$\frac{56^{13}/_{15} \text{ ℛ} : 1138^2/_{15} \text{ ℛ} = 100 \text{ f.} : x}{x = 2001 \text{ f. } 25 \textit{ xr.} \text{ S. W.}}$$

c) $56^{13}/_{15}$ ℛ : $1134^1/_3$ ℛ = 100 f. : x
x = 1994 f. 43 *xr.* Tratte in 2 Mt.-P.
+ 6 „ 40 *xr.* Discont pr. 1 Mt. à 4 % (im 100)
2001 f. 23 *xr.* S. W. Tratte in 3 Mt.-P.

Die Berechnung unter *a* ist in einem solchen Falle die bequemste, auch liefert sie stets das genaueste Resultat. Die Nota, welche dem Trassaten von Seiten des Trassanten zu ertheilen ist, gestaltet sich wie folgt:

m/ Tratte, *f.* 2001. 23 *xr.* 3 Mt. dato à 56. 26.

pr. 2 Mt.	ℛ 1138.	4.
Discont pr. 1 Mt. à 4 %	„	3. 24.
	ℛ 1134.	10.

6) Wie grofs ist in Leipzig der Ertrag von 1560 ℛ 18 *sgr.* k. S. auf Berlin, à $99\frac{7}{8}$ begeben?

100 ℛ in B. : 1560,6 ℛ in B. = $99\frac{7}{8}$ ℛ in L. : x

x = 1558,65 ℛ.

Abgekürztes Verfahren: Sind in Leipzig Berliner Thaler in Leipziger Thaler, oder in Berlin Leipziger Thaler in Berliner Thaler zu reducieren, so rechnet man einfach die Procente ab, die durch den Cours verloren gehen oder fügt sie hinzu, wenn der Cours über pari steht. Dasselbe gilt auch beim Breslauer Course in Leipzig.

1560,6 à $99\frac{7}{8}$ (= ⅛ % Verlust)
÷ 1,95
1558,65 ℛ in Leipzig.

7) Wieviel betragen in Berlin am 4. Nov. *Rℛ* 1250. —. auf Leipzig pr. 28. Dec., 2 Mt.-Cours $99\frac{1}{6}$, Discont $4\frac{1}{2}$ %?

2 Mt. vom 4. Nov. = 4. Jan.; die zu berechnenden 1250 ℛ haben also 6 Tage weniger zu laufen, um den Discont für diese Zeit ist der à $99\frac{1}{6}$ gefundene Betrag zu erhöhen.

ℛ 1250. —. à $99\frac{1}{6}$, also mit $\frac{5}{6}$ % Verlust
÷ „ 10. $12\frac{1}{2}$ = $\frac{5}{6}$ %
ℛ 1239. $17\frac{1}{2}$.
\+ „ —. 28 . Discont pr. 6 Tage à $4\frac{1}{2}$ %
ℛ 1240. $15\frac{1}{2}$.

8) Wieviel Thaler trassiert Berlin auf Leipzig in 2 Mt.-Papier für baar fällige 990 ℛ 12 *sgr.* nach obigem Course?

$99\frac{1}{6}$ ℛ baar : $990\frac{2}{5}$ ℛ baar = 100 ℛ 2 Mtp. : x

x = 998 ℛ 22 *ngr.*

9) Wieviel erhält man in Leipzig für 1436 ℛ 39 *gl.* k. S. auf Bremen à $110\frac{1}{8}$?

100 ℛ Ld'or. : $1436\frac{13}{24}$ ℛ Ld'or. = $110\frac{1}{8}$ ℛ Cour. : x

x = 1581,99 ℛ.

Abgekürztes Verfahren: Man schlägt die Procente von dem Betrage des Bremer Geldes zu demselben hinzu:

1436,54
143,654 = 10 %
1,796 = $^1/_8$ „
1581,99 ℛ in Leipzig.

10) Wieviel betragen am 23. Jan. in Berlin 2946 ƒ. 42 xr. auf Frankfurt a. M., fällig am 15. Febr.? (2 Mt.-Cours 56 ℛ 20 sgr.; Discont 4 %.)

1ste Berechnungsart. 2 Mt. vom 23. Jan. = 23. März; obiges Papier ist also um 38 Tage kürzer. Der Discont auf 2946 ƒ 42 xr. à 4 % beträgt pr. 38 Tage = 12 ƒ. 26 xr.; demnach hat man 2959 ƒ 8 xr. in 2 Mt.-Papier.

a) 100 ƒ. : $2959\,^2/_{15}$ ƒ. = $56\,^2/_3$ ℛ : x
x = 1676 ℛ 25 sgr.

b) 50 = $^1/_2$ von 100 = 1479,57 ℛ
$6\,^2/_3$ = $^1/_{15}$ „ 100 = 197,27 „
1676,84 ℛ.

2te Berechnungsart.

ƒ. 2946. 42 xr. pr. 15. Febr. à 56. 20. pr. 2 Mt. ℛ 1669. 24 sgr.
Discont pr. 38 T. à 4 % „ 7. 1 „
ℛ 1676. 25 sgr.

11) Ein Guthaben von ℛ 1219. 18 sgr., baar fällig, ist von Leipzig auf Frankfurt a. M. 1 Mt. dato zu trassieren. K. Frankfurter ist mit $56\,^{15}/_{16}$ notiert, andere Sichten werden mit 5 % Discont reguliert. Auf wieviel Gulden lautet die Tratte?

a) Betrag des Guthabens ℛ 1219. 18.
Discont pr. 1 Mt. à 5 % (im 100) „ 5. 3.
ℛ 1224. 21.

$56\,^{15}/_{16}$ ℛ : 1224,7 ℛ = 100 ƒ. : x
x = 2150 ƒ. 57 xr.

b) $56\,^{15}/_{16}$ ℛ : 1219,6 ℛ = 100 ƒ. : x
x = 2142 ƒ. — xr. k. S.
Disc. pr. 1 Mt. à 5 % (im 100) 8 „ 58 „
2150 ƒ. 58 xr. 1 Mt. dato.

c) x ƒ. 1 Mt. = 1219,6 ℛ
$56\,^{15}/_{16}$ = 100 ƒ. k. S.
$99\,^7/_{12}$ = 100 ƒ. 1 Mt.
x = 2150 ƒ. 57 xr.

12) Zu welchem Course wurden in Leipzig 1750 fl. auf Frankfurt a. M. gekauft, welche mit 997 Thlr. 15 ngr. bezahlt wurden?

$$1750 \text{ fl.} : 100 \text{ fl.} = 997\tfrac{1}{2} \text{ Thlr.} : x$$
$$x = 57.$$

13) 1480 ℳ B° auf Hamburg à 149½ oder à 150½ in Leipzig?

a) $300 \text{ ℳ} : 1480 \text{ ℳ} = 149\tfrac{1}{2} \text{ Thlr.} : x$ — $x = 737$ Thlr. 16 ngr.

b) $300 \text{ ℳ} : 1480 \text{ ℳ} = 150\tfrac{1}{2} \text{ Thlr.} : x$ — $x = 742$ Thlr. 14 ngr.

Abgekürztes Verfahren. Da sich der Cours für 300 ℳ versteht, und 1 Thlr. in Sachsen = 300 ₰, so sieht man leicht, dafs 1 ℳ ebensoviel sächs. Pfennige kostet, als für 300 ℳ Thaler bezahlt werden. Geht man nun vom Course 150 aus, so ist 1 ℳ = 150 ₰ = ½ Thlr. Man rechne also 1 ℳ = ½ Thlr. und ziehe von dem gefundenen Betrage in Thalern ebensoviel Mark × Pfennige ab, oder schlage ebensoviel Mark × Pfennige hinzu, als man dem Course nach zu viel oder zu wenig genommen hat. Einen Schilling kann man immer zu 1 ngr. annehmen, doch so, dafs man von 12 β an immer 1 ngr. abrechnet, d. h. 12 β = 11 ngr., 13 β = 12 ngr. u. s. w. — Dasselbe Verfahren gilt auch für Berlin.

a)		*b*)	
	1480 ℳ		1480 ℳ
2)	740 Thlr.	2)	740 Thlr.
÷ 1480/2 ₰ =	2 „ 14 ngr.	+ 1480/2 ₰ =	2 „ 14 ngr.
	737 Thlr. 16 ngr.		742 Thlr. 14 ngr.

14) 1231 ℳ 12 β B° pr. 4. Jan. auf Hamburg in Berlin am 4. Nov. zum 2 Mt.-Cours von 149⅞?

	1231 ℳ 12 β
2)	615 Thlr. 26 sgr.*)
÷ 1232/8 ₰ =	15 „ 4 ₰ (sächs.)
	615 Thlr. 10 sgr. 6 ₰ (sächs. = 7⅕ ₰ preufs.)

15) Bℳ. 2415. 10 β auf Hamburg, pr. 8. März, in Berlin am 23. Jan. à 150½ pr. 2 Mt.-Papier mit 3 % Discont.

Bℳ. 2415. 10 β pr. 8. März à 150½ pr. 2 Mt.	Thlr.	1211. 26 sgr.
Dazu Discont à 3 % auf 15 T.	„	1. 15 „
	Thlr.	1213. 11 sgr.

2 Mt. vom 23. Januar = 23. März; die zu berechnenden 2415 ℳ 10 β sind also 15 Tage früher fällig, folglich ist der Discont für 15 Tage hinzuzufügen.

Weniger üblich ist folgende Berechnungsweise:

Bℳ. 2415. 10. pr. 8. März
„ 3. —. Discont à 3 % auf 15 Tage
Bℳ. 2418. 10. 2 Mt. auf Hamburg . . à 150½ . . . Rthlr. 1213. 11.

*) Theilt man mit 2 in 1231, so erhält man 615½ = 615 Thlr. 15 sgr., dazu 12 β oder 11 sgr., so hat man 615 Thlr. 26 sgr.

16) 294 £ 17 *s*. 6 *d*. pr. 13. Jan. 1864 auf London in Berlin am 4. Nov. 1863 à 6. $19^3/_8$ pr. 3 Mt. mit 5 % Discont begeben?

£ 294. 17. 6. à 6. $19^3/_8$ ß 1959. 21.
dazu Discont pr. 21 T. à 5 % „ 5. 21.
ß 1965. 12.

Eine am 4. Nov. zu dem 3 Mt.-Cours berechnete Wechselsumme müfste am 4. Febr. fällig sein, sie ist aber am 13. Jan., also (der Monat zu 30 Tagen gerechnet) 21 Tage früher fällig, um den Discont auf diese Zeit ist also der nach dem 3 Mt.-Course gefundene Betrag zu erhöhen.

17) Wieviel Pfund Sterling u. s. w. 3 Mt. dato trassiert Leipzig auf London für 2265 ß 25 *ngr.* zum 3 Mt.-Course von 6. $19^3/_8$?

$199^3/_8$ ß : $2265^5/_6$ ß = 30 £ : x
x = 340 £ 18 *s*. 10 *d*.

Verwandelt man 6 ß $19^3/_8$ *ngr.* in Neugroschen, so hat man $199^3/_8$ *ngr.*, den Cours für 1 £; betrachtet man diese Zahl als Thaler, so ist dies der Cours für 30 × 1 £ = 30 £. Hierdurch ist der Ansatz erklärt.

18) 3248 *Fr.* auf Paris à $79^3/_8$ oder à $80^3/_8$ in Leipzig?

a) 300 *Fr.* : 3248 *Fr.* = $79^3/_8$ ß : x
x = 859 ß 11 *ngr.*

b) 300 *Fr.* : 3248 *Fr.* = $80^3/_8$ ß : x
x = 870 ß 6 *ngr.*

Da sich der Cours für 300 *Fr.* versteht, so ist 1 *Fr.* = eben soviel sächs. Pfennigen, als 300 *Fr.* = Thaler betragen. Nimmt man den Cours zu 80 an, so ist 1 *Fr.* = 8 Neu- oder Silbergroschen; man multipliciert also die Franken mit 8, zieht vom Producte eben soviel Franken × Pfennige ab, oder addiert soviel Franken × Pfennige, als gegen den Cours zu viel oder zu wenig gerechnet worden und dividiert den Rest durch 30. Z. B.

a)
3248 × 8
25984 *ngr.*
÷ 3248 × $^5/_8$ Pf. = 203 „
25781 *ngr.* = 859 ß 11 *ngr.*

b)
3248 × 8
25984 *ngr.*
+ 3248 × $^3/_8$ Pf. = 122 „
26106 *ngr.* = 870 ß 6 *ngr.*

Wäre der Cours 75, so würde 1 *Fr.* gerade $^1/_4$ ß werth sein, und es läfst sich auf diese Annahme ebenfalls eine in vielen Fällen bequeme Berechnung gründen. Z. B. 3248 *Fr.* à $79^3/_8$?

3248 × $^1/_4$
812 à 75
32,48 „ 3 (= $^1/_{100}$ aus 300)
10,83 „ 1
4,06 „ $^3/_8$ (= $^1/_8$ aus 3)
859,37 ß.

19) Wieviel *Francs* 1 Mt. dato trassiert Berlin auf Paris für baar fällige 864 ß 15 *sgr.*, wenn 2 Mt.-Papier $79^1/_3$ notiert ist und der Discont in Paris $4^1/_2$ % steht?

$79\frac{1}{3}$ ℔ : $864\frac{1}{2}$ ℔ = 300 ℱ. : x

x = 3269 ℱ. 12 c. 2 Mt.-Papier
÷ 12 „ 26 „ Disc. à $4\frac{1}{2}$ % pr. 1 Mt.

3256 ℱ. 86 c. 1 Mt. Papier.

Die über diese Tratte auszustellende Note hat folgende Gestalt:

ℱ. 3256. 86. 1 Mt. à $79\frac{1}{3}$ pr. 2 Mt. . . ℔ 861. 8.
Discont à $4\frac{1}{2}$ % pr. 1 Mt. „ 3. 7.
℔ 864. 15.

20) 712 ℛ 56 *Kop.* pr. 24. Nov. auf Petersburg in Berlin am 4. Nov. à $103\frac{3}{8}$ pr. 3 Wochen begeben?

3 Wochen vom 4. Nov. giebt als Verfalltag der Sicht, für welche der Cours sich versteht, den 25. Nov., die zu berechnende Wechselsumme ist also nur um 1 Tag früher fällig, von der Berechnung eines Discont wird daher abgesehen.

100 ℛ : 712,56 ℛ = $103\frac{3}{8}$ ℔ : x

Die Ausrechnung besteht also nur in einem Zuschlage von $3\frac{3}{8}$%:

712,56
21,38 = 3 %
2,67 = $\frac{3}{8}$ „
736,61 ℔ = 736 ℔ 18 *sgr.*

21) Welchen Ertrag liefern am 15. Aug. 1863 ℛ 926. —. pr. 23. Aug. auf Warschau, à $92\frac{3}{8}$ begeben?

90 ℛ : 926 ℛ = $92\frac{3}{8}$ ℔ : x

x = 950 ℔ 13 *sgr.*

22) 1430 *f.* 25 Nkr. Oesterr. Währung k. S. auf Wien, am 30. Oct. 1863 à $88\frac{3}{4}$.

150 *f.* : 1430,25 *f.* = $88\frac{3}{4}$ ℔ : x

x = 846,23 ℔ = 846 ℔ 7 *ngr.*

Oder auf dem Wege der Zerlegung:

75 = $\frac{1}{2}$ a. 150 = 715,125
$12\frac{1}{2}$ = $\frac{1}{6}$ „ 75 = 119,188
$1\frac{1}{4}$ = $\frac{1}{10}$ „ $12\frac{1}{2}$ = 11,919
846,232 ℔ (7 *ngr.*)

Verstünde sich der Betrag 1430 *f.* 25 Nkr. nicht, wie es gegenwärtig der Fall ist, in Banknoten, sondern in Silber, so dürfte der Cours etwa $99\frac{7}{8}$ sein. Man hätte dann, nach §. 356 unter 3, die Gulden österr. Währung in Thaler des 30 ℔-Fuſses durch Multiplication mit $\frac{2}{3}$ zu verwandeln, und von dem auf diese Weise erhaltenen Resultate $\frac{1}{8}$% abzuziehen. Daher:

$$\begin{array}{r} 1430{,}25 \\ \hline 2860{,}50 \end{array} \times 2$$

$$3)\begin{array}{r} 2860{,}50 \\ \hline 953{,}50 \\ 1{,}19 = \tfrac{1}{8}\% \\ \hline 952{,}31 \end{array}$$ ß (9 *ngr.*).

§. 393.

Hamburger Courszettel.

(Anfang November 1863.)

Namen der Plätze, mit welchen Hamburg direct wechselt.	Wechselsicht.	Cours.	Erklärung der Course.
Amsterdam . .	3 Mt. kurze Sicht	$36\frac{15}{100}$ $35\frac{85}{100}$	Gulden holl. Cour. für 40 ß ℬ° fest.
Antwerpen . . .	3 Mt. k. S.	$192\frac{3}{4}$ 191	Franken für 100 ℬ𝓀. fest.
Augsburg	2 Mt.	$89\frac{3}{4}$	Gulden S. W. für 100 ℬ𝓀. fest.
Berlin, Breslau	do.	154	Thaler im 30 ß-Fuſse für 300 ℬ𝓀. fest.
Bremen	do.	$140\frac{1}{4}$	Thaler Gold für 300 ℬ𝓀. fest.
Frankfurt a. M.	2 Mt.	$89\frac{5}{8}$	Gulden S. W. für 100 ℬ𝓀. fest.
Genua	3 Mt.	193	*Lire nuove* für 100 ß ℬ° fest.
Kopenhagen . .	k. S.	nicht notiert	dän. Reichsthaler für 300 ß ℬ° fest*).
Leipzig	2 Mt.	154	Thaler im 30 ß-Fuſse für do.
Lissabon, Porto	3 Mt.	46	Schill. ℬ° für 1 *Milreïs* fest.
Livorno	do.	$193\frac{1}{4}$	*Lire nuove* für 100 ß ℬ° fest.
London	3 Mt. k. S.	$13.\ 1\frac{1}{4}$ $13.\ 3\frac{1}{2}$	Mark und Schillinge für 1 £ fest.
Madrid, Bilbao, Cadix	3 Mt.	$42\frac{1}{2}$	Schillinge ℬ° für 1 *Peso fuerte* (von 20 *Reales*).
Paris, Bordeaux	3 Mt. k. S.	$192\frac{3}{4}$ $190\frac{3}{4}$	Franken für 100 ß ℬ° fest.
Petersburg . . .	3 Mt.	32	Schill. ℬ° für 1 ℛ. 𝒮. fest.
Prag, Triest u. Wien	2 Mt.	88. 50.	Gulden und Neukreuzer österr. Währung für 100 ß ℬ° fest.

*) Da $18\frac{1}{2}$ Reichsthaler = $27\frac{3}{4}$ Banco-Mark, so würde das Pari sein: 200 Rthlr. = 300 Mark Banco.

Dieser Courszettel ist der amtliche. Von ihm weichen, wie schon in §. 391 angeführt worden ist, die Courszettel einzelner Bankhäuser in Beziehung auf die Bestimmung der Sichten und darin ab, dafs sie die Angabe des Discontfufses enthalten, zu welchem andere Sichten, als die für welche der Cours notiert ist, berechnet werden. Die letzteren Courszettel sind daher für das Ausland schon aus diesem Grunde, aber auch darum von gröfserem Werthe, weil die in ihnen verzeichneten Course mehr den wirklich gemachten Geschäften entsprechen.

Beispiele.

1) 357 £ 4 *s*. 8 *d*. auf London à 13. $3\frac{1}{2}$?

£ 357. 4. 8. à 13 ℔ $3\frac{1}{2}$ ß = ℬ℔. 4722. 3.

Berechnung nach §. 150*a*.

2) Wieviel kostet einem Hamburger Hause eine Rimesse von *Fr.* 6349. 50. pr. 17. Dec. auf Paris, am 14. Nov. gemacht zum 3 Mt.-Cours von $192\frac{3}{4}$ mit $4\frac{1}{2}$ % Discont?

(3 Mt.-Papier ist also fällig am 14. Febr.)

$192\frac{3}{4}$ *Fr.* : 6349,5 *Fr.* = 100 ℔ : x

x = 3294 ℔ 3 ß

Discont pr. 59 T. (vom 17. Dec. bis 14. Febr.) à $4\frac{1}{2}$ % 24 „ 5 „

3318 ℔ 8 ß.

3) Man kaufte für 1681 ℔ 11 ß einen Wechsel von 3216 *Fr.* 25 *cts.* auf Paris; zu welchem Course?

1681,7 ℔ : 100 ℔ = 3216,25 *Fr* : x

x = $191\frac{1}{4}$.

4) 4715 *f.* 40 *cts.* auf Amsterdam à 35,75?

35,75 *f.* : 4715,4 *f.* = 40 ℔ : x

x = 5275 ℔.

5) Wieviel Gulden trassiert Hamburg auf Amsterdam für 2713 ℔ 14 ß ℬ° zum Course von 35. 90?

40 ℔ : $2713\frac{7}{8}$ ℔ = 35,90 *f.* : x

x = 2435 *f.* 70 *cts.*

6) Auf wieviel Franken lautet eine Tratte, auf Antwerpen für ℬ℔. 1312. 8 ß zum Course von $191\frac{1}{2}$ gezogen?

100 ℬ℔. : $1312\frac{1}{2}$ ℬ℔. = $191\frac{1}{2}$ *Fr.* : x

x = $191\frac{1}{2} \times 13\frac{1}{8}$ = 2513 *Fr.* 44 *c.*

7) 2360 ℛ 50 *Kop.* Silber auf Petersburg à 31½?

2360,50
───── × 2
4721 ℳ — β
÷ ½ β × 2360,5 = 73 „ 12 „
─────
4647 ℳ 4 β.

8) 11430 *Rvn.* auf Madrid à 42¼?

x ℳ = 11430 *Rvn.*
20 = 42¼ β
16 = 1 ℳ
─────
x = 1509 ℳ 2 β ℬ°

9) *Rs.* 1:226 $ 425 auf Lissabon à 47½?

1000 *Rs.* : 1226425 *Rs.* = 47½ β : x
─────
ℳ 3679275 = 1226425 × 3 ℳ
÷ ½ β × 1226425 = 38325,81
─────
3640949,19 ℳ div. d. 1000 = 3640,95 ℳ.

10) Wie grofs ist das Guthaben Hamburgs bei Genua oder Livorno, welches zum Course von 193 durch eine Tratte von £ 4896. 40. ausgeglichen worden ist?

193 £ : 4896,4 £ = 100 ℳ : x
─────
x = ℬ𝓍. 2537. —.

11) Ld ℛ 2436. 36. —. pr. 15. Dec. auf Bremen à 139⅝ pr. 3 Mt. mit 5 % Discont am 5. Nov. begeben?

139⅝ ℛ Ld'or. : 2436,5 ℛ Ld'or. = 300 ℳ : x
─────
x = ... ℬ𝓍. 5235. 1.
Discont à 5 % pr. 52 T. „ 37. 13.
─────
ℬ𝓍. 5272. 14.

12) 970 ℛ auf Leipzig à 154?

154 ℛ : 970 ℛ = 300 ℳ : x
─────
x = 1889 ℳ 10 β.

13) 1241 𝑓. auf Frankfurt a. M. à 89?

89 𝑓. : 1241 𝑓. = 100 ℳ : x
─────
x = 1394 ℳ 6 β.

14) 612 *f.* 90 Nkr. Oesterr. Währung auf Prag (im November 1863) à $87\frac{1}{2}$?

$$87\frac{1}{2}\ f. : 612{,}9\ f. = 100\ \text{Thlr} : x$$

$$x = 700\ \text{Thlr}\ 7\ \beta.$$

15) Wieviel Gulden Oesterr. Währung auf Wien (im November 1863) für 1480 Thlr Bco à $87\frac{1}{4}$?

$$100\ \text{Thlr} : 1480\ \text{Thlr} = 87\frac{1}{4}\ f. : x$$

$$x = 1291\ f.\ 30\ \text{Nkr.}$$

16) Ein Betrag von Ct. 950. —. à $126\frac{1}{4}$ in Banco für fremde Rechnung eingezogen, soll in Berliner 2 Mt.-Papier angelegt werden. Wie grofs wird die Rimesse sein, wenn Berliner 2 Mt. à 154 zu haben ist?

$$126\frac{1}{4}\ \text{Thlr}\ Ct. : 950\ \text{Thlr}\ Ct. = 100\ \text{Thlr Bco} : x$$

$$x = 752\ \text{Thlr}\ 8\ \beta\ \text{Bco}$$

$$300\ \text{Thlr Bco} : 752\ \text{Thlr}\ 8\ \beta\ \text{Bco} = 154\ \text{Thlr} : x$$

$$150 = 376\ \text{Thlr}\ 8\ \text{sgr.}$$
$$3 = 7\ \text{,,}\ 15{,}75\ \text{,,}$$
$$1 = 2\ \text{,,}\ 15{,}25\ \text{,,}$$
$$386\ \text{Thlr}\ 9\ \text{sgr.}$$

§. 394.

Frankfurter Courszettel.

(Anfang November 1863.)

Namen der Plätze, mit denen Frankfurt direct wechselt.	Course in Gulden südd. Währung.	Feste Valuten.
Amsterdam	$99\frac{5}{8}$	für 100 *f.* holl.
Antwerpen, Brüssel .	$93\frac{1}{2}$	„ 200 *Fr.*
Augsburg, München .	$99\frac{3}{4}$	„ 100 *f.* S. W. in Augsb. oder München
Berlin, Köln, Leipzig	$104\frac{7}{8}$	„ 60 Thlr preufs. Cour.
Bremen	$96\frac{3}{4}$	„ 50 Thlr Gold.
Genua, Mailand, Turin	$93\frac{1}{2}$	„ 200 *Fr.* (oder *Lire nuove*).
Hamburg	$88\frac{1}{8}$	„ 100 *Bco*.
London	$117\frac{3}{4}$	„ 10 £.
Paris, Lyon	$93\frac{5}{8}$	„ 200 *Fr.*
Petersburg	110	„ 60 *R. S.* *).
Triest, Wien	$102\frac{3}{4}$	„ 100 *f.* in österr. Währung.

*) Auf dem uns vorliegenden Courszettel ist ein Cours nicht notiert. Wir haben ihn nach Mafsgabe des gleichzeitigen Berliner Courses festgestellt.

Diese Course verstehen sich sämtlich für kurze Sicht; längere Sichten berechnet man entweder nach den Notierungen für k. S., die man zu diesem Zwecke nach Mafsgabe des Angebots oder der Nachfrage $^1/_8$ oder $^1/_4$ *f.* niedriger oder höher annimmt, und unter Abzug von Discont, oder Käufer und Verkäufer einigen sich über einen Cours für die fragliche Sicht. Der amtliche Courszettel enthält bei den meisten Coursen eine Rubrik für lange Sicht und giebt, wenn die Rubrik ausgefüllt ist, den Discontfufs an; auf dem uns vorliegenden Courszettel ist dies nur bei dem Wiener Course der Fall, dessen Notierung aufser der obenangegebenen lautet wie folgt:

Wien m. S. (mittlere Sicht) $102\,^5/_8$ mit 5 %,
l. S. (lange Sicht) $102\,^5/_8$ mit 5 %.

Auf einigen Privat-Courszetteln ist auch ein Cours auf New York notiert in Gulden und Kreuzern für 1 Dollar fest.

Beispiele.

1) 1560 *f.* auf Amsterdam à $99\,^5/_8$?

$$\begin{array}{r} 1560 \\ \div\ 5{,}85 = {}^3/_8\ \% \\ \hline 1554{,}15\ f.\ \text{in Frankfurt.} \end{array}$$

2) Auf wieviel Gulden südd. Währg. lautet eine am 17. Febr. auf Augsburg pr. Ende März auszustellende Tratte für ein Guthaben von 2425 *f.* am 17. Febr. fällig zum Cours von $99\,^3/_4$ für k. S. mit $3\,^1/_2$ % Discont? (Vom 17. Febr. bis 31. März*) = 42 T.; $3\,^1/_2$ % auf 42 T. = $^{49}/_{120}$ %)

$$\begin{array}{rcl} x\ f. & = & 2425\ f.\ \text{in Fkft.} \\ 99\,^3/_4 & = & 100\ \text{,, in Augsb. k. S.} \\ 99\,^{71}/_{120} & = & 100\ \text{,, pr. 31. März} \\ \hline x & = & 2441\ f.\ 4\ xr. \end{array}$$

3) Wenn 1415 *₰* 15 *sgr.* auf Berlin mit 2474 *f.* 11 *xr.* bezahlt wurden, zu welchem Course waren sie gerechnet?

$$\begin{array}{c} 1415\,^1/_2\ ₰ : 60\ ₰ = 2474{,}18\ f. : x \\ \hline x = 104\,^7/_8. \end{array}$$

4) 964 *₰* 36 *gt.* Ld'or. auf Bremen à $96\,^3/_4$?

$$\begin{array}{c} 50\ ₰ : 964{,}5\ ₰ = 96\,^3/_4\ f. : x \\ \hline x = 1866{,}3075\ f.\ (18\ xr.) \end{array}$$

5) *Bℳ.* 3260. —. pr. 30 Mai auf Hamburg à $88\,^1/_4$ k. S., mit 3 % Discont, am 1. April.

(100 *ℳ* : 3260 *ℳ* = $88\,^1/_4$ *f.* : x)

Bℳ. 3260. —. à $88\,^1/_4$	. . .	*f.* 2876. 57.
Discont pr. 59 T. à 3 %	.	„ 14. 9.
		f. 2862. 48.

*) In Frankfurt a. M. rechnet man jeden Monat zu der Anzahl von Tagen, die er hat.

6) 5975 *Fr.* 50 *cts.* auf Paris à $93^5/_8$?

$$200 \text{ Fr.} : 5975 \text{ Fr. } 50 \text{ cts.} = 93^5/_8 \text{ fl.} : x$$

$$x = 2797 \text{ fl. } 17 \text{ xr.}$$

7) Wieviel Gulden österr. Währung trassiert Frankfurt auf Wien in k. S. am 4. Nov. 1863 für 1486 *fl.* 30 *xr.* à $102^3/_4$?

$$102^3/_4 \text{ fl. S. W.} : 1486^1/_2 \text{ fl. S. W.} = 100 \text{ fl. Oe. W.} : x$$

$$x = 1446 \text{ fl. } 72 \text{ Nkr.}$$

8) £ 632. 10 *s.* pr. 14. Mai auf London, à $117^5/_8$ für k. S. mit 3 % Discont, am 9. März begeben.

$$10 \text{ £} : 632{,}5 \text{ £} = 117^5/_8 \text{ fl.} : x$$

$$x = 7439 \text{ fl. } 47 \text{ xr.}$$

Disc. à 3 % pr. 66 T. 40 „ 55 „

7398 *fl.* 52 *xr.*

§. 395. Sind mehrere Wechsel mit verschiedenen Sichten nach einem Course für eine und dieselbe Sicht zu berechnen, so reduciert man sie gewöhnlich sämtlich auf diejenige Sicht, nach deren Course die Berechnung erfolgen soll, durch Ab- oder Zurechnung des Disconts, je nachdem die Verfallzeit der Wechsel später oder früher eintritt als sie der Sicht gemäfs eintreten sollte, für welche der Cours sich versteht. Der Discont kann entweder für jeden Wechsel sofort ausgerechnet oder in den aus der Multiplication der Wechselbeträge mit der ihnen zugehörenden Anzahl von Tagen entstandenen Producten (Discontzahlen) dargestellt werden, deren Summe sodann durch den Divisor zu dividieren ist, der zu dem Discontfufse gehört. (§. 275.) Man kann aber auch für sämtliche Wechsel eine gemeinschaftliche Verfallzeit ermitteln (§. 312), den Gesamtbetrag der Wechsel nach dem gegebenen Course reducieren und von dem so ermittelten Betrage den Discont für die Zeitdifferenz berechnen, welche zwischen der Sicht des Courses und der aufgefundenen mittleren Verfallzeit statt findet, welcher Discont sodann entweder zu addieren oder zu subtrahieren ist, jenachdem die mittlere Verfallzeit früher oder später eintritt als die der Sicht des Courses entsprechende Verfallzeit.

Beispiele.

1) In Wien werden am 2. Nov. 1863 zum Course von 112. 50. pr. 3 Mt. mit 4 % begeben: £ 650. —. —. pr. 19. Dec., £ 124. 10. —. pr. 3. Jan., £ 312. 10. —. pr. 30. Jan. Wie grofs ist der Ertrag?

£ 650. —. —.	pr. 19. Dec.	45 T. . . .	29250	
„ 124. 10. —.	„ 3. Jan.	30 „ . . .	3735	
„ 312. 10. —.	„ 30. do.	3 „ . . .	937	
£ 1087. —. —.			33922	
„ 3. 15. 5.	Discont à 4 % = $\frac{33922}{9000}$			
£ 1090. 15. 5.	3 Mt. auf London, à 112. 50 . .			f. 12271. 17.

Erkl. 3 Mt.-Papier, vom 2. Nov. dem Tage der Begebung an gerechnet, ist fällig am 2. Febr., die hier gegebenen Wechsel sind daher sämtlich früher fällig, und zwar, da es in Wien üblich ist, den Monat zu soviel Tagen zu rechnen, als er hat, der erste um 45, der zweite um 30, der dritte um 3 Tage. Anstatt nun von jedem Betrage den Discont zu berechnen, multipliciert man jeden Betrag mit der ihm zugehörigen Anzahl von Tagen, und sucht aus der Summe der Producte den Discont mittelst Division derselben durch den zum Discontfufse gehörigen Divisor (hier 9000). Da die Wechsel früher fällig sind, als sie sein sollten, um nach dem 3 Mt.-Course berechnet werden zu können, so ist der gefundene Discont zu addieren, wodurch £ 1090. 15. 5. in 3 Mt.-Papier entstehen, deren Berechnung à 112. 50. (d. h. 112 f. 50 Nkr. pr. 10 £) den Ertrag von f. 12271. 17. liefert.

2) Frankfurt a. M. begiebt am 25. April folgende Appoints auf Augsburg: f. 950. —. pr. 19. Juni, f. 1200. —. pr. 27. Juni und f. 850. —. pr. 30. Juni. — Cours für kurze Sicht $99\frac{3}{4}$, Discont $4\frac{1}{2}$ %.

f. 950. —.	pr. 19. Juni . .	55 Tage	52250	
„ 1200. —.	„ 27. do. . .	63 „	75600	
„ 850. —.	„ 30. do. . .	66 „	56100	
f. 3000. —.			183950	
„ 23. —.	Discont à $4\frac{1}{2}$ % = $\frac{183950}{8000}$			
f. 2977. —.	k. S. auf Augsburg, à $99\frac{3}{4}$			f. 2969. 34.

Erkl. Wechsel auf kurze Sicht sind in diesem Falle als am 25. April fällig anzusehen; folglich sind die zur Berechnung gegebenen Wechsel um 55, 63, 66 Tage später fällig, der Gesamtbetrag des ermittelten Disconts ist daher vom Gesamtbetrage der Wechsel abzuziehen.

3) Berlin begiebt am 15. April folgende Rimessen auf Paris: Fs. 3000. —. pr. 7. Juni, Fs. 2500. —. pr. 11. Juni, Fs. 1500. —. pr. 14. Juni, Fs. 3000. —. pr. 18. Juni, Fs. 2000. —. pr. 20. Juni, Fs. 1550. 75. pr. 28. Juni, zum 2 Mt.-Course von $79\frac{5}{8}$ mit 4 % Discont.

Erkl. Die Verfallzeit des 2 Mt.-Papiers, am 15. April ermittelt, trifft auf den 15. Juni; ein Theil der Wechsel ist also früher, ein anderer später fällig, der Discont auf die ersteren ist daher dem Wechselbetrage hinzuzufügen, auf die letzteren von demselben zu subtrahieren. Das weitere ist aus der nun folgenden Nota zu ersehen.

Berlin, d. 15. April 18...

Nota über:

Fr. 3000. —. pr. 7. Juni . 8 T. . Fr. 2.67.
„ 2500. —. „ 11. do. . 4 „ . „ 1.11.
„ 1500. —. „ 14. do. . 1 „ . „ —.17.
Zinsen zu Fr. 3.95.
„ 3000. —. „ 18. do. . 3 „ . Fr. 1.—.
„ 2000. —. „ 20. do. . 5 „ . „ 1.11.
„ 1550. 75. „ 28. do. . 13 „ . „ 2.24.
Fr. 13550. 75. Zinsen ab „ 4.35.
„ —. 40. Zinsen à 4 % Fr. —.40.
Fr. 13550. 35. 2 Mt. auf Paris à $79^5/_8$ Rp 3596.15.

Oder unter Anwendung einer gemeinschaftlichen Verfallzeit, deren Ermittelung nach §. 312 dem Lernenden überlassen bleibt:

Fr. 3000. —. pr. 7. Juni.
„ 2500. —. „ 11. „
„ 1500. —. „ 14. „
„ 3000. —. „ 18. „
„ 2000. —. „ 20. „
„ 1550. 75. „ 28. „
Fr. 13550. 75. auf Paris, pr. 16. Juni Durchschnitts-verfallzeit, à $79^5/_8$ pr. 2 Mt. . . . Rp 3596. 18.
Discont pr. 1 Tag à 4 % „ —. 12.
Rp 3596. 6.

Das unter Benutzung einer durchschnittlichen Verfallzeit ermittelte Resultat wird in der Regel an Ungenauigkeit leiden, weil die durchschnittliche Verfallzeit sehr selten eine ganz genaue sein kann. (Vgl. die Beispiele in §. 312.) Die Berechnung selbst ist keineswegs kürzer als die zuerst angewendete.

4) In Paris werden am 12. Nov. 18.. die nachverzeichneten Wechsel auf Frankfurt a. M. zum Cours von $212^1/_4$ für 90 Tage mit $4^1/_2$ % Discont für das kürzere und mit 5 % Discont für das längere Papier negociert. (90 Tage vom 12. Nov. = 10. Febr.)

f. 1300. —. pr. 11. Jan. . 30 Tage . 390
„ 950. —. „ 5. Febr. . 5 „ . 47
„ 1500. —. „ 18. do. . 8 „ 120
„ 2000. —. „ 25. do. . 15 „ 300
f. 5750. —. $\frac{437}{80}$ $\frac{420}{72}$
= 5 f. 28 xr. = 5 f. 50 xr.
„ —. 12. Discont à $4^1/_2$ u. 5 %
f. 5749. 48. 90 T. auf Frankfurt a. M. . . à $212^1/_4$. . Fr. 12203. 95.

Erkl. Dieser Fall unterscheidet sich von dem vorhergehenden in der zuweilen vorkommenden Anwendung eines doppelten Discontfufses. Die Berechnung aber weicht von der bisher angewendeten darin ab, dafs die Discontzahlen nicht zum vollen, sondern erst nach erfolgter Division durch 100 eingestellt worden sind, weshalb auch die Summen derselben mit den ebenfalls durch 100 getheilten Divisoren 8000 und 7200 dividiert worden sind.

§. 396. Uebungsaufgaben.

Amsterdam.

1215) 4508 *Rvn.* auf Cadix à 237?
1216) 5620 ℳ 10 ß Bᵒ auf Hamburg à 35 1/8?
1217) 1640 *f.* 12 Nkr. auf Wien (im Nov. 1863) à 102.
1218) Wieviel Francs auf Paris für 6080 *f.* 40 *cts.* à 56 1/4?
1219) Wie steht der Cours, wenn 34518 *f.* auf Frankfurt a. M. mit 34172 *f.* 82 *cts.* holl. bezahlt werden?
1220) 342 £ 10 *s.* 6 *d.* auf London à 11. 77 1/2?

Augsburg.

1221) 2940 ℛ 15 *sgr.* pr. 15. Dec. auf Berlin à 105 k. S. mit 5 % Discont am 26. Nov.?
1222) 3231 ℳ 12 ß Bᵒ auf Hamburg à 87 7/8?
1223) Wieviel Pfund Sterling u. s. w. auf London für 5592 *f.* 30 *xr.* à 117 5/8?
1224) Wieviel Gulden u. s. w. sind auf Amsterdam 2 Mt. dato zu trassieren für baar fällige 1439 *f.* 40 *xr.* zum Cours von 99 3/8 für k. S. mit 4 % Discont?
1225) 968 *f.* 42 *xr.* pr. 15. Dec. auf Frankfurt a. M. am 26. Nov. zum Cours von 100 für k. S. mit 5 % Discont?
1226) 2450 *Fr.* auf Paris à 93 1/8?

Berlin und Leipzig.

1227) 994 *f.* 36 *xr.* S. W. auf Frankfurt a. M. à 56 3/4?
1228) 2520 *f.* 40 Nkr. in österr. Währg. auf Wien pr. 15. Nov. 1863 am 30. Oct. zum Course von 88 3/4 k. S. mit 5 % Discont?
1229) 5235 *Fr.* 60 *cts.* auf Paris à 79 3/8?
1230) 2346 ℳ 10 ß Bᵒ auf Hamburg pr. 20. Nov., am 30. Oct. zum Course von 151 1/8 für k. S. Discont 5 %.
1231) 1436 *Rᵒ* 40 *Kop. S.* auf Petersburg à 103 1/4?
1232) 1632 ℛ 27 *sgr.* auf Breslau werden mit 1622 ℛ bezahlt; zu welchem Course?
1233) Wieviel Thaler Gold trassiert Leipzig auf Bremen am 3. Nov. 2 Mt. dato für 1596 ℛ 25 *ngr.* Cour. à 110 1/8 für k. S. mit 5 1/2 % Discont?
1234) 1153 £ 14 *s.* 6 *d.* auf London à 6. 22 3/4?

1235) Wieviel Mark Banco entnimmt Leipzig auf Hamburg für 2497 ℛ 18 *ngr.* à $149\frac{1}{2}$?
1236) 1560 *ƒ.* 36 *xr.* auf Augsburg à $57\frac{1}{8}$?
1237) 1246 ℛ 48 *gt.* Ld'or. auf Bremen à $109\frac{3}{8}$?
1238) Man bezahlt in Berlin 130 £ 17 *s.* 6 *d.* auf London mit 874 ℛ 20 *sgr.* 5 ₰; zu welchem Course?
1239) Wieviel Francs und Centimes trassiert Leipzig auf Paris für 1895 ℛ 21 *ngr.* 5 ₰ à $79\frac{3}{4}$?
1240) 1435 *ƒ.* 60 *cts.* auf Amsterdam pr. 15. Febr., am 5. Jan., zum Course von $141\frac{7}{8}$ für k. S., Discont 5 %?
1241) 1325 *ƒ.* 30 *xr.* auf Augsburg bezahlt man mit 755 ℛ 16 *ngr.*; zu welchem Course?
1242) Wieviel Gulden u. s. w. in österr. Währung auf Wien kauft Leipzig für 570 ℛ 20 *ngr.* am 30. Oct. 1863 à $88\frac{5}{8}$?
1243) Wieviel Thaler u. s. w. trassiert Berlin in 3 Mt.-P. auf Breslau für baar fällige 2515 ℛ 18 *sgr.*? 2 Mt.-Cours $99\frac{1}{6}$, Discont 4 %?
1244) Wieviel Gulden u. s. w. auf Frankfurt a. M. kauft Leipzig für 978 ℛ 18 *ngr.* à $57\frac{1}{16}$?
1245) Wieviel Pfund Sterling u. s. w. trassiert Leipzig auf London 60 Tage dato, für baar fällige ℛ 3566. 15., nach dem 3 Mt.-Course von 6. $18\frac{1}{8}$, Discont 5 %?

Frankfurt a. M.

1246) 948 £ 18 *s.* 4 *d.* auf London à $117\frac{3}{4}$?
1247) Zu welchem Course kaufte man 968 ℛ 15 *sgr.* auf Berlin, die mit 1686 *ƒ.* 48 *xr.* berechnet wurden?
1248) 1254 ℛ 48 *gt.* Ld'or. pr. 15. Nov. auf Bremen à $95\frac{1}{2}$ für k. S. mit 5 % Discont, am 1. Nov.?
1249) 1265 ℛ 18 *ngr.* auf Leipzig à $104\frac{7}{8}$?
1250) Wieviel *Francs* auf Paris für 4214 *ƒ.* 25 *xr.* à $93\frac{5}{8}$?
1251) 1436 *Fr.* 35 *c.* auf Antwerpen à $93\frac{1}{8}$?
1252) 3215 ℳ 8 *ß* *Bº* auf Hamburg à $87\frac{3}{4}$?
1253) 4000 *ƒ.* im $52\frac{1}{2}$ *ƒ.*-Fuſse auf Augsburg à $99\frac{1}{2}$?

Hamburg.

1254) Wieviel Pfund Sterl. u. s. w. auf London für 2000 ℳ Banco à 13. $3\frac{1}{4}$?
1255) 1352 *Fr.* 50 *cts.* auf Paris à 190?
1256) 2840 *R.e S.* auf Petersburg à $31\frac{3}{8}$?
1257) Wieviel Gulden auf Amsterdam für 5276 ℳ *Bº* à 35. 85?
1258) 2400 *ƒ.* auf Frankfurt à $89\frac{1}{2}$?
1259) 2406 Silberpiaster auf Madrid à $42\frac{1}{2}$?

1260) 158628 Reïs auf Lissabon werden mit 456 ℳ 1 β bezahlt; zu welchem Course?

1261) 10000 *Fr.* auf Antwerpen à 191?

1262) 4088 ℛβ auf Leipzig à 153 $^7/_8$?

1263) Wie grofs ist eine Tratte auf Augsburg für baar fällige *Bℛ.* 2106. 10. 2 Mt. dato zu ziehen, wenn 2 Mt. Augsburger 89 $^3/_4$ Geld notiert ist?

1264) 1845 £ 75 *c.* auf Livorno à 193 $^1/_4$?

London.

1265) 2460 *Rt* 75 *Kop. S.* auf Petersburg à 35 $^3/_4$?

1266) 4218 ℳ 12 β *B°* auf Hamburg à 13. 6?

1267) *Rs.* 1:428550 auf Lissabon à 52 $^1/_2$?

1268) Wieviel *Francs* auf Paris für 316 £ 10 *s.* 1 *d.* à 25. 32 $^1/_2$?

1269) 12448 *Rvn.* auf Madrid à 49 $^3/_4$?

1270) Zu welchem Course kaufte man 5106 *f.* 6 *xr.* auf Frankfurt a. M., wenn sie mit 430 £ 17 *s.* 11 *d.* bezahlt wurden?

Paris.

1271) 1360 ℳ 12 β *B°* auf Hamburg à 187 $^3/_4$?

1272) Wieviel Gulden auf Frankfurt a. M. für 3048 *Fr.* 60 *cts.* à 211 $^3/_4$?

1273) 1348 *f.* 30 *cts.* auf Amsterdam à 211 $^7/_8$?

1274) Am 20. August 1863 zum Cours von 515 $^1/_2$ für 3 Monate mit 4 % Discont begeben: *Rs.* 25000.—. pr. 20. Oct., *Rs.* 30000.—. pr. 30. Oct., *Rs.* 20000. —. pr. 3. Nov., *Rs.* 30000. —. pr. 10. Nov. auf Madrid. Wie grofs ist der Ertrag?

1275) *Fr.* 4365. 30., fällig am 10. Nov., werden an diesem Tage auf London 60 Tage dato, zum Course von 24. 95. für 90 Tage dato mit 6 % Discont trassiert; auf wieviel Pfund u. s. w. lautet die Tratte?

1276) 1860 ℛβ 25 *sgr.* auf Berlin à 373?

1277) £ 625. 10. pr. 25. Mai auf London, am 29. März, zum Cours 24. 90. pr. 90 Tage, mit 4 % Discont gekauft.

(In Nr. 1274 und Nr. 1277 der Monat = soviel Tagen als er hat.)

Wien.

(Course Anfang November 1863.)

1278) 4248 *f.* 54 *xr.* auf Augsburg à 95. 40?

1279) 3430 *Fr.* auf Paris à 44. 50?

1280) £ 250. —. pr. 20. Januar auf London, am 2. Nov. 1863 à 112. 50. (pr. 3 Mt.) mit 4 % Discont?

1281) 2450 *f.* auf Amsterdam, fällig am 13. Jan., begeben am 2. Nov. zum 3 Mt.-Course von 95. 35. mit $3\frac{1}{2}$ % Discont?

1282) Wieviel Mark Banco trassiert Wien auf Hamburg 2 Mt. dato für baar fällige 1248 *f.* 30 Nkr. zum 3 Mt.-Course von 84. 20. mit 5 % Discont?

1283) Berlin. Wieviel betragen: *ℛ* 850. — pr. 12. Febr., *ℛ* 1200. — pr. 18. Febr., *ℛ* 1500. — pr. 25. Febr. auf Hamburg, am 28. Dec. zum 2 Monat-Course von $150\frac{1}{2}$ mit 3 % Discont berechnet?

1284) Wien. Am 2. Nov. 1863 gekauft: *Fr.* 9000. — pr. 16. Jan.; *Fr.* 2000. — pr. 26. Jan.; *Fr.* 1224. — pr. 30. Jan., auf Paris, zum 3 Mt.-Course von 44. 50., mit 5 % Discont?

1285) Frankfurt a. M. negociert am 15. Sept. folgende Wechsel auf Hamburg zum Course von $87\frac{7}{8}$ für k. S. mit 3 % Discont: *ℛ* 3000. pr. 7. Nov., *ℛ* 2500. — pr. 11. Nov., *ℛ* 1500. — pr. 14. Nov., *ℛ* 1000. — pr. 15. Nov., *ℛ* 2000. — pr. 18. Nov., *ℛ* 3000. — pr. 20. Nov., *ℛ* 4000. — pr. 25. Nov. Wie grofs ist der Ertrag?

1286) Leipzig. Wieviel Louisd'or à $9\frac{3}{8}$ % sind zu bezahlen für folgende Wechsel auf London, die am 18. Sept. zum 3 Mt.-Course von 6. $20\frac{1}{2}$ mit 3 % Discont gekauft werden: *£* 500. — pr. 1. Nov., *£* 500. — pr. 19. Nov., *£* 250. — pr. 20. Nov.?

1287) Leipzig. Wieviel hat man für folgende Hamburger Wechsel zu bezahlen, die man am 10. März nach dem Course von $150\frac{1}{2}$ k. S. mit 3 % Discont kauft: *ℛ* 1500. — pr. 30. Mai, *ℛ* 850. — pr. 15. Juni, *ℛ* 1200. — pr. 30. Juni, *ℛ* 950. — pr. 15. Juli, *ℛ* 1240. — pr. 30. Juli?

1288) Paris. Am 18. Jan. werden negociert: *£* 560. — pr. 15. März, *£* 312. 15. pr. 22. März, *£* 200. — pr. 25. April, *£* 265. — pr. 27. April, zum Course 25. $17\frac{1}{2}$. für k. S. mit 4 % Discont. Wieviel Franken ist der Ertrag? (1 Mt. = soviel Tagen als er hat.)

1289) Berlin hat am 27. Juli *ℛ* 3355. 8. pr. *netto* Appoint in Pariser 2 Mt.-Papier nach dem Tagescourse von $79\frac{3}{4}$ zu remittieren. Es benutzt dazu folgende in seinem Portefeuille befindliche Wechsel: *Fr.* 3540. — pr. 15. Aug., *Fr.* 2860. — pr. 7. Sept., *Fr.* 985. — pr. 20. Sept., *Fr.* 2000. — pr. 3. Oct., die es mit 4 % Discont berechnet, und giebt den Rest in einem Wechsel von der Hand pr. 20. Oct., ebenfalls mit 4 % Discont. *a*) Wieviel Franken in 2 Mt.-Papier geben obige 4 Appoints; *b*) auf wieviel Franken lautet die Tratte?

1290) Bremen. *a*) 2816 *ℛ* 10 *ß Bo.* auf Hamburg à $137\frac{1}{4}$; *b*) 1365 *f.* 75 *cts.* auf Amsterdam à $128\frac{1}{2}$; *c*) 206 *£* 13 *s.* 6 *d.* auf London à $610\frac{1}{2}$; *d*) 14336 *Fr.* 50 *cts.* auf Paris à $17\frac{3}{4}$.

1291) Köln. *a*) 3236 *f.* 75 *cts.* auf Amsterdam à $142\frac{3}{10}$; *b*) 1932 *f.* 30 *xr.* auf Frankfurt a. M. à $57\frac{1}{8}$ oder à $85\frac{7}{10}$*); *c*) 869 *ℛ* 18 *ngr.* auf Leipzig à $99\frac{1}{4}$.

1292) New York. Auf wieviel Pfund Sterling u. s. w. lautet eine Tratte, gezogen am 30. Oct. 1863 auf London, 60 T. Sicht, für 5840 *$* 30 *c.*

*) Der Cours auf Frankfurt a. M. wird in Köln entweder pr. 100 *f.* (mit 57 *ℛ* + ÷) oder pr. 150 *f.* (mit 85 *ℛ* + ÷) notiert.

zum Course von $160\frac{1}{2}$ (oder à $60\frac{1}{2}$ % Prämie)? ($160\frac{1}{2}$ $ in New York*) = 100 $ in London à $4\frac{1}{2}$ *s.* fest.)

1293) Havana. Wie grofs ist der Ertrag einer Rimesse auf London von £ 4518. 6 *s.* 9 *d.*, zum Course von $10\frac{3}{4}$ % Prämie begeben? ($110\frac{3}{4}$ $ in Havana = 100 $ in London, wovon 444 = 100 £ fest.)

1294) Calcutta. Wieviel *Company's Rupees* u. s. w. bringt der Verkauf von 1864 £ 2 *s.* 6 *d.* auf London zum Course von 2 *s.* $1\frac{1}{2}$ *d.* (für 1 *Co. R.*)?

b) Indirecte Wechselreductionen.

§. 397. Eine indirecte Wechselreduction tritt ein, wenn ein Platz die Valuta eines andern Platzes in die seinige, oder umgekehrt, reducieren soll, und er mit diesem Platze nicht in directem Wechselverkehr steht. Z. B. Berlin soll eine gewisse Summe spanischer Piaster in preufs. Courant nach dem Wechselcourse umrechnen. Da Berlin keinen Cours auf einen der Handelsplätze Spaniens notiert, so mufs es sich der Vermittelung eines Platzes (Mittelplatzes) bedienen, welcher sowohl mit einem dieser Plätze als mit Berlin direct wechselt, wie z. B. London, und die mittelst des Courses dieses Platzes erfolgende Reduction ist eine indirecte. — Eine solche Reduction findet ferner statt, wenn ein Platz einem andern, statt directen Papiers, Wechsel auf einen dritten Platz übermacht. Z. B. Leipzig remittiert an London, statt Londoner Papiers, Wechsel auf Paris; ferner wenn eine gewisse Wechselgattung gegen eine andere vertauscht wird, z. B. man verkauft in Berlin Wechsel auf London gegen Wechsel auf Paris, u. s. w.

Bedient man sich nur der Course eines Mittelplatzes, so kommen bei einer solchen Wechselreduction keine Spesen vor; nimmt man aber die Vermittelung dieses Platzes in Anspruch, d. h. läfst man durch ihn trassieren oder remittieren, so sind in den meisten Fällen Spesen damit verbunden (§. 399). Berechnet der Mittelplatz dergleichen jedoch nicht, d. h. trassiert oder remittiert er franco Spesen, so wird er sich dafür an den Coursen erholen müssen. (S. Wechselcommissionsrechnung.)

Beispiele.

1) Wieviel beträgt Ende November 1863 ein von Mailand auf Leipzig gezogener Wechsel von 964 *Lire* 75 *Centesimi*, wenn kurz Mailänder in Augsburg $93\frac{1}{4}$ und kurz Augsburger in Leipzig 57 notiert ist?

$$\begin{aligned} x \text{ Thlr.} &= 964{,}75 \text{ £} \\ 200 &= 93\tfrac{1}{4} \text{ fl.} \\ 100 &= 57 \text{ Thlr.} \\ \hline x &= 256 \text{ Thlr. } 12 \text{ ngr.} \end{aligned}$$

*) Vgl. §. 385, Beisp. 2.

2) Berlin hat in Madrid 2000 Silberpiaster zu fordern, und trassiert diesen Betrag auf Hamburg zum dortigen Madrider Course von 42. Wieviel bringt diese Forderung ein, wenn Berlin das Hamburger mit $151\frac{1}{2}$ verkauft?

a) Wie grofs ist die Tratte des Berliner auf Hamburg?

42 ß oder $2\frac{5}{8}$ ℳ︁ × 2000 = ℳ︁B. 5250. —.

b) Ertrag dieser Tratte à $151\frac{1}{2}$?

ℳ︁B. 5250. —. à 150 = 2625 Thlr

$1\frac{1}{2}$ = 26 „ 7 sgr. 6 ₰

2751 Thlr 7 sgr. 6 ₰.

3) Petersburg hat in Hamburg 12000 ℳ︁B. zu zahlen; was kosten sie ihm, wenn es Londoner 3 Mt.-Papier remittiert, das es mit 38 einkauft und welches Hamburg mit 13. $\frac{1}{4}$ nimmt?

x R.S.	=	12000 ℳ︁B.
$13\frac{1}{64}$	=	240 *d.*
38	=	1 R.S.
x = 5822 R. 96 *Kop.*		

Welchen directen Cours giebt dies?

x ß	=	1 R.
5822,96	=	12000 ℳ︁B.
1	=	16 ß
x = 33 ß ca.		

§. 398. Uebungsaufgaben.

1295) Gegen den pr. 25. Jan. fälligen Reinertrag der Verkaufrechnung eines Hauses in Porto, *Rs.* 518140 effectiv (d. h. in Gold zahlbar) läfst Leipzig durch Paris am 2. Nov. 3 Mt. dato à $553\frac{1}{2}$ (*c.* für 1000 *Rs.*) mit 4 % Discont trassieren. Wenn nun Leipzig über das auf diese Weise entstehende Guthaben bei Paris à $79\frac{7}{8}$ k. S. verfügen könnte, *a*) wieviel würde dann jener Reinertrag (ohne Berücksichtigung der in Contocorrent zu berechnenden Spesen) ihm einbringen, *b*) wie hoch würde sich der Preis eines *Milreïs* (in Gold) stellen?

1296) Wieviel kostet Köln eine Rimesse an Frankfurt, die es für eine Schuld von 2560 ƒ. in Pariser Wechseln macht, welche à $79\frac{5}{8}$ eingekauft sind, und von Frankfurt mit $93\frac{3}{8}$ genommen werden?

1297) Wieviel kostet Leipzig eine Schuld von 4156 *Lire* an Mailand, in Augsburger 3 Mt.-Papier remittiert, welches von Mailand mit $212\frac{3}{4}$ berechnet und von Leipzig zu 57 für k. Sicht mit $3\frac{1}{2}$ % Discont eingekauft wird?

1298) Für Rechnung von Berlin wird von Hamburg einem Hause in Frankfurt a. M. die Summe von 1430 *f.* 30 *xr.* zum Course von $89\frac{5}{8}$ in Rechnung vergütet. Wenn nun Berlin die Deckung dafür an Hamburg à $151\frac{3}{8}$ macht, *a*) wieviel kostet ihm seine Schuld an Frankfurt, und *b*) welchen directen Cours giebt dies?

1299) Leipzig will an London durch Vermittelung Hamburgs bezahlen, und remittiert an letzteren Platz *f.* 8000. —. in Amsterdamer 3 Mt.-Papier, die es à $141\frac{7}{8}$ für k. S. (wofür hier 8 Tage gerechnet sind) mit $3\frac{1}{2}$ % Discont gekauft hat. Hamburg verkauft sie à 35. 90. (für 3 Mt.-P.) und legt den Gesamtertrag in Londoner Wechseln k. S. à 13 *ℛ* $4\frac{1}{2}$ *ß* an. — *a*) Wie grofs ist der Ertrag des Amsterdamer in Hamburg; *b*) wieviel Pfund u. s. w. auf London hat Hamburg zu kaufen; *c*) welchen directen Cours auf London giebt diese Operation für Leipzig?

c) Wechselreductionen mit Spesen.

§. 399. Wie bereits in §. 397 gesagt worden ist, entstehen Wechselreductionen mit Spesen, wenn ein Platz (ein Commissionär) für Rechnung eines andern Platzes (eines Committenten) eine gewisse Summe trassiert oder remittiert, oder beides zugleich thut, und zwar können sie direct oder indirect sein.

Die dabei vorkommenden Spesen sind entweder proportioniert oder nicht, d. h. entweder sie steigen oder fallen, da sie procentweise ausgedrückt sind, mit dem Kapital, wie z. B. Provision, Courtage u. s. w., oder das Kapital hat auf ihren Betrag keinen Einflufs, wie z. B. Brief- und Geldporto, Telegramme u. s. w. Im ersten Falle läfst sich eine solche Wechselreduction ganz durch einen Kettensatz machen, im zweiten Falle nur theilweise, wenn man nicht etwa die unproportionierten Spesen proportioniert. Ein solches Verfahren entspräche jedoch dem Bedürfnisse der Praxis nicht, welche die Darlegung der einzelnen Operationen fordert; daher mufs man die einzelnen Rechnungen ebenso aufstellen, wie sie sich nach und nach aus dem Gange eines vorliegenden Geschäfts ergeben.

Wegen der Berechnung der in Procenten ausgedrückten Spesen verweisen wir zunächst auf das im Eingange zur Procentrechnung gesagte, und bemerken, dafs die Spesen beim Remittieren (Ein-

kauf) vermehrend, beim Trassieren (Verkauf) vermindernd auf den zu suchenden Betrag oder Ertrag einwirken. Ob aber diese Veränderung nach Procenten vom oder auf oder im Hundert erfolgen mufs, kann allein aus der Beschaffenheit des Werthes beurtheilt werden, welcher zu ihrer Berechnung gegeben ist. Da die Spesen nur von dem Betrage des wirklichen Einkaufs oder Verkaufs gerechnet werden können, so sind Procente vom Hundert $(100 = \%_0)$ stets da zu rechnen, wo der gegebene Betrag wirklich den besorgten Einkauf oder Verkauf, also den Werth bildet, von welchem die Spesen verursacht werden. Werden aber die Spesen von dem um die Spesen zu vermehrenden Betrage hervorgebracht, so müssen dieselben im Hundert $(100 \div \%_0 = \%_0)$ berechnet werden. Ist endlich der gegebene Betrag so beschaffen, dafs die Spesen erst von dem nach Abzug der Spesen verbleibenden Betrage verursacht werden, so müssen sie auf Hundert $(100 + \%_0 = \%_0)$ angesetzt werden, wie dies alles aus den nachfolgenden Beispielen deutlicher werden wird. Die Praxis nimmt es indes mit dieser Unterscheidung der Procentsätze vorzüglich da nicht immer genau, wo es sich um kleine Procentsätze und kleine Beträge handelt, indem man in solchen Fällen gewöhnlich alles vom Hundert rechnet, auch füglich ohne wesentlichen Irrthum rechnen kann. (Siehe jedoch die Erklärung zu Beisp. 6, S. 369).

§. 400. Soll gegen den Betrag eines Einkaufs von Wechseln trassiert oder gegen den Ertrag eines Verkaufs von Wechseln remittiert werden, mit andern Worten, ist mit einem Einkaufe ein Verkauf oder mit einem Verkaufe ein Einkauf verbunden, so entsteht die Frage, ob die Provision auf das eine und das andere, oder nur auf das eine, und in diesem Falle auf welches von beiden zu rechnen ist. Auf den europäischen Handelsplätzen gilt wohl durchgehends der Grundsatz, dafs die Provision nur einmal berechnet wird, und zwar von dem Betrage des ersten Geschäfts, dafs das zweite zur Ausgleichung des ersten gemachte dagegen von Provision frei bleibt. Ebenso ist es auf diesen Handelsplätzen nicht üblich, Provision für die Tratten zu rechnen, welche ein Commissionär gegen den Betrag einer Factura ausstellt, oder für die Rimessen, welche er gegen den Reinertrag einer Verkaufsrechnung macht. Aufsereuropäische Plätze dagegen rechnen in allen diesen Fällen Provision, wie sich aus den Beispielen 5 und 6 ergiebt. Courtage aber wird überall vom Einkaufe und Verkaufe, sowie von Tratten gegen Facturabeträge und von Rimessen gegen Reinerträge berechnet. Zuweilen wird sie, wenn es sich um Einkauf und Verkauf zugleich handelt, in einen Satz zusammengefafst, z. B. statt $\frac{1}{2}\,\%_{00}$ und $\frac{1}{2}\,\%_{00} = 1\,\%_{00}$, und dann vom Betrage des ersten Geschäfts gerechnet.

Beispiele.

1) Hamburg kauft für fremde Rechnung 1800 *f.* auf Frankfurt a. M. à 89 und berechnet $\frac{1}{2}\%$ Spesen. Wieviel Mark Banco beträgt dies zusammen?

f. 1800. — auf Frankfurt a. M. à 89 . .	*Bȝ.*	2022.	8.
Spesen $\frac{1}{2}\%$ (vom 100) . .	„	10.	2.
	Bȝ.	2032.	10.

Erkl. Hamburg belastet seinen Committenten nicht allein für den Betrag des eingekauften Frankfurter, sondern auch für die Spesen. Sie sind hier vom Hundert zu berechnen, denn der Betrag des Frankfurter (*Bȝ.* 2022. 8.) ist wirklich diejenige Summe, durch welche die Spesen veranlafst sind.

2) Augsburg empfängt 2560 *Lire* auf Mailand zum Verkaufe. Wie grofs ist der Reinertrag dieser Rimesse, wenn Augsburg sie à 93 (*f.* S. W. = 200 *Lire*) verkauft und dabei $\frac{1}{2}\%$ Spesen berechnet?

£ 2560. — auf Mailand à 93	*f.*	1190.	24.
ab Spesen $\frac{1}{2}\%$ (vom 100)	„	5.	57.
	f.	1184.	27.

Erkl. Vom Bruttoertrage des Papiers auf Mailand zieht Augsburg seine Spesen mit $\frac{1}{2}$ vom Hundert ab, da dieser Ertrag (*f.* 1190. 24.) derjenige ist, welcher die Spesen verursacht hat.

3) Frankfurt a. M. empfängt am 2. Novbr. Ldr.*ȝ* 974. —. pr. 17. Dec. auf Bremen mit dem Auftrage sie zu begeben und den Nettoertrag in 3 Mt. Londoner anzulegen. Frankfurt vollzieht die Begebung an demselben Tage à $96\frac{3}{4}$ für k. S. mit 5 % Discont, berechnet dafür $\frac{1}{3}\%$ Provision und $\frac{1}{2}‰$ Courtage, und kauft unter Berechnung von $\frac{1}{2}‰$ Courtage 3 Mt. Londoner à $117\frac{3}{4}$ für k. Sicht mit 5 % Discont. Wie gestaltet sich dieses Geschäft?

50 Ldr.*ȝ* : 974 Ldr.*ȝ* = $96\frac{3}{4}$ *f.* : x

x = 1884 *f.* 41 *xr.*

Discont à 5 % pr. 45 T. .	11	„	47 „
Ertrag des Bremer . . .	1872	*f.*	54 *xr.*
Prov. $\frac{1}{3}\%$. *f.* 6. 15. / Cge. $\frac{1}{2}‰$. . „ —. 56.	7	„	11 „
	1865	*f.*	43 *xr.*
Cge. $\frac{1}{2}‰$ ($1000\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$) . .	—	„	56 „
	1864	*f.*	47 *xr*, in Londoner 3 Mt.

Papier anzulegen:

x £ 3 Mt. = $1864\frac{47}{60}$ *f.*
$117\frac{3}{4}$ = 10 £ k. S.
$98\frac{3}{4}$ = 100 £ 3 Mt.

x = 160 £ 7 *s.* 5 *d.*

Erkl. Die Begebung des Bremer erfolgt am 2. Nov. nach dem Course der k. S., als deren Verfalltag der 2. Nov. betrachtet wird; von diesem Tage bis zum 17. Dec. sind 45 Tage, auf welche der Discont à 5 % zu berechnen ist. Provision und Courtage für den Verkauf des Bremer sind vom Hundert resp. vom Tausend zu berechnen, da sie mit dem gegebenen Betrage (1872. 54.) verdient werden; die Courtage für den Einkauf des Londoner ist dagegen auf Tausend zu berechnen, da sie nicht von dem zu ihrer Berechnung gegebenen Betrage (1865. 43.) sondern von diesem Betrage *minus* Courtage verursacht wird, zu deren Berechnung also ein vermehrter Werth gegeben ist. Die Geringfügigkeit des Satzes für Courtage so wie die nicht bedeutende Summe bewirken hier, dafs es gleichgiltig ist, ob die Courtage auf oder vom Tausend berechnet wird.

In der Berechnung (Nota), welche der eine solche Operation Ausführende ertheilt, erscheinen, wie sich aus den später folgenden Beispielen ergiebt, alle Spesen vom Hundert (resp. vom Tausend), weil in einer jeden solchen Nota nur diejenigen Beträge aufgeführt sind, von denen die Spesen verursacht werden.

4) Wien erhält am 2. Nov. 1863 den Auftrag *Bℳ*. 4000. —. in Hamburger 2 Mt.-Papier zu kaufen, und sich dafür unter Berechnung aller seiner Spesen auf Frankfurt a. M. 3 Mt. dato zu erholen. Es vollzieht den Einkauf an diesem Tage à 84. 20. (pr. 3 Mt.) mit 5 % Discont, berechnet dafür ⅓ % Provision und ½ ‰ Courtage und trassiert unter Berechnung von ½ ‰ Courtage auf Frankfurt 3 Mt. dato à 95. 60.

Wir stellen den Einkauf sofort in der Gestalt der von dem Wiener seinem Auftraggeber zu ertheilenden Nota dar, da die hier vorkommenden Berechnungen keine Schwierigkeiten bieten:

Bℳ. 4000. —. pr. 2. Jan. 1864 auf Hamburg à 84. 20. . . .		*f*. 3368. —.
Discont à 5 % pr. 31 T. . . .		„ 14. 50.
		f. 3382. 50.
Provision ⅓ % . .	*f*. 11. 27.	
Courtage ½ ‰ . .	„ 1. 69.	„ 12. 96.
		f. 3395. 46.

Provision und Courtage sind hier vom Hundert (resp. vom Tausend) zu rechnen, da sie von dem zu ihrer Berechnung gegebenen Betrage (*f*. 3382. 50.) verursacht werden. Ehe der Gesamtbetrag in eine Tratte auf Frankfurt verwandelt werden kann, ist derselbe um die für den Verkauf der Tratte zu berechnende Courtage zu vermehren. Diese Vermehrung hat nach dem Satze im Tausend zu erfolgen, da die Courtage dem Makler nicht von dem gegebenen Betrage (*f*. 3395. 46.), sondern von dem zu trassierenden Betrage (*f*. 3395. 46. *plus* Courtage) zu vergüten, zur Berechnung also ein verminderter Werth gegeben ist.

Die Courtage beträgt:

$$999\tfrac{1}{2} : 3395{,}46 = \tfrac{1}{2} : x$$

$$x = 1 \text{ fl. } 70 \text{ Nkr.}$$

hierzu obiger Betrag: 3395 „ 46 „

3397 fl. 16 Nkr., auf Frankfurt 3 Mt. dato à 95. 60. zu trassieren:

$$95{,}6 \text{ fl. Oe. W.} : 3397{,}16 \text{ fl. Oe. W.} = 100 \text{ fl. S. W.} : x$$

$$x = 3553 \text{ fl. } 31 \text{ xr. S. W.}$$

An die oben mitgetheilte Nota des Wiener schliefst sich deren zweiter Theil an wie folgt:

(Wie oben) . . . Oe. W. fl. 3395. 46.

dagegen:

m/Tratte, fl. 3553. 31. 3 Mt. dato auf Frankfurt a. M. à 95. 60.	fl. 3397. 16.	
Courtage $\frac{1}{2}$ ‰ . . .	„ 1. 70.	
		Oe. W. fl. 3395. 46.

Die Courtage ist hier nicht im Tausend, sondern vom Tausend berechnet, da der Werth gegeben ist (3397. 16.), mit dem sie verdient wird.

5) Havana hat an Hamburg für eine Sendung Zucker \$ 5277. 6. zu fordern, und erholt sich dafür direct, unter Berechnung von $2\frac{1}{2}$ % Commission und $\frac{1}{4}$ % Courtage für den Rembours, sowie von \$ 7. 6. für Wechselstempel, zum Course von $44\frac{1}{4}$ (ß für 1 \$). Auf wieviel Mark Banco wird seine Trattte lauten?

Die Forderung erhöht sich zunächst um \$ 7. 6. für Wechselstempel, beträgt daher \$ 5285. 4; auf diesen Betrag sind Commission und Courtage zu rechnen. Sie betragen:

$$97\tfrac{1}{4} : 5285{,}5 = 2\tfrac{3}{4} : x$$

$$x = 149 \,\$\, 4 \, r.$$

Commission und Courtage werden verdient mit dem zu trassierenden Betrage; dieser ist zusammengesetzt aus dem Betrage des Guthabens und dem Betrage der Commission und der Courtage. Zur Berechnung ist also gegeben ein verminderter Werth, die Spesen sind daher im Hundert zu rechnen.

Auf wieviel Mark Banco lautet die Tratte?

\$ 5285. 4. Betrag der Sendung und des Wechselstempels
\+ „ 149. 4. Comm^on. und Courtage
\$ 5435. —. zu trassierender Betrag.

\$ 5435. —. à $44\frac{1}{4}$ ß = Mk. Bco. 15031. 3. Betrag der Tratte.

Die von Havana über diesen Rembours zu ertheilende die Richtigkeit des Ganges der Rechnung beweisende Nota würde lauten:

Betrag von 200 Kisten Zucker			$ 5277. 6.
dagegen:			
m/Tratte: Bß. 15051. 3. à $44\frac{1}{4}$		$ 5435. —.	
Common. $2\frac{1}{2}\%$. . .	$ 135. 7.		
Courtage $\frac{1}{4}\%$	„ 13. 5.		
Wechselstempel . . .	„ 7. 6.	„ 157. 2.	$ 5277. 6.

Commission und Courtage erscheinen hier mit recht vom Hundert berechnet, denn hier ist der Betrag gegeben ($ 5435. —.), mit dem sie verdient sind. Hätte man sie oben, bei Aufsuchung des zu trassierenden Betrags, von $ 5285. 4. mit $2\frac{3}{4}\%$ vom Hundert gerechnet, so würden sie $ 145. 3., und somit die zu trassierende Summe $ 5430. 7. betragen. Von dieser Summe, mit welcher Havana diese Spesen verdienen würde, $2\frac{3}{4}\%$ gerechnet, giebt $ 149. 3., so dafs auf diese Weise ein Verlust von 4 $ für Havana entstünde.

6) Mexico hat für Rechnung Hamburgs 2625 $ an New York zu übermachen, seine Spesen aber vorher abzuziehen. Wenn sich diese nun auf 5 % belaufen, New York die Piaster mit $3\frac{3}{4}\%$ Prämie verkauft, für Empfangen 1 % und für Remittieren ebenfalls 1 % berechnet, die übrigen Spesen in New York aber 33 $ 6 c. betragen, wieviel Mark Banco sind für diese Baarsendung, zum Course von 35, zu remittieren?*)

$ 2625 mex. pari . .		$ 2625. 0.
ab 5 % Spesen (105 = 5) . . .		„ 125. 0.
		$ 2500. 0.
à $3\frac{3}{4}\%$. . . Nordam.		$ 2593. 75.
Empfangen 1 % (100 = 1) . .	$ 25. 94.	
Uebrige Spesen	„ 33. 06.	
		„ 59. 00.
		$ 2534. 75.
Remittieren 1 % (101 = 1)		„ 25. 10.
		$ 2509. 65.
à 35		Bß. 7170. 7 ß.

Erkl. Der Betrag 2625 $ schliefst die Spesen ein, die für die Rimesse in Baarem zu berechnen sind, ist also ein vermehrter Werth, die Spesen sind daher nach §. 220 auf Hundert zu berechnen. Die Provision für Empfangen

*) Wir nehmen dieses in den früheren Auflagen schon enthaltene Beispiel, obgleich es den gegenwärtigen Geldverhältnissen insbesondere New Yorks nicht angemessen ist, wiederum auf, weil die Höhe der in demselben vorkommenden Spesensätze ganz geeignet ist, die Wichtigkeit der grundsätzlichen Unterscheidung der Procentsätze nachzuweisen.

ist vom Hundert zu nehmen, denn sie wird wirklich mit dem gegebenen Betrage verdient. Da die Provision für Remittieren nur von dem wirklich zu remittierenden Betrage genommen werden kann, der gegebene Betrag aber die Provision noch einschliefst, so ist sie auf Hundert zu berechnen. Die Richtigkeit dieses Verfahrens ergiebt sich aus den von Mexico sowie von New York zu ertheilenden Noten.

Nota von Mexico.

Betrag des Guthabens		$ 2625. —.
m/Rimesse: $ 2500. —. baar, *pari* . .	$ 2500. —.	
Spesen 5 %	„ 125. —.	$ 2625. —.

Nota von New York.

Rimesse von Mexico, $ 2500. —. baar à $3^3/_4$ % Prämie		$ 2593. 75.	
Empfangen 1 % . . .	$ 25. 94.		
Uebrige Spesen . . .	„ 33. 06.	„ 59. —.	$ 2534. 75.
dagegen: m/Rim., Bℳ 7170. 7. à 35. .		$ 2509. 65.	
Remittieren 1 %		„ 25. 10.	$ 2534. 75.

In diesen Noten erscheinen wiederum sämtliche Spesen nach dem Satze vom Hundert berechnet, weil die gegebenen Beträge diejenigen sind, mit welchen die Spesen verdient werden. Hätte weder das Haus in Mexico noch das in New York die Spesen so gerechnet, wie sie der Beschaffenheit der gegebenen Werthe gemäfs haben gerechnet werden müssen, sondern wären sie sämtlich vom Hundert berechnet worden, so hätte der Hamburger nur Bℳ 7151. 10 ß erhalten, wovon man sich leicht überzeugen kann.

§. 401. Uebungsaufgaben.

1300) Berlin verkauft für fremde Rechnung ℱ. 8415. —. auf Paris, und berechnet $^1/_3$ % Provision und 1 ‰ Courtage. Wie grofs ist der Ertrag?

1301) Von Amsterdam werden für fremde Rechnung *f.* 5825. 30. auf Augsburg à 99 gekauft und $^1/_2$ % Spesen gerechnet. Wie grofs ist der Betrag dieses Einkaufs?

1302) Leipzig läfst in Hamburg ℛ 1268. —. pr. 4. Jan. auf Petersburg verkaufen, und sich den Nettoertrag in k. Leipziger remittieren. Wenn nun der Verkauf am 3. Nov. à $32^1/_4$ pr. 3 Mt.-Papier mit $5^1/_2$ % Discont erfolgt, Hamburg $^1/_3$ % Provision, $^1/_2$ ‰ Courtage für die Begebung des Petersburger und ebensoviel für den Einkauf der Retouren (d. i. der Rimessen auf Leipzig) berechnet, und letztere am 5. Nov. in Wechseln pr. 15. Nov. à $153^1/_2$ pr. 3 Mt.-P. mit 4 % Discont einkauft, wie grofs ist der Belauf dieser Rimessen?

1303) Leipzig begiebt am 7. Nov. für fremde Rechnung: Bℳ 3000. —. pr. 15. Nov., Bℳ 1500. —. pr. 7. Dec., Bℳ 2400. —.

pr. 15. Jan., *Bℳ.* 960. —. pr. 20. Jan. zum Cours von $151\frac{7}{8}$ für k. S. mit $5\frac{1}{2}$ % Discont. Es berechnet: Provision $\frac{1}{3}$ %, Courtage für Begebung und Anschaffung 2 ‰, und remittiert den Ertrag in einer Tratte auf Bremen 2 Mt. dato nach dem Course von 110 für k. S. mit 5 % Discont. Wie grofs ist die Rimesse?

1304) Für Rechnung Leipzig wurden auf Hamburg 3 Mt. dato trassiert: von Messina: *Oncie* 487. —. à 4 *Tari* $6\frac{1}{4}$ *Grani* (pr. Mark Banco), vom 9. Nov.; von London: £ 67. 10. 6. à 13. $6\frac{3}{4}$ vom 15. Nov.; von Genua: £ 7446. 88. à $190\frac{3}{4}$ (£ für 100 ℳ *B.*), vom 20. Nov.; von Marseille: *Fr.* 4135. 65., vom 28. Nov., und Hamburg berechnet auf diese Ziehungen $\frac{1}{4}$ % Acceptprovision. Leipzig ermittelt für sämtliche Tratten eine gemeinschaftliche Verfallzeit und remittiert deren Gesamtbetrag incl. Acceptprovision in Wechseln auf Hamburg pr. 27. Febr., unter Zurechnung von 5 % Zinsen, wegen späteren Verfalls dieser Rimessen, deren Einkauf à 151 erfolgt. Was kosten sie ihm mit 1 ‰ Courtage?

1305) Frankfurt a. M. empfängt am 1. Nov. zur Begebung: *Fr.* 3250. —. pr. 30. Nov. auf Paris, *Rß* 1625. 10. pr. 10. Dec. auf Berlin, *Bℳ.* 1500. —. pr. 15. Dec. auf Hamburg, und soll die Retouren für den Reinertrag dieser Rimessen in k. Londoner machen. Die Begebung erfolgt am 2. Nov. zu den Coursen für k. S.: $93\frac{5}{8}$ mit $4\frac{1}{2}$ % Discont, $104\frac{7}{8}$ mit 4 %, $88\frac{1}{8}$ mit 5 %. An Spesen berechnet Frankfurt: Provision $\frac{1}{3}$ %, Courtage für Begebung 1 ‰, ebensoviel für den Einkauf des Londoner, den es à $117\frac{3}{4}$ vollzieht. Wie grofs ist die Rimesse auf London?

1306) London kauft für Rechnung von Paris und versendet über Boulogne:

3 Barren Gold,	*oz.* 486,900,	*report W.*	$\frac{1}{2}$ *gr.*	à 77 *s.*	$9\frac{3}{4}$ *d.*	
1 „	do. „ 148,400,	„	„ $1\frac{1}{4}$ „	„ 77 „	9 „	
1 „	do. „ 146,300,	„	*B.* $1\frac{1}{4}$ „	„ 77 „	10 „	

Es bringt in Rechnung: $\frac{1}{8}$ % Courtage, Fracht nach Boulogne 2 *s.* %, Assecuranz $\frac{1}{8}$ %, für Verpackung 12 *s.* 6 *d.*, auf das Ganze $\frac{1}{8}$ % Commission. Für den Rembours berechnet es 2 *s.* % Courtage und 13 *s.* 4 *d.* Wechselstempel, und nimmt ihn zum Cours von 25. $17\frac{1}{2}$. Auf wieviel Francs und Centimes lautet die Tratte?

1307) Hamburg empfängt von Leipzig am 30. April: *Bℳ.* 4500. —. pr. $^{17}/_{18}$ Juni*) und *Fr.* 12441. 50. auf Paris. Erstere werden à 5 % pr. Jahr discontiert, letztere à $190\frac{1}{4}$ begeben. Hamburg berechnet $\frac{1}{3}$ % Provision, $\frac{1}{2}$ ‰ Courtage (Courant von

*) Vgl. Note 1 zur 1083. Uebungsaufgabe, S. 242. (1 Monat = soviel Tagen als er hat.)

Banco), für Porto, Stempel u. s. w. $\mathcal{C}\!\!\not{\!\!t}$. 9. 7. und kauft dagegen, unter Abzug von $^1/_2\,^0/_{00}$ Courtage (Courant von Banco), Amsterdamer Papier à 35. 70. Wenn nun Leipzig diese Rimessen auf Amsterdam mit $142^3/_8$ verkauft und dabei $1\,^0/_{00}$ Courtage hat, wieviel hat ihm diese Operation eingebracht? (Courant gegen Banco 26 $^0/_0$.)

1308) Ein Haus in Mexico schuldet an mehrere Plätze in Europa, als Ertrag verschiedener ihm consignierter Waaren $ 11769., und zwar: an Leipzig $ 3405. 6 *rs.*, an Berlin $ 2790. 4., an Frankfurt a. M. $ 1915. 4., an Zürich $ 1064. 2., an Lyon $ 2593. 0. — Mexico remittiert obige Summe in spanischen Piastern nach London zum Verkaufe und zur Verfügung seines Hamburger Correspondenten, der die Rimessen für jedes einzelnen Antheil zu machen hat. Die Piaster wiegen in London $10205^1/_2$ *oz.* und werden mit 60 *d.* pr. *oz.* verkauft. Spesen daselbst: Fracht $1^1/_8\,^0/_0$, Courtage $^1/_8\,^0/_0$, Commission $^1/_2\,^0/_0$, div. andere Unkosten £ 12. 8. 8. — Den reinen Ertrag übermacht London an Hamburg in 3 Mt.-Papier auf diesen Platz zum Cours von 13. $6^1/_4$. Hamburg discontiert diese Rimessen für 85 Tage mit 5 $^0/_0$ pr. Jahr und $^1/_2\,^0/_{00}$ Courtage (Courant vom Bancobetrage) und bringt folgende Spesen in Abrechnung: Wechselstempel, Porto von und nach London $\mathcal{C}\!\!\not{\!\!t}$. 33. 5.; Seeassecuranz auf $ 11769. —. (der Piaster zu $46^1/_2$ *ß Bº* gerechnet) à $1^1/_6\,^0/_0$, Assecuranzcourtage $^1/_8\,^0/_0$ Cour., Policenstempel $\mathcal{C}\!\!\not{\!\!t}$. 21. 8., Commission für Empfangen und Remittieren $^1/_2\,^0/_0$ (vom Betrage der Rimessen des Londoner auf Hamburg). Die in Courant eingebrachten Kosten werden à 26 $^0/_0$ in Banco reduciert.

1) Wie grofs ist nun der reine Ertrag der Piaster in London? 2) Wieviel ertragen die Hamburger Rimessen nach Abzug aller Spesen? 3) Auf wieviel Schillinge Banco calculiert sich demnach ein Piaster? 4) Wenn nun Hamburg an die einzelnen Participienten, wie folgt, in 3 Mt.-Papier remittiert: an Leipzig direct à $153^1/_4$, an Berlin direct à $153^1/_8$, an Frankfurt desgl. à $89^1/_2$, an Zürich Augsburger Papier à $89^3/_4$, an Lyon Pariser Papier à $192^1/_8$; wie grofs ist jede dieser Rimessen? 5) Wie hoch calculiert sich ein spanischer Piaster auf jedem dieser Plätze, angenommen, dafs der Discont in Leipzig und Berlin 5 $^0/_0$, in Frankfurt $4^1/_2\,^0/_0$ steht, und dafs Zürich das Augsburger Papier mit $211^1/_2$ (*Fr.* in Zürich = 100 *f.* S. W. 3 Mt. auf Augsburg) verkauft?

3) Arbitragerechnung.

§. 402. Aus dem vorhergehenden ergiebt sich, dafs die Wechsel als Mittel dienen,

1) durch Remittieren Schulden an andern Wechselplätzen zu bezahlen, oder

2) durch Trassieren Forderungen an andern Plätzen einzuziehen, und dafs sie

3) selbständiges Handelsobject sein können, welches man ein- und verkauft, ein- und verkaufen läfst, um durch die sich ergebenden Coursdifferenzen zu gewinnen.

Das Remittieren und Trassieren kann aber auf directe oder indirecte Weise, in kurzer oder langer Sicht, geschehen; man kann, um seine Schuld zu bezahlen, Rimessen machen, oder auf sich ziehen (trassieren) lassen, — um eine Forderung einzuziehen, trassieren oder sich Rimessen machen lassen. In der Sprache des Wechselgeschäfts sind daher folgende Ausdrücke gleichbedeutend: Remittieren mit Wechsel einkaufen, auf sich trassieren lassen, eine Schuld bezahlen; — trassieren mit Wechsel verkaufen, sich Rimessen machen lassen, eine Forderung einziehen.

In Folge dessen entstehen mancherlei arithmetische Untersuchungen, welche aber immer die Beantwortung der Frage zum Zwecke haben, auf welche Weise man beim Remittieren oder beim Trassieren mit Vortheil operieren könne. Da nun in der Beantwortung dieser Frage ein Gutachten (lat. *arbitrium*) liegt, so nennt man eine solche Untersuchung eine Arbitrage.

Einer Untersuchung dieser Art bedarf es jedoch nur dann, wenn die Schuld, welche man zu bezahlen oder die Forderung, welche man einzuziehen hat, in fremder Valuta ausgedrückt ist. Hat also z. B. Leipzig an Hamburg 3000 xß zu zahlen, so ist für ersteren Platz keine Veranlassung vorhanden, eine Arbitrage zu machen. Denn entweder läfst sich der Hamburger Rimessen gefallen, — dann kauft Leipzig so viel Mark Banco als es für 3000 xß erhalten kann; oder er giebt der Tratte auf den Leipziger den Vorzug, — dann hat er auf Leipzig 3000 xß zu entnehmen. Leipzig hat also, auf dem einen wie auf dem andern Wege, nicht mehr und nicht weniger als 3000 xß zu bezahlen; der Hamburger aber hat zu untersuchen, welcher von beiden Wegen für ihn der vortheilhafteste, d. h. derjenige ist, auf welchem er für jene 3000 xß die meisten Mark Banco erhält.

§. 403. Aus 1) und 2) des vorigen Paragraphen ergiebt sich, dafs zu einer Arbitrage zunächst dann Veranlassung vorhanden ist, wenn man eine Schuld zu bezahlen oder eine Forderung einzuziehen hat, und dafs die Bezahlung der Schuld oder die Einziehung der Forderung entweder durch Rimesse des Schuldners oder durch Tratte des Gläubigers erfolgen kann. Die Verfallzeit einer solchen Rimesse oder Tratte, oder, nach den Umständen, der Zeitpunkt, zu

welchem remittiert oder trassiert wird, müssen der Verfallzeit der Schuld oder der Forderung entsprechen, und ist dies nicht der Fall, so tritt die Berechnung von Zinsen oder Discont ein, worauf bei der Arbitrage Rücksicht zu nehmen ist. Immer aber handelt es sich dabei um Wechsel, zahlbar auf dem Platze des Gläubigers oder des Schuldners, also um *directes* Papier; die auf diesen Fall sich beziehende Untersuchung ist daher eine Arbitrage über *directe* Wege. Untersucht man aber, ob man sich zur Bezahlung einer Schuld oder zur Einziehung einer Forderung der *Papiere* oder der *Vermittelung fremder Plätze* bedienen kann, so ist dies eine Arbitrage über *indirecte* Wege. Eine solche ist es auch, wenn man untersucht, welche Wechselgattungen man zum Gegenstande einer Speculation machen, oder an welchem Platze man gewisse Papiere ein- oder verkaufen soll, um durch die Coursdifferenzen zu gewinnen. (§. 402 unter 3.)

Demnach theilen wir die Arbitragen ein in:

A) Arbitragen über *directe* Wege,

B) Arbitragen über *indirecte* Wege,

und unterscheiden bei ersteren, mit Rücksicht auf das in diesem Paragraphen gesagte: *a*) Wahl zwischen (directem) Trassieren und (directem) Remittieren; *b*) Wahl zwischen kurzer und langer Sicht.

A) Arbitragen über directe Wege.

a) Wahl zwischen directem Trassieren und directem Remittieren.

§. 404*a*. Die hier zu beantwortende Frage ist: Soll eine auf einem andern Platze zahlbare *Schuld getilgt* werden durch (directe) Rimessen, die man dahin macht, oder durch Tratten, die man auf sich ziehen läſst, soll eine an einem andern Platze fällige *Forderung eingezogen* werden durch Tratten, die man auf denselben ausstellt, oder durch (directe) Rimessen, die man sich von ihm machen läſst? Die Beantwortung dieser Frage erfolgt durch Vergleichung des Courses, welchen der arbitrierende Platz auf denjenigen Platz notiert, an welchen er zu zahlen oder zu fordern hat, mit demjenigen Course, welcher von diesem Platze auf den arbitrierenden notiert wird. Es treten dabei aber zwei Fälle ein: *Entweder* beide Plätze haben für ihre gegenseitige Coursnotierung eine und dieselbe feste Valuta (z. B. 300 ℳ bei dem Course von *Hamburg* auf *Leipzig*, und ebenso bei dem Course von *Leipzig* auf *Hamburg*); *oder* die festen Valuten sind verschieden (wie z. B. 60 ℛ fest für 105 ƒ. + ÷ beim Course von *Frankfurt* a. M. auf *Berlin*, und 100 ƒ. fest für 57 ℛ + ÷ beim Course von *Berlin* auf *Frankfurt* a. M.).

1) Die festen Valuten sind gleich.

In diesem Falle bedarf es zu jener Vergleichung keiner Berechnung. Es habe z. B. Paris an London in k. Sicht zu zahlen und könne Rimessen dahin in dieser Sicht à 25. 22½. machen, während London in k. S. à 25. 17½. trassieren würde, so ergiebt sich ohne weiteres, daſs Paris der Tratte des Londoner den Vorzug zu geben hat, weil London für je 1 £ seiner Forderung 25 ℱ. 17½ *c.* zieht, also Paris 25 ℱ. 17½ *c.* für 1 £ zahlt, für welches von ihm 25 ℱ. 22½ *c.* auszugeben sein würden, wenn es die Schuld durch Rimessen decken wollte. — Ferner: London kann eine Schuld in Hamburg durch Rimesse à 13. 5. oder durch Tratte des Hamburger à 13. 4. decken. Hier verdient die Rimesse den Vorzug, weil London mit dem 1 £, welches von ihm ausgegeben wird, einen gröſsern Betrag in Banco deckt (13. 5.), als durch die Tratte des Hamburger (13. 4.). Beide Beispiele stimmen darin überein, daſs es sich um Bezahlung einer Schuld handelt, im ersten aber, in welchem die feste Valuta des Courses im Auslande ist, ist derjenige Weg der vortheilhafteste, auf welchem man für die feste Valuta die kleinste Summe inländischen Geldes hinzugeben hat; im zweiten, dessen Course die feste Valuta im Inlande zu Grunde liegt, zeigt sich derjenige Weg als der vortheilhafteste, auf welchem man für diese feste Valuta die gröſste Summe fremden Geldes erlangt. Daſs das Gegentheil eintritt, sobald es sich um Einziehung einer Forderung handelt, bedarf kaum der Erwähnung; daſs aber bei jeder Art der Arbitrage die feste Valuta ins Auge gefaſst werden muſs, wird sich im fernern Verlaufe der Arbitragerechnung zeigen. Zur Vervollständigung mögen noch folgende Beispiele dienen. Amsterdam hat an Hamburg zu fordern. Soll es à $35^7/_{16}$ trassieren oder sich à 35. 63. Rimessen machen lassen? Antwort: Es soll sich Rimessen machen lassen, weil ihm 40 ℳ ℬ° mehr (35 ƒ. 63 *c.*) einbringen, als seine Tratte ($35^7/_{16}$ = 35 ƒ. 43,75 *c.*). — Ferner: Ist es für Hamburg vortheilhafter, eine Forderung an Paris durch eine Tratte à $189^5/_8$ einzuziehen, als sich Rimessen à $189^7/_8$ machen zu lassen? Antwort: Die Tratte verdient den Vorzug, weil Hamburg durch sie schon für $189^5/_8$ ℱ. eine Einnahme von 100 ℳ hat, während ihm Paris erst für $189^7/_8$ ℱ. den Betrag von 100 ℳ übermacht. Die Richtigkeit beider Antworten läſst sich durch die Berechnung bestimmter Summen darthun. Es seien die Forderungen ℬ𝓍. 4000. —. und ℱ. 4000. —. Sie bringen ein

a) durch Tratte:	*b*) durch Rimesse:
40 ℳ : 4000 ℳ = $35^7/_{16}$ ƒ. : x	40 ℳ : 4000 ℳ = 35,63 ƒ. : x
x = 3543 ƒ. 75 *c.*	x = 3563 ƒ.
$189^5/_8$ ℱ. : 4000 ℱ. = 100 ℳ : x	$189^7/_8$ ℱ. : 4000 ℱ. = 100 ℳ : x
x = 2109 ℳ 7 β.	x = 2106 ℳ 10 β.

Obwohl in vielen Fällen eine bestimmte Summe Gegenstand der Arbitrage sein wird, so nimmt man sie doch nie in die Rechnung auf, sondern richtet die Frage stets auf die feste Valuta.

2) Die festen Valuten sind verschieden.

Ehe in diesem Falle zu einer Vergleichung der Course geschritten werden kann, müssen beide Coursnotierungen auf eine und dieselbe feste Valuta gebracht werden, und zwar ist es am zweckmäfsigsten, die Coursnotierung des fremden Platzes auf die feste Valuta des eigenen Platzes zu reducieren. So würde z. B. zur Beantwortung der Frage: Soll Leipzig zur Einziehung einer Forderung an Frankfurt a. M. à $57\,{}^{1}/_{16}$ trassieren oder sich à $104\,{}^{7}/_{8}$ Rimessen machen lassen? der Frankfurt-Leipziger Cours $104\,{}^{7}/_{8}$ (fl. = 60 ₰) auf den Leipzig-Frankfurter Cours (Thaler für 100 fl.) durch folgenden Ansatz gebracht werden:

$$104\,{}^{7}/_{8} \text{ fl.} : 100 \text{ fl.} = 60 \text{ ₰} : x$$

und — da x = 57,21 — so fände man, dafs die Rimesse des Frankfurter den Vorzug verdient, weil sie dem Leipziger mehr Thaler (57,21) für 100 fl. einbringt als die Tratte (57,06). — Ferner: Wenn der Frankfurter Cours auf Paris $93\,{}^{5}/_{8}$ (fl. = 200 Fr.), der Pariser Cours auf Frankfurt $213\,{}^{7}/_{8}$ (Fr. = 100 fl.) notiert ist, wie kann Frankfurt diese Course benutzen?

Verwandlung des Paris-Frankfurter Courses in den Frankfurt-Pariser Cours:

$$213\,{}^{7}/_{8} \text{ Fr.} : 200 \text{ Fr.} = 100 \text{ fl.} : x$$

$$x = 93{,}51.$$

Demnach eignet sich der Frankfurt-Pariser Cours (93,625) zum Trassieren, der Paris-Frankfurter (93,51) zum Remittieren. Hat also Frankfurt an Paris zu fordern, so wird es à $93\,{}^{5}/_{8}$ trassieren, d. h. seine Tratten auf Paris à $93\,{}^{5}/_{8}$ verkaufen; hat es an Paris zu zahlen, so wird es à $213\,{}^{7}/_{8}$ auf sich trassieren lassen, was einer Rimesse à 93,51 gleichkommen würde. Zu diesem Course aber könnte Frankfurt nicht remittieren, denn nicht nur ist an seiner Börse Paris 93,625 notiert, sondern wir müssen auch, da sich dieser Cours zum Trassieren (Verkauf) eignen soll, annehmen, dafs er Geld notiert sei, in welchem Falle Frankfurt beim Einkaufe wahrscheinlich etwas mehr als $93\,{}^{5}/_{8}$ fl. für 200 Fr. zu zahlen haben würde. Auf der andern Seite haben wir dann vorauszusetzen, dafs auch der Paris-Frankfurter Cours Geld notiert sei. Wäre er Briefe notiert, so würde Paris wahrscheinlich etwas weniger Franken als $213\,{}^{7}/_{8}$ für je 100 fl. beim Verkaufe seiner Tratte erhalten, müfste also mehr als 93,51 fl. für 200 Fr. auf Frankfurt entnehmen, und dann dürfte die

Differenz so unbedeutend werden, dafs Frankfurt nun seinen Cours benutzt, den es sicherer in der Hand hat, als den Paris-Frankfurter. (Vgl. eine Bemerkung am Schlusse des §. 412.)

Diese Arbitrage dient zugleich als erster Beweis für die gleiche Bedeutung der Ausdrücke: Trassieren, Wechsel verkaufen, eine Forderung einziehen, sich Rimessen machen lassen; Remittieren, Wechsel einkaufen, eine Schuld bezahlen, auf sich trassieren lassen — worauf in §. 402 aufmerksam gemacht worden ist.

§. 404*b*. Eine einfache Vergleichung der beiderseitigen Course setzt aber auch voraus, dafs sich beide für eine und dieselbe Sicht verstehen. Wir haben in dem 1. Beispiele geradezu die Schuld als in k. Sicht zu bezahlen bezeichnet, in den übrigen Beispielen aber stillschweigend diese Sicht angenommen und sämtliche Course sind die der kurzen Sicht. Von einer andern als kurzen Sicht, mit andern Worten, von einer erst später fälligen Schuld oder Forderung kann aber auch nicht die Rede sein, wenn es sich um die einfache Wahl zwischen Remittieren und Trassieren handelt. Denn der Remittierende giebt Geld aus, der Trassierende empfängt Geld an dem Tage, an welchem remittiert oder trassiert wird, während dasselbe doch erst später fällig ist, es würde also Schuld oder Forderung dadurch zu einem baar fälligen Werthe werden, was nicht ohne Berechnung von Zinsen geschehen könnte. Wir wollen daher diesen Fall, welcher übrigens selten eintritt, in §. 406 besprechen, wo von der Wahl zwischen kurzer und langer Sicht die Rede sein wird.

Zu erörtern ist noch die Frage, ob dann, wenn der arbitrierende Platz eine der beiden Operationen, Trassieren oder Remittieren, durch den Platz, mit welchem er arbitriert, ausführen läfst, Spesen entstehen, welche nicht verursacht werden, wenn der arbitrierende Platz selbst trassiert oder remittiert. Die Spesen, von denen hier die Rede sein könnte, sind Provision oder Commission und Courtage. Insoweit es sich aber um Bezahlung einer Schuld oder Einziehung eines Guthabens handelt, pflegt auf europäischen Handelsplätzen, wie schon in §. 400 angeführt worden ist, Commission nicht gerechnet zu werden; dagegen wird die Berechnung von Courtage eintreten, wenn der Platz, an welchen der arbitrierende schuldet, sein Guthaben durch Tratte einzieht, oder wenn er zur Ausgleichung seiner Schuld, Rimessen macht, da er zur Begebung seiner Tratte oder zum Einkaufe der Rimesse sich eines Maklers bedient oder bedienen könnte, dessen er nicht bedarf, wenn der arbitrierende Platz ihm Rimessen macht oder auf ihn trassiert. Da nun aber in diesem Falle in der Regel von dem letztern Courtage zu zahlen sein wird, so wird es schliefslich nur auf den Unterschied ankommen, welcher zwischen den Courtagesätzen der beiden Plätze besteht, und dieser

ist fast durchgehends so unbedeutend, dafs man die Rücksicht auf die Courtage ganz fallen lassen kann.

§. 405. Uebungsaufgaben.

1309) Hamburg hat an Augsburg in k. S. zu zahlen; soll es à $88\frac{1}{4}$ remittieren oder à $87\frac{7}{8}$ auf sich trassieren lassen?

1310) Ist es für Amsterdam vortheilhafter von Hamburg à 35. 60. auf sich trassieren zu lassen oder à $35\frac{5}{16}$ zu remittieren?

1311) Cours von London auf Paris 25. 20., von Paris auf London 25. $22\frac{1}{2}$; welcher dieser beiden Course eignet sich für London zum Remittieren und welcher zum Trassieren?

1312) Hamburg hat an London zu fordern; soll es à 13. 5. trassieren oder sich à 13. 6. Rimessen machen lassen?

1313) Soll London eine Forderung an Amsterdam durch eine Tratte à 11. $17\frac{1}{2}$. einziehen oder sich à 11. 90. Rimessen machen lassen?

1314) Frankfurt a. M. hat an Paris zu fordern; soll es à $94\frac{1}{2}$ trassieren oder sich à $212\frac{1}{4}$ Rimessen machen lassen?

1315) Soll Paris für eine Forderung an Amsterdam à $210\frac{7}{8}$ trassieren oder sich à $56\frac{1}{4}$ Rimessen machen lassen?

1316) Cours von Augsburg auf Leipzig 105; Cours von Leipzig auf Augsburg $57\frac{1}{16}$; wozu eignet sich für Augsburg der erstere, wozu der letztere Cours?

1317) Soll Berlin auf Paris à $79\frac{7}{8}$ trassieren oder à $374\frac{1}{2}$ sich Rimessen machen lassen?

1318) Frankfurt a. M. kann eine Schuld an Paris durch Rimessen in k. S. à $93\frac{3}{8}$ decken, Tratten des Pariser in k. S. sind von ihm à $211\frac{1}{2}$ für 3 Mt.-Papier mit 4 % zu begeben; wie soll Frankfurt seine Schuld bezahlen?

b) Wahl zwischen kurzer und langer Sicht.

§. 406. Hat ein Platz einem andern eine Summe Geldes in kurzer Sicht zu zahlen, so kann ersterer die Frage aufwerfen, ob es für ihn nicht vortheilhaft ist, die Schuld mit langsichtigem Papiere zu decken, sei es, dafs letzteres am Zahlungsorte discontiert werde oder dafs der Gläubiger Zinsen für dessen spätern Eingang berechne; oder, dafern die Schuld in langsichtigem Papiere zu decken ist, ob sie nicht in kurzsichtigem Papiere bezahlt werden kann, vorausgesetzt, dafs der Gläubiger Zinsen vergütet. Ferner kann man fragen, ob eine Forderung in kurzer Sicht nicht durch

Tratten in langer Sicht, und umgekehrt, eingezogen werden kann, wobei die Zinsen in Betracht kommen, welche der Schuldner dem Gläubiger vergütet oder zur Last bringt, was vorzüglich dann vorkommt, wenn Gläubiger und Schuldner mit einander in laufender Rechnung stehen. In allen diesen Fällen handelt es sich um die Untersuchung, ob der Unterschied zwischen kurzer und langer Sicht beim Einkaufe oder Verkaufe mit dem Abzuge für Discont beziehentlich für Zinsen oder mit der Zinsenvergütung am andern Platze übereinstimmt oder nicht.

Beispiele.

1) Berlin schuldet 8500 ƒ. S. W. in Frankfurt a. M. in kurzer Sicht. Es kann zu $57\,^1/_8$ in kurzer Sicht oder zu 56. 20. in 2 Monatpapier remittieren, welches in Frankfurt mit 4 % zu discontieren ist. Welche Art der Rimesse ist die vortheilhaftere?

Die Berechnung läfst sich in allen hier vorkommenden Fällen auf vier Arten ausführen, wie das erste Beispiel zeigt, doch empfehlen sich nur zwei (*a* und *d*) zur Benutzung.

a) Vergleichung der Course.

Um diese Vergleichung vornehmen zu können, hat man den Cours derjenigen Sicht, die man wählen möchte, in den Cours derjenigen zu verwandeln, in welcher man wirklich zu remittieren oder zu trassieren hat. In unserm Falle also 2 Mt. in kurze Sicht:

2 Mt.	= 56,667
Disc. pr. 2 Mt. à 4 %	= 0,378
k. S. aus 2 Mt. . .	= 57,045.

Für 100 ƒ. k. S. zahlt man mehr Thaler als für 100 ƒ. 2 Mt.-P., der Discont ist daher zu addieren.

Der Cours der wirklichen kurzen Sicht ist aber $57\,^1/_8$, also höher; es ist deshalb für Berlin vortheilhafter, in langer Sicht zu remittieren. Wir gelangen zu demselben Resultate durch eine

b) Vergleichung nach Procenten.

Zu diesem Zwecke fragen wir: Wenn irgend eine Summe Frankfurter Gulden, in kurzer Sicht angelegt, 100 ℛ kostet, was kostet dieselbe Summe, unter Berücksichtigung des Disconts, in langer Sicht, — oder umgekehrt. Die folgenden Ansätze beantworten diese Fragen. (Discont pr. 2 Mt. à 4 % pr. Jahr = $^2/_3$ %.)

a)

x	=	100 ℛ
$57\,^1/_8$	=	100 ƒ. in k. S.
$99\,^1/_3$	=	100 „ „ 2 Mt. P.
100	=	$56\,^2/_3$ ℛ

x = 99,86 ℛ.

b) $x = 100$ ₰ (Thlr.)
$56\frac{2}{3} = 100$ fl. in 2 Mt. P.
$100 = 99\frac{1}{3}$ fl. in k. S.
$110 = 57\frac{1}{8}$ Thlr.

$x = 100{,}14$ Thlr.

Der erste Ansatz zeigt, dafs für eine Rimesse, die in k. S. 100 Thlr. kostet, in 2 Mt.-P. nur 99,86 Thlr. zu zahlen sind; der zweite, dafs eine Rimesse, die in 2 Mt.-P. mit 100 zu haben ist, in k. S. mit 100,14 Thlr. bezahlt werden mufs. — Auf beiden Wegen zeigt sich ein Gewinn von 0,14 % zu Gunsten des 2 Monatpapiers. Man findet ebenfalls 0,14 % Gewinn, wenn man den in *a*) aus dem Preise des 2 Mt.-P. gefundenen Cours der k. S. (57,045) mit dem wirklichen Course der k. S. (57,125) vergleicht.

c) Berechnung der zu remittierenden Summe.

Wenn Berlin in kurzer Sicht remittiert, so kosten ihm die schuldigen fl. 8500. — S. W.:

$$100 : 8500 = 57\tfrac{1}{8} : x$$
$$x = 4855 \text{ Thlr. } 19 \text{ sgr.}$$

Will es dagegen 2 Mt.-P. wählen, so mufs es um soviel mehr senden, als der Discontabzug in Frankfurt ausmacht. Wir finden den Belauf der Rimesse durch den Ansatz:

$$99\tfrac{1}{3} : 8500 = 100 : x$$
$$x = 8557 \text{ fl. } 3 \text{ xr. S.W.};$$

denn, wenn Frankfurt diese Rimesse zu 4 % discontieren läfst, so bleiben ihm gerade die ihm zukommenden fl. 8500. —

Diese Rimesse wird dem Berliner zu 56. 20. (100 : 8557,05 = 56. 20. : x) 4849 Thlr. kosten, während sie ihm in k. S. nach oben auf 4855 Thlr. 19 sgr. zu stehen käme. Auch hier zeigt sich (nach 4855,63 : 100 = 4849 : 99,86) ein Unterschied von 0,14 % zu Gunsten der Rimesse in 2 Mt.-Papier.

Endlich läfst sich die Aufgabe auch lösen durch

d) Vergleichung des Discontfufses
mit dem Zinsfufse, der sich aus den Coursen der gegebenen Sichten ergiebt.

Subtrahiert man von $57\frac{1}{8}$ (Cours der k. S.) den Cours des 2 Mt.-P. $56\frac{2}{3}$, so findet man $\frac{11}{24}$ Thlr. Zinsen für 2 Mt. auf $57\frac{1}{8}$, für 12 Mt. $= \frac{11}{24} \times 6 = 2\frac{3}{4}$ auf $57\frac{1}{8}$, also $(57\frac{1}{8} : 100 = 2\frac{3}{4} : x)$ 4,81 %. Den beiden in Berlin notierten Coursen liegt also ein Discont- oder Zinsfufs von 4,81 % zu Grunde, welcher für Berlin darum ein Ge-

winn ist, weil es längeres Papier kaufen will, das wohlfeiler sein mufs als kurzes. Diesem Gewinn gegenüber steht in Frankfurt ein Verlust von nur 4 % durch Discont; folglich erweist sich auch hier die Rimesse in langer Sicht als vortheilhaft.

Für das Discontieren langsichtiger Wechsel, zur Ausgleichung einer Schuld remittiert, wird in der Regel keine Provision, wohl aber Courtage berechnet. Sie beträgt in unserm Falle $^1/_2$ ‰, mindert also den oben ermittelten Gewinn auf $^9/_{100}$ %.

2) Paris hat an Hamburg in k. Sicht zu fordern und kann in dieser Sicht à $189^1/_4$ trassieren; Tratten 3 Mt. dato sind à $187^1/_4$ anzubringen, die Zinsvergütung dafür in Contocorrent beträgt 4 %. Wie wird Paris trassieren?

3 Mt.-Cours	187,25
Zinsen pr. 3 Mt. à 4 % .	1,8725
k. S. aus 3 Mt. . . .	189,1225.

Die Zinsen sind hier zu addieren, da 100 ℳ in k. S. mehr Franken werth sind, als 100 ℳ in 3 Mt.-P.

Demnach käme eine Tratte 3 Mt. dato à $187^1/_4$ unter Berücksichtigung der Zinsenvergütung einer Tratte in k. S. à $189^1/_8$ ca. gleich. Da aber kurze Sicht in der That mit $189^1/_4$ zu begeben ist, Paris also durch Tratten in k. Sicht mehr Francs für 100 ℳ empfängt, so sind Tratten in kurzer Sicht vortheilhafter als Tratten 3 Mt. dato.

3) Hamburg hat an Frankfurt a. M. in 2 Monatpapier zu zahlen, und kann 2 Mt. Frankfurter mit $88^3/_4$ kaufen. Kurze Sicht ist mit $88^1/_4$ zu haben. Frankfurt vergütet in Contocorrent 4 % Zinsen. Welche Art der Rimessen soll Hamburg wählen?

Kurz. Frankf.	88,25
Zinsen pr. 2 Mt. à 4 %	0,59
2 Mt. aus k. S.	88,84 oder $88^5/_6$ ca.

2 Mt.-P. ist wohlfeiler als k. S.; dies spricht sich in unserm Falle dadurch aus, dafs man mehr Gulden in 2 Mt.-P. erhält für 100 ℳ als in k. Sicht, die Zinsen waren daher zu addieren.

Hamburg deckt also durch Rimessen in kurzer Sicht mit 100 ℳ = $88^5/_6$ ƒ., während es durch Rimessen in 2 Mt.-Papier mit 100 ℳ nur $88^3/_4$ ƒ. decken würde. Demnach sind Rimessen in kurzer Sicht vorzuziehen.

4) Hamburg hat an Amsterdam 3 Mt. dato zu fordern und kann Tratten in dieser Sicht à 35. 93. begeben; es könnte aber auch

in k. S. à 35. 68. trassieren, was ihm jedoch in Amsterdam 5 % Zinsen kosten würde. Wie soll es seine Forderung einziehen?

k. S.	= 35,68
Zinsen pr. 3 Mt. à 5 % = $1\frac{1}{4}$ %	= 0,45
3 Mt. aus k. S.	36,13
wirkl. 3 Mt.-Cours	35,93.

Es ist also für Hamburg besser 3 Mt. dato zu trassieren, weil es auf diesem Wege schon für 35,93 *f.* den Betrag von 40 ℳ erhält, während es beim Trassieren in k. S. 36,13 *f.* hingeben müfste, um 40 ℳ zu erhalten.

5) Paris hat an Amsterdam in k. S. zu fordern und könnte sich à 213 in dieser Sicht erholen, oder auch 3 Mt. dato à $210\frac{7}{8}$, was ihm eine Zinsenvergütung von 4 % in Contocorrent einbrächte. Remittieren würde Amsterdam k. Pariser à $56\frac{1}{4}$, 2 Mt.-P. à $55\frac{11}{16}$; letzteres könnte Paris à 5 % discontieren. Welcher dieser Wege ist für Paris der votheilhaftere?

3 Mt.	210,875
Zinsen pr. 3 Mt. à 4 %	2,109
k. S. aus 3 Mt. =	212,984.

Hieraus ergiebt sich, dafs zwischen der Tratte in k. S. und derjenigen in 3 Mt.-P. kein beachtenswerther Unterschied besteht, beide Arten des Rembourses also fast gleich sind.

Reduction der Amsterdamer Coursnotierung in die Pariser:

k. S.	2 Mt.
$56\frac{1}{4}$ *f.* : 100 *f.* = 120 *Fr.* : x	$55\frac{11}{16}$ *f.* : 100 *f.* = 120 *Fr.* : x
x = 213,33	x = 215,48
	÷ Disc. pr. 2 Mt. à 5 % = 1,80
	213,68.

Die Rimesse des Amsterdamer verdient hiernach vor der Tratte des Pariser auf jeden Fall den Vorzug, denn sie bringt selbst nach Abrechnung der dem Amsterdamer zu vergütenden Einkaufscourtage à 1 ‰ mehr (213,12; 213,46) ein, als die Tratte. Dann ist aber die Rimesse in 2 Mt.-P. derjenigen in k. S. vorzuziehen, selbst wenn das Discontieren derselben Courtage kosten würde, was aber dann nicht der Fall ist, wenn dieses bei der *Banque de France* erfolgt und der Discontierende ein Conto bei derselben hat.

§. 407. Uebungsaufgaben.

1319) Berlin schuldet in Hamburg in k. S. Kurze Sicht (8 Tage) ist $151\frac{3}{8}$, 2 Mt. $149\frac{7}{8}$ notiert. Discont in Hamburg 5 %. Courtage $\frac{1}{2}$ ‰. Soll Berlin kurzes oder langes Papier remittieren?

1320) Hamburg hat an Amsterdam in k. S. zu fordern und kann à 35. 63. trassieren. 3 Mt.-Papier ist zu 35. 89. zu begeben, wogegen Hamburg 4 % Zinsen in Contocorrent vergütet erhält. Auf welche Weise soll Hamburg seine Forderung einziehen?

1321) London hat an Paris in 3 Mt.-Papier zu zahlen. Wenn es kürzeres Papier remittiert, so vergütet Paris 3 % Zinsen. Nun könnte London haben: k. S. 25. $17\frac{1}{2}$, 3 Mt. 25. $52\frac{1}{2}$; welche Art Rimessen soll es wählen?

1322) Bremen kann den Betrag einer in 2 Mt. fälligen Forderung an Berlin in dieser Sicht à 111 oder in 1 Mt.-Papier entnehmen, wofür es à $110\frac{5}{8}$ Verwendung, aber eine Zinsenvergütung von 5 % zu gewähren hat. Welche Art des Rembourses soll Bremen wählen?

1323) Hamburg hat in k. Sicht an Paris zu fordern und soll zugleich eine Rimesse in 1 Mt. Pariser an einen seiner Correspondenten machen, die es ihm à $190\frac{3}{8}$ berechnen kann. Trassieren kann es in k. S. à $189\frac{3}{4}$, die Tratte 1 Mt. dato bringt ihm 4 % Zinsen. Wie soll es trassieren?

1324) Welcher Discontfufs liegt den Londoner Coursnotierungen auf Amsterdam: 11. $18\frac{5}{8}$ für 3 Mt., 11. $17\frac{1}{2}$ für k. S. zu Grunde, und ist es für London vortheilhaft, 3 Mt.-P. statt k. S. zu remittieren, wenn der Discont in Amsterdam $3\frac{1}{2}$ % steht und die Courtage 1 ‰ beträgt?

B) Arbitragen über **indirecte** Wege.

§. 408. Die hier zu behandelnden Fälle sind so manigfaltig, dafs eine erschöpfende Uebersicht derselben nicht wohl gegeben werden kann; doch lassen sie sich, wie schon in §. 402 angedeutet worden ist, auf zwei Hauptfälle zurückführen:

a) Benutzung der Papiere anderer Plätze,

b) Benutzung der Vermittelung anderer Plätze.

Dafs beide Hauptfälle in einer und derselben Arbitrage vorkommen können, so wie dafs man neben der indirecten Arbitrage auch eine directe machen und ihre Resultate mit denen der erstern vergleichen kann, wird sich aus dem nachfolgenden ergeben.

a) Benutzung der Papiere anderer Plätze.

§. 409. Die hier anzustellende Untersuchung weist nach, ob man zur Bezahlung einer Schuld, statt der directen Rimessen, Rimessen auf andere Plätze machen, und ob man zur Einziehung einer

Forderung, an die Stelle der Tratte auf den Schuldner, dessen Rimessen auf fremde Plätze setzen soll. Zu einer solchen Arbitrage bedarf man der Course des eigenen, sowie des Platzes, an welchen man zu zahlen oder zu fordern hat. Die Frage kann hierbei zwar auf die zu remittierende oder zu trassierende Summe gerichtet werden; am üblichsten und kürzesten aber ist es, sie auf die feste Valuta zu richten, welche dem directen Course zu Grunde liegt.

Beispiele.

1) Köln hat an Amsterdam in k. S. zu zahlen und kann directes Papier à $142\,^8/_{10}$ kaufen. Auf dem Amsterdamer Courszettel finden sich notiert:

$$\left.\begin{array}{lll} \text{London} & \text{2 Mt.} & 11.\ 75 \\ \text{Paris} & \text{2 Mt.} & 55\,^7/_8 \\ \text{Hamburg} & \text{2 Mt.} & 35 \end{array}\right\}\ \text{Geld,}$$

so dafs diese Papiere in Amsterdam zu diesen Coursen anzubringen sind. Köln kann sie in denselben Sichten kaufen mit: 6. $20\,^5/_8$; 80; $149\,^8/_{10}$. Welche Art Rimessen wird Köln wählen?

Der directe Cours $142\,^8/_{10}$ (ℛ) versteht sich für die feste Valuta von 250 ƒ. holl., auf diese feste Valuta ist daher die Frage zu richten.

London

$$\begin{array}{rcl} x & = & 250\ ƒ. \\ 11{,}75 & = & 1\ £ \\ 1 & = & 6\,^{11}/_{16}\ ℛ \\ \hline & x = & 142{,}29\ ℛ \end{array}$$

Paris

$$\begin{array}{rcl} x & = & 250\ ƒ. \\ 55\,^7/_8 & = & 120\ \text{Fr.} \\ 300 & = & 80\ ℛ \\ \hline & x = & 143{,}18\ ℛ. \end{array}$$

Hamburg

$$\begin{array}{rcl} x & = & 250\ ƒ. \\ 35 & = & 40\ ℳ \\ 300 & = & 149\,^8/_{10}\ ℛ \\ \hline & x = & 142{,}67\ ℛ. \end{array}$$

Hieraus ergiebt sich, dafs dem Kölner 250 ƒ., welche ihm durch directe Rimesse $142\,^8/_{10}$ ℛ kosten, zu stehen kommen auf

142,29 ℛ in Londoner Papier,
143,18 „ „ Pariser Papier,
142,67 „ „ Hamburger Papier,

und dafs es für Köln am vortheilhaftesten ist, seine Schuld durch Rimessen in Londoner Papier abzumachen.

Obgleich die Rimessen auf die oben angeführten fremden Plätze nicht kurze Sicht sind, so müssen sie einer Rimesse in kurzem Amster-

damer Papier doch gleich geachtet werden, weil sie von dem Amsterdamer Hause sofort bei Empfang begeben werden können. Hätte Köln aber nicht Gelegenheit, Rimessen in derselben Sicht, wie sie die Amsterdamer Coursnotierung fordert, zu kaufen, so entstünde die Frage, zu welchem Discontfuſse es an seiner Börse die der Amsterdamer Notierung entsprechenden Sichten würde haben oder zu welchem Discontfuſse die von Köln zu remittierenden Sichten in Amsterdam würden begeben werden können. (Vgl. §. 411 *a*.) — Endlich ist bei Rimessen zur Begebung auch noch darauf Rücksicht zu nehmen, ob dafür Courtage in Rechnung gebracht wird oder nicht.

2) Berlin hat an Hamburg in k. S. zu fordern, und kann in dieser Sicht à $151\,^3/_8$ trassieren. Auf dem neuesten Hamburger Courszettel findet es notiert: Amsterdam 3 Mt. 36. 10; London 3 Mt. 13. $2\,^1/_2$; Augsburg 2 Mt. $89\,^3/_4$; Frankfurt 2 Mt. $89\,^5/_8$; Bremen 2 Mt. 140; Petersburg 3 Mt. 32, alles Briefe. Berlin kann diese Papiere in denselben Sichten anbringen à: $140\,^7/_8$; 6. $19\,^3/_8$; 56. 20; 56. 20; $109\,^1/_4$; $101\,^1/_4$. Soll Berlin auf Hamburg trassieren oder soll es sich Rimessen machen lassen, und welches Papier hat es dann zu wählen?

Die feste Valuta des Berlin-Hamburger Courses ist 300 ℳ, auf sie ist also die Frage zu richten.

Amsterdam.

x ℬ = 300 ℳ
40 = 36,10 ƒ.
250 = $140\,^7/_8$ ℬ
x = 152,57 ℬ

London.

x ℬ = 300 ℳ
$13\,^5/_{32}$ = 1 £
30 = $199\,^3/_8$ ℬ *)
x = 151,07 ℬ

Augsburg.

x ℬ = 300 ℳ
100 = $89\,^3/_4$ ƒ. S. W.
100 = $56\,^2/_3$ ℬ
x = 152,57 ℬ

Frankfurt a. M.

x ℬ = 300 ℳ
100 = $89\,^5/_8$ ƒ.
100 = $56\,^2/_3$ ℬ
x = 152,36 ℬ

Bremen.

x ℬ = 300 ℳ
300 = 140 ℬ Ld'or.
100 = $109\,^1/_4$ ℬ
x = 152,95 ℬ

Petersburg.

x ℬ = 300 ℳ
32 = 16 ℛ. **)
100 = $101\,^1/_4$ ℬ
x = 151,87 ℬ.

*) Statt 1 £ = 6 ℬ $19\,^3/_8$ sgr., ist es kürzer den in Silbergroschen verwandelten Cours als Thaler anzusehen und für 30 × 1 £ zu verstehen.
**) Statt 32 ß = 1 ℛ., ist es kürzer zu sagen: 32 ℳ = 16 ℛ.

Berlin wird sich daher von Hamburg Rimessen auf Bremen machen lassen, weil es auf diesem Wege für 300 ℳ die meisten Thaler (152,95) erhält. Auch dann würde dieser Weg vor dem directen ($151\frac{3}{8}$) den Vorzug behalten, wenn man die in Hamburg mit 1 ‰ zu bezahlende Courtage in Abzug brächte, denn dadurch würde sich der Cours 152,95 auf 152,80 stellen.

3) Auf dem Hamburger Courszettel finden sich folgende Notierungen: Antwerpen k. S. 190; Genua 3 Mt. $193\frac{1}{4}$; London 3 Mt. 13. $2\frac{1}{2}$; Madrid 3 Mt. 43; Amsterdam 3 Mt. 35. 85; Petersburg 3 Mt. $32\frac{1}{4}$; Paris k. S. $190\frac{1}{4}$. — Dieselben Papiere finden sich in Paris, wie folgt, notiert: $\frac{1}{8}$ % *perte* für k. S.; $\frac{3}{8}$ % *perte* für k. S. mit 6 % Disc.; 25. $17\frac{1}{2}$ für k. S. mit 4 % Disc.; 515 für 3 Mt.; $211\frac{1}{8}$ für 3 Mt.; $382\frac{1}{2}$ für 3 Mt. Welche von diesen Wechselsorten verdient vor dem directen Papiere den Vorzug zum Remittieren oder zum Trassieren?

Die Sicht der Hamburger Course stimmt nicht überall mit derjenigen der Pariser Notierungen überein; dies macht eine Verwandlung der abweichenden Pariser Course in die den Hamburger Sichten entsprechenden nöthig, wobei der in Paris für die betreffende Wechselgattung notierte Discont angewendet wird. (Vgl. auch §. 413.)

Antwerpen.

x Fr. = 100 ℳ
100 = 190 Fr. in Antw.
100 = $99\frac{7}{8}$ Fr. in Paris
x = 189,76 Fr.

Genua.

x Fr. = 100 ℳ
100 = $193\frac{1}{4}$ £ 3 Mt.
100 = $98\frac{1}{2}$ £ k. S.
100 = $99\frac{5}{8}$ Fr.
x = 189,63 Fr.

London.

x Fr. = 100 ℳ
$13\frac{5}{32}$ = 1 £ 3 Mt.
100 = 99 £ k. S.
1 = 25,175 Fr.
x = 189,44 Fr.

Madrid.

x Fr. = 100 ℳ
1 = 16 ß
43 = 1 *Duro*
100 = 515 Fr.
x = 191,63 Fr.

Amsterdam.

x Fr. = 100 ℳ
40 = 35,85 f.
100 = $211\frac{1}{8}$ Fr.
x = 189,22 Fr.

Petersburg.

x Fr. = 100 ℳ
$32\frac{1}{4}$ = 16 R.
100 = $382\frac{1}{2}$ Fr.
x = 189,76 Fr.

Da die Resultate die Summe der Franken ausdrücken, welche Hamburg für 100 ₣ beim Einkaufe erhält, und welche es beim Verkaufe hingeben mufs, um 100 ₣ zu empfangen, so ist derjenige Weg, auf welchem es die meisten Franken erhält, der vortheilhafteste zum Einkaufe oder Remittieren, derjenige, auf welchem es die geringste Summe Franken hingeben mufs, um 100 ₣ zu empfangen, der vortheilhafteste zum Verkaufe oder Trassieren. Demnach hat nur Madrider Papier den Vorzug vor dem directen Papiere beim Remittieren, während die Papiere der übrigen Plätze ihn beim Trassieren verdienen. Unter ihnen bietet Amsterdamer den gröfsten Vortheil dar. Wenn nun Hamburg an Paris zu zahlen hat, so wird es Madrider und nicht directes (à $190\frac{1}{4}$) remittieren; hat es zu fordern, so wird es nicht auf Paris (à $190\frac{1}{4}$) trassieren, sondern es wird sich Amsterdamer, Londoner, Genueser, Petersburger oder Antwerpener Wechsel remittieren lassen.

Der Beweis läfst sich durch Berechnung einer bestimmten Summe führen. Es habe Hamburg ℳ. 10000. —. an Paris zu zahlen oder zu fordern, so kosten sie ihm oder bringen ihm ein à $190\frac{1}{4}$:

$$190\tfrac{1}{4}\ \text{ℳ.} : 10000\ \text{ℳ.} = 100\ \text{₣} : x$$
$$x = 5256{,}24\ \text{₣}.$$

Remittiert in Madrider Papier à 43, das in Paris à 515 zu begeben ist:

$$\begin{array}{rcl} x\ \text{₣} & = & 10000\ \text{ℳ.} \\ 515 & = & 100\ \textit{Duros} \\ 16 & = & 43\ \text{₣} \\ \hline & x = 5218{,}45\ \text{₣}. & \end{array}$$

Läfst sich Hamburg Amsterdamer Papier von Paris kommen, das ihm mit $211\frac{1}{8}$ berechnet und von ihm à 35. 85. begeben wird, so bringen ihm obige 10000 ℳ. ein:

$$\begin{array}{rcl} x\ \text{₣} & = & 10000\ \text{ℳ.} \\ 211\tfrac{1}{8} & = & 100\ ƒ. \\ 35{,}85 & = & 40\ \text{₣} \\ \hline & x = 5284{,}83\ \text{₣}. & \end{array}$$

Der Gewinn, welcher sich in den vorhergehenden drei Beispielen durch den indirecten Weg ergiebt, wird, da es sich um Bezahlung einer Schuld oder um Einziehung einer Forderung handelt, nur vermindert durch die Courtage, welche der Platz, mit welchem man arbitriert, für den Verkauf oder den Einkauf des indirecten Papiers berechnet, weil es (nach §. 402), besondere Uebereinkunft ausge-

nommen, in diesem Falle nicht üblich ist, Provision zu nehmen. Im folgenden Paragraphen dagegen wird auch die Berechnung von Provision vorkommen.

§. 410. Durch die in dem vorigen Paragraphen enthaltenen Beispiele 1) und 2) wurde die Frage beantwortet, auf welche Weise eine Schuld am wohlfeilsten bezahlt, und eine Forderung am vortheilhaftesten eingezogen werden könne. In Beispiel 3) stellten wir die Frage allgemeiner: Welche Papiergattung eignet sich zum Remittieren und welche eignet sich zum Trassieren, und so fragt man immer, wenn man die Absicht hat, eine Wechseloperation zu machen. Man will auf diese Weise erfahren, welche Wechselgattungen man am eigenen Platze einkaufen mufs, um sie an den Ort zu senden, mit welchem man arbitriert, damit sie dort verkauft werden, und welche Wechselsorte man dort einkaufen lassen mufs, um sie am eigenen Platze zu verkaufen, und so aus der Operation einen Nutzen zu ziehen.

In Beispiel 3) fanden wir, dafs vorzugsweise Madrider sich zum Remittieren und Amsterdamer sich zum Trassieren eigene. Demnach mufs Hamburg Wechsel auf Madrid (à 43) einkaufen, sie in Paris (à 515) verkaufen und sich dagegen Rimessen auf Amsterdam (à 211 $^1/_8$) machen lassen, die es à 35. 85. begiebt. Es gewinnt dabei (189,22 : 100 = 191,63 : 101,27) 1,27 %.

Beweis.

Hamburg kauft: *Reales* 25000.—. auf Madrid à 43 .	*Bℳ.* 3359. 6.
Paris begiebt sie à 515 mit	*Fr.* 6437.50.
und kauft dagegen à 211 $^1/_8$. . *f.* 3049. 14. auf Amsterdam.	
Diese werden von Hamburg à 35. 85. begeben mit .	*Bℳ.* 3402. 2.
Hiervon ab Betrag des Einkaufs	„ 3359. 6.
Gewinn . . .	*Bℳ.* 42. 12.

oder 1,27 %.

Vermindert wird dieser Gewinn durch den Zinsenverlust, durch die Courtage für den Einkauf des Madrider und den Verkauf des Amsterdamer, so wie durch die von Paris zu berechnenden Kosten, an Provision, doppelter Courtage und Porto. Nimmt man den Zinsenverlust zu (10 T. à 6 %) $^1/_6$ %, die Hamburger (doppelte) Courtage zu 2 ‰, die Spesen in Paris zu ($^1/_3$ % + $^2/_8$ %) $^7/_{12}$ % und läfst das Porto aufser Betracht, so vermindern sich obige 1,27 % um 0,95 %, der Gewinn beträgt also nur 0,32 %.

Eine solche Operation kann aber nur dann Gewinn bringen, wenn das Papier, welches man einkauft, an dem Platze, mit welchem man arbitriert, theurer verkauft werden kann, und wenn die Rimessen,

die man sich dagegen machen läfst, wohlfeiler eingekauft werden, als man sie begeben kann. Daraus folgt für obiges Beispiel, dafs Madrider Papier in Hamburg wohlfeiler ist, als in Paris, und dafs Amsterdamer Wechsel in Hamburg theurer sind als in Paris. Hätte Hamburg also Madrider Papier in seinem Portefeuille, so würde es dasselbe in Paris vortheilhafter verkaufen als an seiner eigenen Börse, bedürfte es aber Amsterdamer Wechsel, so würde es dieselben mit Nutzen in Paris einkaufen lassen können. Diese Betrachtung führt uns zu einer andern Art der Berechnung.

§. 411. Durch die Ansätze im vorigen Paragraphen soll, wie wir gesehen haben, zunächst untersucht werden, wie bezahlt man auf die wohlfeilste Weise eine Schuld, und wie zieht man auf die vortheilhafteste Art eine Forderung ein, die man an dem Platze hat, mit welchem man arbitriert. Es wurde daher überall die Frage auf die feste Valuta gerichtet, welche unserer Coursnotierung auf jenen Platz zu Grunde liegt und die letztere wurde mit den gefundenen Resultaten verglichen. In diesem Falle ist derselbe also für uns der Hauptplatz, d. i. derjenige, an welchen wir zu zahlen oder zu fordern haben, und die Papiere der übrigen Plätze, die wir bei der Arbitrage benutzen, sollen uns als Mittel dienen, ihn zu befriedigen oder von ihm befriedigt zu werden. Wir fanden aber bei dem letzten Beispiele in §. 410, dafs sich mit denselben Ansätzen auch zugleich die Frage beantworten läfst, ob wir uns der Vermittelung dieses Platzes bedienen können, um Wechsel durch ihn einkaufen oder verkaufen zu lassen. Dann wird derselbe für uns zum Mittelplatze, und jene Plätze, um deren Papiere es sich handelt, treten als Hauptplätze auf. Diese Art zu arbitrieren ist vorzugsweise dem Bankiergeschäft eigen; man richtet dabei aber in der Regel die Frage auf die feste Valuta, die den Coursen zu Grunde liegt, welche man auf jene Plätze notiert.

In den Ansatz ist dann auch derjenige Cours aufzunehmen, zu welchem der Mittelplatz gedeckt wird für den Einkauf oder Rembours giebt für den Verkauf, und hier kann dann die Frage entstehen, ob man im erstern Falle ihm Rimessen machen oder sich von ihm beziehen lassen, und ob man im zweiten Falle auf ihn trassieren oder seine Rimessen wählen soll, — also eine Wahl zwischen directem Remittieren und directem Trassieren (§. 405). In der Regel sieht man aber von dieser Wahl ab und benutzt den eigenen Cours auf den Mittelplatz, weil man diesen mehr in der Hand hat, es sei denn, dafs eine Vergleichung des Hin- und Hercourses eine so bedeutende Abweichung zu Gunsten des letztern zeige, dafs selbst eine nachtheilige Veränderung desselben ihm den Vorzug vor dem erstern nicht raubt.

Für das vorige Beispiel würden, Paris als Mittelplatz angenommen, die Ansätze folgendermafsen lauten:

Antwerpen.

x Fr. = 100 ℳ
100 = $190\frac{1}{4}$ Fr. in Paris
$99\frac{7}{8}$ = 100 Fr. in Antw.

x = 190,49 Fr.
(direct 190.)

Genua.

x £ = 100 ℳ
100 = $190\frac{1}{4}$ Fr.
$99\frac{5}{8}$ = 100 £ k. S.
$98\frac{1}{2}$ = 100 £ 3 Mt.

x = 193,87 £
(direct $193\frac{1}{4}$)

London.

x ℳ = 1 £ 3 Mt.
100 = 99 £ k. S.
1 = 25,175 Fr.
$190\frac{1}{4}$ = 100 ℳ

x = 13 ℳ $1\frac{1}{4}$ ß
(direct 13. $2\frac{1}{2}$.)

Madrid.

x ß = 1 \$
100 = 515 Fr.
$190\frac{1}{4}$ = 100 ℳ
1 = 16 ß

x = 43,31 ß
(direct 43.)

Amsterdam.

x f. = 40 ℳ
100 = $190\frac{1}{4}$ Fr.
$211\frac{1}{8}$ = 100 f.

x = 35,04 f.
(direct 35,85.)

Petersburg.

x ß = 1 Rt.
100 = $382\frac{1}{2}$ Fr.
$190\frac{1}{4}$ = 1600 ß

x = 32,17 ß
(direct 32,25.)

Vergleichen wir nun die Resultate dieser Ansätze mit den darunter bemerkten directen Coursnotierungen Hamburgs auf diese Plätze, so finden wir, dafs nur Wechsel auf Madrid in Paris theurer sind, als in Hamburg, dafs dagegen Amsterdamer, Antwerpener, Genueser, Londoner und Petersburger in Paris wohlfeiler zu haben sind als in Hamburg. Dasselbe Resultat läfst sich auch aus Beispiel 3) im vorigen Paragraphen ziehen; denn da Madrider Papier beim Remittieren den Vorzug vor directem Papier (Pariser Wechseln) verdient, so mufs es in Paris höher zu verkaufen sein, als es in Hamburg eingekauft wird, und da die Rimessen des Pariser in Amsterdamer, Antwerpener, Genueser, Londoner und Petersburger Wechseln den Vorzug vor einer Tratte des Hamburger auf Paris haben (da diese Papiere sich besser zum Trassieren eignen), so müssen sie in Paris wohlfeiler zu haben sein, als in Hamburg.

§. 412. Schon in dem 3. Beispiele des §. 411 ist der Fall behandelt, dafs die Sichten der Course des arbitrierenden Platzes von

denjenigen der Course des Platzes abweichen, mit welchem arbitriert wird, und zwar sind dort zur Beseitigung dieser Abweichung die Coursnotierungen des letztern Platzes unter Benutzung der demselben beigefügten Discontsätze den Sichten des arbitrierenden Platzes entsprechend umgeändert worden. Man kann aber auch die eigenen Notierungen in die Course derjenigen Sichten verwandeln, für welche sich die Notierungen auf dem Platze verstehen, mit welchem man arbitriert. Man benutzt dann die Discontsätze, zu welchen an der eigenen Börse die Reduction einer Wechselsicht in die andere erfolgt.

Dieses Verfahren hat sogar die gröfsere Sicherheit der Resultate für sich, weil man die Discontsätze an der eigenen Börse mehr in der Hand hat, als diejenigen an dem Platze, mit welchem man arbitriert.

Arbitrage 1 ist auf diese Weise ausgeführt, während in der Arbitrage unter 2) die Discontsätze des Platzes benutzt sind, mit welchem sie gemacht wird.

Beispiele.

1) Arbitrage zwischen Augsburg und Hamburg.*)

Amsterdam	k. S.	$100\frac{1}{8}$	k. S.	35. 70.	89,36
	l. S.	4%	3 Mt.	36. —.	89,21
Berlin	k. S.	$104\frac{5}{8}$	2 Mt.	$153\frac{1}{4}$	88,48
	l. S.	4%			
Frankfurt a. M.	k. S.	$99\frac{7}{8}$	2 Mt.	$89\frac{1}{8}$	88,49
	l. S.	$3\frac{1}{2}\%$			
Genua	k. S.	$92\frac{1}{2}$	3 Mt.	194	88,72
	l. S.	$4\frac{1}{2}\%$			
London	k. S.	$117\frac{1}{8}$	k. S.	13. $3\frac{1}{2}$	88,61
	l. S.	3%	3 Mt.	13. $2\frac{1}{4}$	89,03
Paris	k. S.	$92\frac{3}{4}$	k. S.	$190\frac{1}{4}$	88,23
	l. S.	4%	3 Mt.	$191\frac{1}{2}$	87,92
Hamburg	k. S.	$87\frac{7}{8}$			

Amsterdam, k. S.

x ƒ	=	100 ℳ ℬ°
40	=	35,7 ƒ holl.
100	=	$100\frac{1}{8}$ ƒ S. W.
	x = 89,36	

Amsterdam, 3 Mt.

x ƒ	=	100 ℳ ℬ°
100	=	36 ƒ holl. 3 Mt.
100	=	99 „ „ k. S.
100	=	$100\frac{1}{8}$ ƒ S. W.
	x = 89,21	

*) Wir behalten in diesem und dem folgenden Beispiele die Course aus der 8. Auflage bei.

Berlin.

x f.	=	100 ℳ ℬ°
300	=	$153\frac{1}{4}$ ß 2 Mt.
100	=	$99\frac{1}{3}$ ß k. S.
60	=	$104\frac{5}{8}$ f. S. W.
x = 88,48		

Frankfurt a. M.

x f.	=	100 ℳ ℬ°
100	=	$89\frac{1}{8}$ f. 2 Mt.
100	=	$99\frac{5}{12}$ f. k. S.
100	=	$99\frac{7}{8}$ f. S. W.
x = 88,49		

Genua.

x f.	=	100 ℳ ℬ°
100	=	194 £ 3 Mt.
100	=	$98\frac{7}{8}$ £ k. S..
200	=	$92\frac{1}{2}$ f. S. W.
x = 88,72		

London, k. S.

x f.	=	100 ℳ ℬ°
$13\frac{7}{32}$	=	1 £ k. S.
10	=	$117\frac{1}{8}$ f. S. W.
x = 88,61		

London, 3 Mt.

x f.	=	100 ℳ ℬ°
$13\frac{9}{64}$	=	1 £ 3 Mt.
100	=	$99\frac{3}{4}$ £ k. S.
10	=	$117\frac{1}{8}$ f. S. W.
x = 89,03		

Paris, k. S.

x f.	=	100 ℳ ℬ°
100	=	$190\frac{1}{4}$ Fs. k. S.
200	=	$92\frac{3}{4}$ f. S. W.
x = 88,23		

Paris, 3 Mt.

x f.	=	100 ℳ ℬ°
100	=	$191\frac{1}{2}$ Fs. 3 Mt.
100	=	99 Fs. k. S.
200	=	$92\frac{3}{4}$ f. S. W.
x = 87,92.		

Je weniger Gulden Augsburg auf einem gewissen Wege für 100 ℳ zu zahlen hat, desto vortheilhafter ist derselbe zum Einkaufe (Remittieren); je mehr Gulden Augsburg auf einem gewissen Wege für 100 ℳ erhält, desto günstiger ist derselbe zum Verkaufe (Trassieren). Daraus folgt, dafs Augsburg, um eine Schuld an Hamburg zu bezahlen, directe Rimessen machen (Hamburger Wechsel remittieren) wird, denn auf diesem Wege kosten ihm 100 ℳ nur $87\frac{7}{8}$ f.; dafs es aber, um eine Forderung, die es an Hamburg hat, einzuziehen, sich k. Amsterdamer remittieren lassen wird, da ihm auf diesem Wege 100 ℳ den Betrag von 89,36 f. einbringen. — Eine mit Hamburg zu machende Wechseloperation würde darin bestehen, dafs sich Augsburg k. Amsterdamer von Hamburg (à 35. 70) kommen liefse und die Deckung dafür in k. Hamburger à $87\frac{7}{8}$ machte. Der Bruttogewinn betrüge ($87\frac{7}{8} : 100 = 89,36 : 101,69$) 1,69%. Folgende Unkosten würden

ihn vermindern: Courtage für den Einkauf des Hamburger in Augsburg und für den Verkauf des Amsterdamer daselbst, 1 ‰ = $^1/_{10}$ %; Courtage für den Einkauf des Amsterdamer in Hamburg 1 ‰, Provision für diesen Einkauf und für das Incasso der Hamburger Rimessen $^1/_3$ %, zusammen $^{13}/_{30}$ %; Zinsenverlust für 8 Tage à 5 % pr. Jahr = $^1/_9$ %. Im Ganzen $^{29}/_{45}$ oder 0,65 %; diese abgezogen von 1,69 %, bleiben 1,04 % reiner Gewinn.

2) Auf dem Berliner Courszettel finden sich folgende Notierungen: Amsterdam 2 Mt. 142$^1/_8$, Hamburg 2 Mt. 149$^7/_8$, Paris 2 Mt. 79$^7/_{12}$, London 3 Mt. 6. 19$^5/_8$; in Frankfurt a. M. sind die Course auf diese Plätze für kurze Sicht notiert wie folgt: 99$^3/_4$, 87$^3/_4$, 93$^1/_8$, 117$^1/_8$; längere Sichten werden mit 3$^1/_2$ %, 3 %, 3$^1/_2$ %, 3 % Discont reguliert. Ist nun von Frankfurt die Vermittelung Berlins zum Einkaufe oder zum Verkaufe zu benutzen, wenn der Cours auf Berlin für k. S. 104$^3/_4$ steht?

Amsterdam.

x ƒ.	= 100 ƒ holl. k. S.
99$^5/_{12}$	= 100 „ „ 2 Mt.
250	= 142$^1/_8$ ß
60	= 104$^3/_4$ ƒ.
	x = 99,83

Hamburg.

x ƒ.	= 100 ℳ. Bco. k. S.
99$^1/_2$	= 100 „ 2 Mt.
300	= 149$^7/_8$ ß
60	= 104$^3/_4$ ƒ.
	x = 87,66

Paris.

x ƒ.	= 200 Fr. k. S.
99$^5/_{12}$	= 100 „ 2 Mt.
300	= 79$^7/_{12}$ ß
60	= 104$^3/_4$ ƒ.
	x = 93,17

London.

x ƒ.	= 10 £ k. S.
99$^1/_2$	= 100 £ 3 Mt.
1	= 6$^{157}/_{240}$ ß
60	= 104$^3/_4$ ƒ.
	x = 116,75.

Stellen wir nun der bessern Uebersicht wegen, die directen und indirecten Course zusammen, so haben wir

	Amsterdam	Hamburg	Paris	London
Direct:	99,75	87,75	93,13	117,13
Indirect:	99,83	87,66	93,17	116,75

und es ergiebt sich allerdings, dafs Wechsel auf Amsterdam und Paris in Berlin theurer und Wechsel auf Hamburg und London in Berlin wohlfeiler sind als in Frankfurt, allein der Unterschied ist so unbedeutend, dafs, selbst wenn Berlin einen Verkauf oder einen Einkauf franco Spesen vollziehen wollte, es nicht der Mühe lohnen würde, die Vermittelung Berlins zu benutzen, Londoner Papier vielleicht ausgenommen, das in Berlin (116,75 : 100 = 117,125 : 100,32) um 0,32 % niedriger steht als in Frankfurt.

Ueberhaupt ist gegenwärtig der Stand der Wechselcourse auf den einzelnen Wechselplätzen in der Regel so wenig abweichend, dafs selbständige Wechseloperationen nur selten vorkommen und Arbitragen hauptsächlich nur gemacht werden, wenn es sich um Bezahlung einer Schuld oder Einziehung einer Forderung handelt, wobei auch ein Gewinn Beachtung findet, der an und für sich nicht grofs genug ist, um zu einer Operation einzuladen.

b) Benutzung der Vermittelung anderer Plätze.

§. 413. Bisher ist gezeigt worden, wie man sich zur Bezahlung einer Schuld oder zur Einziehung einer Forderung der Papiere fremder Plätze bedienen, und wie man den Einkauf oder Verkauf gewisser Wechselgattungen durch Vermittelung eines Platzes bewirken kann; jetzt bleibt uns noch übrig zu zeigen, wie man im ersten Falle der Vermittelung fremder Plätze sich bedienen, und im zweiten Falle an die Stelle eines Platzes mehrere Plätzen setzen kann. Die Art der Fragstellung bleibt die bisherige, nur kommen hier stets die Spesen in Betracht, welche die Plätze berechnen, deren Vermittelung wir benutzen, insoweit sie nicht einen bestimmten Auftrag franco Spesen vollziehen.

Beispiele.

1) Amsterdam hat in Hamburg Bℳ 5000. —. in 3 Mt.-Papier zu zahlen, und kann dies zum Course von $34^{15}/_{16}$ thun. Wäre es nun vortheilhafter, diesen Betrag durch Paris, London oder Frankfurt anschaffen zu lassen, wenn 3 Mt. Hamburger auf diesen Plätzen zu haben ist, wie folgt: $187^1/_4$, 13. 8., $88^1/_8$ k. S. mit 5 % Discont, und Amsterdam die Deckung à $56^1/_4$, 11. $82^1/_2$, $99^1/_2$ machen kann. Die Spesen an Commission und Courtage auf diesen Plätzen sind: $^1/_2$ % und $^1/_8$ %; $^1/_2$ % und $^1/_{10}$ %; $^1/_3$ % und 1 ‰.

Paris.	London.	Frankfurt a. M.
x f. = 40 ß	x f. = 40 ß	x f. = 40 ß
100 = $187^1/_4$ Fr.	$13^1/_2$ = 1 £	100 = 87,025 f. S. W.*)
120 = $56^1/_4$ f.	1 = 11,825 f.	100 = $99^1/_2$ f.
x = 35,11	x = 35,04	x = 34,64
Spesen 0,22 à $^5/_8$ %	Spesen 0,21 à $^3/_5$ %	Spesen 0,15 à $^{13}/_{30}$ %
35,33	35,25	34,79.

*) $88^1/_8$ k. S. à 5 % in 3 Mt.-P. verwandelt, giebt 87,025.

Die Vermittelung von Paris oder von London läfst sich selbst dann nicht benutzen, wenn diese Plätze franco Spesen für Amsterdam arbeiten wollten; dagegen gewährt die Anschaffung durch Frankfurt einen Gewinn von ($34\,^{15}/_{16}$: 100 = 34,79 : x = 99,58) ca. $^1/_2$ %.

Die Spesen bei einem Einkaufe wirken vermehrend, vertheuern denselben also. Diese Vertheuerung spricht sich hier durch eine Vergröfserung der Courszahl aus: Amsterdam mufs der Spesen wegen mehr Gulden für 40 ℔ ausgeben. Hätte aber Hamburg wegen Bezahlung einer Schuld an Amsterdam arbitriert, so hätten die Spesen, obgleich sie natürlich den Cours auch erhöhen, subtrahiert werden müssen, da Hamburg um soviel weniger Gulden für 40 ℔ erlangt, als die Spesen betragen. (Vgl. §. 382 am Schlusse.)

2) London hat Amsterdamer 3 Mt.-Papier zu verkaufen, und kann dasselbe à 11 f. $18\,^3/_4$ St. an seiner Börse begeben. In Hamburg, Paris und Frankfurt ist es à 35. 93., $211\,^1/_8$ und $99\,^5/_8$ (für k. S. mit $3\,^1/_2$ % Discont) zu verkaufen, und London kann auf diese Plätze in k. S. à 13. $5\,^1/_4$, 25. $22\,^1/_2$ und $118\,^1/_8$ trassieren. Wo soll es das Amsterdamer verkaufen, wenn die Spesen $^{11}/_{20}$, $^5/_8$ und $^3/_5$ % betragen?

x f. = 1 £	x f. = 1 £	x f. = 1 £
1 = $13\,^{21}/_{64}$ ℔	1 = 25,225 Fs.	10 = $118\,^1/_8$ f. S.W.
40 = 35,93 f.	$211\,^1/_8$ = 100 f.	$98\,^3/_4$*) = 100 f. holl. 3 Mt.
x = 11,97 f.	x = 11,95 f.	x = 11,96 f.
Spesen 0,06 „ à $^{11}/_{20}$ %	Spesen 0,07 „ à $^5/_8$ %	Spesen 0,07 „ à $^3/_5$ %
12,03 f.	12,02 f.	12,03 f.

London mufs an seiner Börse 11 f. $18\,^3/_4$ St. = 11,937 f. in Amsterdamer Papier hingeben, um 1 £ einzunehmen; da es nun obiger Berechnung zufolge an jedem der drei Plätze mehr Gulden hingeben mufs, um 1 £ einnehmen zu können, so ist der Verkauf des Amsterdamer an der eigenen Börse zu bewirken.

Die Spesen bei einem Verkaufe wirken vermindernd, verschlechtern also den Cours. Diese Verminderung giebt sich aber hier nicht durch eine Verkleinerung der Courszahl, sondern durch eine Vergröfserung derselben zu erkennen, da London jenen Plätzen, um sie für die Spesen zu decken, um soviel mehr Gulden überlassen mufs, als die Spesen betragen. Hätte dagegen Amsterdam wegen des Verkaufs von Londoner Wechseln arbitriert, so würden die Spesen zu subtrahieren gewesen sein, da Amsterdam um soviel weniger Gulden für 1 £ bekommt, als die Spesen betragen. (Vgl. §. 382 am Schlusse.)

§. 414. Uebungsaufgaben.

1320) Bremen hat an Hamburg in k. S. zu zahlen; soll es à $137\,^1/_8$ remittieren, oder Rimessen auf Amsterdam, London, Paris,

*) Der Cours $99\,^5/_8$ für k. S. giebt mit $3\,^1/_2$ % Discont $98\,^3/_4$ für 3 Mt.

Frankfurt oder Berlin machen, die es à $128^1/_2$, 611, $17^1/_2$, $51^{11}/_{12}$ und 111 kaufen und in Hamburg à 35. 63., 13. $4^1/_2$, $190^1/_4$, $89^5/_8$ und 154 anbringen kann?

1321) Augsburg hat an Berlin zu fordern. Soll es à $104^7/_8$ k. S. trassieren, oder sich Amsterdamer, Hamburger, Pariser oder Londoner Wechsel kommen lassen, die in Berlin à $141^1/_4$ für 2 Mt., $149^7/_8$ für 2 Mt., $79^1/_3$ für 2 Mt., und 6. $19^3/_8$ für 3 Mt. zu haben und von Augsburg für k. S. à $99^3/_8$ mit 4 %, 88 mit $5^1/_2$ %, $93^1/_8$ mit 7 %, $117^7/_8$ mit 6 % zu begeben sind, wenn Berlin 1 ‰ Courtage berechnet?

1322) Leipzig hat in Hamburg zu zahlen. Soll es zu $151^7/_8$ direct oder durch Frankfurt à $88^1/_4$ remittieren, wenn es letzteren Platz zu $57^1/_{16}$ decken müfste, wo es $^{13}/_{30}$ % Spesen hat?

1323) Berlin hat in Petersburg 3 Mt. dato zu fordern. Soll es zu $101^1/_4$ selbst trassieren, oder den Auftrag dazu an Hamburg geben, wo Petersburger 3 Mt. $32^1/_4$ steht, und sich directes 3 Mt.-Papier à $153^1/_2$ remittieren lassen, das es mit 5 % discontiert? (Spesen $^8/_{15}$ %.)

1324) Frankfurt schuldet in Amsterdam k. S.; direct $99^5/_8$; über Paris $211^1/_8$ pr. 3 Mt. mit $3^1/_2$ %; Cours auf Paris $93^5/_8$; Spesen $^5/_8$ %.

1325) Hamburg findet auf dem Pariser Courszettel notiert: Amsterdam 3 Mt. $211^1/_8$; London k. S. 25. $22^1/_2$; Frankfurt 3 Mt. $211^3/_4$; Berlin 3 Mt. $370^1/_2$; seine eigenen Notierungen für dieselben Sichten sind: Amsterdam 35. 93; London 13 ℳ $2^1/_8$ ß; Frankfurt $89^1/_2$; Berlin $153^1/_2$; k. Pariser $190^1/_4$. Wozu eignet sich die Vermittelung von Paris?

§. 415. Auch Münzen, ungemünzte Metalle, so wie Staatspapiere und Actien können für sich allein oder in Verbindung mit Wechseln Gegenstand einer Arbitrage werden, da sie gleich den Wechseln zur Ausgleichung von Schuld und Forderung, so wie zu Speculationen dienen können. Wegen der Staatspapiere und Actien verweisen wir auf Kap. XV; die nachfolgenden Beispiele behandeln daher nur die Arbitragen mit ungemünztem und gemünztem Metall.

Beispiele.

1) London fand (im November 1863) für Gold und für Silber die folgenden Notierungen:

an der eigenen Börse	in Paris
77 *s.* 9 *d.* pr. *oz.* St.-Gold	3434 *Fr.* 44 *c.* pr. *K°* f. Gold mit 2 ‰ *prime*
5 „ $1^3/_4$ „ „ „ St.-Silber	218 „ 89 „ „ *K°* f. Silber mit 23 ‰ *prime*

in Hamburg

426 $\frac{1}{2}$ ℳ Bco für 1 Mk. f. Gold

27 $\frac{3}{4}$ „ „ „ 1 do. „ Silber,

k. Pariser ist 25 Fr. 22 $\frac{1}{2}$ *c.* notiert, 3 Mt. Hamburger 13 ℳ 8 ß mit 5 % Discont. Wie stellt sich hiernach der Cours: *a*) zwischen London und Paris, *b*) zwischen London und Hamburg?

a) London — Paris.

1) Gold.		2) Silber.	
x Fr.	= 20 *s.*	x Fr.	= 240 *d.*
77 $\frac{3}{4}$	= 1 *oz.* St. G.	61 $\frac{3}{4}$	= 1 *oz.* St. S.
12	= 11 „ f. G.	40	= 37 „ f. S.
12	= 373,246 Grammes	12	= 373,246 G.
1000	= 3434,44 Fr.	1000	= 218,89 Fr. fest
1000	= 1002 Fr. mit *prime*	1000	= 1023 Fr. mit *prime*
x = 25,24 Fr.		x = 25,04 Fr.	

b) London — Hamburg.

1) Gold.		2) Silber.	
x ℳ	= 20 *s.*	x ℳ	= 240 *d.*
77 $\frac{3}{4}$	= 1 *oz.* St.-G.	61 $\frac{3}{4}$	= 1 *oz.* St.-S.
12	= 11 „ f. G.	40	= 37 „ f. S.
12	= 373,246 Gr.	12	= 373,246 Gr.
233,8555	= 426 $\frac{1}{2}$ Bco	233,8555	= 27 $\frac{3}{4}$ Bco
x = 13 ℳ 6 ß		x = 13 ℳ 4,3 ß	

3 Mt. Hamburger = 216 ß

Disc. pr. 3 Mt. à 5 % = 2,7 „

k. S. = 213,3 ß = 13 ℳ 5,3 ß.

Vergleichen wir nun diese indirecten Course:

Paris (Gold)	25,24	Hamburg (Gold)	13 ℳ 6 ß
(Silber)	25,04	(Silber)	13 ℳ 4,3 ß

mit den directen Coursen:

25,225	13 ℳ 5,3 ß

so finden wir, zunächst ohne Rücksicht auf Spesen, dafs Gold in beiden Fällen sich zum Remittieren eignet, da London auf diese Weise mehr Franken (25,24) und mehr Banco (13. 6.) für 1 £ anschaffen kann, als durch den Einkauf von directem Papier (25,225; 13. 5,3.); dafs Silber sich dagegen zum Trassieren eignet, weil London eine kleinere Summe Franken (25,04) und eine

kleinere Summe Banco (13. 4,3) hinzugeben hat, um 1 £ zu erhalten, als es durch directe Tratte (25,225; 13. 5,3) hingeben mufs.

Aus diesen Resultaten ergiebt sich zugleich, dafs Gold in Paris und in Hamburg theurer ist, als in London, dafs Silber in Paris und in Hamburg wohlfeiler ist als in London, und zwar ist das Gold in Paris (22,225 : 100 = 25,24 : 100,059) um 0,06 %, in Hamburg (213,3 : 100 = 214 : 100,328) um 0,33 % theurer, — das Silber in Paris (25,04 : 100 = 25,225 : 100,739) um 0,74 %, in Hamburg (212,3 : 100 = 213,3 : 100,471) um 0,47 % wohlfeiler.

Gleichwohl würde London, falls es untersuchen wollte, ob es diese Metalle an seiner eigenen Börse oder in Paris (Hamburg) einkaufen oder verkaufen sollte, die Frage lieber auf den Preis von 1 *oz.* richten, und in jeden Ansatz die directen Course (hier 25. 22½ und 13. 5,3) aufnehmen, zu welchen es remittieren oder trassieren würde. Diese Ansätze hätten dann folgende Gestalt:

a) Paris.

1) Gold.			2) Silber.		
x *s.*	=	1 *oz.* St.-G.	x *d.*	=	1 *oz.* St.-S.
12	=	11 „ f. G.	40	=	37 „ f. S.
12	=	373,246 Gr.	12	=	373,246 Gr.
1000	=	3434,44 Fr.	1000	=	218,89 Fr. fest
1000	=	1002 „ mit *prime*	1000	=	1023 „ mit *prime*
25,225	=	20 *s.*	25,225	=	240 *d.*
x = 77,794 *s.* in Paris			x = 61,298 *d.* in Paris		
gegen 77,75 „ „ London.			gegen 61,75 „ „ London.		

b) Hamburg.

1) Gold.			2) Silber.		
x *s.*	=	1 *oz.* St.-G.	x *d.*	=	1 *oz.* St.-S.
12	=	11 „ f. G.	40	=	37 „ f. S.
12	=	373,246 Gr.	12	=	373,246 Gr.
233,8555	=	426½ ℳ Bco.	233,8555	=	27¾ ℳ Bco.
1	=	16 ß	1	=	16 ß
213,3	=	20 *s.*	213,3	=	240 *d.*
x = 78,011 *s.* in Hamburg			x = 61,46 *d.* in Hamburg		
gegen 77,75 „ „ London.			gegen 61,75 „ „ London.		

Aus diesen Ansätzen ergiebt sich ebenfalls, dafs Gold in Paris (77¾ : 100 = 77,794 : 100,06) um 0,06 %, in Hamburg (77¾ : 100 = 78,011 : 100,33) um 0,33 % theurer ist als in London, und dafs Silber in Paris (61¾ : 100 = 61,298 : 99,27) um 0,73 %, in

Hamburg ($61\frac{3}{4} : 100 = 61,46 : 99,53$) um 0,47 % wohlfeiler ist als in London.

Dafs diese Preisdifferenzen nicht grofs genug sind, um zu selbständigen Operationen einzuladen, liegt auf der Hand, denn schon die Transportkosten betragen über ¼ % (Assecuranz 1 *s.* %, Fracht zwischen London und Boulogne 1 *s.* 9 *d.* %, Transportkosten zwischen Boulogne und Paris ⅛ %), der Rest deckt also keinenfalls die Kosten der Verpackung und andere kleine Spesen, abgesehen von der in London $\frac{1}{16}$ % und in Paris (in der Regel) ⅛ % betragenden Courtage, der Commission gar nicht zu gedenken.

2) Berlin bedarf einer Partie Louisd'or, und kann sie von folgenden Plätzen beziehen: von Hamburg à 10 ℳ 14½ β, von Augsburg à 9 *f.* 37 *xr.*, von Leipzig à 9⅞ %, von Frankfurt a. M. à 9 *f.* 41 *xr.* Die Deckung kann Berlin machen: à 151⅜, à 57, à 99⅚, à 57. 1. Von welchem Platze soll Berlin die Louisd'or kommen lassen?

a) Hamburg.

$$\begin{aligned} x\ \text{ℛ} &= 20\ \text{Ld'or.} \\ 1 &= 10\tfrac{29}{32}\ \text{ℳ} \\ 300 &= 151\tfrac{3}{8}\ \text{ℛ} \\ \hline x &= 110,06\ \text{ℛ} \end{aligned}$$

b) Augsburg.

$$\begin{aligned} x\ \text{ℛ} &= 20\ \text{Ld'or.} \\ 1 &= 9\tfrac{37}{60}\ f. \\ 100 &= 57\ \text{ℛ} \\ \hline x &= 109,63\ \text{ℛ} \end{aligned}$$

c) Leipzig.

$$\begin{aligned} & 109,875 \text{ à } 99\tfrac{5}{6} \\ \div \tfrac{1}{6}\% = {} & 0,183 \\ \hline & 109,692\ \text{ℛ} \end{aligned}$$

d) Frankfurt a. M.

$$\begin{aligned} x\ \text{ℛ} &= 20\ \text{Ld'or.} \\ 1 &= 9\tfrac{41}{60}\ f. \\ 100 &= 57\tfrac{1}{30}\ \text{ℛ} \\ \hline x &= 110,45\ \text{ℛ}. \end{aligned}$$

In Augsburg sind die Louisd'or also am billigsten. Gesetzt nun, Berlin könnte diese Geldsorte zu 110¼ verwenden, so blieben ihm (109,63 angenommen für 109⅝) ⅝ ℛ pr. 20 Ld'or. oder ca. $\frac{9}{16}$ %, wodurch indes nicht die Transportkosten gedeckt würden.

3) Hamburg hat eine Partie Silber zu verkaufen, und findet Silber auf nachverzeichneten Plätzen notiert, wie folgt: in Amsterdam 105 *f.* pr. *K°*, in Paris 218 *Fr.* 89 *c.* pr. *K°* mit 23 ‰ *prime*, in London mit 61¾ *d.* pr. Unze Standard, in Frankfurt a. M. mit 52 *f.* 25 *xr.* für 1 deutsches Münzpfund. Amsterdamer, Pariser und Londoner Wechsel sind in Hamburg für k. S. zu begeben mit: 35. 70; 190; 13. 4½; Frankfurter 3 Mt. 89½ mit 3½ % Discont. Wie stellt sich hiernach der Preis für 1 *Mk.* f. Silber?

a) in Amsterdam.	*b*) in Paris.
x = 1 Mk. f. S.	x = 233,8555 Gr. f. S.
1 = 233,8555 Gr.	1000 = 218,89 Fr.
1000 = 105 ƒ	1000 = 1023 „ mit *prime*
35,70 = 40 ß	190 = 100 ß
x = 27,51 ß Bco.	x = 27,56 ß Bco.

c) in London.	*d*) in Frankfurt a. M.
x = 233,8555 Gr. f. S.	x = 233,8555 Gr.
373,246 = 1 Troypfd.	500 = $52\frac{5}{12}$ ƒ. baar
37 = 40 £ St.-S.	$99\frac{1}{8}$ = 100 ƒ. 3 Mt.
1 = 12 *oz.*	$89\frac{1}{2}$ = 100 ß
1 = $61\frac{3}{4}$ *d.*	x = 27,33 ß Bco.
240 = $13\frac{9}{32}$ ß	
x = 27,77 ß Bco.	

Hamburg kann aber das Silber auf seinem Platze mit $27\frac{3}{4}$ ß Bco. begeben, und so wird es sich nicht veranlafst sehen, es nach einem dieser Plätze zum Verkaufe zu senden.

4) Leipzig findet in Frankfurt a. M. Louisd'or mit 9 ƒ. 42 *xr.*, Ducaten mit 5 ƒ. $33\frac{1}{2}$ *xr.* pr. Stück notiert, und kann diese Sorten à $9\frac{7}{8}$ % und à $5\frac{1}{4}$ % auf dem eigenen Platze kaufen. Welche Sorte soll es zu einer Rimesse an Frankfurt a. M. wählen?

a) Louisd'or.	*b*) Ducaten.
x Thlr. = 100 ƒ.	x Thlr. = 100 ƒ.
9,7 = 1 Ld'or.	$5\frac{67}{120}$ = 1 #
20 = $109\frac{7}{8}$ Thlr.	$33\frac{1}{3}$ = $105\frac{1}{4}$ Thlr.
x = 56,64 Thlr.	x = 56,81 Thlr.

Es kosten also dem Leipziger 100 ƒ., remittiert in Louisd'or, 56,64 Thlr., in Ducaten 56,81 Thlr., erstere Sorte verdient daher den Vorzug. Angenommen k. Frankfurter sei à $57\frac{1}{16}$ zu haben, so ergäbe sich eine Differenz von ca. $\frac{3}{4}$ % zu Gunsten einer Rimesse in Louisd'or, die aber durch das $\frac{2}{3}$ % betragende Werthporto fast ganz aufgehoben wird.

§. 416. Um bei Wechselarbitragen, welche die Anwendung von Kettensätzen mit sich bringen, die wiederholte Aufstellung und Ausrechnung der letzteren zu vermeiden, kann man für jeden einzelnen Fall eine sogenannte feste Zahl ermitteln. Wollte man z. B. wissen, wie sich in Berlin der Cours auf Petersburg über Hamburg stellt, wenn auf letzterem Platze Petersburg mit $31\frac{1}{2}$ und Hamburg

in Berlin mit 152 notiert ist, so würde man dazu folgenden Ansatzes bedürfen:

x ℛ = 100 R.
1 = 31½ ß
16 = 1 ℳ
300 = 152 ℛ.

Dieser Ansatz wird bei jeder auf Petersburg bezüglichen Arbitrage Berlins mit Hamburg bis auf den Hamburg-Petersburger Cours (hier 31½) und den Berlin-Hamburger (hier 152) derselbe sein. Läfst man nun diese Courszahlen aus dem Ansatze weg, so hat man $\frac{100}{16 \times 300} = 48$ als feste Zahl (oder beständigen Divisor), mit welcher man alsdann nur in das Product des Hamburg-Petersburger Courses × dem Berlin-Hamburger Course zu dividieren hat.

Noch nützlicher zeigen sich diese festen Zahlen bei den Arbitragen über die ungemünzten Metalle, wegen der hier aus grofsen Zahlen zu bildenden umfänglichen Ansätze. Wählen wir als Beleg hierzu die in §. 415, S. 398 unter *a*) und *b*) zu findenden Ansätze, und entfernen wir aus ihnen die veränderlichen Gröfsen (*a*. 1. 25,225; *a*. 2. 25,225 und 1023. — *b*. 1. 213,3 und 426½; *b*. 2. 213,3 und 27¾), so enstehen durch Ausführung der vorzunehmenden Multiplication und Division folgende feste Zahlen:

a. 1. $\frac{11 \times 373{,}246 \times 3434{,}44 \times 20}{12 \times 12 \times 1000 \times 1000} = 1{,}958445$

a. 2. $\frac{37 \times 373{,}246 \times 218{,}89 \times 240}{40 \times 12 \times 1000 \times 1000} = 1{,}5114466$

b. 1. $\frac{11 \times 373{,}246 \times 16 \times 20}{12 \times 12 \times 233{,}8555} = 39{,}0146528$

b. 2. $\frac{37 \times 373{,}246 \times 16 \times 240}{40 \times 12 \times 233{,}8555} = 472{,}431968$*).

§. 417. Eine noch gröfsere Erleichterung bieten die sogenannten (Wechsel-) Paritäts- oder Arbitrage-Tabellen, welche früher für die wichtigsten Wechselplätze gedruckt in manigfacher Form existierten. Nachdem die Wechselarbitragen aber insoweit an Bedeutung verloren haben, als sie zum Zwecke von Wechseloperationen gemacht werden, weil letztere durch die mehr Gewinn bringen-

*) Diese festen Zahlen sind, soviel *a*. 1. und *a*. 2. betrifft mit 1000 + *prime* zu multiplicieren und das Product ist durch den London-Pariser Cours zu dividieren; in *b*. 1. und *b*. 2. hat man sie mit dem Preise des Goldes resp. Silbers in Hamburg zu multiplicieren und das Product durch den London-Hamburger Cours zu theilen.

den Operationen in Staatspapieren und Actien ersetzt worden sind, hat auch die Veröffentlichung solcher Tabellen fast ganz aufgehört. — Folgendes ist das Beispiel einer Paritätstabelle für Berlin (Leipzig) zur Ermittelung des Courses auf Paris über Hamburg.

	191	$190\frac{3}{4}$	$190\frac{1}{2}$	$190\frac{1}{4}$	190	$189\frac{3}{4}$	$189\frac{1}{2}$	$189\frac{1}{4}$	189	$188\frac{3}{4}$	$188\frac{1}{2}$
148	**77,49** *a*	77,59	77,69	77,79	77,89	77,99	78,10	78,20	78,31	78,41	**78,51** *c*
$148\frac{1}{4}$	77,62	77,72	77,82	77,92	78,02	78,13	78,23	78,33	78,43	78,54	78,64
$148\frac{1}{2}$	77,75	77,85	77,95	78,06	78,16	78,26	78,36	78,47	78,57	78,67	78,77
$148\frac{3}{4}$	77,88	77,98	78,08	78,18	78,29	78,39	78,49	78,59	78,70	78,80	78,91
149	78,01	78,11	78,21	78,31	78,42	78,52	78,62	78,72	78,83	78,93	79,04
$149\frac{1}{4}$	78,14	78,24	78,34	78,44	78,55	78,65	78,75	78,85	78,96	79,06	79,17
$149\frac{1}{2}$	78,27	78,37	78,47	78,57	78,68	78,78	78,89	79 —	79,10	79,20	79,31
$149\frac{3}{4}$	78,40	78,50	78,60	78,70	78,80	78,92	79,02	79,12	79,22	79,32	79,44
150	78,53	78,63	78,73	78,83	78,95	79,05	79,15	79,25	79,35	79,47	79,57
$150\frac{1}{4}$	78,66	78,76	78,87	78,97	79,08	79,18	79,29	79,39	79,50	79,60	79,71
$150\frac{1}{2}$	78,79	78,89	79 —	79,10	79,21	79,31	79,42	79,52	79,63	79,73	79,84
$150\frac{3}{4}$	78,92	79,02	79,13	79,23	79,34	79,44	79,55	79,65	79,76	79,86	79,97
151	**79,06** *b*	79,16	79,21	79,37	79,48	79,58	79,69	79,79	79,90	80 —	**80,11** *d*

Aus dieser Tabelle ersieht man leicht, dafs, wenn z. B. der Berliner Cours auf Hamburg $149\frac{1}{2}$ und der Hamburger Cours auf Paris $190\frac{1}{4}$ steht, dies einem directen Berlin-Pariser Course von 78,57 oder $78\frac{7}{12}$ gleichkommt.

Die Construction dieser Tabelle hat auf folgende Weise statt gefunden. Es ist berechnet worden, wie hoch 300 ℱ (die feste Valuta des Berliner Courses auf Paris) zu stehen kommen, wenn Paris in Hamburg 191 notiert ist und der Berlin-Hamburger Cours *a*) 148, *b*) 151 steht; ferner wenn Paris in Hamburg $188\frac{1}{2}$ notiert ist, und der Berlin-Hamburger Cours *c*) 148, *d*) 151 steht. Folgende 4 Ansätze sind daher zu berechnen gewesen:

a)
x ,ß = 300 ℱ
191 = 100 ꝁ
300 = 148 ,ß
x = 77,49 ,ß

b)
x ,ß = 300 ℱ
191 = 100 ꝁ
300 = 151 ,ß
x = 79,06 ,ß

c)
x ,ß = 300 ℱ
$188\frac{1}{2}$ = 100 ꝁ
300 = 148 ,ß
x = 78,51 ,ß

d)
x ,ß = 300 ℱ
$188\frac{1}{2}$ = 100 ꝁ
300 = 151 ,ß
x = 80,11 ,ß.

Mit diesen 4 Resultaten sind, wie aus der Tabelle selbst zu ersehen, die 4 Ecken der letztern ausgefüllt worden. Die Zahl 77,49 ist auf 79,06 dadurch gestiegen, dafs der Cours 148 ,ß auf 151 ,ß, also um 3 höher gegangen ist. Da nun der Einflufs der Steigung um $\frac{1}{4}$,ß nachzuweisen ist,

so ist die Differenz zwischen 79,06 und 77,49 durch 12 zu dividieren. Das Resultat $\frac{13^1/_{12}}{100}$ ist nun mit 0,13 zu 77,49 fortgesetzt zu addieren, statt 0,13 aber bei der 12. Addition 0,14 zu setzen. Auf diese Weise ist die äufsere senkrechte Columne linker Hand ausgefüllt. Für die äufsere Columne rechter Hand ist die Differenz $[(80{,}11 \div 78{,}51):12]\ \frac{13^1/_3}{100}$; sie ist mit 2 mal 13 und 1 mal 14 fortgesetzt zu addieren, dann ist auch diese Columne ausgefüllt. Die Unterschiede zwischen 77,49 und 78,51; 77,62 und 78,64 u. s. w. haben ihren Grund in der Veränderung des Pariser Courses von 191 in $188^1/_2$; dies giebt, da deren Einflufs auf den Berlin-Pariser Cours für $^1/_4$ berechnet werden soll, Veranlassung zur Division jener Unterschiede durch 10. Man hat also für die erste Reihe $(78{,}51 \div 77{,}49):10 = \frac{10^2/_{10}}{100}$, und addiert daher 4 mal 0,10 — das 5. Mal 0,11. Für die zweite Reihe ist die Differenz $(78{,}64 \div 77{,}62):10$ ebenfalls $\frac{10^2/_{10}}{10}$; ebenso für die dritte $(78{,}77 \div 77{,}75):10$. Die zweite und die dritte Reihe sind daher der ersten gleich zu behandeln. Die vierte giebt $(78{,}91 \div 77{,}88):10 = \frac{10^3/_{10}}{100}$. Man hat also 3 mal 0,10 und jedes vierte Mal 0,11 zu addieren. Die Behandlung der übrigen Reihen bietet nun wohl keine Schwierigkeit. Auf eine Differenz von $^1/_{100}$ am Schlusse einer Reihe ist kein Gewicht zu legen.

4) Die Wechselcommissions-Rechnung.

§. 418. Die Wechselcommissions-Rechnung kommt im Wechselgeschäft dann vor, wenn bei dem Auftrage, eine gewisse Wechselgattung zu verkaufen und für den Ertrag eine andere einzukaufen, die Course limitiert, d. h. vorgeschrieben worden sind. Ist nun bei Empfang des Auftrags eine Veränderung hinsichtlich des einen der limitierten Course oder wohl gar hinsichtlich beider eingetreten, so ist zu untersuchen, ob die Commission noch ausführbar ist oder nicht. Von selbst versteht es sich, dafs sie nicht ausführbar ist, wenn beide Course sich zum Nachtheil des Auftraggebers (des Committenten) verändert haben, und dafs eine Untersuchung überflüssig ist, wenn die Veränderung beider Course zu dessen Vortheil gereicht. Es mufs sich also der eine Cours zum Nachtheil und der andere zum Vortheil verändert haben, wenn überhaupt die Wechselcommissions-Rechnung eintreten soll.

Die Aufgabe dieser Rechnung ist nun, zu untersuchen, ob die nachtheilige Aenderung des einen Courses von der vortheilbringenden Veränderung des andern ausgeglichen wird. Sie löst diese Aufgabe entweder dadurch, dafs sie ermittelt, wie sich in Folge der Veränderung des einen Courses der andere gestalten mufs, und das so gefundene Resultat mit dem wirklich veränderten Course vergleicht; oder indem sie den Verlust auf der einen mit dem Gewinn auf der

andern Seite vergleicht, was am zweckmäſsigsten nach Procenten geschieht, wozu es aber einer besondern Anweisung nicht bedarf. Dagegen hat man, um auf die erstgedachte Weise zu einem richtigen Resultate zu gelangen, darauf zu achten, ob beide Course die feste Valuta im Auslande oder im Inlande haben, oder ob die feste Valuta des einen im Auslande und die des andern im Inlande ist. Im ersten Falle wird, wie sich aus dem ergiebt, was in §. 382 über die Natur der Wechselcourse gesagt ist, eine Vergröſserung oder eine Verkleinerung der einen Courszahl eine Vergröſserung oder eine Verkleinerung der andern zur Folge haben; während im zweiten Falle das Gegentheil eintritt, oder mit andern Worten, im ersten Falle wird die Berechnung unter Anwendung eines directen, im zweiten unter Anwendung eines indirecten Verhältnisses erfolgen.

Beispiele.

1) Berlin soll Hamburger Wechsel à 151 verkaufen und dagegen Pariser à 80 einkaufen. Bei Empfang der Ordre sind die Course $151\frac{1}{2}$ und $80\frac{1}{2}$; ist der Auftrag ausführbar?

Man kann mehr Thaler ($151\frac{1}{2}$) als limitiert (151) für 300 ℳ erhalten, diese Veränderung gereicht zum Vortheil des Committenten; dagegen gereicht ihm die Veränderung des Pariser Courses zum Nachtheil, da für 300 ℱ. mehr Thaler ($80\frac{1}{2}$) ausgegeben werden müssen als vorgeschrieben ist (80).

Die festen Valuten beider Course sind im Auslande; die Vergröſserung der einen Courszahl ($151\frac{1}{2}$ statt 151) bringt also eine Vergröſserung der andern hervor, oder je mehr Thaler man für 300 ℳ erhält, desto mehr Thaler kann man für 300 ℱ. zahlen, daher:

$$\frac{151 : 151\frac{1}{2} = 80 : x}{x = 80{,}26 \text{ ℛ}.}$$

Man muſs aber 80,5 ℛ zahlen, um 300 ℱ. zu erhalten, folglich ist der Auftrag nicht ausführbar.

Ferner: Je mehr Thaler man für 300 ℱ. zu bezahlen hat ($80\frac{1}{2}$ statt 80), desto mehr Thaler muſs man für 300 ℳ zu erhalten suchen, daher:

$$\frac{80 : 80\frac{1}{2} = 151 : x}{x = 151{,}94 \text{ ℛ}.}$$

Man kann aber nur 151,5 ℛ erhalten, es ergiebt sich also auch hieraus, daſs der Auftrag nicht ausführbar ist. — Der Gewinn durch das Steigen des Courses für den Verkauf reicht also nicht hin, den

Verlust durch die Erhöhung des Courses für den Einkauf zu decken, denn:

$$\frac{151 : 100 = \frac{1}{2} : x}{x = \frac{1}{3}\% \text{ Gewinn.}} \qquad \frac{80 : 100 = \frac{1}{2} : x}{x = \frac{5}{8}\% \text{ Verlust.}}$$

2) Hamburg soll Pariser Wechsel zu $190\frac{1}{4}$ verkaufen, und Amsterdamer zu 35. 70. einkaufen; ist der Auftrag noch ausführbar, wenn die Course sich in $189\frac{3}{4}$ und 34. 65. verändert haben?

Die Veränderung des Pariser Courses gereicht zum Vortheil des Committenten, da für eine geringere Summe Franken ($189\frac{3}{4}$) als die vorgeschriebene (190) 100 ℛ︀ erlangt werden können; diejenige des Amsterdamer Courses ist zu dessen Nachtheil, da 35,70 ƒ. für 40 ℛ︀ gekauft werden sollen, während nur 35,65 zu erlangen sind. Die festen Valuten beider Course sind im Inlande. Die Veränderung des Pariser Courses ($190\frac{1}{4}$ in $189\frac{3}{4}$) führt also eine Verkleinerung der Amsterdamer Courszahl herbei, oder je weniger Franken ($189\frac{3}{4}$ statt $190\frac{1}{4}$) man beim Verkaufe hinzugeben hat, um 100 ℛ︀ zu empfangen, desto weniger Gulden braucht man beim Einkaufe für 40 ℛ︀ zu erhalten. Der Ansatz ist also:

$$\frac{190\frac{1}{4} : 189\frac{3}{4} = 35{,}70 : x}{x = 35{,}61 \text{ (genauer } 35{,}606\text{).}}$$

Man müfste demnach 35,61 ƒ. für 40 ℛ︀ kaufen können; da man aber mehr, nämlich 35,65 ƒ. für 40 ℛ︀ kaufen kann, so ist der Auftrag ausführbar.

Ferner: Da sich der limitierte Amsterdamer Cours 35,70 verändert hat in 35,65, man also beim Einkaufe für 40 ℛ︀ weniger Gulden erhält, als man erhalten soll, so wird man auch beim Verkaufe des Pariser weniger als $190\frac{1}{4}$ ℱ︀. hingeben müssen, um 100 ℛ︀ dafür zu empfangen. Daher:

$$\frac{35{,}7 : 35{,}65 = 190\frac{1}{4} : x}{x = 189{,}98.}$$

Da man aber nur 189,75 ℱ︀. hingeben mufs, um 100 ℛ︀ zu erhalten, so zeigt sich auch hier der Auftrag als ausführbar. Und zwar gewährt er, zu den veränderten Coursen ausgeführt, dem Committenten noch einen Vortheil. Hamburg erhalte beispielsweise ℱ︀. 10000. —. zum Verkaufe. Es bewirkt ihn, so wie den Einkauf des Amsterdamer zu den limitierten Coursen, dann remittiert es seinem Committenten ƒ. 4691. 20. auf Amsterdam; wenn es das Pariser à $189\frac{3}{4}$ begiebt und das Amsterdamer à 35. 61. berechnet, dann be-

trägt die Rimesse etwas mehr, weil, wie bemerkt, der Amsterdamer Cours 35. 61. nicht genau ist. Folgende Ansätze beweisen dies:

$$\begin{array}{rcl} x\ f. &=& 10000\ Fr. \\ 190\tfrac{1}{4} &=& 100\ \mathscr{L} \\ 40 &=& 35{,}70\ f. \\ \hline x &=& 4691{,}20\ f. \end{array} \qquad \begin{array}{rcl} x\ f. &=& 10000\ Fr. \\ 189\tfrac{3}{4} &=& 100\ \mathscr{L} \\ 40 &=& 35{,}61\ f. \\ \hline x &=& 4691{,}70\ f. \end{array}$$

Gröfser ist die Differenz zum Vortheil des Committenten, wenn ihm das Amsterdamer zum Course von 35. 65. berechnet wird; dann erhält er als Gegenwerth für den Ertrag des Pariser $f.$ 4696. 97 *c.*, und gewinnt durch die Veränderung der Course 0,12 %.

Eine Vergleichung der Coursveränderungen nach Procenten führt zu demselben Resultate:

$$189\tfrac{3}{4} : 190\tfrac{1}{4} = 100 : x \qquad\qquad 35{,}7 : 35{,}65 = 100 : x$$

x = 100,26; also 0,26 % Gewinn gegen (x = 99,86) 0,14 % Verlust,

0,26 % Gewinn ÷ 0,14 % Verlust = 0,12 % Gewinn.

3) London soll Petersburger à $36\tfrac{1}{2}$ (*d.* für 1 *R.S.*) verkaufen und den Ertrag in Amsterdamer Papier à 11. $17\tfrac{1}{2}$ (Gulden und Stüber für 1 £) anlegen. Wenn nun Petersburg à 36 zu begeben ist, wie mufs sich dann Amsterdamer stellen?

Hier ist die feste Valuta des einen Courses (1 *R.*) im Auslande, die des andern (1 £) im Inlande. Es findet also ein indirectes Verhältnis statt: je weniger *Pence* man für 1 *R.* erhält, desto mehr Gulden mufs man für 1 £ zu kaufen suchen; daher:

$$\frac{36 : 36\tfrac{1}{2} = 11{,}875 : x}{x = 12{,}04\ f. = 12\ f.\ \tfrac{4}{5}\ St.}$$

Sind nun für 1 £ nicht soviel Amsterdamer Gulden zu haben, so kann der Auftrag nicht ausgeführt werden.

Der praktische Geschäftsmann wird auch in vielen Fällen ohne Ansatz beurtheilen können, ob, wenn die limitierten Course nicht einzuhalten sind, der Auftrag ausführbar ist oder nicht. Wenn z. B. in Leipzig Pariser à $79\tfrac{1}{2}$ eingekauft und dagegen auf Bremen à $109\tfrac{1}{2}$ trassiert werden soll, die Course aber in $79\tfrac{3}{4}$ und $109\tfrac{3}{4}$ verändert sind, so ist leicht einzusehen, dafs der Auftrag unausführbar ist, da die Veränderung von $\tfrac{1}{4}$ (Verlust) auf $79\tfrac{1}{2}$ gröfser ist als $\tfrac{1}{4}$ (Gewinn) auf $109\tfrac{1}{2}$. Dagegen: Limitierte Course für Frankfurt: Einkauf von Amsterdam $99\tfrac{1}{2}$, Verkauf von Pariser 93; veränderte Course: 100 und $93\tfrac{1}{2}$. Dieser Auftrag ist ausführbar; denn während der Verlust erst auf $99\tfrac{1}{2} = \tfrac{1}{2}$ beträgt, gewinnt man schon $\tfrac{1}{2}$ auf 93.

§. 419. Nicht selten werden bei Wechselcommissionen die Course mit der Bedingung limitiert, dafs das Geschäft franco Spesen ausgeführt werde; dann hat sich der Commissionär an den Coursen zu erholen. Angenommen z. B., Berlin soll franco Spesen Frankfurter zu 57 verkaufen, und Hamburger zu $150\frac{1}{2}$ einkaufen, so wird es, wenn die Spesen $\frac{1}{2}$ % betragen, entweder das Frankfurter zu 57,3 verkaufen, oder das Hamburger zu $149\frac{3}{4}$ einkaufen müssen, und was an dem einen Course nicht zu erlangen ist, mufs an dem andern erlangt werden. Ob die Spesen von dem gegebenen Course abgezogen oder zu ihm hinzugefügt werden müssen, hängt von der Art der Notierung desselben ab. Ist die feste Valuta im Auslande, so sind die Spesen zu subtrahieren, wenn franco Spesen eingekauft werden soll, und zwar nach Procenten auf Hundert; — sie sind zu addieren, und zwar nach Procenten im Hundert, wenn franco Spesen verkauft werden soll. — Ist die feste Valuta im Inlande, so sind die Spesen nach dem Satze vom Hundert zu addieren, wenn franco Spesen eingekauft werden soll; sie sind nach dem Satze vom Hundert zu subtrahieren, wenn man franco Spesen zu verkaufen hat. Die Praxis pflegt es indes mit der Unterscheidung der Procentsätze, besonders wenn sie nicht hoch sind, nicht so genau zu nehmen.

§. 420. Gemischte Uebungsaufgaben zu §. 408 bis §. 419.

1326) Der *Eagle* der Ver. St. von Nordamerika enthält 232,2 *Grains* f. Gold. Wenn nun die Unze Standard-Gold in London 77 *s.* 9 *d.* kostet, welchen Cours von New York auf London giebt dies, und zwar *a*) für eine feste Valuta von 1 £; *b*) für die feste Valuta von 100 $ (zahlbar in London, wobei 1 $ = $4\frac{1}{2}$ *s.* fest)?

1327) Welches ist das Wechselpari zwischen London und New York (feste Valuta 1 $) auf Grund der beiderseitigen gesetzlichen Ausmünzungen?

1328) Frankfurt besitzt Pariser 2 Monatpapier, soll es dasselbe à $93\frac{5}{8}$ für k. S. mit $4\frac{1}{2}$ % Discont an der eigenen Börse verkaufen oder nach Hamburg oder Berlin senden, um sich dagegen 2 Mt. Frankfurter kommen zu lassen, das es mit 4 % discontieren kann?

Course in Hamburg: Paris 3 Mt. $192\frac{1}{8}$, Disc. $4\frac{1}{2}$ %; Frankfurt 2 Mt. 89; Spesen $\frac{23}{60}$ %.
Course in Berlin: Paris 2 Mt. $79\frac{1}{3}$; Frankfurt 2 Mt. 56.20., Spesen $\frac{13}{30}$ %.

1329) Berlin findet auf dem Frankfurter Courszettel notiert: Amsterdam k. S. $99\frac{3}{8}$, l. S. 4 % Discont; Hamburg k. S. 88; London k. S. $117\frac{7}{8}$, l. S. Disc. 6 %; Paris k. S. $93\frac{1}{8}$, l. S. Disc. 6 %;

Leipzig k. S. 105; diese Papiere sind in Berlin, wie folgt, notiert: Amsterdam k. S. $142\frac{1}{8}$, 2 Mt. $141\frac{1}{4}$; Hamburg k. S. $151\frac{3}{8}$; London 3 Mt. 6. $19\frac{3}{8}$; Paris 2 Mt. $79\frac{1}{3}$; Leipzig k. S. $99\frac{5}{6}$; kurz Frankfurter $57\frac{1}{16}$. Was ergiebt sich aus diesen Notierungen, Frankfurt als Hauptplatz angesehen?

1330) Bremen untersucht, ob es bei den nachverzeichneten Notierungen die Vermittelung von Hamburg zum Einkaufe oder Verkaufe benutzen kann:

	Amsterdam	London	Paris	Frankfurt	Leipzig	Berlin
Bremer Course:	$128\frac{1}{2}$	611	$17\frac{1}{4}$	$51\frac{1}{3}$	$111\frac{1}{8}$	111
Hamburger Course:	35,93	13. $4\frac{3}{8}$	$191\frac{1}{2}$	89	$153\frac{1}{4}$	153

Direct: k. S. $137\frac{1}{8}$.

1331) Paris vergleicht seine Coursnotierungen: Amsterdam 3 Mt. $211\frac{1}{8}$; London k. S. 25. $22\frac{1}{2}$; Frankfurt 3 Mt. $211\frac{3}{4}$; Genua $\frac{3}{8}$ % *perte* (vgl. die Note, S. 331) k. S., Disc. 6 %; Berlin 3 Mt. 370; Hamburg 3 Mt. $187\frac{1}{4}$, Disc. 4 %; mit den Hamburger Coursnotierungen: 3 Mt. 35. 93; k. S. 13. $4\frac{3}{8}$; 3 Mt. $89\frac{1}{2}$; 3 Mt. 193; 3 Mt. $153\frac{1}{2}$. Welche Wechselsorte eignet sich zum Remittieren und welche zum Trassieren?

1332) Frankfurt a. M. findet im August 1863 folgende Notierungen für ungemünztes Gold und Silber: in London 77 *s.* $9\frac{1}{2}$ *d.*, 5 *s.* $1\frac{3}{8}$ *d.*; in Paris (*ancien tarif*) 1 ‰ *prime*, 18 ‰ *prime*; in Amsterdam $11\frac{1}{8}$ % Agio, 104 *f.* 65 *c.*; in Hamburg 424 ℳ, 27 ℳ 12 *ß*; an der eigenen Börse 804 *f.*, $52\frac{1}{4}$ *f.* Frankfurt's Wechselcourse auf jene Plätze für k. Sicht sind: $118\frac{1}{2}$, $93\frac{1}{4}$, $99\frac{3}{4}$, $87\frac{7}{8}$. *a*) Welchen Frankfurter Gold- und Silber-Preisen entsprechen jene Notierungen? *b*) Um wieviel Procent wohlfeiler oder theurer als in Frankfurt sind beide Metalle an jenen Plätzen? *c*) Welche Frankfurter Wechselcourse auf jene Plätze ergeben sich aus deren Gold- und Silber-Preisen? *d*) Wozu kann Frankfurt diese Metalle benutzen (alles ohne Rücksicht auf Spesen)?

Bei Lösung dieser Aufgabe bediene man sich der in §. 318 zu findenden Gleichungen zwischen dem deutschen Münzpfunde und dem ausländischen Gewicht.

1333) Es sind für Hamburg feste Zahlen für die Beziehungen von Gold und von Silber von London, Paris, Amsterdam und Frankfurt a. M. zu ermitteln, unter Benutzung der in §. 318 gegebenen Vergleichungen der einschlagenden Gold- und Silbergewichte und der §. 320 zu findenden Angaben der Gewichtseinheiten, für welche die Preise sich verstehen. (Die Frage ist auf 1 Mark zu richten, der Hamburger Cours auf jene Plätze ist mit *C*, die Metallpreise sind mit *P**) zu bezeichnen.

*) Unter *P* ist bei den Pariser Preisen die Zahl 1000 + *prime*, bei dem Amsterdamer Goldpreise die Zahl 100 + Agio zu verstehen.

1334) Tampico schuldet an London als Ertrag verkaufter Waaren *$* 9362. 4 *r.*, die es in Silberpiastern remittieren soll. Mit dieser Rimesse sind folgende Spesen verbunden: Prämie auf Silberpiaster $1\frac{1}{2}$ %; Consulargebühren und Kosten der Verpackung $\frac{1}{4}$ %; Ausfuhrzoll $3\frac{1}{2}$ %; Commission 1 %. — Die Piaster wiegen in London 7803 *oz.*, für 2 St. schlechte gehen ab 1,1 *oz.*, begeben werden sie à 4 *s.* $9\frac{1}{2}$ *d.* pr. *oz.* Die Spesen in London bestehen in: Seeassecuranz à $\frac{3}{4}$ % auf die remittierte Stückzahl Piaster, jeder à 4 *s.* 3 *d.* taxiert, Police 4 *£* 16 *s.* — *d.*; Fracht $1\frac{1}{8}$ % (vom Bruttoertrage der Piaster), Maklerlohn $\frac{1}{8}$ % (von demselben Betrage), Säcke, Trägerlohn u. s. w. —. 12 *s.* 6 *d.* 1) Wie grofs ist die Rimesse in Piastern; 2) auf wie hoch beläuft sich der Reinertrag in London; 3) wie hoch calculiert sich in englischem Gelde 1 Piaster?

1335) Rio de Janeiro sendet nach London eine Partie Goldstaub, bestehend in: 764 *oitavos* (d. h. Unzen) eingekauft à 3400 *Reïs*, 21 *oit.* à 3300 *Rs.*, 404 *oit.* à 3700 *Rs.*, 375 *oit.* à 3600 *Rs.*, und 1 Barren Gold, gew. $73\frac{1}{4}$ *oit.* à 3000 *Rs.* — In London ergiebt sich nach dem Schmelzen ein Gesamtgewicht von 178,425 *oz.*, *Report W.* $\frac{7}{8}$ *Gr.* und der Verkauf erfolgt à 77 *s.* 9 *d.* pr. *oz.* St.-G. An Unkosten gehen ab: Assecuranzprämie auf *£* 700. — à 20 *s.* pr. Ct., Policenstempel à 2 *s.* 6 *d.* pr. Ct., Fracht, Schmelzen u. s. w. *£* 4. 14. 6., Commission $\frac{1}{2}$ %. — *a*) Was kostet die Sendung in Rio? *b*) Wie grofs ist der Reinertrag in London? *c*) Welchen Cours von Rio auf London (feste Valuta 1 *Milreïs*) giebt er?

1336) Vera-Cruz kauft für eigene Rechnung zur Consignation nach London 125 Dublonen à 16 *$* mit 1 % Prämie, Ausfuhrzoll (vom Betrage ohne Prämie) 3 %, div. Kosten 3 *$*. Der Verkauf in London gestaltet sich wie folgt: 125 Dubl. wiegen 109,375 *oz.*, begeben à 78 *s.* pr. *oz.*; Assecuranz auf *£* 420. —. à 1 %, Police 1 *s.* %; Fracht $1\frac{1}{8}$ % (vom Bruttoertrage der Piaster), für 1 Sack 6 *d.*, Mäklerlohn und Commission $\frac{5}{8}$ %. — 1) Wie viel kostet dem Absender diese Rimesse; 2) wie grofs ist deren Reinertrag in London; 3) wie hoch calculiert sich in englischem Gelde ein Piaster?

1337) Hamburg soll Petersburger Wechsel à $31\frac{1}{2}$ verkaufen und den Ertrag in Frankfurter Papier à $88\frac{3}{4}$ anlegen. Wenn nun bei Empfang dieser Ordre Petersburger $31\frac{1}{4}$ steht, wie mufs das Frankfurter eingekauft werden?

1338) Augsburg erhält von Zürich den Auftrag, zu $92\frac{7}{8}$ auf Genua zu trassieren und dagegen Fünffrankenstücke zu *f.* 2. 20 *xr.* f° Spesen nach Zürich zu senden. Genua steht bei Empfang des Auftrags $93\frac{1}{8}$; wie müssen die 5 *Fr.*-St. eingekauft werden, wenn Augsburg $\frac{1}{3}$ % für Spesen dabei gewinnen will?

XV. Berechnung der Staatspapiere und Actien.

§. 421. Die sehr manigfachen im Verkehr mit Staatspapieren und Actien (oder mit Effecten, mit Fonds) vorkommenden Rechnungen können im allgemeinen zum Gegenstande haben:

1) die einfachen Kaufs- oder Verkaufs-Geschäfte;
2) die Börsenoperationen im engern Sinne des Wortes, und
3) alles das, was den Modus der Tilgung beziehungsweise der Verzinsung eines Anlehens betrifft.

Die unter 2) angeführten Operationen, sind aber so verschiedenartig und können so verwickelt sein, dafs die Anleitung zur Ausführung der damit im Zusammenhange stehenden Rechnungen nicht ohne eine gründliche Erläuterung dieser Operationen selbst gegeben werden kann, und eine solche liegt aufserhalb der Grenzen dieses Werkes*). Aus diesem Grunde haben diese, sowie auch die meist nur mit mathematischen Hilfsmitteln auszuführenden Rechnungen unter 3) hier keine Berücksichtigung finden können.

§. 422. Unter Staatspapieren im Sinne der Arithmetik sind nicht allein diejenigen Schuldpapiere zu verstehen, welche ihre Entstehung den von Staatsregierungen gemachten Anleihen verdanken, sondern auch alle anderen, auf öffentlich abgeschlossenen Anleihen beruhenden Schulddocumente, insbesondere soweit sie Gegenstand des Handels sind und in den Courszetteln notiert werden. — Die Coursnotierung der Staatspapiere erfolgt vorzugsweise für je 100 Einheiten des Nominal- oder Nenn-Werthes. Ist der Cours = 100, so sagt man, die fragliche Papiergattung stehe p a r i, ist er ü b e r 100, sie stehe ü b e r pari, ist er u n t e r 100, sie stehe u n t e r pari. Staatspapiere, von denen es nur Stücke (Abschnitte, Appoints) von einerlei Betrage giebt, wie z. B. die sogenannten Lotterieanlehens-Papiere, werden sehr häufig auch pr. Stück notiert.

§. 423. Bei den mit den einfachen Einkaufs- und Verkaufs-Geschäften von Staatspapieren verbundenen Berechnungen kommt es vor allem darauf an, ob die Papiere Z i n s e n tragen oder nicht. Giebt

*) Wer sich über derartige Operationen belehren will, den verweisen wir u. a. auf: S p i t z e r, Anleitung zur Berechnung der im Wiener Coursblatte notierten Papiere, nebst einem Anhange über Prämien, Nochgeschäfte und Stellagen. Wien 1863., eine empfehlenswerthe Schrift, die wir selbst bei einigen der weiter unten folgenden auf Wien sich beziehenden Beispiele zu Rathe gezogen haben. — R u b r o m, der Wiener Börsen-Speculant. Wien, 1861. — *Courtois, des opérations de Bourse.* Paris, 1859.

es nun auch, mit Ausnahme der aus Zwangsanlehen herrührenden Papiere und solcher Staatspapiere, deren Verzinsung aufgehoben oder ausgesetzt ist, keine Staatspapiere ohne Verzinsung des durch sie dargestellten Kapitals, so existiert doch eine nicht unbedeutende Anzahl solcher Staatspapiere, die schon erwähnten Lotterieanlehens-Lose, welche nicht direct, sondern indirect durch die mit Rückzahlung des Kapitals verbundene Gewährung von Prämien oder Gewinnsten Zinsen geben.*)

Handelt es sich nun um die Berechnung solcher Papiere, so fragt es sich, ob ihr Cours sich für das Stück oder in Procenten (für 100 des Nominalwerthes) versteht. Man findet also z. B. (im November 1863) in Berlin den Betrag von 10 Stück Kurhessischen 40 ℔ Losen à 56 durch Multiplication des für 1 Stück sich verstehenden Courses mit 10, also = 560 ℔.

Nicht so einfach ist dagegen z. B. die Berechnung von: 10 Stück österr. 250 ƒ. Losen (v. 1839) in Wien im November 1863 zum Course von 157. 50. Jedes dieser Lose lautet auf (hat einen Nominal- oder Nenn-Werth von) 250 ƒ., 10 Lose also haben einen solchen von ƒ. 2500. —. Dazu kommen $57\frac{1}{2}$ %, also ƒ. 1387. 50., folglich ist der Verkaufswerth dieser 10 Lose . . . 3887 ƒ. 50 Nkr.

§. 424. Bei Berechnung verzinslicher Staatspapiere handelt es sich um den Zinsfufs und die Termine, zu denen die Zinsen erhoben werden (die Zinstermine), welche in der Regel halbjährliche sind. Der erstere ergiebt sich aus dem Schulddocumente selbst, die letzteren, so wie den Zinsfufs, ersieht man aus den solchen Papieren beigegebenen Zinscoupons oder Zinsscheinen (Anweisungen auf die zu erhebenden Zinsen). Das den Gegenstand des Geschäfts bildende Papier mufs zunächst von dem auf den nächstfälligen Zinstermin lautenden Zinscoupon, dann aber auch von den zu ihm überhaupt gehörigen Zinscoupons begleitet sein. Für welchen Zeitraum die letzteren dem Papiere beigegeben sind, ergiebt sich aus dem sogenannten Talon oder der den Zinscoupons vorgedruckten Anweisung zur Erhebung neuer Zinscoupons. Wird der Coupon für den nächsten Zinstermin mit überliefert, so hat der Käufer die Zinsen von dem letzten Zinstermine bis zu dem Tage des Kaufs (in Leipzig bis mit diesem Tage) zu vergüten; fehlt dieser Coupon**) oder will ihn der Käufer nicht übernehmen, so bringt er die Zinsen vom Tage des Kaufs bis zu dem nächsten Zinstermine in Abzug. Die Zinsen können natürlich

*) Es giebt jedoch auch Lotterieanlehen, welche Prämien und feste Zinsen gewähren.

**) In neuerer Zeit ist es leider sehr üblich geworden, auch noch nicht, ja nicht einmal sehr bald fällige Coupons als Zahlungsmittel zu verwenden.

nur vom Nominalwerthe berechnet werden, und der Monat wird stets zu 30 Tagen angenommen.*)

Beispiele.

1) In **Berlin** kauft man am 3. Nov. 1863 ℛß 2000. —. in Papieren der **freiw. Staats-Anleihe** à 101. (Zinsen à $4^1/_2$ % am 1. April und am 1. Oct.)

Der Cours 101 drückt aus, dafs man für 100 xß in diesen Papieren 101 xß bezahlt; sie stehen also 1 % **über pari**. Von 2000 xß beträgt 1 % . . . 20 xß, der Verkaufswerth ist also (2000 + 20) 2020 xß. (Wäre der Cours 99, so würde der Nominalwerth um 1 % zu vermindern sein.)

Der Käufer empfängt den pr. 1. April 1864 fälligen Zinscoupon, erhebt also die Zinsen auf die Zeit vom 1. Oct. 1863 bis 1. April 1864. Da er aber die Papiere erst am 3. Nov. erkauft, so hat er auch erst von diesem Tage an Anspruch auf Zinsen. Demnach hat er an seinen Verkäufer die Zinsen auf die Zeit vom 1. Oct. bis zum 3. Nov., also auf 32 Tage zu vergüten. Sie betragen $\left(\frac{2000 \times 32}{8000}\right)$ 8 xß. Die über diesen Kauf auszustellende Rechnung gestaltet sich daher wie folgt:

ℛß 2000. — freiw. Staats-Anleihe à 101 xß 2020. —.
Zinsen vom 1. Oct. bis 3. Nov., 32 Tage à $4^1/_2$ % . „ 8. —.
ℛß 2028. —.

2) Am 15. Sept. 1863 kauft man in **Leipzig** ℛß 500. —. Sächs. 3 % Staatsschuldencassen-Scheine à $91^3/_4$.

(Zinstermine 1. April und 1. Oct.)

xß 500. —. ÷ $8^1/_4$ % Verlust (oder $91^3/_4 \times 5$) = ℛß 458. $22^1/_2$.
Zinsen vom 1. April bis 15. Sept. = 165 Tage**): $\frac{500 \times 165}{12000} = 6$ xß $26^1/_4$ *ngr.*, zusammen ℛß 465. $18^3/_4$ (19 *ngr.*).

Fehlte der Coupon pr. 1. Oct., oder wollte ihn der Käufer, weil der Zinstermin so nahe bevorsteht, nicht mit übernehmen, so stünde die Rechnung wie folgt:

ℛß 500. —. 3 % Sächs. St. S. C. Sch. à $91^3/_4$. . xß 458. 23.
ab Zinsen bis 1. Oct., 15 T.**) „ —. 19.
ℛß 458. 4.

*) An der **Pariser** Börse werden **alle** Effecten ohne Berechnung von Zinsen negociert. Die letzteren sind stets im Course begriffen. (Vgl. auch §. 426.)

**) An jedem andern Platze würden die Zinsen in diesem Falle für 164, resp. 14 Tage gerechnet worden sein.

3) In Wien kauft man am 28. Oct. 1863 ƒ. 4000. — 5 % Metalliques à 75. 70. Zinstermine 1. Mai und 1. Novbr.

Die Zinsen dieser, so wie anderer österr. Staatspapiere unterliegen der 7 % betragenden Einkommensteuer. Man kürzt daher von den nach dem Zinsfuſse berechneten Zinsen 7 %, oder nimmt letztere sofort vom Zinsfuſse weg, der hier dann 4,65 % betragen würde.

ƒ. 5000. —. 5 % Metalliques . . à 75. 70.		ƒ. 3785. —.
Zinsen seit 1. Mai, 177 T.	ƒ. 122. 91.	
ab 7 % Eink. St.	„ 8. 60.	„ 114. 31.
		ƒ. 3899. 31.

oder:

ƒ. 5000. —. wie vorher	ƒ. 3785. —.
Zinsen à 4,65 %*) seit 1. Mai, 177 T. .	„ 144. 31.
	ƒ. 3899. 31.

*) Man zerlege 4,65 % in $4\frac{1}{2}$ % + $\frac{1}{30}$ von $4\frac{1}{2}$ %.

Die hier berechneten Papiere sind Staatspapiere im eigentlichen Sinne des Wortes; im folgenden behandeln wir einige andere nicht zu den Staatspapieren gehörende Schuldpapiere, die Berechnungen selbst sofort in Form von Noten darstellend. (Nachweisung über Entstehung und Bestimmung dieser Papiere findet sich in Noback, Börsen- und Comptoirbuch. Vgl. S. 328.)

4) Leipzig, 15. Dec. 1863.

ℛ𝓅 1000. —. k. sächs. Landrentenbriefe à $91\frac{3}{4}$. .	𝓃ℊ 917. 15.
Zinsen à $3\frac{1}{3}$ % seit 1. Oct., 75 Tage .	„ 6. 28.
	ℛ𝓅 924. 13.

5) Berlin, 15. Aug. 1863.

ℛ𝓅 500. —. Oder-Deichbau-Obligationen à $100\frac{3}{4}$.	𝓃ℊ 503. 22. 6.
Zinsen à $4\frac{1}{2}$ % seit 1. Juli, 44 Tage .	„ 2. 22. 6.
	ℛ𝓅 506. 15. —.

6) Frankfurt a. M., 1. Oct. 1863.

ƒ. 2000. —. Pfandbriefe der Frankf. Hypothekenbank à 98	ƒ. 1960. —.
Zinsen à 4 % seit 1. Juli, 90 T. . . .	„ 20. —.
	ƒ. 1980. —.

7) Berlin, 3. Nov. 1863.

ℛ𝓅 2000. —. 4 % Berl.-Hamb. Eisenb.-Prioritäts-Obligationen à $98\frac{3}{4}$	𝓃ℊ 1975. —.
Zinsen à 4 % seit 1. Juli, 122 Tage .	„ 27. 3.
	ℛ𝓅 2002. 3.

Aus allen diesen Beispielen geht demnach hervor, dafs zur Berechnung von verzinslichen Papieren folgende Punkte gehören:

1) der Cours der Papiere,
2) der Zinsfufs,
3) die Zinstermine oder die Verfallzeit der Coupons.

§. 425. Etwas zusammengesetzter ist die Berechnung ausländischer Staatspapiere, oder inländischer, wenn sie in ausländischer Valuta ausgestellt sind. Diese fremde Valuta wird in der Regel nach einem festen Verhältnisse, zuweilen auch nach dem Course einer gewissen Wechselsicht in die inländische Valuta reduciert. Sind die Papiere verzinslich, so werden die Zinsen entweder ebenso wie das Kapital, oder nach einem andern Verhältnisse berechnet*). Folgende Beispiele werden das nähere nachweisen.

1) Was betragen in Frankfurt a. M. am 2. Nov. 1863: 20 St. Sardinische 36 *Fr.*-Lose à $60^1/_4$?

20 St. à $60^1/_4$ (*Fr.* pr. St.) = *Fr.* 1205. —.

Da man nun in Frankfurt a. M., bei Berechnung von Papieren, welche auf Franken lauten, 1 *Fr.* = 28 *xr.* rechnet, so hat man 28 *xr.* × 1205 oder *f.* 562. 20 *xr.* zu bezahlen.

2) Frankfurt a. M., d. 30. Nov. 1863.

Rß 5000. — Preuss. St.-Schuldsch. . . . à 89 . .	*ß*	4450. —.
ab Zinsen à $3^1/_2$ % pr. 31 Tage	„	15. 2.
	Rß	4434. 28.
à 105 *xr.* .	*f.*	7761. 8.

Der Käufer läfst hier den am 1. Jan. 1864 fälligen Coupon freiwillig zurück oder der Coupon ist bereits von den Papieren weggenommen, so dafs man ihn nicht liefern kann; es sind demselben also die Zinsen auf die Zeit vom 30. Nov. bis 1. Jan. zu vergüten. — In Frankfurt a. M. wird bei Berechnung preufs. Staatspapiere 1 *ß* = 105 *xr.* fest gerechnet.

3) Leipzig, d. 24. Aug. 1863.

f. 2000. — 5 % Oesterr. Metalliques à 69	*ß*	920. —.
Zinsen seit 1. Juli, 54 Tage, *f.* 15. —. à $89^3/_8$	„	8. 28.
	Rß	928. 28.

Die Berechnung der österr. Effecten erfolgt in Leipzig für das Kapital nach: 3 *f.* = 2 *ß*, für die Zinsen nach dem Course des k. Wiener; Aus-

*) Die S. 328 angeführten Schriften geben über die auf den einzelnen Börsenplätzen üblichen Reductionsnormen Auskunft.

nahmen: die Nationalanleihe und die Lotterieanleihe, welche für Kapital und Zinsen nach dem Verhältnisse 3 ƒ. = 2 ß reduciert werden.

4)		Frankfurt a. M., 2. Nov. 1863.
ƒ 2000. —. Oesterr. Nationalanleihe v. 1854, à 69 . .		ƒ. 1380. —.
Zinsen seit 1. Oct., 31 T. à 5 %	„	8. 61.
		ƒ. 1388. 61.
à 5/6 . .	S. W.	ƒ. 1666. 20.

Kapital und Zinsen österreichischer Papiere werden in Frankfurt a. M. nach: 5 ƒ. österr. = 6 ƒ. S. W. umgerechnet. Ausgenommen sind nur das lomb.-venet. Anlehen von 1850, in *Lire*, welches à 24 xr. pr. *Lira*, und das auf österr. Währung lautende venet. Anlehen von 1859, das à 6 pr. 7, d. h. 6 ƒ. österr. W. = 7 ƒ. S. W. umgerechnet wird.

5)		Berlin, d. 4. Nov. 1863.
£ 1110. —. 5 % Russ.-Engl. Anleihe à 91 . .	£	1010. 2 *s.* — *d.*
Zinsen à 5 % seit 1. Sept., 63 Tage .	„	9. 14 „ 3 „
	£	1019. 16 *s.* 3 *d.*
à 6 3/4 ß	ℛß	6883. 22. —.

Bei Berechnung russischer Staatspapiere nimmt man auf den Unterschied zwischen dem julianischen und dem gregorianischen Kalender (von 12 Tagen) keine Rücksicht.

§. 426. Ganz verschieden von der bisher gelehrten Berechnung der Staatspapiere ist diejenige solcher Staatschuld-Documente, in denen von seiten des Staates, der sie emittiert (ausgegeben) hat, nicht der Empfang eines bestimmten Kapitals (Nominalkapitals) bescheinigt und dessen Rückzahlung versprochen, sondern nur die Verpflichtung übernommen wird, dem Besitzer des Documents jährlich eine gewisse Summe Zinsen oder eine Rente zu gewähren. Die bekanntesten Staatsanlehen dieser Art sind die französischen Renten à 3, 4 und 4 1/2 %. Bei Berechnung solcher Staatspapiere, die man gewöhnlich mit dem Namen Inscriptionen (d. h. Einschreibungen in das Hauptbuch der Staatsschuld) bezeichnet, handelt es sich daher nicht um die Berechnung eines gewissen Nominalkapitals nach einem gegebenen Course, sondern um die Ermittelung der Summe, die man anlegen mufs, um sich jährlich ein gewisses Einkommen an Zinsen zu verschaffen.

Beispiele.

1) Wieviel hatte man am 2. Nov. 1863 zu bezahlen: *a*) für 2250 Fr. 4 1/2 % Rente à 95,40; *b*) für 1500 Fr. 3 % Rente à 67,05?

Rente	Rente	Cours	Rente	Rente	Cours
a) 4 1/2 Fr. :	2250 Fr. =	95,40 : x	*b*) 3 Fr. :	1500 Fr. =	67,05 : x
	x = 47700 Fr.			x = 33525 Fr.	

Man sagt: Um jährlich $4\frac{1}{2}$ Fr. (3 Fr.) Rente zu beziehen, bezahle ich (den Cours) 95 Fr. 40 *c.* (67 Fr. 5 *c.*), wieviel, um jährlich 2250 Fr. (1500 Fr.) Rente zu beziehen? Zu den gefundenen Beträgen ist noch $\frac{1}{8}$ % Courtage zu schlagen, da die Geschäfte in Renten immer durch einen Makler geschlossen werden, so wie 35 *c.* für Stempel. Beiläufig sei bemerkt, dafs die Zeitkäufe von Renten, den Käufen per Casse entgegengesetzt, sich nur beziehen können auf eine Summe von 2250 Fr. in $4\frac{1}{2}$ % und 1500 Fr. in 3 % Rente, oder auf ein Vielfaches dieser Beträge. Man kann also schliefsen z. B. 6750 Fr., 9000 Fr. in $4\frac{1}{2}$ %, 3000 Fr., 4500 Fr. in 3 % Rente, nicht aber 3000 Fr. $4\frac{1}{2}$ % oder 2000 Fr. 3 % Rente.

Die Zinstermine sind für die 3 % Rente der 1. Jan., 1. Apr., 1. Juli und 1. Oct., für die $4\frac{1}{2}$ % der 22. März und der 22. September. An der Börse wird aber die 3 % Rente schon am 16. des dem Zinstermine vorhergehenden Monats, die $4\frac{1}{2}$ % Rente schon am 7. März und am 7. Sept. ohne Coupon (*coupon détachè*, *ex coupon*) gehandelt, so dafs von jedem der bezeichneten Tage an der Cours der Rente niedriger wird.

2) *a*) Wieviel $4\frac{1}{2}$ % Rente à 95,40 kaufte man für 47700 Fr., und *b*) wieviel 3 % à 67,05 für 33525 Fr. Kapital?

Kapital Kapital Rente	Kapital Kapital Rente
a) 95,40 : 47700 = $4\frac{1}{2}$ Fr. : x	*b*) 67,05 : 33525 = 3 Fr. : x
x = 2250 Fr. Rente	x = 1500 Fr. Rente.

Man sagt: Für den Cours 95,40 (67,05) kaufe ich $4\frac{1}{2}$ Fr. (3 Fr.) Rente, wieviel für die gegebenen Kapitalien?

3) Zu welchem Course kaufte man: *a*) für 47700 Fr. Kapital 2250 Fr. $4\frac{1}{2}$ % Rente und *b*) für 33525 Fr. Kapital 1500 Fr. 3 % Rente?

a) 2250 Fr. : $4\frac{1}{2}$ Fr. = 47700 Fr. : x *b*) 1500 Fr. : 3 Fr. = 33525 Fr. : x

x = 95,40 x = 67,05.

4) Wenn man: *a*) $4\frac{1}{2}$ % Rente mit 95,40 und *b*) 3 % mit 67,05 zahlt, wie hoch verzinst sich dann das Kapital?

a) 95,40 : 100 = $4\frac{1}{2}$: x *b*) 67,05 : 100 = 3 : x

x = 4,72 % ca. x = 4,47 %.

Hieran knüpfen wir noch einige Beispiele für die Berechnung englischer Fonds.

1) Wieviel betragen £ 2500. — 3 pr. Ct. *Consols* à $91\frac{1}{2}$, mit üblicher Courtage?

$25 \times 91\frac{1}{2}$ = £ 2287. 10. –.
+ „ 3. 2. 6. Courtage $\frac{1}{8}$ pr. Ct.
£ 2290. 12. 6.

Die 3 % *Consols* oder *Consolidated Annuities* bilden den Haupttheil der englischen Staatsschuld. Die Zinsen derselben sind am 5. Juli zahlbar,

werden aber nicht Gegenstand der Berechnung, sondern sind im Course begriffen. Von dem Einflusse, den die erfolgte Erhebung der Zinsen auf den Cours der *Consols* übt, gilt daher dasselbe, was weiter oben in Betreff der französischen Rente gesagt worden ist. Da die *Consols* in den Büchern der *Bank of England* auf die Namen ihrer Besitzer eingetragen sind, so erfordert ein Verkauf ihre Uebertragung auf den Namen des Käufers, die durch besondere Fondsmäkler (*Stockbrokers*) besorgt wird, welche dafür 2 *s.* 6 *d.* oder $^1/_8$ % Courtage vom Nominalwerthe berechnen.

2) Wieviel 3 % *Consols* à $91^1/_2$ kauft man für 916 £ 5 *s.* Kapital?

$$(91^1/_2 + {}^1/_8 \text{ für Court.}) : 916^1/_4 \text{ £} = 100 \text{ £} : x$$

$$x = 1000 \text{ £ } 3\,\% \text{ Consols.}$$

3) Wieviel kosten 4 *Exchequer Bills* à 500 £, ausgestellt am 15. März und gekauft am 17. Juni à 4 *s.* Prämie?

4 *Bills* à £ 500. —.	£ 2000.	—.	–.	
Zinsen à 3 % v. 15. März bis 17. Juni, 94 Tage .	„ 15.	9.	—	
Prämie à 4 *s.*	„ 4.	—.	—.	
Courtage à 1 *s.* pr. 100 £	„ 1.	—.	—.	
	£ 2020.	9.	—.	

Die *Exchequer Bills*, d. i. Schatzkammerscheine, sind Schuldpapiere, welche die Bank von England im Namen der Regierung ausgiebt, damit letztere die laufenden Ausgaben decken kann, ehe sie über die Einnahmen zu verfügen im Stande ist. Sie lauten auf eine bestimmte Zeit und werden bei Ablauf derselben entweder zur Rückzahlung oder zur Erneuerung einberufen (*advertised*). Ihr Zinsfufs ist ein veränderlicher; er wurde sonst mit so und so viel *pence* für 1 Tag pr. 100 £ Kapital bestimmt, jetzt versteht er sich in Pfunden pr. 100 £ Kapital; ihr Cours wird durch eine für 100 £ in Schillingen ausgedrückte Prämie (*premium*) oder durch einen in gleicher Weise ausgedrückten Verlust (*discount*) notiert. — Die für diese Papiere übliche Courtage ist 1 *s.* pr. 100 £ Nominalkapital.

§. 427. Alles was hinsichtlich der Coursnotierung, der Berechnung der Zinsen und der Reduction fremder Währungen in die inländische in den vorhergehenden Paragraphen mit Beziehung auf die Staatspapiere gesagt worden ist, gilt auch von den Actien (Antheilscheinen) industrieller Unternehmungen. Doch hat man diejenigen Actien, deren Nennwerth bereits zum vollen eingezahlt ist, von denen zu unterscheiden, auf welche die Einzahlungen nur theilweise geleistet worden sind; ferner, ob die ersteren feste Zinsen oder nur (veränderliche) Dividenden geben. Die hierdurch bedingten verschiedenartigen Berechnungen sollen in folgendem erläutert werden.

Beispiele.

1) Wieviel betragen am 30. Oct. 1863 in Leipzig 4 Stück Leipz.-Dresd. Eisenbahnactien à $266^1/_2$? (Nominalwerth 100 ℔ pr. Actie; Zinsen à 4 %, zahlbar am 1. April und 1. Oct.)

4 Stück Leipz.-Dresd. E. B. Act. à $266\frac{1}{2}$. .	*ß*	1066. —.
Zinsen à 4 % seit 1. Oct., 30 T.	„	1. 10.
	Rß	1067. 10.

Da der Nominalwerth einer Actie = 100 *ß*, so versteht sich der Cours auch pr. Stück; man hat also $266\frac{1}{2}$ *ß* × 4 = Verkaufswerth jener 4 Stück.

2) Wieviel ertragen am 9. Febr. 1864 in Leipzig 4 Stück Leipz. Bankactien à $134\frac{3}{4}$ begeben? (Nominalwerth einer solchen Actie 250 *ß*; Zinsen 3 %, Ende Febr. und Ende Aug. zahlbar.)

4 St. Leipz. Bankactien . . . à $134\frac{3}{4}$	*ß*	1347. 15.
Zinsen à 3 % seit Ende Aug. 1863, 160 T.	„	13. 10.
	Rß	1360. 25.

Da aber der Nominalwerth einer Actie = 250 *ß*, so sind 4 Actien = 4 × 250 = 1000 *ß* nominal, der Verkaufswerth ist also 10 × $134\frac{3}{4}$ = $1347\frac{1}{2}$.

Wollte der Käufer dieser Actien den Ende Febr. zahlbaren Zinscoupon nicht mit übernehmen, oder wäre derselbe bereits abgetrennt, so stünde die Rechnung wie folgt:

Stück 4 u. s. w. (wie oben)	*ß*	1347. 15.
Ab Zinsen à 3 % pr. 20 Tage	„	1. 20.
	Rß	1345. 25.

3) Wieviel betragen am 9. Febr. 1864 in Wien 6 St. Bankactien (Actien der k. k. priv. österr. Nationalbank) à 774?

St. 6 Bankactien à 774	*f.*	4644. —.
Zinsen seit 1. Jan., 38 T.	„	22. 80.
	f.	4666. 80.

Der Cours dieser Actien versteht sich pr. Stück. Sie sind zu verschiedenen Zeiten und zu verschiedenen Preisen emittiert (ausgegeben) und lauten nicht auf einen bestimmten Nominalwerth; eine jede derselben ist nur als „Actie der priv. österr. Nat.-Bank“ bezeichnet und bildet, da die Gesamtmenge der emittierten Actien sich auf 150000 beläuft, $\frac{1}{150000}$ des Bankfonds. Diese Actien gewähren daher auch keine festen Zinsen, sondern eine halbjährlich zu erhebende Dividende; beim Umsatz berechnet man aber die Zinsen neuerdings à 10 Nkr. pr. Stück und pr. Tag.

4) Wie grofs ist am 2. Nov. 1863 der Ertrag von 10 St. (franz.-österr.) Staatsbahn-Actien, à 200 *f.* Conv.-Münze (20 *f.*-Fufs) oder à 500 *Fr.* Nominalwerth an den nachbemerkten Plätzen?

a) Wien: Cours 182 (*f.* österr. W. pr. Stück).

10 Stück u. s. w. à 182	*f.*	1820. —.
Zinsen à 5 % von *f.* 2000. —. Oe. W. seit 1. Juli, 121 Tage	„	33. 61.
Oe. W.	*f.*	1853. 61.

b) Berlin (Leipzig): Cours 106 ½ (ß pr. St.).

10 Stück u. s. w. à 106 ½ ß 1065. —.
Zinsen à 5 % von ℳ. 5000. —. seit 1. Juli,
121 Tage*), ℳ. 84. 03. à 80 . . „ 22. 12.
Rß 1087. 12

*) In Leipzig: 122 Tage.

c) Frankfurt a/M.: Cours 187 (ƒ. pr. St.).

10 Stück u. s. w. à 187 . . ƒ. 1870. —.
Zinsen à 5 % von ℳ. 5000. —. seit 1. Juli,
121 T., ℳ. 84. 03. à 28 (xr. pr. 1 ℳ.) . . „ 39. 13.
S. W. ƒ. 1909. 13.

d) Hamburg: Cours 400 (ℳ. pr. Stück).

10 Stück u. s. w. à 400 ℳ. 4000. —.
Zinsen à 5 % von ℳ. 5000. —. seit 1. Juli, 121 T. „ 84. 03.
ℳ. 4084. 03.
à 186 (ℳ. pr. 100 ß) . . . ℬß. 2195. 11.

e) Paris: Cours 410 (ℳ. pr. Stück).

10 Stück u. s. w. à 410 . . ℳ. 4100. —.

Eine Berechnung von Zinsen findet in Paris nicht statt, sie sind also stets im Course begriffen.

5) Wie grofs ist der Ertrag von 10 Stück Magdeburg-Leipziger Eisenbahnactien, am 24. Aug. 1863 in Leipzig à 242 verkauft? (Nominalwerth einer Actie 100 ß.)

10 Stück Magdeb.-Leipz. E. B. Act. à 242 . . ß 2420. —.
Zinsen à 4 % seit 1. Jan., 234 T. „ 26. —.
Rß 2446. —.

Die Actien der Magdeburg-Leipziger Eisenbahn, sowie viele andere Eisenbahnactien gewähren keine festen Zinsen, sondern eine von der Gröfse des Ertrags abhängige Dividende*). Es ist deshalb üblich geworden, für derartige Actien beim Umsatze sogenannte

*) Art. 217 des Allg. Deutschen Handelsgesetzbuchs bestimmt, dafs Zinsen von bestimmter Höhe für die Actionäre nicht bedungen noch ausbezahlt werden dürfen, sondern nur das unter sie vertheilt werden darf, was sich im Sinne des Gesellschaftsvertrags als reiner Ueberschufs ergiebt. Daher können da, wo dieses Gesetz in Kraft getreten ist, künftig keine Actien mit Zinscoupons, sondern nur mit Dividendenscheinen emittiert werden. So lange jedoch ein Actienunternehmen nicht im vollen Betriebe ist, können auch Zinsen von bestimmter Höhe bedungen werden.

Börsenzinsen, in der Regel 4 % vom 1. Jan. des laufenden Jahres an, in Rechnung zu bringen. (S. jedoch das Beispiel 6.)

6) Frankfurt a. M., d. 2. Nov. 1863.

10 Stück Taunus-Eisenbahn-Actien à 316 . .	ƒ. 3160. —.

Der Nominalwerth dieser Actien ist 250 ƒ. —. Sie gewähren eine veränderliche Dividende, es werden aber bei ihrem Umsatze keine Börsenzinsen berechnet.

7) Wieviel betrugen am 3. Nov. 1863 in Leipzig 10 St. Actien der Hamburger Vereinsbank (à 200 Bß. Nominalwerth mit 20 % Einzahlung) à 103? Zinsen à 4 % seit 1. Jan.

St. 10 Actien der Hamburger V. B. . . à 103 . .	Bß. 460. —.
Zinsen à 4 % (auf eingezahlte 400 ß) 303 Tage	„ 13. 7.
	Bß. 473. 7.
à 153 . .	Rß 241. 13.

Oder:

St. 10 Actien u. s. w. à 103	Bß. 2060. —.
Zinsen wie oben	„ 13. 7.
	Bß. 2073. 7.
Ab noch nicht eingezahlte 80 %	„ 1600. —.
	Bß. 473. 7.
à 153 . .	Rß 241. 13.

Oder:

St. 10 Actien u. s. w. à 20 %	Bß. 400. —.
Zinsen wie oben	„ 13. 7.
	Bß. 413. 7.
Agio 3 % von Bß. 2000. —.	„ 60. —.
	Bß. 473. 7.
à 153 . .	Rß 241. 13.

Hier handelt es sich um Actien, deren Nominalkapital nur erst zum Theil eingezahlt ist. Die Berechnung solcher Actien kann, wie unser Beispiel zeigt, auf dreifache Weise erfolgen. In der ersten Berechnung sind die 3 %, um welche die Actien über pari stehen, mit (2 × 3) 6 zu den eingezahlten 40 ß hinzugefügt worden, wonach der Preis einer Actie = 46 ß ist, und 10 Actien = 46 × 10 = 460 ß betragen. In der zweiten Berechnung ist Ueberpari von 3 % auf das volle Nominalkapital berechnet worden; es beträgt 3 × 20 = 60 und liefert (2000 + 60) 2060 ß Verkaufsbetrag, der um die Zinsen zu vermehren, um die noch nicht eingezahlten 80 % aber zu vermindern ist. Die dritte Berechnung nimmt zunächst auf den Umstand, daſs die Papiere über *pari* stehen keine Rücksicht, sondern fügt jene 3 % erst beim Schlusse hinzu.

Hieraus geht also hervor, daſs das was Papiere dieser Art unter oder über *pari* stehen, nicht procentweise auf das eingezahlte, sondern auf das einzuzahlende Nominalkapital zu berechnen ist.

§. 428. Rücksichtlich der Lotterieanleihe-Lose kann die Frage aufgeworfen werden, zu welchem Zinsfufse man sein Kapital anlegen würde, wenn ein Los in der letzten Ziehung mit dem niedrigsten Gewinne herauskäme.

Z. B. In dem österreichischen Lotterieanlehen von 1839, in Losen zu 250 ƒ., ist der geringste Gewinn 500 ƒ und die letzte Ziehung soll 1879 statt finden. Gesetzt, man kaufe 1863 ein solches Los à 127 $^1/_2$ und käme erst in der letzten Ziehung mit 500 ƒ. heraus, zu wieviel Procent hätte sich dann, natürlich ohne Rücksicht auf Zinseszinsen, das Kapital verzinst?

ƒ. 250. —. à 27 $^1/_2$ % betragen ƒ. 318 $^3/_4$ Einkaufswerth, also würde man (500 ÷ 318 $^3/_4$) = 181 $^1/_4$ ƒ. Zinsen auf 16 Jahre, oder 11 $^{21}/_{64}$ ƒ. auf 1 Jahr haben, sonach

$$\frac{318^3/_4 : 100 = 11^{21}/_{64} : x}{x = 3^{113}/_{204}\ \%,}$$

oder in einem Ansatze:

$$\frac{\begin{array}{l} 318^3/_4 : 100\ ƒ. = 181^1/_4\ ƒ. : x \\ 16 \quad : \quad 1 \text{ Jahr} \end{array}}{x = 3^{113}/_{204}\ \%.}$$

Man kann ferner nach dem Preise fragen, den man für ein solches Papier zahlen kann, wenn man sein Kapital zu einem gewissen Zinsfufse angelegt wissen will. Z. B. Die letzte Ziehung der aus einer Hessendarmstädtischen Anleihe (von 6 $^1/_2$ Mill. Gulden) vom Jahre 1825 herrührenden Lose à 50 ƒ. findet im Jahre 1876 statt und der niedrigste Gewinn dabei ist 167 ƒ. Wieviel konnte man nun 1863 (nach der Ziehung) für ein Los geben, wenn man sein Geld zu 4 % anlegen wollte?

Jene 167 ƒ. sind also der Inbegriff des zurückzuerhaltenden Kapitals und der Zinsen; die Zinsen für 100 betragen à 4 % in 13 J. = 52 ƒ., das Kapital allein also (152 : 167 = 100 : x) = 109,87 ƒ.

Man hätte daher zu dieser Zeit ein solches Los mit 109,87 ƒ. bezahlen sollen; da aber der Cours 132 $^1/_4$ stand, so erzielte man nur (132 $^1/_4$: 109,87 = 4 : x) = 3,323 % Zinsen, oder was dasselbe ist, diese Lose standen 20,4 % über ihrem Zinswerthe. Dieser häufig eintretende Umstand hat seinen Grund in der Möglichkeit, dafs ein solches Los einen der gröfseren oder gröfsten Gewinne irgend einer Ziehung erlangen kann. Man kann nun zwar den durchschnittlichen Werth eines Loses unter Berücksichtigung der Summe aller Gewinnste ermitteln, und dies entweder unter Veranschlagung eines einfachen oder eines zusammengesetzten Zinses; unserm Ermessen nach ist aber ein solcher Durchschnittswerth nur ein Trugbild, denn in der Regel bestehen die Ziehungen aus einem sehr grofsen

Gewinne und sehr vielen kleinen Gewinnen, die Höhe dieses Durchschnittswerthes wird also verschieden ausfallen, je nachdem man den einen gröfsten Gewinn mit in die Rechnung aufnimmt oder nicht.

§. 429. Bereits in §. 415 ist der Arbitragen mit Staatspapieren und Actien gedacht und in §. 417 ist darauf aufmerksam gemacht worden, dafs sie in unsern Tagen eine bei weitem bedeutendere Rolle spielen als die Arbitragen mit Wechseln, ungemünzten und gemünzten Metallen, und zwar weil die Schwankungen der Course der Staatspapiere und Actien weit bedeutender sind als die der Wechsel und der edlen Metalle, eine geschickte Benutzung derselben also gewinnbringend wird.

Arbitragen mit Effecten werden sehr selten zu dem Zwecke gemacht, den Platz, mit welchem, oder die Plätze, mit welchen man arbitriert, durch Effecten zu decken oder sich durch solche decken zu lassen, also nicht zur Bezahlung einer Schuld oder zur Einziehung einer Forderung, sondern um zu erfahren, wo eine gewisse Effectengattung am vortheilhaftesten eingekauft oder verkauft werden kann. Die Frage wird sich also stets auf diejenige Zahl richten, welche der Coursnotierung für das den Gegenstand der Arbitrage bildende Papier zu Grunde liegt. Gegeben müssen sein die Course der fraglichen Papiere auf den Plätzen, mit denen arbitriert wird, und aufzunehmen hat man in die Berechnung den Wechselcours (die Wechselcourse), zu welchem (zu welchen) die Deckung oder der Rembours erfolgt. Dafs hierbei eine Wahl zwischen Remittieren und Trassieren statt finden kann, versteht sich von selbst.

Beispiele.

1) Wie rentiert für **Paris** 5 % **russ.-engl.** Anleihe von 1862 von folgenden Plätzen zu den dabei bemerkten Coursen: Berlin $89\frac{1}{2}$; Hamburg $85\frac{1}{2}$; Frankfurt a. M. $88\frac{3}{4}$; London $89\frac{3}{4}$, wenn die Pariser Course auf diese Plätze notiert sind wie folgt: $369\frac{1}{2}$ pr. 3 Mt. und 4 %; $187\frac{1}{4}$ pr. 3 Mt. und 4 %; $211\frac{3}{4}$ pr. 3 Mt. und 4 %; 25. $22\frac{1}{2}$ für k. S.?

Da dieses auf englische Währung lautende Papier überall für 100 £ notiert wird, so besteht die Berechnung in einer Verwandlung der gegebenen Course desselben nach den Pariser Wechselcoursen.

Berlin.			Hamburg.		
x Fr.	=	$89\frac{1}{2}$ £	x Fr.	=	$85\frac{1}{2}$ £
1	=	$6\frac{3}{4}$ ℛ fest	1	=	14 fl. fest
99	=	100 ℛ 3 Mt.	99	=	100 fl. 3 Mt.
100	=	369,5 Fr.	100	=	$187\frac{1}{4}$ Fr.
x	=	2254,80 Fr.	x	=	2264,02 Fr.

Frankfurt a. M.	London.
x *Fr.* = $88^3/_4$ £	£ $89^3/_4$ à 25. $22^1/_2$ = *Fr.* 2263,94.
1 = 12 *f* fest	
99 = 100 *f.* 3 Mt.	
100 = $211^3/_4$ *Fr.*	
x = 2277,91 *Fr.*	

An der eigenen Börse ist dieses Anlehen $92^1/_2$ notiert, und die Reductionsnorm ist $25^1/_2$ *Fr.* pr. 1 £. Dies giebt also einen Cours von 2358,75. Paris könnte daher dieses Papier von jedem der angeführten Plätze beziehen und zwar am vortheilhaftesten von Berlin, wo die Spesen nicht höher sind als auf den übrigen Plätzen.

2) Wie rentieren für Wien Staats-Eisenbahn-Actien von Berlin, Frankfurt, Hamburg oder Paris zu folgenden Coursen: $106^1/_2$, 187, 400, 412, wenn k. Wiener in Berlin $89^3/_4$ Geld notiert ist, die übrigen Plätze aber zu folgenden 3 Mt.-Coursen gedeckt werden können: 95. 65 und 4 %; 84. 20 und 5 %; 44. 60 und 5 %? An der Wiener Börse ist dieses Papier $182^1/_2$ notiert.

Auch hier findet lediglich eine Reduction der auswärtigen Notierungen nach den Wechselcoursen statt.

Berlin.	Frankfurt a. M.
x *f.* = $106^1/_2$ *℔*	x *f.* = 187 *f.* S. W.
$89^3/_4$ = 150 *f.*	99 = 100 *f.* S. W. 3 Mt.
x = 177,99 *f.*	100 = 95,65 *f.*
	x = 180,61 *f.*

Hamburg.	Paris.
x *f.* = 400 *Fr.*	x *f.* = 412 *Fr.*
$191^3/_4$ = 100 *ß*	$98^3/_4$ = 100 *Fr.* 3 Mt.
$98^3/_4$ = 100 *ß* 3 Mt.	100 = 44,6 *f.*
100 = 84,2 *f.*	x = 186,07 *f.*
x = 177,87 *f.*	

Hieraus ergiebt sich, dafs Wien diese Actien mit Vortheil vorzugsweise von Hamburg beziehen, und dafs es dieselben in Paris mit Vortheil verkaufen lassen kann.

§. 430. Uebungsaufgaben.

1339) Wieviel bezahlt man in Leipzig am 15. Dec. 1863 für: *a*) *Rß* 2000. —. 3 % Sächs. Steuer-Credit-Cassen-Scheine à $90^1/_2$, (Zinstermine: 1. April und 1. Oct.); *b*) 6 Stück Leipz. Bankactien (jede zu 250 *℔*) à $132^3/_4$, (Zinsen à 3 % pr. Ende Febr. und Ende

Aug.); c) 6 St. Magdeburg-Leipz. Eisenbahn-Actien (jede à 100 ℛ) à 240 (Börsenzinsen à 4 % vom 1. Jan.)?

1340) Was betragen in Berlin am 4. Nov. 1863: a) ℛℬ 4500.—. Preufs. 4 % Rentenbriefe der Provinz Posen à 96 (Zinstermine: 1. Apr. und 1. Oct.); b) ℛℬ 2000. —. in Preufs. Bankantheilen à $124\frac{1}{2}$, Zinsen $4\frac{1}{2}$ % pr. 1. Jan. und 1. Juli; c) £ 814. —. 5 % Russ.-Engl. Anleihe von 1822 à 91 (1 £ = $6\frac{3}{4}$ ℛ; Zinsen pr. 1. März und 1. Sept.); d) ℛℬ 2000. —. Berl.-Anhalt Eisenb.-Act. à $153\frac{1}{2}$ (Börsenzinsen à 4 % am 1. Jan. und 1. Juli)?

1341) Was betragen in Frankfurt a. M. am 2. Nov. 1863: a) f. 4000. —. 5 % österr. *Metalliques* von 1852 à $64\frac{1}{8}$ (Zinstermine: 1. Mai und 1. Nov.; 5 f. österr. = 6 f. in Frankf.); b) Fr. 5000. —. $4\frac{1}{2}$ % Belgische Obligationen à $100\frac{1}{8}$ (Zinstermine: 1. Mai und 1. Nov.; 1 Fr. = 28 xr.); c) 10 St. Actien der Oesterr. Credit-Anstalt (à 200 f. österr. W.) à $189\frac{1}{2}$ (f. S. W. pr. Stück, Zinsen à 5 % seit 1. Jan.; 6 f. österr. W. = 7 f. S. W.)?

1342) Was betragen in Hamburg am 3. Nov. 1863: a) Bℬ. 3000. —. 4 % Norweg. Anleihe à 95 (Zinsen am 1. Jan., 1. April, 1. Juli und 1. Oct.); b) £ 333. —. 5 % Russ.-Engl. Anl. à 89 (Zinsen: 1. März u. 1. Sept.; 1 £ = 14 Bℬ.); c) 10 St. Altona-Kieler Eisenb. Act. (jede zu 100 schlesw.-holst. Species à 3 ℛ Bℬ.) à $134\frac{1}{2}$ (Börsenzinsen à 4 % seit 1. Jan.); d) 10 St. Köln-Mindner Eisenb. Act. à 176 (Nominalwerth 200 ℛ; Zinsen $3\frac{1}{2}$ % pr. 1. Jan u. 1. Juli; 150 ℛ = 300 Bℬ.)?

1343) Was ertragen in Wien am 25. Jan. 1864: a) 6 St. Wien. Bankactien à 780 (f. österr. W. pr. St.; Zinsen 10 Nkr. pr. Stück und pr. Tag seit 1. Jan.); b) 4 St. Actien der Kaiser Ferdinand's Nordbahn à 1691 (f. österr. W. pr. St.; 1 Actie = 1000 f. Conv. Mze. nominal; Zinsen 5 % am 1. Jan. u. 1. Juli; 100 f. Conv. = 105 f. österr. Währg.); c) 10 St. Donau-Dampfschiffahrts-Actien à 429 (f. Oe. W. pr. Actie von 500 f. Conv. Mze. nominal; Zinsen à 5 % am 1. März und 1. Sept.; 100 f. Conv. Mze. = 105 f. österr. Währg.)?

1344) Am 25. Jan. 1864 kauft Wien für fremde Rechnung: 5000 f. 5 % *Metalliques* à 72. 25. und 4 Stück Lose à 250 f. v. 1839 zu 142. Provision $\frac{1}{3}$ %, Sensarie $\frac{1}{2}$ ‰. Wie grofs ist der Betrag? (Die Zinsen der obigen *Metalliques* sind am 1. März und 1. Sept. zahlbar; vom Betrage derselben ist die Einkommensteuer mit 7 % zu kürzen.)

1345) Was betragen in Paris am 28. Jan. 1864: 900 Fr. $4\frac{1}{2}$ % Rente à 95; 240 Fr. — 3 % do. à 66. 40; 200 Fr. $2\frac{1}{2}$ % belg. Rente à 60. 15., mit $\frac{1}{8}$ % Courtage?

1346) In Petersburg kaufte man am 5. Nov. 1863 Rᵒ.S. 10000. —. 6 % *Inscriptions* à 104½, Zinsen am 1. Jan. und 1. Juli.

1347) Wenn man ein 3½ % Papier mit 85¼, ein 4 % mit 96, ein 4½ % mit 101¾ und ein 5 % mit 105¾ notiert findet, in welcher Gattung soll man unter übrigens gleichen Umständen sein Geld anlegen?

1348) Am 20. Sept. 1841 kaufte man 2 Stück 3½ % Leipz. Dresd. Eisenbahn-Partial-Obligationen à 100 ℛ (von der im Jahre 1839 gemachten Anleihe) zum Course von 103. Diese Papiere kommen bei der im Juli 1863 statt findenden Verlosung heraus und werden am 1. Decbr. 1863 mit 1 % Prämie für jedes Jahr ihres Umlaufs (also seit 1839) zurückgezahlt. Wie hoch hat sich das angelegte Kapital verzinst? (Zinstermine: 1. Juni und 1. December.)

XVI. Berechnung der Maſse und Gewichte.

§. 431. Die auf Maſse und Gewichte sich beziehenden Rechnungen lassen sich in metrologische und merkantilische eintheilen. Gegenstände der ersteren sind: die genaue Bestimmung der Gröſse der die Grundlage eines Maſs- und Gewichts-Systemes bildenden Maſseinheit, sowie der einzelnen Maſse und Gewichte desselben, die genaue Vergleichung derselben unter sich und mit den Maſsen und Gewichten anderer Systeme, die Herstellung möglichst genauer Meſswerkzeuge, der Normal- oder Muster-Maſse (Etalons) u. s. w. Diese Rechnungen lassen sich nur unter Anwendung mathematischer und physikalischer Hilfsmittel ausführen, von ihnen kann also hier nicht die Rede sein. Ebenso bleiben diejenigen Rechnungen ausgeschlossen, durch welche man Messungen ohne eine directe Anlegung von Meſswerkzeugen, z. B. die Messungen von Höhen und Entfernungen auf geometrischem Wege, bewirkt.

§. 432. Die merkantilischen Maſs- und Gewichts-Berechnungen, denen der vorliegende Abschnitt gewidmet ist, haben es nur mit der Benutzung der Resultate der metrologischen Rechnungen zu thun, und lassen sich ohne jene Hilfsmittel ausführen, da es bei ihnen nicht auf die Erreichung einer absoluten Genauigkeit ankommt. Zum Gegenstande haben sie ebenfalls die Vergleichung von Maſsen und Gewichten, welche auf verschiedene Weise erfolgen kann (§. 440)

und die Untersuchung, inwieweit die im Handel für Mafse und Gewichte üblichen Vergleichungszahlen den wirklichen Gröfsenverhältnissen derselben entsprechen. Ehe wir uns aber mit diesen Rechnungen selbst beschäftigen, lassen wir das wichtigste aus der Mafs- und Gewichts-Kunde (Metrognosie) vorangehen.

§. 433. Bekanntlich werden die als Gegenstände des Handels dienenden sachlichen Güter (die Waaren im engern Sinne des Wortes) entweder gemessen oder gewogen oder gezählt (zählende Güter). — Das Messen kann erfolgen unter Anwendung von Längenmafsen, von Flächenmafsen, oder von Körpermafsen, das Wiegen erfolgt unter Anwendung von Gewichten, das Zählen mittelst sogenannter Zählmafse.

1) Vom Längenmafse.

§. 434. Als Einheit des Längenmafses in Deutschland kann gegenwärtig der Fufs oder Schuh (′) angesehen werden, und auch in einigen nichtdeutschen Ländern trägt die Einheit eine dem Worte Fufs entsprechende Bezeichnung. Irrig aber wäre es, wollte man aus der Uebereinstimmung der Bezeichnung auf eine solche der Gröfse schliefsen; diese findet nur in beschränktem Umfange statt. Die Theilung des Fufses ist entweder duodecimal, d. h. in 12 Zoll (″) à 12 Linien (‴) oder (besonders für wissenschaftliche Zwecke) decimal, d. i. in 10 Zoll à 10 Linien.

Mit Rücksicht auf seine Bestimmung erhält der Fufs zuweilen eine nähere Bezeichnung, wie Werkfufs, Baufufs, Feldfufs.

Der deutsche Handel wendet als Einheit des Längenmafses hauptsächlich die Elle an und auch in einigen nichtdeutschen Ländern finden sich Längenmafse mit Namen, welche dieser Bezeichnung entsprechen. Aus der Gleichheit der Benennung darf aber ebenfalls nicht auf Uebereinstimmung der Gröfse geschlossen werden. Die üblichste Theilung der Elle ist die in 24 Zoll (oder, da wo 12 Zoll = 1 Fufs, in 2 Fufs à 12 Zoll) à 12 Linien; Ausnahmen bilden unter andern die preufsische Elle = $25\frac{1}{2}$ Zoll, die Wiener Elle = 2,456 Fufs, die bayerische Elle = 2 Fufs $10\frac{1}{4}$ Zoll.

Hier und da unterschied man früher und unterscheidet man wohl auch noch die Ellenmafse nach den Gegenständen, zu deren Messung sie dienen, wie z. B. Seidenelle, Wollenelle, Leinwandelle. — In Deutschland benutzte man beim Handel mit sogenannten Manufacturwaaren und benutzt man noch aufserdeutsche Längenmafse, so z. B. die Brabanter Elle (die jedoch nicht überall gleich grofs gerechnet wird), die Pariser Elle (*aune de Paris*), gewöhnlich (Pariser) Stab genannt, die englische *Yard*.

In Frankreich ist (seit Anfang dieses Jahrhunderts) der *Mètre* (Meter) die Einheit des Längenmafses, welcher dem 10millionsten Theile des Viertels des Erdmeridians entsprechen soll.

Von dieser Einheit führt das französische Mafssystem den Namen metrisches System (*système métrique*) und da die Eintheilung der Mehrheits- wie der Theil-Gröfsen*) desselben eine rein decimale ist, so nennt man es auch decimales. Dieses System ist bereits in andern (ausserdeutschen) Ländern entweder ohne weiteres oder mit gewissen Einschränkungen oder Abänderungen angenommen worden und gewinnt ohne Zweifel immer mehr Verbreitung. So ist z. B. in dem für die deutschen Bundesstaaten durch eine dazu berufene Commission vorgeschlagenen Mafssystem der Meter als die Einheit des Längenmafses mit reiner Decimaleintheilung angenommen, und wissenschaftliche Berechnungen erfolgen gegenwärtig stets unter Benutzung dieser Einheit des französischen Mafssystems. Daher drückt man auch gegenwärtig die Gröfse irgend welchen Längenmafses in dieser Einheit aus.

Folgendes sind die für den Handel wichtigsten Längenmafse, verglichen mit dem Meter:

Portugal, *Vara*,	1,0960	Meter	Hessen-Darmstadt, Nassau, Schweiz, Elle,	0,6	Meter
England, *Yard*,	0,91438	„	Schweden, *Aln*,	0,59538	„
Spanien, *Vara*,	0,8350	„	Hannover, Elle,	0,58419	„
Bayern, Elle,	0,83301	„	Hamburg, Elle,	0,57284	„
Wien, Elle,	0,77919	„	Braunschweig, Elle,	0,57072	„
Rufsland, *Arschin*,	0,71119	„	Frankfurt a.M., Elle,	0,57430	„
Preufsen, Elle,	0,66694	„	Sachsen (Kgr.), Elle,	0,56638	„
Dänemark, *Alen*,	0,62771	„			
Baden, Elle,	0,6	„			

Die oben erwähnte in Deutschland vielfach benutzte Brabanter Elle ist aber nicht überall von gleicher Gröfse. So ist sie z. B. in Hamburg = 0,6874, in Frankfurt = 0,6992, in Leipzig = 0,6856, in Kassel = 0,6943 Meter.

Zur Bezeichnung gröfserer Längen bedient man sich in Deutschland der Klafter (beim Bergwesen Lachter**), bei der Schiffahrt Faden genannt) und der Ruthe**), welche Mafse jedoch, je nach den Ländern, denen sie angehören, von verschiedener Gröfse sind.

Die gröfste Längeneinheit ist die Meile. Die neue franz. *Lieue* ist 10000 Meter (= 1 *Myriamètre*, s. d. Anhang) = $1\,{}^7/_{20}$ geographischen oder deutschen Meilen; doch sind mit ihr nicht zu verwechseln die kleinere Seemeile (*lieue marine*), welche nur = 5556 Meter und die

*) Die Namen dieser Mehrheits- wie Theil-Gröfsen, so wie die Darstellung des Systems überhaupt finden sich im Anhange unter „Frankreich".

**) Für die deutschen Bundesstaaten ist vorgeschlagen: der Lachter beim Bergwesen = 2 Meter, die Ruthe beim Feldmessen = 5 Meter.

noch kleinere Postmeile (*lieue ancienne de poste*), welche nur = 3898 Meter. In England betragen 1760 Yards eine (*Statute*) *Mile* und 3 solcher *Miles* sind 1 *League* oder Seemeile; die russ. *Werst* = 500 Saschen à 3 Arschin. Die österreichische Postmeile hat 24000 Wiener Fufs, die preufsische 2000 Ruthen oder 24000 preufs. Fufs u. s. w.

2) Vom Flächenmafse.

§. 435. Zur Bestimmung der Gröfse der Flächen nach Länge und Breite dienen die Flächenmafse, die man auch Quadratmafse nennt, da man sich die Flächen mittelst Quadraten (□) gemessen denkt. Das Flächenmafs wird aus dem Längenmafse dadurch gebildet, dafs man die in gleicher Weise ausgedrückte Länge und Breite mit sich selbst multipliciert. Es ist daher eine Fläche von 1 Zoll (1 Fufs u. s. w.) Länge und von derselben Breite = 1 × 1 = 1 Quadratzoll (Quadratfufs u. s. w.).

Die Flächenmafse behalten entweder den Namen der Längenmafse bei, welche ihre Grundlage bilden, so z. B. Quadratfufs, Quadratruthe, Quadratmeile u. s. w., oder sie führen besondere Namen, wie z. B. der Acker, der Morgen, das Joch, die Juchart, das Tagewerk.

Schon die verschiedenen Namen dieser Mafse lassen auf eine verschiedenartige Gröfse derselben schliefsen, aber selbst die gleiche Benennung und die gleiche Eintheilung bedingt nicht eine Uebereinstimmung ihrer Gröfse, wenn die Grundlage, das Längenmafs, von verschiedener Gröfse ist. — Im Anhange zu diesem Buche finden sich Angaben über die Gröfse der wichtigsten Flächenmafse.

Mit diesen Quadratmafsen aber mifst man nicht, vielmehr ermittelt man den Inhalt von Flächen unter Anwendung von Längenmafsen und durch Rechnung. Ist z. B. eine Fläche 8 Fufs lang und 3 Fufs breit, so enthält sie 8 × 3 = 24 Quadratfufs (□').

Je nachdem die Eintheilung des Längenmafses eine duodecimale oder eine decimale ist, erfolgt auch die Eintheilung des Flächenmafses auf die eine oder die andere Weise. 1 □' kann demnach = 12 × 12 = 144 □'' oder 10 × 10 = 100 □'' sein.

Land- und Feld-Mafs für die deutschen Bundesstaaten soll nach dem weiter oben erwähnten Vorschlage sein: Einheit der □ Meter; 100 □ Meter = 1 Ar; 1000 □ Meter = 1 Decar; 10000 □ Meter = 1 Hectar. Zulässig soll sein: die □ Ruthe = 25 □ Meter; der Morgen = 2500 □ Meter; das Joch = 5000 □ Meter.

3) Vom Körpermafse.

§. 436. Den Inhalt von Körpern oder von Räumen nach Länge, Breite und Höhe (Dicke, Tiefe) drückt man mittelst des Körper-

mafses aus. Man nennt dasselbe auch Kubik- oder Würfelmafs, weil man sich die Körper mittelst eines Würfels (lat. *cubus*) gemessen denkt. Das Körpermafs wird aus dem Längenmafse dadurch gebildet, dafs man die durch das gleiche Längenmafs ausgedrückte Länge, Breite und Höhe (Dicke, Tiefe) unter einander multipliciert. Es ist daher ein Körper von 1 Zoll (1 Fufs) Länge und derselben Breite und Höhe = 1 × 1 × 1 = 1 Kubikzoll (1 Kubikfufs); von 8 Zoll (8 Fufs) Länge und derselben Breite und Höhe = 8 × 8 × 8 = 512 Kubikzoll (512 Kubikfufs).

Die Körpermafse behalten entweder den Namen der ihre Grundlage bildenden Längenmafse, z. B. Kubikfufs, Kubikruthe u. s. w., oder man wählt für sie besondere Namen*). So nennt man in Frankreich den Kubikmeter einen *Stère*; in Hessen-Darmstadt führen 100 Kubikfufs (als Brennholzmafs) den Namen Stecken**); in England ist eine Schiffstonne = 42 Kubikfufs u. s. w.

Die Messung von Körpern erfolgt jedoch nicht unter Anwendung von (eigentlichen) Körpermafsen, sondern mittelst der Längenmafse, und die Ermittelung des körperlichen Inhalts geschieht durch Rechnung. Z. B. Es sei ein Körper 3′ lang, 2′ breit und 2′ hoch (dick), so ist sein Inhalt = 3 × 2 × 2 = 12 Kubikfufs.

Von der Eintheilung des Längenmafses, als duodecimale oder decimale, hängt auch die Eintheilung des Körpermafses ab. Es ist also ein Kubikfufs entweder = 12 × 12 × 12 = 1728 Kubikzoll, oder 10 × 10 × 10 = 1000 Kubikzoll.

Zu den Körpermafsen gehören auch die sogenannten Hohlmafse, deren man sich zum Messen von trockenen Gegenständen, z. B. Getreide, Hülsenfrüchten u. s. w., so wie von Flüssigkeiten, wie Wein, Bier u. s. w. bedient. Sie haben meistens eine abgerundete (cylindrische) Form und ihre Gröfse ist in der Regel mittelst eines wirklichen Körpermafses, z. B. durch Kubikzolle bestimmt, in neuerer Zeit oft auch durch ein anderes genau bestimmtes Hohlmafs, namentlich den franz. *Litre*.

Als Raum- und Körper-Mafse für die deutschen Bundesstaaten sind vorgeschlagen: der Kubikmeter für Bau- und Werk-Holz, das Scheit = $^1/_{100}$ Kubikmeter = 10 Kubikdecimeter; die Klafter als Brennholzmafs =

*) Unter Balkenfufs versteht man einen Körper von 1 Fufs oder 10 Zoll Länge, aber von nur 1 Zoll Breite und 1 Zoll Dicke. 10 Balkenfufs machen 1 Schachtfufs, d. h. einen Körper von 1 Fufs Länge und 1 Fufs Breite, aber nur 1 Zoll Dicke. — In Hamburg notiert man den Preis des Mahagonyholzes für 1 sogenannten Quadratfufs, d. i. für ein Stück Holz von 12″ Länge, 12″ Breite und 1″ Dicke, also von 144 Kub.″.

**) Das Brennholzmafs heifst in den meisten (deutschen) Ländern Klafter, enthält aber meist wegen der abweichenden Länge der Scheite ein von der Kubikklafter abweichendes Mafs; ist also z. B. eine Klafter 6 Fufs hoch und 6 Fufs breit, die Scheitlänge aber nur 3 Fufs, so enthält sie nur 6 × 6 × 3 = 108 Kubikfufs.

4 Kubikmeter; die Schachtruthe für Erd- und Stein-Massen beim Bauwesen = 25 Kubikmeter.

Auch die Hohlmaſse sind in den meisten Ländern sehr verschieden nach Namen und Gröſse, und selbst der gleiche Name mehrerer derselben läſst nicht auf gleiche Gröſse schlieſsen. So ist der in Norddeutschland als Getreidemaſs sehr übliche Scheffel in Preuſsen = 54,96, in Sachsen (lt. Gesetz vom 12. März 1858) = 103,828 Liter. — Andere Benennungen für Maſse trockener Gegenstände sind: Wispel, Malter, Metzen, Himten, Simri, Last u. s. w. — In Frankreich miſst man trockne wie flüssige Waaren mit dem *Litre* oder mit dessen Hundertfachem, dem *Hectolitre*; des letztern bedient man sich in Holland unter dem Namen *Mud.*

Folgendes sind die wichtigsten Getreidemaſse unter Vergleichung mit dem *Litre*:

England, *Imperial Quarter*	290,781	*Litres*	Böhmen, Strich	93,60	*Litres*
Ruſsland, *Tschetwert*	209,9	„	Triest, *Stajo*	83,31	„
Schweden, Getreide-Tonne	164,883	„	Wien, Metzen	61,5	„
Baden, Malter	150	„	Bayern, Metzen	37,06	„
Dänemark, Korntonne	139,12	„	Hannover, Himten	31,152	„
H.-Darmst., (neues) Malter	128	„			

Die üblichsten Einheiten des Hohlmaſses für Flüssigkeiten in Deutschland sind die Kanne, das Maſs, das Quart, der Schoppen u. s. w.; in Frankreich kennt man jetzt (gesetzlich) nur noch den *Litre*; in England bedient man sich im Handel hauptsächlich des *Gallon.* — Als Vielfaches dieser Einheiten hat man in Deutschland: das Stückfaſs zu 16 Eimern, das Fuder zu 12, die Pipe zu 6, das Oxhoft und die *Pièce* zu 3, den Ohm zu 2 Eimern, den Anker = $1/2$ Eimer; im Handel mit französischen Weinen rechnet man 9 Eimer auf den *Muid*, $1\,1/2$ Eimer auf die *Feuillette* u. s. w. In Frankreich bedient man sich des *Hectolitre*; in England ist das gröſste Vielfache die *Tun* à 4 *Hogsheads* oder 252 *Gallons* oder 2016 *Pints* u. s. w. — In vielen Gegenden ist das Gemäſs für Wein ein anderes als für Bier oder Oel, ebenso für den Groſs- und Kleinhandel (Aich- und Schenk-Maſs).

Diese Hohlmaſse sind jedoch nicht sämtlich zum Messen bestimmt; man unterscheidet daher die wirklich zum Messen bestimmten Maſse von den sogenannten Rechnungsmaſsen.

Als Hohlmaſse sollen in den deutschen Bundesstaaten zur Anwendung kommen der Liter und der Hectoliter, letzterer darf als Scheffel und Ohm bezeichnet werden, die Eintheilung des Liter nach dem Halbierungssystem. $1/2$ Liter = 1 Schoppen.

Manche Flüssigkeiten werden nicht nach dem Maſse, sondern nach dem Gewichte verkauft, so z. B. das Oel; oder mit der Bestimmung des Maſses wird die Bestimmung des Gewichts verbunden,

z. B. beim Handel mit Getreide*), auch hier und da beim Handel mit Oel.

4) Vom Gewichte.

§. 437. Dem Namen nach sind auch die Gewichtseinheiten vieler Länder gleich; man würde aber ebenfalls sehr irren, wenn man daraus auf eine Uebereinstimmung in der Gröfse (Schwere) derselben schliefsen wollte. Diese ist nicht nur höchst verschieden, je nach den Ländern, denen jene Gewichtseinheiten angehören, sondern es findet sich auch sehr oft eine Verschiedenheit der Schwere von Gewichtseinheiten gleiches Namens in einem und demselben Lande je nach der Bestimmung der Gewichte, ja sogar, wenn auch jetzt seltener, nach den Orten, denen sie angehören. So unterscheidet man in England das Handelsgewicht (*Avoirdupoids Weight*) von dem Troy-Gewichte (*Troy Weight*), mit welchem aufser Gold, Silber**), Perlen und Juwelen, auch die Apothekerwaaren gewogen werden. Das Pfund Troy hat 12 *Ounces* (Unzen) oder 5760 *Grains*, 7000 solcher Grains aber wiegen ein Pfund *Avoir du poids* (Avdps.) à 16 *Ounces* (Unzen), so dafs 192 Unzen Avdps. = 175 Troy-Unzen, oder 144 ℔ Avdps. = 175 ℔ Troy. Eine früher gewöhnliche, auch jetzt hier und da noch übliche Unterscheidung ist die des Gewichts für den Grofshandel und für den Kleinhandel, wie z. B. in Württemberg, Kurhessen und in mehreren Ländern Italiens, Schwergewicht und Leichtgewicht (*peso grosso*, *peso sottile*). — In Frankreich, sowie in Belgien und den Niederlanden, ist die Einheit des Gewichtssystems das *Gramme* (niederländ. *Wigtje*). Ein solches Gramme wiegt gerade soviel, als das in einem Kubikcentimeter enthaltene reine Wasser (bei + 4 Grad des 100theiligen Thermometers). Als Gewichtseinheit für den Handelsverkehr soll das *Kilogramme* (niederländ. *Pond*) von 1000 Grammen dienen; man notiert jedoch vielfach die Waarenpreise per ½ Kilogr. oder per 50 Kilogr. Die Hälfte dieses Kilogrammes ist gegenwärtig in den meisten deutschen Ländern als Gewichtseinheit unter dem Namen Pfund angenommen worden.***)

Zu beklagen ist es, dafs die Eintheilung dieses neuen Pfundes nicht überall dieselbe ist. Während man in Preufsen, Sachsen u. s. w. das Pfund in 30 Loth à 10 Quent à 10 Cent à 10 Korn theilt, hat man in Württemberg und Frankfurt a. M. die Eintheilung in 32 Loth beibehalten und in Han-

*) Ausführliches hierüber findet sich am Schlusse des Kap. XVII.

**) Wegen der übrigen Gold- und Silbergewichte vgl. S. 253ff.

***) Auch der mehrerwähnte Vorschlag eines Mafssystems für die deutschen Bundesstaaten hat dieses Pfund beibehalten, ohne dafs jedoch über dessen Eintheilung etwas bestimmt worden ist. 100 ℔ sollen = 1 Centner, 4000 ℔ = 1 Schiffslast sein. Diese Mehrheitsgröfsen sind auch in denjenigen Ländern angenommen, deren Gewichtseinheit dieses Pfund bereits ist.

nover, Bremen u. s. w. eine rein decimale, in 10 Neuloth à 10 Quint à 10 Halbgrammen, angenommen.

Folgendes sind die (meist unter dem Namen Pfund) in den noch nicht genannten Ländern Europa's gebräuchlichen Einheiten des Handelsgewichts und ihre Schwere in Grammen.

Türkei *(Okka)*	1278,480	Portugal *(Arratel)* . . .	459,000
Neapel *(Rottolo)*	891,997	England *(Pound Avdps.)* .	453,598
Oesterreich / Bayern } Pfund . . .	560,000	Schweden	425,010
		Rufsland	409,516
Hessen-Cassel		Toscana *(libbra)*	339,542
Pfund { Schwergewicht .	484,242	Rom *(libbra)*	339,156
Pfund { Leichtgewicht .	467,812	Genua *(libbra peso sottile)* .	316,779
Spanien *(libra)*	460,142		

Das gebräuchlichste Vielfache des Pfundes ist der Centner (in England *Hundredweight* (*Cwt.*), in Spanien und Portugal *Quintal*, in Italien *Cantaro* und *Centinaio*, in der Türkei *Cantaro* genannt). Er sollte überall in 100 ℔ eingetheilt werden; der englische Centner hat jedoch 112, der portugiesische 128, der gröfsere spanische 150 ℔.

Aufserdem sind zu bemerken: der (deutsche) Stein zu 22, neuerdings zu 20 ℔, der englische (*Stone*) zu 14 ℔, der russische *Berkowetz* zu 10 Pud à 40 ℔; die spanische *Arroba* zu 25 ℔, die portugiesische *Arroba* zu 32 ℔; der *quintal métrique* in Frankreich zu 100 Kilogr., der englische *Ton* = 20 *Cwt.* In Lübeck hat der Centner 8 Liespfund à 14 ℔. In Deutschland belegt man häufig ein Gewicht von 3 Centnern mit dem Namen Schiffpfund. Im Seefrachtwesen hat die Schiffstonne 2000, die Schiffslast 4000 ℔, der *tonneau de mer* 1000 *K*º u. s. w.

5) Von den Zählmafsen.

§. 438. Folgendes sind die am häufigsten vorkommenden Zählmafse:

Grofstausend (für Stab- oder Fafsholz) . .	1200 Stück	Rolle (Segeltuch) .	50 Arschinen
Ordin. Tausend . .	1000 „	Zimmer (für Pelzwerk)	40 Stück
Ring (für Stabholz) .	240 „	Band (für Garben und Fische)	30 „
Grofs	144 „	Stiege (engl. *score*) .	20 „
Grofshundert . . .	120 „	Mandel	15 „
Kleinhundert . . .	100 „	Dutzend	12 „
Wall, Wahl (Fische)	80 „	Decher	10 „
Webe	72 Ellen	Rolle (Juchten) . . .	6 Felle.
Schock	60 Stück		

Ein Ballen Papier hat zwar 10 Riefs à 20 Buch, man rechnet aber auf ein Riefs 480 Bogen Schreibpapier und 500 Bogen Druckpapier.

6) Vergleichung der Maſse und Gewichte.

§. 439. Um Maſse und Gewichte des einen Landes oder Ortes mit denen eines andern zu vergleichen, bedarf man eines dritten als Maſsstab dienenden Maſses oder Gewichts, und dazu benutzt man gegenwärtig meistens die Maſse und Gewichte des französischen Systems.

§. 440. Die Vergleichung zweier Maſse oder Gewichte durch Rechnung kann überhaupt auf dreierlei Weise stattfinden:

a) indem man berechnet, wieviel Einheiten des einen Maſses oder Gewichts auf eine Einheit des andern gehen;

b) indem man ermittelt, wieviel Einheiten des einen Maſses oder Gewichts auf 100 Einheiten des andern gehen (Vergleichung nach Procenten, und zwar auf und im Hundert);

c) durch Auffindung möglichst kleiner Verhältniszahlen.

Damit man jedoch nicht zu einem irrigen Resultate gelange, hat man darauf zu achten, daſs je mehr Einheiten einer als Vergleichungsmittel benutzten Gröſse auf eine Einheit eines gewissen Maſses oder Gewichts gehen, desto weniger Einheiten dieses Maſses oder Gewichts erforderlich sind, um ein anderes Maſs oder Gewicht damit zu messen. So wiegt z. B. ein österreichisches Pfund 560 Grammen, ein preuſsisches nur 500 Grammen; es kommen daher 500 österreichische Pfunde 560 preuſsischen Pfunden gleich. Aus den nachfolgenden Beispielen wird dies noch deutlicher werden.

a) Längenmaſse.

1) Der alte Pariser Fuſs (*pied de roi*), dessen noch häufig Erwähnung geschieht, ist = 0,3248395 Meter und der in Preuſsen gesetzliche (ehemalige rheinländische) Fuſs ist = 0,3138535 Meter. Wie vergleichen sich diese Fuſsmaſse mit einander?

a) Da ein Pariser Fuſs mehr Meter enthält als ein rheinl. Fuſs, so gehören weniger Par. Fuſs zu einer gegebenen Quantität rheinl. Fuſs. Demnach vergleichen sich zunächst:

3138535 Par. Fuſs mit 3248395 rheinl. Fuſs,
oder in kleineren Zahlen
627707 Par. Fuſs mit 649679 rheinl. Fuſs.

Daraus folgt ferner, daſs nur ein Bruchtheil des Pariser Fuſses erforderlich ist, um einen rheinl. Fuſs zu bilden, so wie, daſs mehr als ein rheinl. Fuſs zu einem Pariser Fuſse gehört. Es ist also:

$$1 \text{ rheinl. Fufs} = \frac{627707}{649679} \text{ Par. Fufs, oder}$$

$$1 \text{ Par. F.} = \frac{649679}{627707} \text{ oder } 1\frac{21972}{627707} \text{ rheinl. Fufs.}$$

b) Bequemer berechnet sich der Unterschied in Procenten; entweder auf Hundert, indem man fragt, wieviel Einheiten des kleineren Mafses auf 100 des gröfseren gehen; oder im Hundert, indem ermittelt wird, wieviel Einheiten des gröfseren Mafses auf 100 des kleineren gehen.

1) Auf Hundert:

$$\frac{627707 \text{ Par. Fufs} : 100 \text{ Par. F.} = 649679 \text{ rheinl. Fufs} : x}{x = 103{,}50,}$$

d. h. 100 Par. Fufs = 103,50 rheinl. Fufs;

2) im Hundert:

$$\frac{649679 \text{ rheinl. Fufs} : 100 \text{ rh. Fufs} = 627707 \text{ Par. F.} : x}{x = 96{,}62.}$$

d. h. 100 rheinl. Fufs = 96,62 Par. Fufs.

Daraus geht hervor, dafs der rheinl. Fufs ca. $3\frac{1}{2}\,\%$ kleiner ist als der Pariser Fufs.

c) Sucht man für die oben unter *a*) angeführte Gleichung 627707 = 649679 oder für den daraus gebildeten Bruch $\frac{627707}{649679}$ (nach §. 39) den gröfsten gemeinschaftlichen Theiler, so ergiebt sich zwar, dafs ein solcher nicht vorhanden ist, mittelst der gefundenen Quotienten 1, 28, 1, 1, 3, 6, 1, 2, 14, 1, 2, 3 kann man aber die Annäherungsbrüche $1/1$, $28/29$, $29/30$, $57/59$, $200/207$ u. s. w. bilden, und aus diesen die Gleichungen: 28 Par. Fufs = 29 rheinl. Fufs, oder 29 Par. F. = 30 rheinl. Fuss u. s. w. ableiten. Aus der letztern ergiebt sich ebenfalls (29 : 100 = 30 : x), dafs der rheinl. Fufs $3\frac{1}{2}\,\%$ kleiner ist als der Pariser Fufs.

An die Stelle dieses etwas umständlichen Verfahrens zur Auffindung möglichst kleiner Verhältniszahlen kann man in einzelnen Fällen ein kürzeres an die Vergleichung nach Procenten sich anknüpfendes setzen, wie sich aus dem folgenden ergiebt:

Setzt man in obigen Gleichungen: 100′ Par. = $103\frac{1}{2}$′ rheinl., und 100′ rheinl. = 96,62′ Par., um Zahlen zu haben, welche Theile oder ein Vielfaches von 100 bilden (vgl. §. 65), an die Stelle von $103\frac{1}{2}$ die Zahl $103\frac{1}{3}$, und statt $96\frac{1}{2} = 96\frac{2}{3}$, weil diese gewählten Zahlen, ebenso wie

100, durch $3\frac{1}{3}$ theilbar sind, so hat man: $100 = 103\frac{1}{3}$ und $100 = 96\frac{2}{3}$, und findet, sämtliche Glieder der Gleichung durch $3\frac{1}{3}$ getheilt: 30 = 31 und 30 = 29, also 30′ Par. = 31′ rheinl. oder 30′ rheinl. = 29′ Par., also Gleichungen, die mit den obengefundenen übereinstimmen.

2) Die ursprüngliche Brabanter Elle nimmt man zu 0,695 Meter an; die Leipziger Brabanter Elle setzt man = 0,6856, die Frankfurter Brabanter Elle = 0,6992 Meter. Wie vergleichen sie sich unter einander nach Procenten auf Hundert?

6950 Frkf. Br. E. : 100 Fr. Br. E. = 6992 a. B. E. : x

x = 100,6 a. Br. E.

6856 Frkf. Br. E. : 100 Fr. Br. E. = 6992 Leipz. Br. E. : x

x = 101,98 Leipz. Br. E.

Demnach sind 100 Frankf. Brab. Ellen = 100,6 alte und 101,98 Leipz. Brab. Ellen.

3) Die schwedische Meile ist = 36000 Fuſs à 0,296901 Meter; die russ. Werst hält 500 Saschen oder 1500 Arschin à 0,7111872 Meter. Wieviel Werst gehen auf 1 schwed. Meile?

x Werst	=	1	schwedische Meile
1	=	36000	Fuſs
1	=	0,296901	Meter
0,7111872	=	1	Arschin
1500	=	1	Werst

x = 10,0193 Werst.

Da nun 1 russ. Meile = 10 Werst, so kann man die schwedische Meile füglich als der russischen gleich annehmen.

b) Flächenmaſse.

Die Vergleichung der Flächenmaſse kann nur dann in derselben Weise wie die der Längenmaſse erfolgen, wenn der gemeinschaftliche Maſsstab derselben ebenfalls ein Flächenmaſs ist. Z. B.

Ein engl. *Acre* ist = 4046,7102 □Meter, 1 österr. Joch = 5755,745 □Meter. Es sind also: 57557450 *Acres* = 40467102 Joch, oder (40467102 : 100 = 57557450 : x) 100 Joch = 142,23 *Acres*.

Ersetzt man hier die Gleichung 100 = 142,23 durch $100 = 142\frac{6}{7}$ oder $100 = 141\frac{2}{3}$, weil man dann durch $14\frac{2}{7}$ resp. durch $8\frac{1}{3}$ theilen kann, so hat man 7 = 10, resp. 12 = 17, d. i. 7 Joch = 10 *Acres* oder 12 Joch = 17 *Acres*, welche Gleichungen ausreichen, wenn es nicht auf absolute Genauigkeit ankommt.

Sind zur Vergleichung von Flächenmafsen nur die ihnen zu Grunde liegenden Längenmafse gegeben, so hat man aus den letztern, durch Multiplication ihres Gröfsenausdrucks mit sich selbst, die Quadratmafse herzustellen. Z. B.

Wie vergleicht sich der preufs. Morgen mit der franz. *Are* in ganzen Zahlen, wenn 1 *Are* = 100 □Meter, 1 Meter = 3,186 preufs. Fufs und 1 preufs. Morgen = 180 □Ruthen enthält, eine Längenruthe aber = 12 preufs. Fufs ist?

	x *Ares*	=	x Morgen
	1	=	180 □Ruthen
	1	=	144 „ Fufs (= 12 × 12 F.)
(3,186 × 3,186 Fufs =)	10,150596	=	1 „ Meter
(10 × 10 M. =)	100	=	1 *Are*
	3,1329 pr. Morg.	=	80 *Ares*
oder	31329 „ „	=	800000 „
	1 „ „	=	25,5 „

c) Körpermafse.

Bei Vergleichung zweier Körper- oder Hohl-Mafse ist zu unterscheiden, ob für beide ein gemeinschaftlicher Mafsstab in einem und demselben Körpermafse gegeben ist, oder ob der körperliche Inhalt der beiden zu vergleichenden Mafse in verschiedenen Körpermafsen ausgedrückt ist, deren Vergleichung aber dadurch möglich wird, dafs die Gröfse der ihre Grundlage bildenden Längenmafse durch einen und denselben Mafsstab bezeichnet ist.

Im erstern Falle unterscheidet sich die anzustellende Berechnung nicht von dem Verfahren bei Vergleichung der Längenmafse, im zweiten aber müssen die Längenmafse, durch dreimalige Multiplication ihres Gröfsenausdrucks mit sich selbst, auf Körpermafse gebracht werden, bevor die Vergleichung statt haben kann, oder diese Reduction mufs, wenn die Berechnung mittelst eines Kettensatzes geschieht, in denselben aufgenommen werden.

Beispiele.

1) Ein grofsherzogl. hessischer Stecken hält 1,5625 *Stères*, eine badische Klafter 3,888 *Stères*; wie vergleichen sich beide Brennholzmafse nach Procenten auf Hundert?

1,5625 Kl. : 100 Kl. = 3,888 St. : x

x = 284,83.

Demnach sind 100 bad. Klafter = 284 $^5/_6$ hess. Stecken.

2) Wenn die bayersche Maſskanne = 1,06903 franz. Liter und die Frankfurter junge Maſs 1,59345 franz. Liter hält; wie vergleichen sich beide Maſse *a*) in ganzen Zahlen; *b*) in Procenten im Hundert?

a) 159345 bayersche Maſs = 106903 Frankf. junge Maſs,

b) 159345 : 100 = 106903 : x

x = 67,08;

demnach sind 100 bayer. Maſskannen = 67,08 oder ca. 67 Frankfurter junge Maſs.

3) Wenn der preuſsische (sogenannte Berliner) Scheffel 3517,536 groſsh. hess. Kubikzoll, und der groſsh. hessische Simmer 2048 hess. Kubikzoll enthält, wie vergleichen sich beide Maſse annäherungsweise?

Zuerst hat man, beide Gröſsenausdrücke mit 1000 multipliciert und durch 32 getheilt: 109923 und 64000. Daraus ergeben sich (nach §. 39) folgende Quotienten: 1, 1, 2, 2, 13, 1, 7, 3, 2, 1, 7 und hieraus (nach §. 40) die Annäherungsbrüche $^1/_1$, $^1/_2$, $^3/_5$, $^7/_{12}$, $^{94}/_{161}$, $^{101}/_{173}$ u. s. w.

Demnach sind: 7 preuſs. Scheffel = 12 hess. Simmer, oder (in Procenten im Hundert) 100 hess. Simmer = 58$^1/_3$ preuſs. Scheffel.

Die sofortige Vergleichung nach Procenten im Hundert (3517,536 : 100 = 2048 : x) giebt (da x = 58,22) fast dasselbe Resultat, führt aber schneller zum Ziele. Ersetzt man 58,22 aus dem Seite 434 unter *c*) angegebenen Grunde durch 58$^1/_3$, so hat man durch Theilung mit 8$^1/_3$ ebenfalls die Gleichung: 7 = 12.

4) Wieviel Liter betragen 100 preuſs. Quart à 64 preuſs. Kubikzoll, wenn 1 preuſs. Fuſs = 139,13 Pariser Linien, 1 Liter = 1 Kubik-Decimeter und 1 Meter = 443,3 Par. Linien?

x = 100 Quart
1 = 64 preuſs. Kubikzoll
12 × 12 × 12 = 1 „ Kubikfuſs
1 = 139,13 × 139,13 × 139,13 Par. Kubik.‴
443,3 × 443,3 × 443,3 = 1 Kubikmeter
1 = 10 × 10 × 10 Kubik-Decim.
1 = 1 Liter

x = 114,5 Liter.

Da die Gröſse der hier zu vergleichen gewesenen Hohlmaſse in verschiedenen Körpermaſsen (Kubikzoll und Kubik-Decimeter) ausgedrückt ist, so haben die diesen Körpermaſsen zu Grunde liegenden Längenmaſse (der preuſs. Fuſs und der Meter) durch dreimalige Multiplication ihres gemeinschaftlichen Gröſsenausdrucks (Pariser Linien) in Körpermaſse verwandelt werden müssen.

Wenn man an die Stelle von 114,5 die Zahl 114$^2/_7$ darum setzt, weil diese sich ebenso wie 100 durch 14$^2/_7$ theilen läſst, so erhält man die Gleichung: 7 Quart = 8 Liter.

d) Gewichte.

Die Gröſse zweier zu vergleichender Gewichte kann ebenfalls entweder durch ein drittes Gewicht als gemeinschaftlichen Maſsstab, oder dadurch bezeichnet werden, daſs das Kubikmaſs gegeben ist, welches den zu vergleichenden Gewichten zur Grundlage dient. Ist die Gröſse dieses Kubikmaſses nicht durch einen und denselben kubischen Maſsstab, sondern durch Angabe des Längenmaſses bezeichnet, so muſs eine Reduction des letztern auf das Kubikmaſs eintreten.

Beispiele.

1) Das Wiener Pfund wiegt 8642,396 engl. Troygrän, das Kilogramme 15432,336 engl. Troygrän. Wie vergleichen sich beide Gewichte in den kleinsten Annäherungswerthen?

Mittelst des für obige Zahlen nach §. 39 gefundenen gemeinschaftlichen gröſsten Theilers reducieren sie sich auf 8407 und 15012. Unter den nach §. 40 zu ermittelnden Annäherungsbrüchen findet man $^5/_9$, wonach 5 Kilogr. = 9 Wiener Pfund, welche Gleichung um wenig mehr als $^4/_5$ % von der genauen Vergleichung beider Gewichte abweicht, da (8407 : 100 = 15012 : x) 100 Kilogr. = 178,57 Wiener Pfund.

2) Wie vergleichen sich das russische Pfund und das englische Pfund *Avoir du poids*, wenn ersteres = 25,019 russische Kubikzoll destillierten Wassers, und 1 engl. Kubikzoll destillierten Wassers = 252,458 Troygrän wiegt. (1 engl. Zoll ist = 1 russ. Zoll; 7000 Troygr. = 1 ℔ *Avdps.*)

x ℔ *Avdps.*	=	100 ℔ russ.
1	=	25,019 russ. Kb.″
1	=	252,458 Troygr.
7000	=	1 ℔ *Avdps.*

x = 90,23.

3) Wie vergleichen sich das bisherige preuſsische und das russische Pfund, wenn 1 Kubikfuſs destillierten Wassers 66 preuſsische Pfund wiegt? (1 russ. Fuſs à 12 Zoll = 135,1142 Par. Linien; 1 preuſs. Fuſs = 139,13 Par. Linien.)

x ℔ russ.	=	100 ℔ preuſs.
66	=	1 preuſs. Kubikfuſs
1	=	139,13 × 139,13 × 139,13 Par. Kub.″
135,1142 × 135,1142 × 135,1142	=	1 russ. Kubikfuſs
1	=	12 × 12 × 12 russ. Kubikzoll
25,019	=	1 russ. Pfund

x = 114,258.

§. 441. In der Praxis bestehen für die Vergleichung von Maſsen und Gewichten gewisse, vom Gebrauche sanctionierte, feste Verhältnisse, welche jedoch nicht immer der wahren Gröſse der betreffenden Maſse und Gewichte entsprechen. Es kann nun untersucht werden, um wieviel ein solches Verhältnis sich von der Wahrheit entfernt.

Beispiele.

1) In Stettin rechnet man usanzmäſsig 1 russ. Pud oder 40 ℔ russ. = 33 ℔ preuſs. Ist diese Gleichung richtig, wenn 1 ℔ russ. 409,516 Gr. und 1 ℔ preuſs. = 500 Gr., und wenn nicht, wieviel Procent beträgt die Abweichung?

$$500 \text{ ℔ r.} : 40 \text{ ℔ r.} = 409{,}516 \text{ ℔ pr.} : x$$

$$x = 32{,}76128$$

d. i. 40 ℔ russ. = 32,76128 ℔ preuſs.;

oder:

$$409{,}516 \text{ ℔ pr.} : 33 \text{ ℔ pr.} = 500 \text{ ℔ r.} : x$$

$$x = 40{,}29$$

d. i. 33 ℔ preuſs. = 40,29 ℔ russ.

Das preuſsische Pfund ist demnach um (32,76128 : 100 = 0,23872 : x) 0,72 % zu leicht, oder das russische Pfund um (40 : 100 = 0,29 : x) 0,72 % zu schwer gerechnet, die Differenz beträgt also ca. $\frac{3}{5}$ %.

Wenn man die Gleichung 40 = 32,76 oder 4000 = 3276, um im ersten Gliede 100 zu erhalten, durch 40 dividiert, so erhält man 100 = 81,9; setzt man dann, weil die in der Nähe von 81,9 liegende Zahl $81\frac{1}{4}$ ebenso wie 100 durch $6\frac{1}{4}$ theilbar ist, 100 = $81\frac{1}{4}$, so findet man durch Division mit $6\frac{1}{4}$ die Gleichung 16 = 13, d. i. 16 ℔ r. = 13 ℔ pr., und die Differenz beträgt nur 0,03 %.

2) In Leipzig rechnet man 5 *Yards* für 8 (bisherige) Ellen*). Da nun die *Yard* 36 und die Leipz. Elle 22,244 engl. Zoll hält, so fragt es sich, inwiefern obiges Verhältnis von der Wahrheit abweicht?

Sind beide Verhältnisse gleich, so müssen sie eine und dieselbe Proportion geben:

$$5 : 8 = 22244 : 36000$$

$$\text{oder } 5 : 8 = 5561 : 9000$$

$$5 \times 9000 = 45000$$

$$8 \times 5561 = 44408.$$

Sie weichen also unter sich um ca. 1,15 % ab.

*) Nach Einführung der sächs. Elle zu 6,56638 Meter sollte man rechnen: 13 *Yards* = 21 sächs. Ellen.

§. 442. Solche feste Verhältnisse beruhen meistens auf Erfahrung, d. h. auf den Ergebnissen, welche die Vermessung, resp. die Verwiegung von Waaren, aus dem Auslande bezogen, im Inlande geliefert hat. Einen wesentlichen Einflufs auf dieses Auskommen des Gewichts, beziehentlich des Mafses (des sogenannten *Rendement* [nicht *Rendiment*, wie von vielen Kaufleuten häufig geschrieben wird]), übt natürlich die Art und Beschaffenheit der Waare, und daraus lassen sich die oft nicht unbedeutenden Abweichungen erklären, welche sich in den Mafs- und Gewichts-Vergleichungen finden, die in den Preiscouranten oder Waarenberichten eines und desselben Platzes verzeichnet sind. So lieferten z. B. von New York nach Havre bezogen

47500 ℔	Baumwolle	= 21532 *K*°,	100 ℔	also	45,33	*K*°,
39500 „	do.	= 17679 „	100 „	„	44,76	„
123960 „	Mehl	= 55265 „	100 „	„	44,58	„

während, da 1 ℔ nordam. = 453,593 Gr. wiegt, 100 ℔ = 45,3593 *K*° liefern sollen. Bliebe man bei einem Artikel, der Baumwolle, stehen, um auf das von ihm gelieferte Gewicht eine Gleichung zu gründen, so hätte man $\frac{45,33 + 44,76}{2} = 45,09$ *K*° oder 45 *K*° per 100 ℔ nordam. Dafs solche auf Erfahrung gegründete Verhältnisse für den praktischen Geschäftsmann mafsgebender sind, als die von den gesetzlichen Bestimmungen abgeleiteten, bedarf keiner Rechtfertigung.

§. 443. Uebungsaufgaben*).

1349) Wie vergleichen sich nach Procenten auf und im Hundert das schwedische Victualienpfund und das russische Pfund, und welche Gleichungen in möglichst kleinen Zahlen lassen sich daraus ableiten?

1350) Das Getreide wird in Ostindien nach dem *Pallie*, welches $9\frac{1}{3}$ ℔ *Avdps.* wiegt, verkauft. Wie läfst sich der *Khahoon* Weizen von 320 *Pallies* mit der engl. Last vergleichen, welche 80 *Bushels* hat, wenn 1 *Bushel* Weizen 60 ℔ wiegt?

1351) Wieviel betragen 342 brasil. Arroben à 32 ℔ in neuen Hamburger Pfunden?

1352) Um wieviel Procent ist das neue Hamburger und Bremer Pfund schwerer als das alte Hamburger Pfund zu 484,609 und das alte Bremer Pfund zu 498,5 Grammen?

1353) Wieviel betragen 124824 Pfd. span.: *a*) in Triest oder Wien; *b*) in engl. Pfd. *Avdps.*; *c*) in preufs. Pfd., die Schwere dieser Pfunde nach Grammen (vgl. §. 437) berechnet?

*) Ueber die Gröfse der in diesen Uebungsaufgaben vorkommenden Mafse und Gewichte, so weit sie nicht in den Aufgaben selbst bezeichnet ist, geben die §§. 434, 436, 437 Auskunft.

1354) Wie vergleichen sich: *a*) das deutsche Zollpfund zu 500 Gr. mit dem engl. Pfd. *Avdps.* in Procenten auf und im Hundert; *b*) desgl. der engl. Centner zu 112 ℔ mit dem deutschen Zollcentner zu 100 ℔?

1355) Eine Partie Caffee von 80500 ℔, von Havanna bezogen, wurde in Nantes = 36687 *K°* gefunden. *a*) Welches Procentverhältnis auf und im Hundert giebt dies? *b*) Welches ist das wirkliche Verhältnis? (Das Gewicht in Havanna ist das spanische.)

1356) Ein Hektoliter Weizen wiegt durchschnittlich 75 Kilogr.; wieviel wiegt demnach *a*) ein preufs. Scheffel; *b*) ein Wiener Metzen; *c*) ein hessen-darmst. Malter in Pfunden der betreffenden Länder?

1357) Eine Partie von 3064 *Bushels* Roggen, à 60 ℔ netto, wird von New York nach Hamburg bezogen. Wenn nun 2 % Abgang, Mafs und Gewicht aber nach gesetzlichen Bestimmungen gerechnet werden, wie grofs ist *a*) das Nettogewicht, *b*) das Mafs dieses Roggens in Hamburg? (1 nordam. [alter engl.] Bushel = 35,237 Liter; 1 Hamb. Last = 60 preufs. Scheffel.)

1358) Man bestimme, unter Ableitung von Procenten auf und im Hundert, in möglichst kleinen Zahlen, das Verhältnis zwischen dem Tschetwert und dem *Imperial-Quarter*, zwischen der Hamburger Last und der (bisherigen) schwedischen Tonne?

1359) Wieviel engl. *Acres* zu 4840 □ *Yards* machen 10000 Hektaren aus? (1 *Yard* = 0,914 Meter.)

1360) Ein engl. *Imperial Quarter* à 8 *Bushels* ist = 17745,536 engl. Kubikzoll. (36 Zoll = 1 Yard.) — Ferner enthält ein russ. Tschetwert 12800 russ. Kubikzoll. Ein Arschin zu 28 Zoll ist = 315,2665 und eine Yard 405,3 Pariser Linien. Es wird gefragt, wieviel *Bushels* = 100 Tschetwert sind?

XVII. Waarenrechnung.

§. 444. Die in der Waarenrechnung zu behandelnden verschiedenartigen Fälle lassen sich unter drei Hauptrubriken bringen:

1) Ermittelung des Betrags einer gegebenen Waarenmenge nach einem ebenfalls gegebenen Preise, in arithmetischen Lehrbüchern häufig mit dem Namen Preisberechnung belegt.

2) Ermittelung des Preises einer Waare, welche man entweder selbst erzeugt oder von einem andern Orte her bezogen hat, beziehentlich nach einem andern Orte versenden will, unter Berücksichtigung aller mit der Erzeugung oder Beziehung resp. Versendung verbun-

denen Unkosten. Die in jedem dieser Fälle anzustellende Berechnung führt den Namen Calculatur oder Calculation.

3) Vergleichung der für eine und dieselbe Waare an verschiedenen Orten notierten Preise (Ermittelung sogenannter Preisparitäten), Auffindung fester Zahlen (wie wir sie bereits in der Wechselrechnung §. 416 haben kennen lernen) und Ausarbeitung von sogenannten Calculationstabellen, den Paritätstabellen der Wechselrechnung entsprechend.

1) Berechnung des Betrags einer gegebenen Waarenmenge.

§. 445. Die Behandlung dieses Falles würde durchaus keine besondere Anweisung erfordern, wenn es sich stets darum handelte, ein gegebenes Quantum Waare nach einem gegebenen Preise zu berechnen, wie z. B. 400 ℔ Caffee à $8^3/_8$ *ß*, 1326 *K°* Baumwolle à 325 *ℳ.* pr. 100 *K°*, 936 *yds.* Leinen à 14 *d.*, 20 Mille Pfropfen à $5^1/_2$ *ℳ.* pr. Mille u. s. w.; allein die verschiedenen durch den Gebrauch eingeführten oder sogenannten usanzmäſsigen Abzüge an dem Gewichte, dem Maſse oder der Stückzahl, wie sie z. B. vorzugsweise im Handel mit den sogenannten Colonialwaaren vorkommen, die Eigenthümlichkeiten der Preisbestimmungen einiger Waaren, wie z. B. des Spiritus und des Getreides, endlich die Veranlassung zu einer solchen Berechnung (Einkauf, Verkauf), — dies alles nöthigt zu abgesonderter Behandlung dieses ersten Falles.

§. 446. Die meisten Waaren kommen in der Regel in einer gewissen Verpackung in den Handel. Das Gewicht einer Waare in und mit der Verpackung nennt man das Brutto-, in Oesterreich das Sporco-Gewicht (d. i. rauhes oder rohes Gewicht); das Gewicht der Verpackung allein die Tara; das Gewicht der Waare allein das Nettogewicht. (Vgl. jedoch §. 447.) Ist das Gewicht der Verpackung einer Waare (ihrer Umhüllung, Emballage) durch Verwiegung ermittelt worden, bevor die Waare verpackt worden ist, wie z. B. das Gewicht eines leeren Fasses, einer leeren Kiste u. s. w., so bezeichnet man die Tara als reine oder Netto-Tara, giebt sie wohl auf der Auſsenseite der Verpackung selbst an. Für Rohproducte wird in der Regel immer dieselbe Verpackung angewendet, so daſs es nicht nothwendig erscheint, das Gewicht derselben wiederholt durch Verwiegung zu ermitteln, sondern genügt, einen auf Erfahrung gegründeten Satz für die Tara anzunehmen. Diese Tara führt den Namen Usanz- oder Uso-Tara. Sie wird entweder per Collo (Faſs, Kiste, Sack u. s. w.) oder nach Procenten berechnet, nicht aber nach Sätzen, die für

einen und denselben Artikel auf allen Plätzen gleich sind, sondern nach sehr verschiedenen Bestimmungen, wie wir weiter unten zeigen werden. Eine Usotara ist auch diejenige Tara, welche zur Ersparung der Ermittelung der Tara (des Tarierens), oder weil letzteres sich nicht immer wohl ausführen läfst, durch die Zollgesetze festgestellt ist, und den Namen gesetzliche oder Zoll-Tara führt.

Wenn für Waaren, vom Auslande bezogen, die Tara nicht usanzmäfsig festgesetzt ist, oder durch das Tarieren nicht wohl ermittelt werden kann, so reduciert man die in ausländischem Gewichte ausgedrückte reine Tara nach einem durch Usanz festgestellten Verhältnisse in das inländische Gewicht und nennt die so ermittelte Tara reducierte Tara. — Eine andere Art Tara, die Sopratara sollte ihrem Namen gemäfs eigentlich diejenige Tara bezeichnen, welche man aufser der reinen oder der Usotara darum bewilligt, weil diese von dem wirklichen Gewicht der Verpackung überschritten wird. In der Regel ist aber nicht dies der Grund ihrer Anwendung, sondern der Handelsgebrauch (die Usanz) bringt es mit sich, auf gewisse Waaren eine zweite pr. Collo oder nach Procenten bestimmte Tara zu berechnen. So z. B. in Hamburg auf Reis in Tonnen.

§. 447. Die Preise der meisten verpackt in den Handel kommenden Waaren verstehen sich, insofern letztere gewogen werden, für eine bestimmte Menge Einheiten des Nettogewichts*), und dieses Nettogewicht sollte, wie man leicht einsieht, durch Subtraction der Tara von dem Brutto- oder Sporco-Gewicht gefunden werden. Dies ist aber in Betreff vieler, ja der meisten Gewichtswaaren nicht der Fall, sondern die Usanz bringt es mit sich, dafs an den gröfsern Handels- und namentlich an den See-Plätzen aufser der Tara und wohl auch der Sopratara noch manche andere bald per Collo bald nach Procenten berechnete Gewichtsabzüge statt finden. Dahin gehört das Gutgewicht, (franz. *don*, engl. *draft*), welches, wo es einmal usanzmäfsig ist, auf fast alle Gewichtswaaren berechnet wird, das Extragutgewicht (franz. *surdon*), die Refactie (franz. *réfaction*), Vergütung für Beschädigung (die, wenn sie einmal usanzmäfsig ist, auch dann berechnet wird, wenn keine Beschädigung vorhanden ist), die Leccage (franz. *coulage*, engl. *draught*) bei Flüssigkeiten u. a.; ferner Abzüge, welche nur bei gewissen Waaren zur Anwendung kommen, z. B. für Kruste beim Krapp, für Blätter beim span. Saft, für Stiele bei Rosinen u. s. w. — Handelt es sich also um eine Waare, bei welcher solche Abzüge zur Anwendung kommen, so ist deren Nettogewicht

*) Für das Bruttogewicht verstehen sich z. B. die Preise von Mandeln in Säcken, für nordam. Hopfen und Baumwolle u. s. w. Hier wird also die Verpackung als Waare angesehen.

erst dann ermittelt, wenn die Tara und sämtliche Gewichtsabzüge in Abrechnung gebracht sind. Daher bezeichnet in sehr vielen Fällen, Nettogewicht, nicht das Gewicht der Waare an sich, sondern das zur Berechnung kommende Gewicht*), das also häufig kleiner sein wird, als das wirkliche Gewicht der Waare in unverpacktem Zustande. — Auch bei Waaren, welche gemessen werden, finden zuweilen Abzüge am Maſse statt, z. B. Untermaſs, *don d'aunage.*

Es kann zugegeben werden, daſs man in der neuern Zeit bemüht ist, die Menge der verschiedenen Abzüge zu vermindern, es also wohl nicht mehr vorkommt, daſs, wie s. Z. in Genua, sieben verschiedene Arten Gewichtsabzüge auf einmal bei einem und demselben Artikel in Anwendung gebracht werden; dessenungeachtet bleibt in diesem Punkte noch viel zu thun übrig, und es ist nicht wohl zu begreifen, warum nicht alle usanzmäſsigen Abzüge abgeschafft werden und man sich nicht lediglich auf den Abzug der Tara beschränkt, mag diese reine oder Usanz-Tara sein. Denn daſs derjenige, der z. B. 1 % Gutgewicht, 1 % Extragutgewicht und 3 % Refactie zu gewähren hat, sich dieser Abzüge wegen an den Preis halten, d. h. ihn um soviel erhöhen muſs, als jene Abzüge betragen, bedarf keines Beweises. Wozu nützen also, dem Käufer wie dem Verkäufer, solche Vergütungen, heiſst es nicht mit der einen Hand geben, was man mit der andern genommen hat? Und erschwert ferner diese Einrichtung nicht die Berechnung sowohl für den Verkäufer, wie für den Käufer; kann, wenn Käufer und Verkäufer nicht an einem und demselben Orte wohnen, der letztere selbst bei völliger Uebereinstimmung des Gewichts und des Geldes seines Platzes mit dem Gewichte und Gelde des andern Platzes ein sicheres Urtheil über den Preis einer Waare fällen, kann er diesen Preis mit dem eines dritten Platzes vergleichen, ohne genaue Kenntnis von jenen usanzmäſsigen Abzügen zu haben? Und kann man sich diese Kenntnis so leicht verschaffen, ohne wirkliche Waarenbeziehungen zu machen? Wir vermögen keinen vernünftigen Grund für die Beibehaltung dieser Usanzen aufzufinden, und wünschen recht sehr, daſs sie ebenso fallen mögen, wie in Hamburg und Amsterdam die früher üblichen Rabattsätze $10^2/_3$ %, $8^2/_3$ % und $4^2/_3$ % in Wegfall gekommen sind. Freiwilliges Abkommen über einen besondern Gewichtsabzug im Fall einer Beschädigung, oder wenn die bewilligte Tara hinter dem wirklichen Gewichte der Verpackung zurückbleibt, würde, wie sich von selbst versteht, hierdurch nicht ausgeschlossen sein.

§. 448. Schon in §. 259 ist hinsichtlich der in Procenten ausgedrückten Abzüge oder Zuschläge, soweit sie in einem Kettensatze vorkommen, angeführt worden, daſs auf die Reihenfolge derselben zwar nichts ankomme, daſs man sie aber am zweckmäſsigsten so aufführe, wie ihre Natur es mit sich bringe. In den Waarenrechnungen aber entscheidet hinsichtlich dieses Punktes der Gebrauch eines jeden Platzes, von welchem dann um so weniger abgewichen werden darf, wenn mit den procentweise zu berechnenden Abzügen auch solche verbunden sind, welche sich per Collo verstehen.

Das in Hamburg übliche Gutgewicht, $^1/_2$ % auf alle Waaren, deren Preis sich per Pfund versteht, 1 % auf alle Waaren, deren Preis per

*) In England bedient man sich in diesem Falle des Ausdrucks *paying weight,* d. i. bezahlendes Gewicht.

100 ℔ notiert wird, wird stets vom Bruttogewichte*) und zwar hinsichtlich der Bruchtheile wie folgt berechnet:

Bei 1 % Ggw. wird unter $^1/_2$ ($^{50}/_{100}$) ℔ für nichts, $^1/_2$ ($^{50}/_{100}$) für $^1/_2$, und über $^1/_2$ ($^{50}/_{100}$) für 1 ℔ gerechnet. Z. B. 1 % von 4831 ℔ = 48,31 ℔ = 48 ℔; 1 % von 4950 ℔ = 49,5 ℔ = 49 $^1/_2$ ℔; 1 % von 8973 ℔ = 89,73 ℔ = 90 ℔. — Bei $^1/_2$ % Ggw. rechnet man unter $^1/_4$ ($^{25}/_{100}$) für nichts; $^1/_4$ ($^{25}/_{100}$) bis mit $^3/_4$ ($^{75}/_{100}$) für $^1/_2$ ℔, über $^3/_4$ ($^{75}/_{100}$) für 1 ℔. — Wenn die Tara nach Procenten bestimmt ist, so zieht man zuerst das Gutgewicht vom Bruttogewichte ab und rechnet die Tara vom Reste. Zuweilen wird jedoch auch beides vom Bruttogewichte gerechnet.

Die folgenden Beispiele sollen theils Anleitung zur Aufstellung von solchen Rechnungen geben, in denen Gewichtsabzüge vorkommen, theils den Beweis liefern, dafs für einen und denselben Artikel die usanzmäfsigen Sätze der Gewichtsabzüge wesentlich von einander abweichen.

1) Reine Tara.

Potsdam.

$^3/_2$ Fässer Raffinad,

№ 1.	B^{tto} 10 Ctr. 76 ℔	T^a 1 Ctr. 52 ℔
„ 2.	„ 10 „ 63 „	„ 1 „ 39 „
„ 3.	„ 10 „ 74 „	„ 1 „ 37 „
	B^{tto} 32 Ctr. 13 ℔	T^a 4 Ctr. 28 ℔
	Netto 27 Ctr. 85 ℔.	

2) Usotara einer und derselben Waare nach verschiedenen Sätzen.

Stettin.

77 Gebind Gallipoli-Baumöl,

davon

33 Geb., B^{tto} 442 Ctr. 45 ℔
T^a 61 „ 94 „ à 14 %
Netto 380 Ctr. 51 ℔

22 Geb., B^{tto} 136 Ctr. 47 ℔
T^a 20 „ 47 „ à 15 %
Netto 116 Ctr. — ℔

22 Geb., B^{tto} 98 Ctr. 24 ℔
T^a 15 „ 72 „ à 16 %
Netto 82 Ctr. 52 ℔

*) Bei Sirup und Candies, für welche Artikel stets reine Tara berechnet wird, wird letztere erst vom Bruttogewicht subtrahiert; vom Reste wird das Gutgewicht genommen.

Die Tara des Baumöls wird in Stettin zu 14 % für Fässer (Gebinde) über 1000 ℔, zu 15 % für Fässer von 500 ℔ bis 1000 ℔, zu 16 % für Fässer unter 500 ℔ berechnet, also nach dem (richtigen) Grundsatze, dafs das Gewicht des leeren Fasses nicht nur nicht direct nach der abnehmenden Menge oder Schwere des Inhalts sich mindert, sondern gröfser wird.

3) Usotara und Gutgewicht. Das gleiche Quantum einer und derselben Waare an verschiedenen Plätzen.

100 Säcke Caffee.

Hamburg.

b^tto^	12624 ℔	Ggw. 63 ℔	à 1/2 %
÷	363 „	T^a^ 300 „	„ 3 ℔ pr. Sack
netto	12261 ℔.		

Da 100 ℔ Hamb. = 110,9 ℔ in London, und = 50 *K*°. in Havre und Amsterdam, so sind 12624 ℔ = 125 *Cwt.* und = 6312 *K*°.

London.

b^tto^	125 *Cwt.*	— *Q.*	— ℔	T^a^ 200 ℔	à 2 ℔ pr. Sack
÷	3 „	2 „	8 „	Ggw. 200 „	
netto	121 *Cwt.*	1 *Q.*	20 ℔ = 13600 ℔.		

Netto 13600 ℔ engl. nach obiger Gleichung = 12263 ℔ Hamb.

Havre		Amsterdam	
b^tto^	6312 *K*°	b^tto^	6312 *K*°
T^a^	126 „ à 2 %	T^a^	189 „ à 3 %
netto	6186 *K*° (= 12372 ℔ Hbg.)	netto	6123 *K*° (= 12246 ℔ Hbg.)

Havre ausgenommen, welches das gröfste Nettogewicht liefert, bieten diese Plätze, ungeachtet der Verschiedenartigkeit der Abzüge, doch nur eine geringe Abweichung im Endresultat. Anders ist es im folgenden Beispiele.

4) Usanzmäfsige Abzüge. Eine und dieselbe Waare an zwei Plätzen.

20 Fässer Terpentinöl,

Rotterdam:		Antwerpen:	
B^tto^	7500 *K*°	B^tto^	7500 *K*°
Ausschlag	112 „ à 14 %	T^a^	1500 „ à 20 %
	7388 *K*°	Netto	6000 *K*°.
Ggw.	74 „ à 1 %		
	7314 *K*°		
T^a^	1609 „ à 22 %		
Netto	5705 *K*°		

Hier liefert also ein gleiches Bruttogewicht ein um 295 *K*°. verschiedenes Nettogewicht; daraus folgt, dafs es, ungeachtet der Preis des hier angeführten Artikels auf beiden Plätzen gleich ist (27 *f.* pr. 50 *K*°), durchaus nicht auf dasselbe hinaus kommt, denselben von Rotterdam oder von Ant-

werpen zu beziehen, sondern dafs die Beziehung von Rotterdam die vortheilhaftere ist, weil man hier ein kleineres Quantum zu bezahlen hat.

§. 449. Auch an dem Betrage einer Waare finden sehr häufig usanzmäfsige Abzüge statt. Von ihnen ist bereits in §. 250 ff. die Rede gewesen, wir wollen uns daher hier auf die Wiederholung dessen beschränken, was wir dort gesagt haben, dafs man nämlich endlich dahin kommen möge, allen usanzmäfsigen Discont, Rabatt u. s. w. abzuschaffen, soweit er nicht für den Fall eingeführt ist, dafs eine Waare, deren Preis sich auf Zeit (Ziel, Credit) versteht, gegen baare Zahlung (pr. Casse, pr. contant) gekauft wird, wie dies nach §. 254 in Hamburg der Fall ist.

Welch' ein Unwesen mit diesen usanzmäfsigen Abzügen getrieben wird, könnten wir aus vielen uns vorliegenden Originalrechnungen von Fabrikanten und Commissionären (Agenten) derselben nachweisen. So finden sich z. B. in der Rechnung eines französischen Commissionärs über Seidenfabrikate: Discont 8 %, 3 % und 4 %, je nach den Artikeln, und von den nach Abzug des Discont verbliebenen Beträgen, eine weitere Verminderung von 2 %; in andern ähnlichen Rechnungen Discontsätze von 15, 14, 13 %; die Preise einer deutschen Fabrik seidener Bänder verstehen sich „per contant mit 50 % und 10 % Sconto“ u. s. w. Das ist allerdings noch ärger als die verschiedenartigen usanzmäfsigen Gewichtsabzüge im Handel mit sogenannten Colonialwaaren!

§. 450. Einen Einflufs auf den Preis einer Waare üben auch die Spesen oder Unkosten, welche mit dem Einkaufe oder Verkaufe derselben verbunden sind. Sie sind ebenfalls aufserordentlich verschieden, so dafs eine Classificierung derselben eine vergebliche Mühe sein würde. Unterscheiden kann man aber proportionierte und unproportionierte Spesen. Unter den ersteren versteht man diejenigen, deren Betrag mit dem Betrage der Waare steigt und fällt. Dahin gehören z. B. Courtage, Commission, Delcredere, Assecuranzprämie, Zoll (insofern er vom Betrage der Waare gerechnet wird) u. s. w., zu deren Berechnung bereits in der Procentrechnung Anleitung gegeben worden ist. Alle Spesen wirken vermehrend auf den Betrag einer Waare, sobald es sich um einen Einkauf handelt, vermindernd, sobald von einem Verkauf die Rede ist. Wird von einem Commissionär über einen für seinen Committenten vollzogenen Einkauf von Waaren eine Rechnung ertheilt, so erhält sie den Namen Einkaufsrechnung oder Factur, betrifft sie einen Verkauf, so heifst sie Verkaufsrechnung. Wird die eine oder die andere dieser Rechnungen nicht auf Grund eines wirklichen Einkaufs oder Verkaufs, sondern nur zu dem Zwecke ertheilt, nachzuweisen, wie hoch eine Waare am Orte des Einkaufs mit allen Unkosten zu stehen kommt, oder wieviel der Verkauf einer Waare abzüglich aller Spesen

einbringt, so nennt man sie eine **fingierte Rechnung**, ein *Conto finto* (fingierte Einkaufs- oder Verkaufsrechnung).

Es liegt aufser dem Plane dieses Buches, Anleitung*) zur Ausarbeitung solcher Rechnungen oder Muster von ihnen zu geben, da es sich bei ersterer um mehr als rein arithmetisches handelt, letztere aber, ohne gehörige Erläuterung, geringen Nutzen gewähren, dagegen lassen wir eine Reihe von Aufgaben folgen, in welchen die gewöhnlichsten Gewichts- und Preis-Usanzen vorkommen und durch welche zugleich Gelegenheit geboten sein soll, die beim Ein- und Verkaufe von Waaren üblichen Spesen in Rechnung bringen zu lernen.

§. 451. Uebungsaufgaben.

1361) Hamburg. 16 Seronen Indigo, b^tto^ 1681 ℔, Ggw. $^1/_2$ %, T^a^ 20 ℔ pr. Serone, à $4^3/_8$ ₰, mit 1 % Decort (vgl. §. 255).

1362) Hamburg. 2 Säcke Caffee, b^tto^ 315 ℔, Ggw. $^1/_2$ %, T^a^ 3 ℔ pr. Sack, à $7^7/_8$ ß *ℬ*^o^, mit 1 % Decort; in Courant à 26 %?

1363) Hamburg. 4 Blöcke Mahagonyholz: № 1. 7′ 9″ lang, 29″ br., 18″ dick; № 2. 11′ 1″ lg., 19″ br., 12″ dick; № 3. 10′ lg., 21″ br., 19″ dick; № 4. 9′ 7″ lg., 23″ br., 15″ dick; à $15^1/_2$ *ß Ct.* pr. □Fufs, mit 1 % Decort; Courant 26 %.

1 □Fufs Mahagonyholz (in Hamburg) ist 12″ lang, 12″ breit und 1″ dick, also = 144 □Zoll.

1364) Hamburg. $^5/_1$ Both Corinthen, b^tto^ 10666 ℔, Ggw. 1 %, T^a^ 14 %; $^{10}/_2$ Both do., b^tto^ 7955 ℔, Ggw. 1 %, T^a^ 16 %; $^{20}/_4$ Both do., b^tto^ 9248 ℔, Ggw. 1 %, T^a^ 18 %; à $13^1/_2$ ₰ pr. 100 ℔, mit 1 % Decort.

1365) Hamburg. 12 Kisten weifs. Hav.-Zucker, b^tto^ 5028 ℔, T^a^ 65 ℔ pr. Kiste, Ggw. 1 %; à $23^1/_2$ *ℬ*ℊ. pr. 100 ℔, Decort 1 %.

1366) Havre, am 24. April 1863: 25 Fässer amerik. Potasche, 1^e^ Qualität, b^tto^ 7082 *K*^o^, T^a^ 12 %, *Réfaction* 12 *K*^o^, à 37 *Fr.* pr. 50 *K*^o^, Ziel 4 Mt. 15 T., ab $^1/_2$ % Discont für den 4. Monat. Wie grofs ist der Betrag und wann ist er fällig?

Bei allen Platzverkäufen Ziel 4 Mt. 15 T. zieht der Verkäufer den Discont für den 4. Monat mit $^1/_2$ % sofort ab. Die Bezahlung des Betrags geschieht immer sofort; ja schon am Tage des Verkaufs, also vor Ablieferung der Waare erfolgt eine *a conto*-Zahlung, der Rest wird theils baar, theils durch Wechsel bezahlt, wobei die Berechnung von Discont eintritt. Bei Käufen schwimmender Ladungen erfolgt die *a conto*-Zahlung erst wenn die Lieferung begonnen hat.

1367) Antwerpen. 20 Tonnen Reis, b^tto^ 9216 *K*^o^, T^a^ 12 %, à 20 *f.* pr. 50 *K*^o^, Discont 2 %; reduciert in Franken $^{189}/_{400}$ (vgl. S. 301).

*) Man findet solche in Schiebe, Contorwissenschaft. 5. Aufl., herausgegeben von Odermann. Leipzig, 1860, und in Heinrich und Vogel, 27 Formulare kaufmännischer Arbeiten in Schreibschrift. Dresden, 1862.

1368) London. 7 Seronen Cochenille, b^{tto} 8 *Cwt.* 1 *Qr.* 22 ℔ 8 *oz.*, reine Tara 8 ℔ 7 *oz.*, à 3 *s.* 10 *d.* pr. ℔ mit $2\frac{1}{2}$ % Discont.

1369) London. 60 Säcke Piment, b^{tto} 56 *Cwt.* — *Q.* 19 ℔, Ggw. 1 ℔ pr. Sack, (vom Reste) T^a 4 ℔ pr. 1 *Cwt.*, (vom Reste) *Tret* 4 ℔ pr. *Cwt.*, à $4\frac{1}{8}$ *d.* pr. Pfund mit 1 % Discont.

1370) Rotterdam. 10 Fässer Palmöl, b^{tto} 8000 *K*°, Ausschlag 1 %, (vom Reste) T^a 14 %, à 22 *f.* pr. 50 *K*°, Discont 2 %.

1371) Leipzig verkauft an Bukarest: 12 Stück woll. *Lasting* à 60 *s.*, 15 St. do. à 50 *s.*, 10 St. leinen do. à 70 *s.*, 5 St. wollen. Damast à 40 *s.*, 100 St. *Callicoes* à 10 *s.*, 50 St. do. à 20 *s.* 1 £ = 6 ﬁ 20 *ngr.*

1372) Leipzig verkauft an Warschau: 6 St. Thibet à $12\frac{1}{2}$ ﬁ, 6 St. do. à $16\frac{1}{2}$ ﬁ, 12 St. *Alpacca Lustres* à $18\frac{1}{2}$ ﬁ, 18 St. irische Leinen à $17\frac{1}{2}$ ﬁ, 24 St. do. à 20 ﬁ, 48 St. do. à $23\frac{1}{2}$ ﬁ, $^{24}/_{2}$ St. do. à 26 ﬁ pr. St., alles in Meſszahlung à 10 %. Agio 2 %.

1373) Bahia giebt an London *Conto finto* (fingierte Einkaufsrechnung) über Zucker in Kisten: Netto 4200 @ à *Rs.* 2 $ 200; Ausfuhrzoll 7 %; sämtliche Kosten à *Rs.* 2 $ 500 pr. Kiste (von 100 Kisten); auf das Ganze 5 % Commission. Von dem so vermehrten Betrage Wechselspesen $\frac{1}{5}$ % (im Hundert). Der Wechselcours wird zu 28 (*d.* pr. Milreïs) angenommen. Welchen Betrag in englischem Gelde ergiebt dies?

1374) Amsterdam facturiert an Leipzig: 100 Ballen Java-Caffee, b^{tto} 6285 *K*°, T^a 3 %, à 47 *c.* pr. $\frac{1}{2}$ *K*°. Dazu 1 % Registratur; ab $1\frac{1}{2}$ % (vom Betrage der Waare) für contante Zahlung; dazu für Platzspesen 6 *f.* 60 *c.*, Assecuranz *f.* 5000. —. à $\frac{3}{8}$ %, Police *f.* 1. 40.; vom Ganzen $1\frac{1}{2}$ % Commission.

1375) Marseille facturiert an Havre: 20 Säcke canarische Cochenille, b^{tto} 1401 *K*°, T^a à 1250 Gr. auf 19 Säcke, à 500 Gr. auf 1 Sack, à 10 *Fr.* pr. *K*°, Discont 32 %, und bringt in der Factur folgende Kosten ein: Arbeitslohn für Wiegen und Transport in das Magazin 1 *Fr.* 50 *c.* pr. Sack; Kosten der Verpackung 1 *Fr.* 50 *c.* pr. Sack; öffentl. Wagegebühr 13 *Fr.* 10 *c.*; Courtage $\frac{1}{3}$ %. Vom Ganzen 2 % Commission. Wie groſs ist der Betrag der Factur?

Der Preis dieses Artikels in Marseille ist 10 *Fr.* pr. *K*° fest; die Veränderung desselben drückt sich durch die Veränderung des Discontsatzes aus.

1376) Havre facturiert: 1300 Säcke Chili-Salpeter, b^{tto} 116922 *K*°, T^a 2 %, vom Reste 2 % *Don*, vom Reste 0,36 % *Réfaction*, à 16 *Fr.* 50 *c.* pr. 50 *K*° mit 2 % Discont; Courtage $\frac{1}{4}$ % (vom Betrage vor Abzug des Disconts) und 50 *c.* Stempel des Schluſszettels; Empfangen, Wiegen, Conditionnieren, Zeichnen, Fuhrlohn nach dem Schiff, Verladen *Fr.* 401. 20.; Analyse 10 *Fr.*; Connossament, Porto,

Trinkgeld und kl. Spesen 14 *Fr.* 40 *c.*; vom Ganzen 2 % Commission; von dem um die Commission vermehrten Betrage $^3/_8$ % Wechsel-Commission und Courtage (im Hundert) und $^1/_2$ ‰ Wechselstempel von *Fr.* 38000. —. Wie grofs ist der Facturabetrag?

Salpeter wird in Havre (auch in London) einer chemischen Analyse unterworfen. Sobald die fremdartigen Bestandtheile 4 % nicht übersteigen, erfolgt keine Vergütung (*Réfaction*). Bei dieser Partie betragen sie 4,36 % (Feuchtigkeit 2,44 %, Chlormetall 0,81 %, schwefelsaures Salz 1,06 %, unauflösliches 0,05 %), daher 0,36 % *Réfaction*.

1377) Petersburg facturiert an Stettin: 40 Fässer Seifentalg, b^tto^ 1120 Pud, T^a^ 120 Pud, à 37 $^1/_2$ *R^s* pr. Berkowetz, und bringt folgende Kosten in Rechnung: Ausgangszoll à 110 *Kop.* pr. Berkowetz netto (dabei ist das Bruttogewicht mit 10 % Tara angenommen), Zollzulage 5 % (vom Betrage des Zolls), Zolldeclaration *R^s* 4. 50.; Empfangen, Wiegen, Verladen à 65 *Kop.* pr. Fafs; Braklohn 15 *Kop.* pr. Fafs; Einkaufscourtage $^1/_2$ %; Porto, Connossament und kl. Spesen *R^s* 31. 22.; Spesen in Kronstadt *R^s* 5. 60. Vom Ganzen 2 % Commission und von dem so vermehrten Betrage Wechselstempel und Courtage $^1/_2$ %. Den Facturabetrag trassiert es auf Hamburg à 31 $^1/_4$ (*β Bº* für 1 *R^s*). Auf wieviel Mark und Schillinge Banco wird die Tratte lauten?

1378) Havre giebt Verkaufsrechnung an New York über 258 Fässer raffiniertes Petroleum, wie folgt: 97 Fässer, b^tto^ *K°* 13994, Tara à 119 $^1/_2$ *K°* pr. 4 Fässer; 61 Fässer, b^tto^ *K°* 8564, Tara 61 *K°* pr. 2 Fässer, *Réfaction* 6 *K°*; 100 Fässer, b^tto^ 13722 *K°*, Tara à 134 *K°* pr. 4 Fässer; Preis 70 *Fr.* pr. 50 *K°* unverzollt. Die Kosten sind: Seeassecuranz auf *Fr.* 18000. —. à 1 $^1/_2$ % und 2 *Fr.* für die Police; Schiffsfracht à 8 *s.* pr. Fafs und 5 % Primage*), reduciert à 25 *Fr.* 30 *c.* pr. 1 *£*; Kosten beim Löschen, Wiegen beim Zoll und Aufsicht *Fr.* 74. 40.; Courtage $^1/_4$ % (vom Betrage vor Abzug des Disconts), Stempel des Schlufszettels 50 *c.*; sämtliche kleine Spesen 71 *Fr.* 75 *c.*; Verkaufsprovision 2 %. Auf wie hoch beläuft sich der Reinertrag?

1379) Havanna giebt am 17. Juli Verkaufsrechnung über 350 Stück Listados, wie folgt: 175 St. verkauft am 15. Juni, Ziel 4 Mt. à \$ 11 $^1/_2$; 50 St., am 30. Juni, Ziel 4 Mt., à \$ 10 $^1/_2$; 75 St., am 10. Juli, Ziel 4 Mt., à \$ 10; 50 St., am 15. Juli, Ziel 4 Mt., à \$ 9 $^3/_4$. — Unkosten: Fracht und Kaplaken \$ 71. 4., Zoll à 21 $^1/_4$ % auf 350 St. (à 9 \$ pr. St.), *Balanza* 1 % (vom Betrage des Zolls), Fuhr- und Arbeits-Lohn \$ 10. 3., Lagermiethe \$ 24. 4., Delcredere 2 $^1/_2$ %, Commission 5 %. — Wie grofs ist der Reinertrag und wann ist er fällig?

*) Primage oder Kaplaken, ein in Procenten ausgedrückter Zuschlag zur Schiffsfracht.

1380) Liverpool giebt fingierte Verkaufsrechnung über 1000 Stück gesalzene Ochsen- und Kuh-Häute, Netto 53100 ℔ à 6 $^1/_2$ *d*. Folgende Kosten sind in Abrechnung zu bringen: Seeassecuranz von £ 1300. —. à 2 %₀, Police 12 *s*. 6 *d*.; Fracht auf 27 *Tons* à 20 *s*. und 5 % Primage; Landen, auf Lager bringen, Lagermiethe und Spesen beim Verkauf £ 21. 10. —.; für Bankprovision, Delcredere, Commission, Maklerlohn und Discont zusammen 6 $^1/_2$ %. Wie grofs ist der Reinertrag?

Die bisher an dieser Stelle besprochenen Notierungen der Spiritus- und Getreide-Preise sind wir genöthigt, an den Schlufs der Waarenrechnung zu verweisen, weil uns, ungeachtet vielseitiger Erkundigungen, vollständige und sichere Mittheilungen über diesen Gegenstand nicht rechtzeitig zugegangen sind.

II. Calculaturen.

§. 452. Die Calculaturen zerfallen nach §. 444 unter 2) in Productions- oder Herstellungs-Calculaturen, in Bezugs- und Versendungs-Calculaturen. Da in dem rein kaufmännischen Verkehr die beiden letzteren Arten die wichtigeren sind, so wollen wir sie zuerst behandeln. Sie haben es mit Beantwortung der Frage zu thun, wie hoch eine Waare, wenn sie von einem andern Orte bezogen oder nach einem andern Orte zum Verkaufe versandt wird, mit allen Unkosten zu stehen kommt. Die Beantwortung dieser Frage ist zwar im Grunde mit wenig Schwierigkeiten verbunden; doch können Umstände eintreten, welche die Rechnung mehr oder weniger verwickeln, insbesondere ist dies der Fall, wenn sich die Calculatur auf mehrere Artikel zu erstrecken hat, welche in einer und derselben Factur berechnet sind und zugleich mit einander bezogen werden. Dieser Umstand giebt Veranlassung, die Calculaturen in einfache und zusammengesetzte einzutheilen.

A) Einfache Calculaturen.

§. 453. Behufs der Ausarbeitung einer Bezugscalculatur, mag sie eine einfache oder eine zusammengesetzte sein, wird man in der Regel kennen müssen:

a) die erkaufte Menge und den Preis am Orte des Einkaufs;

b) die mit dem Einkaufe und der Absendung verbundenen Unkosten;

c) die Transportkosten;

d) die mit dem Empfange der Waare verknüpften Spesen;

e) die etwa mit dem Verkaufe verbundenen Spesen;

f) den beim Verkaufe etwa zu gewährenden Rabatt oder Discont, so wie die Zinsen, wenn die Waare auf Zeit verkauft werden soll;

g) das Maſs- oder Gewichts-Verhältnis, sowie

h) das Verhältnis zwischen dem Gelde des Einkaufsortes und dem des Bestimmungsortes, insofern in dieser Beziehung eine Verschiedenheit statt findet. — Hinzutreten können endlich auch noch

i) die Spesen, welche entstehen, wenn die Berichtigung des Facturabetrags durch Tratte des Absenders auf einen Bankier des Empfängers statt findet, oder wenn der Empfänger Rimessen durch einen Bankier machen läſst, oder wenn er selbst Rimessen macht, bei deren Einkauf er sich eines Maklers bedient.

Das hier folgende Beispiel einer Calculatur über Baumwollgarn, von Manchester nach Chemnitz zu eigenem Gebrauche bezogen, wird die meisten dieser Punkte nachweisen.

1 Ballen *Mule* № 40, enth.

(*a*) 120 Bdl. à 10 ℔ = 1200 ℔ . . à 2 *s.* 11 *d.*	£	175. —. —.
(*b*) Verpackung und Spesen bis Hull . .	„	1. 15. —.
(*c*) Assecuranz auf £200.—. à 5 *s.* — *d.* pr. Ct. und Stempel	„	—. 10. 6.
	£	177. 5. 6.
(*b*) Commission 2 % . . .	„	3. 10. 11.
Ziel 3 Mt.	£	180. 16. 5.
(*h*) remittiert in 3 Mt.-P. à 6. $20\frac{1}{2}$. .	rß	1208. 15. —.
(*i*) Provision $\frac{1}{3}$ %, Courtage 1 ‰ . .	„	5. 7. —.
(*c*) Fracht und Spesen von Hull nach Bremen, Ld.rß 3. 49 *gl.* à 110 . .	„	4. 1. —.
(*c*) Fracht von Bremen nach Chemnitz	„	8. 16. —.
(*d*) Steuer auf 10 Ctr. 91 ℔ à 3 rß . .	„	32. 22. —.
(*d*) Einbringen, kleine Spesen und (*b*) Porto	„	1. 10. —.
	Rß	1260. 11. —.

Da das englische Baumwollengarn wie fast überall, so auch in Chemnitz, per Pfund englisch verkauft wird, so ist nun die Frage zu beantworten, auf wieviel Neugroschen sich 1 ℔ englisch calculiere. Demnach hat man:

$\frac{\text{rß } 1260.\ 11.}{1200}$ = 1 rß 1 *ngr* 5,1 ₰ ca. und 1200 ℔ zu diesem Preise geben 1260 rß 12 *ngr.*

Da Chemnitz die Waare für seinen eigenen Gebrauch bezogen hat, so kommen die oben unter *e*) und *f*) angeführten Punkte nicht in Betracht.

Die Calculatur zum Wiederverkauf würde sie aufzunehmen haben und sich, die Benutzung eines Maklers und einen Verkauf auf 3 Mt. Credit vorausgesetzt, etwa gestalten, wie folgt:

	Betrag wie oben	ß 1260. 11.
Courtage	½ %	
Zinsverlust wegen des Verkaufs auf 3 Mt. Zeit, à 4 % pr. Jahr	1 „	
	1½ %	
	(im Hundert*)	„ 19. 6.
		ß 1279. 17.
1200 ℔ à 1 ß 2 *ngr.*		ß 1280. —.

Der Wechselcours (*h*) ist hier derselbe, zu welchem Chemnitz remittiert hat, und wenn die Deckung, so wie dies hier der Fall ist, sofort gemacht wird, ist auch stets derjenige Cours in die Calculatur aufzunehmen, zu welchem sie sofort erfolgt. Ist dies aber nicht der Fall, so pflegt man wohl den Cours etwas höher anzunehmen, um gegen eine etwanige nachtheilige Coursveränderung gesichert zu sein. Eine solche Sicherung scheint uns darin zu liegen, daſs man, während es sich in einem solchen Falle um einen später fälligen Werth handelt, die Reduction nach dem Course der kurzen Sicht vornimmt.

In vielen Häusern, welche Proprehandel treiben, ist es üblich, unter den Namen „Platzspesen“ oder „kleine Spesen“ einen für eine gewisse Gewichts- oder Maſs-Einheit bestimmten Zuschlag in die Calculatur aufzunehmen, welcher als Entschädigung dienen soll, z. B. für die Kosten solcher Verpackung, die man dem Käufer nicht anrechnen kann, oder für die Kosten des Transports zu dem Fuhrmann, zur Eisenbahn u. s. w., welche nicht zu Lasten des Käufers sind. Hiergegen läſst sich nichts einwenden. Dagegen widerspricht es dem Wesen der Calculatur, den durch den Verkauf zu erzielenden Gewinn in dieselbe aufzunehmen, weil sie lediglich die Aufgabe hat, den Kostenpreis einer Waare zu ermitteln. Gleichwohl ist es in vielen Häusern üblich, jenen Gewinn in die Calculatur aufzunehmen.

Importeure an Seeplätzen pflegen jedoch eine Provision, so wie ein Gewisses für den mit Verkäufen auf Zeit möglicherweise verbundenen Verlust (unter der Benennung Delcredere) in die Calculatur einzuschlieſsen, wie dies das folgende Beispiel beweist.

*) Vgl. die Erläuterung am Schlusse des Paragraphen.

Calculation über 100 Säcke Caffee, von Rio-Janeiro nach Rotterdam.

100 Säcke enthalten Netto 500 @ à 7100 *Rs.* .		*Rs.*	3:550 $ 000
Spesen in Rio-Janeiro:			
Ausgangszoll und Consulatgebühr 11 % . .		„	390 $ 500
100 Säcke à 600 *Rs.*		„	60 $ 000
Transport an Bord u. s. w. à 120 *Rs.* . . .		„	12 $ 000
Einkaufscourtage $\frac{1}{2}$ %		„	17 $ 750
		Rs.	4:030 $ 250
Einkaufscommission 3 %		„	120 $ 907
		Rs.	4:151 $ 157
Commission und Courtage für den Rembours $2\frac{1}{8}$ % ($97\frac{7}{8} = 2\frac{1}{8}$)*)		„	90 $ 128
		Rs.	4:241 $ 285
Trassiert auf London 90 T. Sicht à $27\frac{3}{8}$ *d.*		£	483. 15. 5.
Von Rotterdam gedeckt à 12 *ƒ.*		*ƒ.*	5805. 25.
Spesen in Rotterdam:			
Fracht auf 16600 ℔ engl. à 63 *s.* pr. Ton v. 2240 ℔ mit 5 % Primage, à 12 *ƒ.* .	*ƒ.* 294. 13.		
Hafengelder und Zollgebühren . . .	„ 10. 60.		
Abladen, auf Lager bringen, Proben nehmen, Wagegebühren u. s. w. . . .	„ 25. 90.		
(Oeffentliches) Lagergeld für 1 Mt. .	„ 3. 70.		
Arbeitslohn im Entrepôt	„ 3. —.		
Deckungscourtage à 1 ‰	„ 5. 80.		
Briefporto und kleine Spesen . . .	„ 28. 70.		
Assecuranz, *ƒ.* 6400. —. à 2 % u. Pol.	„ 129. 50.		
Acceptprovision in London $\frac{1}{2}$ % . .	„ 29. 2.	„	530. 35.
		ƒ.	6335. 60.
Feuerassecuranz $\frac{1}{8}$ % ; Verlust an den Zinsen bis zum Verkaufe . . 1 „ ; Desgl. wegen d. Credits a. 3 Mt. $1\frac{1}{2}$ „ ; Courtage, Commission und Delcredere . . . 3 „	$= 5\frac{5}{8}$ % ($94\frac{3}{8} = 5\frac{5}{8}$)	„	377. 60.
		ƒ.	6713. 20.
In Rotterdam gewogen: brutto *K°* 7360; Tara „ 221 à 3 %; netto *K°* 7139 . . . à 47,02 *c.* pr. $\frac{1}{2}$ *K°* .		*ƒ.*	6713. 52.

*) Vgl. die Erklärung zu Beispiel 5, S. 368.

Es kommt demnach $1/2$ *K°* auf 47,02 *Cents* zu stehen, und dieser Preis ergiebt, gegen den Gesamtbetrag der Waare, einen Unterschied von 32 *c.* zum Vortheile des Rotterdamer.

Die Erhöhung des Betrags von *f.* 6335. 60. um die Kosten der Feuerassecuranz u. s. w. nach einem Procentsatze im Hundert bedarf in Betreff des Zinsverlustes, der Courtage, der Commission und des Delcredere keiner Rechtfertigung, da diese von dem Werthe in Abrechnung kommen, welcher durch deren Zuschlag entstanden ist. Hinsichtlich der Feuerassecuranz könnte aber vielleicht behauptet werden, dafs deren Vereinigung mit dem Zinsverlust u. s. w. nicht in der Ordnung sei, sondern dafs sie von dem Werthe, für welchen die Waare gegen Feuersgefahr versichert werde, zu berechnen und sodann unter die übrigen Kosten aufzunehmen sei. Dieser Einwurf wird aber sofort erledigt, wenn man bedenkt, dafs der Kaufmann nicht jeden Bestandtheil seines Waarenlagers getrennt, sondern den Gesamtwerth desselben nach einer annähernden Schätzung versichert, so dafs es sich bei der Calculatur eines einzelnen Artikels nur darum handelt, dessen Antheil an den Kosten der Feuerassecuranz aufzunehmen. Wie dieser berechnet werde, ist insbesondere in Betracht der Geringfügigkeit des Prämiensatzes gleichgiltig; es ist aber an den meisten gröfsern Handelsplätzen Gebrauch, ihn in der Weise anzubringen, wie dies oben geschehen ist.

Wenn diese in Procenten ausgedrückten Sätze stets dieselben bleiben, so kann man sich deren Aufzählung ersparen und sie in der Calculatur wie folgt einbringen:

Gesamtbetrag ohne $5^5/_8$ %, wie oben	. .	*f.* 6335. 60.
à $94^3/_8$		*f.* 6713. 20.
u. s. w.		

§. 454. Uebungsaufgaben.

1381) Dresden bezieht von Hamburg zu Wasser pr. Schleppboot: 50 Säcke Campinos-Caffee, b^tto 4982 ℔, T^a 3 ℔ pr. Sack, Ggw. $1/2$ %, à $7\,^5/_{16}$ *ß* pr. Pfund. Sämtliche Hamburger Spesen betragen 5 *ℳ* 10 *ß*, Hamburg berechnet $1\,^1/_2$ % Provision. Der Preis versteht sich Ziel 2 Mt., Dresden aber reduciert, um einem etwanigen Coursverluste an der später zu machenden Rimesse vorzubeugen, den Facturabetrag à $152\,^1/_2$, dem derzeitigen Course der k. Sicht. Spesen: Fracht nach Dresden auf 49,8 *Ctr.* à 8 *sgr.*, Elbzoll à $1\,^1/_3$ *ngr.*, Assecuranz auf *ꝑ* 1250. —. à $1/3$ %, Ufergeld 5 *ngr.*, Platzspesen à $1/8$ *ꝑ* pr. *Ctr.* Vom Ganzen: Zinsverlust à 5 % wegen des von Dresden zu gewährenden Credits für 2 Mt. *a*) Wie hoch kommt 1 ℔ unversteuert, wenn der weggenommenen Proben wegen, nur ein Bruttogewicht von 4978 ℔ mit einer Tara von 1 ℔ pr. Sack zur Calculatur kommt? *b*) Wie hoch kommt 1 ℔ versteuert, wenn das Steuergewicht b^tto 4981 ℔, die Tara 2 % und der Steuersatz 5 *ꝑ* pr. *Ctr.* netto beträgt? *c*) Wie hoch calculiert sich, unversteuert, der Wiener Centner von 112 ℔ sächs. Gewicht?

1382) Havre bezieht von New York (im Juni 1863) 258 Fässer raff. Petroleum, wovon 100 Fässer mit netto $4055\,^1/_2$ *Gallons* à 41 *c.*, und 158 Fässer mit $6104\,^1/_2$ *Gallons* à 42 *c.* Spesen in

New York: Lichtergeld 10 *c.* pr. Faſs; Besichtigung, Zeichnen und Böttcherlohn à 6 *c.* pr. Faſs; Connossament, Porto, Stempel und kl. Kosten $ 5. 50. Vom Ganzen: Commission 3 %; Wechselcourtage $^1/_4$ % von dem um die Commission vermehrten Betrage. Der Facturabetrag wird à 3 Fr. 65 *c.* (pr. 1 $) auf Paris trassiert, was $^1/_4$ % Acceptprovision kostet. Kosten in Havre: Fracht auf 258 Fässer à 8 *s.* pr. Faſs und 5 % Primage, reduciert à 25. 25.; Seeassecuranz auf Fr. 18000. —. à $1^1/_2$ % und 2 Fr. für die Police; Ausschiffungskosten und Wagegeld Fr. 36. 85.; Böttcherlohn à 30 *c.* pr. Faſs; Zolldeclaration, Porto u. s. w. Fr. 9. 45. Vom Ganzen: 2 % Commission, $2^1/_4$ % Discont, $^1/_4$ % Courtage. Wenn nun 1 Gallon auf netto 2,90 *K°* auskommt, wie hoch calculieren sich 50 *K°* unversteuert (*en entrepôt*)?

1383) Zucker von Havanna nach Hamburg:

75 Kisten weiſser Zucker,		
netto 1275 @ . . . à 10 *r.*		$
für die Kisten à 26 *r.*		„
		$
Einkaufscourtage $^1/_2$ %	$	
Zoll, 4 *r.* pr. Kiste	„	
Verschiffen à $2^1/_4$ *r.* pr. do.	„	
Kleine Spesen	„ 4. 1.	„
		$
Einkaufscommission $2^1/_2$ %		„
		$
Commission und Courtage für den Rembours $2^3/_4$ % ($97^1/_4 = 2^3/_4$) . . .		„
		$
Trassiert auf London à 10 % Prämie (vgl. S. 362, № 1293)		£
Acceptprovision $^1/_2$ %		„
		£
Remittiert à 13 ℳ 4 ß		Bco.
Unkosten in Hamburg:		
Assecuranz auf Bco. à 2 % incl. aller Spesen	Bco.	
Fracht à 2 £ 10 *s.* pr. *Ton* und 5 % Primage, £ à 13 ℳ 8 ß . . .	„	
Everführer und Arbeitslohn, Lagermiethe und kleine Spesen à 1 ℳ pr. Kiste	„	„
Transport		Bco.

		Transport	ℬ𝓀.
Eingangszoll	$\frac{1}{2}$ %		
Feuerversicherung	$\frac{1}{8}$ „		
Verkaufscourtage	$\frac{5}{6}$ „		
Decort	1 „		
	 % (im Hundert)		„
			ℬ𝓀.

In Hamburg gewogen:

b^{tto} 33550 ℔	T^a ℔ à 65 ℔ pr. Kiste		
÷ „	Ggw. „ „ 1 %		
netto ℔	 à . . . ℳ pr. 100 ℔	. . .	ℬ𝓀.

1384) London bezieht von Laguayra 10 Seronen Caraccas-Indigo, b^{tto} 1236 ℔, T^a 234 ℔ à 10 Reales. Laguayra berechnet: Mäklerlohn und Lagermiethe $1\frac{1}{2}$ %, Fracht von Caraccas à 6 *r.* pr. Serone; Ausfuhrzoll à 0,5 $ pr. Pfd.; Besichtigung, Häute und Verpackung à $3\frac{1}{2}$ $, Verschiffungskosten à 6 *r.* pr. Serone; vom Ganzen: 5 % Commission. Der Facturabetrag wird à 6 $ pr. 1 £ trassiert. Die Kosten in London sind: Seeassecuranz von £ 260. —. à $1\frac{1}{2}$ %, und £ —. 5 *s.* 6. für Police; Fracht auf netto 1002 ℔ à 1 *d.* pr. Pfd. und 5 % Primage; Declaration, Dockgebühren, auf Lager bringen und kl. Spesen beim Verkauf, £ 1. 8. 10. Vom Ganzen: Feuerassecuranz, Mäklerlohn, Commission und Delcredere 5 %; von diesem Betrage $2\frac{1}{2}$ % Discont, wegen baarer Zahlung. Wie hoch calculiert sich 1 ℔, wenn die Waare ein Nettogewicht von 998 ℔ lieferte?

1385) Leipzig bezieht von London 4 Kisten Bengal-Indigo, b^{tto} 11 *Cwt.* 1 *Qr.* 12 ℔, T^a und Ggw. 2 *Cwt.* 3 *Qrs.* 16 ℔, à 8 *s.* 1 *d.* pr. Pfund netto. London berechnet: Courtage $\frac{1}{2}$ %, sämtliche Kosten der Verschiffung 3 £ 6 *s.* 3 *d.*; vom Ganzen: 2 % Commission; Assecuranz auf £ 440. —. —. à 6 *s.* pr. *Ct.* und 6 *d.* für Police; aufserdem 1 £ 3 *s.* 6 *d.* für Wechselcourtage und Wechselstempel, und trassiert auf Hamburg à 13 ℳ $6\frac{1}{4}$ ß. Hamburg berechnet $\frac{1}{4}$ % Acceptprovision. Die Fracht von London nach Hamburg und die Spesen in Hamburg betragen ℬ𝓀. 61. 10. Banco reduciert à $152\frac{1}{2}$. Die Fracht von Hamburg nach Leipzig und sämtliche kleine Spesen daselbst betragen ℛ𝓅 8. 10. —. Auf den Gesamtbetrag berechnet Leipzig Zinsenverlust wegen des Verkaufs auf 3 Mt. Credit à 5 % pr. Jahr. Die Waare liefert ein Nettogewicht von 858 ℔; wie hoch calculiert sich 1 ℔?

1386) Stettin bezieht von Neapel ab Gallipoli: 77 Fässer Baumöl, enth. 200 *Salme* à 27 *Ducati.* Spesen in Gallipoli bis an Bord à 4,11 *Duc.* pr. *Salma*; Delcredere (auf den Betrag der Waare)

½%; Courtage (auf Betrag der Waare und Spesen in G.) ½%, div. Spesen *D*. 36. 10. Vom Ganzen: 2% Commission; Wechselcourtage und Porto *D*. 13. 85.; trassiert auf Hamburg à 187¼ (£ = 100 *Bꝑ*.; 4¼ £ = 1 Duc.). Acceptprovision ⅓%; Assecuranzprämie u. Kosten auf *Bꝑ*. 16100. — à 2¼%; den Gesamtbetrag remittiert Stettin à 151. — Unkosten in Stettin: Fracht à *D*. 2. 50 pr. *Salma*, Kaplaken 10%, Gratification 12 *D*., reduciert à 42½ *Grani* (pr. 1 *Bꝑ*.) und 151; sämtliche übrige Kosten in Stettin 88 *ꝑ* 23 *sgr*. — Die Partie bestand in: 33 Gebind (über 1000 ℔), b.tto 442 *Ctr*. 45 ℔ T.a 14%; 22 do. (von 500 bis 1000 ℔), b.tto 136. 47., T.a 15%; 22 do. (unter 500 ℔), b.tto 98. 24., T.a 16%. — Wie hoch kommt 1 *Ctr*. in Stettin unversteuert?

1387) Magdeburg bezieht von Triest über Hamburg 1 Fäſschen *Gummi arabicum*, sporco 470 ℔, T.a 96 ℔, à 70 *f*. österr. Währung pr. 100 ℔, mit 2% Discont. Triest trassiert auf Hamburg à 79 (*f*. für 100 *Bꝑ*.) und letzteres berechnet für Spesen in allem 26 ꝑ 8 ß *B*.o — Magdeburg remittiert à 152 und hat für Fracht, Eingangszoll u. s. w. 6 *ꝑ* 28 *sgr*. zu zahlen. Die Waare, welche in Magdeburg ein Nettogewicht von 419 ℔ liefert, wird dergestalt eligiert oder sortiert, daſs man 300 ℔ Prima-Qualität, und 119 ℔ Secunda-Qualität erhält. Wenn nun von letzterer Sorte das Pfund nicht höher als 11 *sgr*. zu taxieren ist, wie stellt sich der Preis von № 1?

Gefunden wird derselbe, wie man leicht sieht, wenn man von dem Gesamtbetrage der Waare das Product von 11 *sgr*. × 119 abzieht, und den Rest durch 300 dividiert.

Wie würde sich das Resultat aber gestalten, wenn man 100 ℔ 1.a, 180 ℔ 2.da und 139 ℔ 3.a sortierte, und 2.da um 3 *sgr*., 3.a um 5 *sgr*. geringer schätzte als 1.a?

Man suche den Werth von 180 ℔ à 3 *sgr*., und von 139 ℔ à 5 *sgr*., addiere beide Resultate zu dem Gesamtbetrage der Waare und dividiere die Summe durch das Gesamtgewicht. Der Quotient giebt den Preis der 1a Qualität.

B) Zusammengesetzte Calculaturen.

§. 455. Wenn verschiedene Waaren, auf einmal bezogen und in einer und derselben Factur berechnet, zu calculieren sind, so ist die Calculatur eine **zusammengesetzte** (vgl. §. 452), bei deren Ausarbeitung es hauptsächlich darauf ankommt, die **Spesen** richtig zu vertheilen. Man hat zu diesem Zwecke zuvörderst die **allgemeinen** von den **besondern** Spesen zu unterscheiden. Die ersteren beziehen sich auf jede der zu calculierenden Waaren, sind also von allen zu tragen, die letzteren werden nur von einem Artikel oder von

einigen Artikeln verursacht, und fallen daher nur diesen zur Last. Beide Arten der Spesen beziehen sich ferner entweder auf das Gewicht, das Mafs oder die Zahl der Artikel (daher meist als Gewichtsspesen bezeichnet), oder auf den Werth derselben (Werthspesen), und es mufs, wo die Spesen in dieser doppelten Eigenschaft vorhanden sind, eine Trennung derselben eintreten, wenn die Calculation eine richtige sein soll. Kommen indes nur sehr geringe Beträge von Werthspesen vor, so lohnt diese Trennung nicht der Mühe; man vertheilt dann vielmehr sämtliche (allgemeine) Spesen nach dem Gewichte, dem Mafse oder der Zahl, je nach der Art der zu calculierenden Artikel. Umgekehrt kann man jedoch auch, wie dies beim Calculieren von Fabrik- und Manufactur-Waaren zu geschehen pflegt, unter gewissen Voraussetzungen sämtliche allgemeine Spesen als Werthspesen ansehen. Demnach sind zu unterscheiden: 1) Calculaturen mit Gewichtsspesen, 2) Calculaturen mit Werthspesen, 3) Calculaturen mit zu trennenden Spesen.

1) Calculaturen mit Gewichtsspesen.

§. 456. Die Calculaturen über Waarenbeziehungen, mit denen nur Gewichtsspesen und Werthspesen von nur unbedeutendem Betrage verknüpft sind, bieten eigentlich keine besondern Schwierigkeiten dar. Um die auf eine Gewichts- oder Mafs-Einheit fallenden Spesen zu ermitteln, stellt man entweder sämtliche Spesen zusammen, und berechnet, wieviel davon auf eine gewisse Gewichts- oder Mafs-Einheit kommt. Nach diesem Satze berechnet man sie für das von jedem Artikel gegebene Quantum, und schlägt sie zu dem in die inländische Valuta reducierten Betrage hinzu. Aus diesem Resultate ist dann der Preis für die vorgeschriebene Mafs- oder Gewichts-Einheit zu ermitteln. Oder man subtrahiert vom Gesamtbetrage der Waaren incl. sämtlicher Spesen den in die inländische Valuta reducierten reinen Betrag der Waare am Orte des Einkaufs; der Rest giebt den Gesamtbetrag der Spesen, aus welchem dann durch Division mit dem Gesamtgewicht oder dem Gesamtmafse der auf eine Gewichts- oder Mafs-Einheit fallende Spesenantheil ermittelt wird, worauf weiter, wie oben angegeben, zu verfahren ist. Sind jedoch unter den Spesen solche, die sich nur auf einen Artikel beziehen, wie etwa der Eingangszoll, welcher leicht für jede der zu calculierenden Waaren ein anderer sein kann, so hat man den ersteren Weg einzuschlagen. Man läfst dann die besonderen Spesen aus der Zusammenstellung sämtlicher Spesen weg, berechnet, wie viel von den allgemeinen und von den besondern Spesen auf die Gewichts- oder Mafs-Einheit jedes Artikels kommt und verfährt dann ferner, wie oben gelehrt worden ist.

Beispiel.

Diverse Waaren von Bremen nach Stettin.

20 Fässer Baumöl,
B^{tto}. 24050 ℔ T^{a}. 3367 ℔ à 14 %
Netto 20683 ℔ à 12 ß Ldrß 2481. 69.
5 Fässer Südseethran,
B^{tto}. 7395 ℔ à 31 ß pr. 260 ℔ . . „ 597. 21.
5 Fässer Cocosnussöl,
B^{tto}. 5203 ℔ T^{a}. 728 ℔ à 14 %
Netto 4475 ℔ à 13 ß . . „ 581. 54.
frei in See . . Ldrß 2661. —.
à 110 . . . Rß 4027. 3.
Assecuranz auf Rß 4430. —. à 3/4 % ß 33. 7.
Deckungscourtage 1 ‰ „ 4. 1.
Fracht auf 36648 ℔ à 3 ß pr. 4000 ℔
und 15 % „ 63. 6.
Beliebigung und Einlage „ 2. 2.
Steuer auf 366, 5 Ctr. à 1/2 ß . . „ 183. 7.
Hiesige Kosten à 4 sgr. pr. Ctr. . . „ 36. 19. „ 322. 12.
Rß 4349. 15.

Sämtliche Spesen betragen ß 322. 12. auf 366 1/2 Ctr., giebt pr. Ctr. 26 sgr. 5 ₰.

Calculatur der einzelnen Artikel.

20 Fässer Baumöl,
Facturabetrag, Ldrß 2481. 69.
à 10 % . . ß 2730. 5.
Spesen auf 240 1/2 Ctr. à 26 sgr. 5 ₰ „ 211. 23. ß 2941. 28.
Netto 206 Ctr. 83 ℔ à 14. 6. 9. . . . Rß 2942. 5.
5 Fässer Südseethran,
Facturabetrag, Ldrß 597. 21. à 10 % ß 657. 1.
Spesen auf 73 Ctr. 95 ℔ à 26 sgr. 5 ₰ „ 65. 4. „ 722. 5.
B^{tto}. 73 Ctr. 95 ℔ T^{a}. 10. 35. à 14 %
Netto 63 Ctr. 60 ℔ . . à 11. 10. 8. . . Rß 722. 6.
5 Fässer Cocosnussöl,
Facturabetrag, Ldrß 581. 54. à 10 % Rß 639. 28.
Spesen auf 52,03 Ctr. à 26 sgr. 5 ₰ „ 45. 24. „ 685. 22.
B^{tto}. 52 Ctr. 3 ℔ T^{a}. 8. 32. à 16 %
Netto 43 Ctr. 71 ℔ . à 15. 20. 8. . Rß 685. 24.
Rß 4349. 25.

In dieser Calculatur kommen allerdings Spesen vor, welche sich auf den Werth beziehen (Assecuranz und Deckungscourtage), ihr Betrag ist aber nicht grofs genug, um eine Trennung derselben von den Gewichtsspesen zu veranlassen. Aufserdem aber, und dies ist der wichtigste Grund für ihre Einreihung unter die Gewichtsspesen, weichen die Preise der einzelnen Artikel wenig von einander ab (12 *ß*, ca. 12 *ß*, 13 *ß* pr. 100 ℔), so dafs jene Spesen auf die Preise vertheilt, bis auf einen praktisch unwichtigen Unterschied, ebensoviel betragen, als wenn man deren Vertheilung nach dem Gewichte bewirkte, wovon man sich leicht überzeugen kann.

2) Calculaturen mit Werthspesen.

§. 457. Waarenbeziehungen, mit denen nur Werthspesen verbunden sind, gehören zu den Seltenheiten oder möchten wohl gar nicht vorkommen; dagegen ist es vorzüglich im Handel mit Fabrik- und besonders mit sogenannten Manufactur-Waaren üblich, alle Spesen als Werthspesen anzusehen, und zu berechnen, wie hoch sich, einschliefslich aller Spesen, in der Währung des Bestimmungsortes der Werth derjenigen Münzeinheit stellt, in welcher die Preise am Bezugsorte ausgedrückt sind.

Beispiel.

Dresden bezieht von Florenz eine Partie Herren-Strohhüte, wie folgt:

6 Dtzd.	à 28 *Fr.* . . .	*Fr.* 168. —.
6 do.	„ 40 „ . . .	„ 240. —.
4 do.	„ 60 „ . . .	„ 240. —.
1 do.		„ 78. —.
		Fr. 726. —.
	Emballage . .	„ 14. —.
		Fr. 740. —.
remittiert in Frankfurter Papier à 214 und 57 .		*Rß* 197. 1.
Fracht von Florenz über Lindau und Einbringen		„ 10. 15.
Eingangszoll von netto 25 ℔ à 50 *ß* pr. *Ctr.* .		„ 12. 15.
		Rß 220. 1.

Somit kommt der Betrag der Waare in Florenz, *Fr.* 726. —. mit allen Unkosten auf *Rß* 220. 1. zu stehen, demnach 1 *Fr.* auf $\left(\frac{Rß\,220.\,1.}{726}\right)$ 9,1 *ngr.*, und es calculieren sich die einzelnen Sorten wie folgt:

1 Dtzd. à 28 ℔.=9,1 Ngr.×28=254,8 Ngr.	;	6 Dtzd.	=	1528,8 Ngr.
1 do. „ 40 „ =9,1 „ ×40=364,0 „	;	6 do.	=	2184,0 „
4 do. „ 60 „ =9,1 „ ×60=540,0 „	;	4 do.	=	2184,0 „
1 do. „ 78 „ =9,1 „ ×78			=	709,8 „
				6606,6 Ngr.
			=	Rℓ 220. 6 Ngr.
Gewinn durch Calculatur			„	—. 5 „
				Rℓ 220. 1 Ngr.

Diese Art zu calculieren kann aber nur unter der Voraussetzung richtig sein, dafs das Gewicht der einzelnen Sorten sich verhält wie deren Preise, oder dafs nur ein sehr kleiner Theil der Kosten durchaus unabhängig vom Werthe ist. Wird diese Voraussetzung nicht erfüllt, so ruht die Calculatur auf unrichtiger Grundlage, und liefert, wenn auch arithmetisch richtige, doch ihrem Wesen nach falsche Resultate.

Ebenso wie die Unterlagen zu allen in diesem Werke mitgetheilten Calculaturen der Praxis entlehnt sind, ruht auch die vorstehende Calculatur auf solcher Grundlage, ja sie ist sogar ganz so ausgeführt, wie sie uns mitgetheilt worden ist. Daraus folgt aber nicht, dafs wir mit dem hier befolgten Grundsatze einverstanden sind, im Gegentheil, wir müssen ihn durchaus misbilligen. Von Spesen, welche mit dem Werthe der Waare in Verbindung stehen, ist hier gar nicht die Rede, die Vertheilung der Spesen hat also entweder nach dem Gewicht oder nach der Stückzahl zu erfolgen. Dessenungeachtet aber würde es, wie schon oben gesagt, gleich sein, sie als Werthspesen zu behandeln, wenn die Preise der einzelnen Sorten sich verhielten, wie das Gewicht, d. h. wenn das Gewicht in dem Verhältnisse stiege, wie 28 : 40 : 60 : 78. Dies ist aber nicht nur nicht der Fall, sondern das Gewicht wird um so kleiner, je theurer die Sorte wird; es wiegen nämlich:

6 Dtzd. à 28 ℔. . . 10 ℔; 6 Dtzd. à 40 ℔. . . $8\frac{4}{5}$ ℔;
4 do. „ 60 „ . . $5\frac{2}{15}$ „; 1 do. „ 78 „ . . $1\frac{1}{15}$ „, zus. 25 ℔.

Offenbar hängen aber die beiden Haupt-Spesenposten, Fracht und Zoll, vom Gewicht ab, die Emballage könnte allenfalls auf die Stückzahl bezogen werden, indes ist diese Unterscheidung praktisch gewifs unwichtig. Sehen wir nun alle Spesen als Gewichtsspesen an, so gestaltet sich die Calculatur wie folgt:

Der Betrag der Waare an und für sich, ℔. 726. —. giebt à 214 und 57 . . . Rℓ 193. 11.; es bleiben somit (Rℓ 220. 1. ÷ ℓ 193. 11.) ℓ 26. 20. für Spesen. Diese betragen, auf 25 ℔ netto vertheilt, 1 ℓ 2 ngr. pr. Pfund.

6 Dtzd. à 28 Fs. Fs. 168. —. =	ß 44. 22.	
Spesen auf 10 ℔ à 1. 2.	„ 10. 20.	ß 55. 12.
6 Dtzd. à 9 ß 7 Ngr. = ß 55. 12.		
6 Dtzd. à 40 Fs. Fs. 240. —. =	ß 63. 28.	
Spesen auf $8^4/_5$ ℔ à 1. 2.	„ 9. 12.	„ 73. 10.
6 Dtzd. à 12 ß $6^2/_3$ Ngr. = ß 73. 10.		
4 Dtzd. à 60 Fs. Fs. 240. —. =	ß 63. 28.	
Spesen auf $5^2/_{15}$ ℔ à 1. 2. . . .	„ 5. 14.	„ 69. 12.
4 Dtzd. à 17 ß $10^1/_2$ Ngr. = ß 69. 12.		
1 Dtzd. à 78 Fs. = ...	ß 20. 23.	
Spesen auf $1^1/_{15}$ ℔	„ 1. 4.	„ 21. 27.
		Rß 220. 1.

Stellen wir nun die Resultate beider Calculaturen zusammen:

I.	28 Fs. / 8 ß 14,8 Ngr.	40 Fs. / 12 ß 4 Ngr.	60 Fs. / 18 ß 6 Ngr.	78 Fs. / 23 ß 19,8 Ngr.
II.	9 ß 7 Ngr.	12 ß $6^2/_3$ Ngr.	17 ß $10^1/_2$ Ngr.	21 ß 27 Ngr.

so finden wir, dafs in der 1. Calculatur die Sorten à 28 Fs. und à 40 Fs. niedriger auskommen als in der 2. Calculatur, und zwar darum, weil sie ihres niedrigen Preises wegen mit weniger Spesen belastet worden sind, als ihnen in Wahrheit ihrem gröfseren Gewichte nach zukommen. Die Sorten à 60 Fs. und à 78 Fs. müssen aber mehr Spesen tragen, als ihnen ihrem Gewichte nach zur Last zu bringen wären, folglich kommen sie in Calculatur I. höher aus als in der 2. Calculatur.

Oft hört man im Geschäftsleben die Frage aufwerfen, woher es wohl kommen möge, dafs eine und dieselbe Waare bei verschiedenen Verkäufern zu wesentlich verschiedenen Preisen zu erlangen sei. Sie ist sicher in sehr vielen Fällen dahin zu beantworten, dafs dies hauptsächlich im unrichtigen Calculieren seinen Grund haben mag.

Um sich bei regelmäfsigen Beziehungen gewisser Manufacturwaaren von einem und demselben Platze die wiederholte Calculatur zu ersparen, pflegen manche Häuser nur einen gewissen in Procenten ausgedrückten Satz für sämtliche Spesen anzunehmen, um solchen den Betrag der Waare am Einkaufsorte zu erhöhen, und aus diesem in die inländische Währung reducierten Betrage den Werth der Münzeinheit des Einkaufsortes ebenso zu ermitteln, wie dies oben gezeigt worden ist.

Endlich ist noch darauf aufmerksam zu machen, dafs, wenn auf den Betrag der Waare am Einkaufsorte ein Abzug durch Rabatt, Discont u. s. w. statt gefunden hat, man zur Berechnung des Werthes der Münzeinheit nicht den um diesen Abzug verminderten, sondern den unveränderten Betrag zu benutzen hat. Z. B.

Eine Partie diverser Waaren beträgt . . .	£ 600. —.
ab Discont 10 %	„ 60. —.
	£ 540. —.
à $6^{3}/_{4}$ ℛ . .	ℛ 3645. —.
Spesen	„ 55. —.
	ℛ 3700. —.

Will man nun den Werth eines engl. Schillings in Silbergroschen wissen, so mufs man die 600 £ in Frage ziehen, nicht die 540 £, denn eben jener Abzug bewirkt, dafs £ 600. —. nur auf ℛ 3700. —. zu stehen kommen.

3) Calculaturen mit zu trennenden Spesen.

§. 458. Wir verweisen zunächst auf das, was wir im vorigen Paragraphen über die Voraussetzung gesagt haben, unter welcher Spesen, die auf dem Werthe lasten, als solche angesehen werden können, welche sich auf das Gewicht, das Mafs oder die Stückzahl beziehen, und zeigen sodann im folgenden, wie zu verfahren ist, wenn eine Trennung der Spesen eintreten soll.

Cigarren von Havanna nach Bremen als Retouren*) für consignierte Waaren.

Kisten.		
200/4 = 50/m *La Valentina* 1ª . . . à $ 22. —. . .		$ 1100. —.
344/4 = 86/m do. 2ª . . . „ „ 20. —. . .		„ 1720. —.
160/4 = 40/m *La Patria* „ „ 22. —. . .		„ 880. —.
		$ 3700. —.
Kisten, Verpacken und Fuhrlohn .	$ 43. 5.	
Ausgangszoll à 6 *rs.* pr. Mille . .	„ 132. —.	„ 175. 5.
		$ 3875. 5.
Commission $2^{1}/_{2}$ % . .		„ 96. 7.
		$ 3972. 4.
à $1^{1}/_{3}$ ℛ .		Ldrℛ 5296. 48.
Spesen in Bremen.		
Assecuranz auf Ldrℛ 5800. —. à $1^{3}/_{4}$ %	ℛ 101. 36.	
Police	„ 2. 18.	
Transport . .	ℛ 103. 54.	ℛ 5296. 48.

*) Da diese Sendung als Retouren, d. h. als Deckung des Reinertrags consignierter Waaren dient, so fällt die Berechnung von Wechselspesen weg, welche dann eintreten würde, wenn Havanna lediglich als Commissionär für den Einkauf gehandelt hätte; ferner erfolgt die Verwandlung des Facturabetrags nicht nach dem Wechselcourse, sondern nach der in Bremen bei derartigen Operationen üblichen Schätzung des Piasters zu $1^{1}/_{3}$ ℛ Ld'or.

Transport . .	ℛ 103. 54.	ℛ 5296. 48.
Fracht à 42 *gt.* pr. Mille und 10 % . .	„ 112. 67.	
Sämtliche Spesen in Bremerhaven, Kahnfracht von daher, Pferdegeld, Krahngebühr und Fuhrlohn ins Haus . .	„ 7. 18.	
Einfuhrzoll von Ldℛ 5480. —. à $\frac{2}{3}$ %	„ 36. 38.	
Courtage 6 *gt.* pr. Mille	„ 14. 48.	
Lagermiethe	„ 2. 36.	
Feuerassecuranz von Ldℛ 5800. —. à $\frac{1}{8}$ % . .	„ 7. 18.	
Porto und kl. Spesen	„ 1. 3.	„ 285. 66.
		Ldℛ 5582. 42.
Zinsverlust pr. 6 Mt. à 6 % . . . 3 % / Commission und Delcredere . . . $3\frac{1}{2}$ % } $6\frac{1}{2}$ % im 100		„ 388. 7.
		Ldℛ 5970. 49.

Die Spesen werden hier am zweckmäſsigsten getrennt in solche, die sich auf den Werth und solche, die sich auf die Stückzahl (auf das Mille) beziehen.

Spesen auf den Werth.

Commission ＄ 96. 7. à $1\frac{1}{3}$ ℛ	Ldℛ 129. 12.
Ldℛ 101. 36. + 2. 18. + 36. 38. + 7. 18. = . .	„ 147. 38.
	Ldℛ 276. 50.

Unter ihnen sind nicht begriffen ℛ 388. 7. Commission und Delcredere, weil sie auf dem Betrage lasten, der die pr. Stückzahl zu berechnenden Spesen einschlieſst. Obige Ldℛ 276. 50. lasten auf ＄ 3700. —. oder à $1\frac{1}{3}$ ℛ auf Ldℛ 4933. 24. und betragen ($4933\frac{1}{3} : 100 = 276.\ 50. : x$) 5,61 %, wofür man der bequemen Rechnung wegen, ohne wesentliche Ungenauigkeit, $5\frac{5}{8}$ % (5,625 %) annehmen kann.

Auf die Stückzahl (176/m) beziehen sich folgende Spesenposten:

Kisten und Ausgangszoll ＄ 175. 5. à $1\frac{1}{3}$ ℛ . . .	ℛ 234. 12.
Ldℛ 112. 67. + 7. 18. + 14. 48. + 2. 36. + 1. 3. .	„ 138. 28.
	Ldℛ 372. 40.
176/m à 2,12 ℛ Ld'or.	Ldℛ 373. 9.

Calculatur der einzelnen Sorten.

		La Valentina 1ª		*La Valentina* 2ᵈᵃ		*La Patria.*	
Facturabetrag à $1\frac{1}{3}$ ℳ . . .	ℳ	1466	48	ℳ 2293	24	ℳ 1173	24
Werthspesen à $5\frac{5}{8}$ %	„	82	36	„ 129	—	„ 66	—
Spesen à 2,12 ℳ pr. Mille . .	„	106	—	„ 182	23	„ 84	58
	ℳ	1655	12	ℳ 2604	47	ℳ 1324	10
Zinsverlust, Commission und Delcredere $6\frac{1}{2}$ %	„	115	5	„ 181	5	„ 92	4
	Ldℳ	1770	17	ℳ 2785	52	ℳ 1416	14*)
50/m *La Valentina* 1ª à 35 ℳ $29\frac{1}{6}$ *gt.*	ℳ	1770	18				
86/m do. 2ª „ 32 „ $28\frac{1}{4}$ „	„	. . .	.	ℳ 2785	53		
40/m *La Patria* „ 35 „ $29\frac{1}{6}$ „	„	. . .	.	. . .	.	ℳ 1416	15

Da der Unterschied in den Preisen dieser Cigarren nicht bedeutend, auch das Gewicht derselben fast gleich ist, so würde eine Calculatur, unter Betrachtung sämtlicher Spesen als Werthspesen, nahezu wohl dasselbe Resultat liefern wie die eben ausgeführte.

Der Betrag der Waare ohne Spesen, $ 3700. —. kommt mit allen Spesen auf Ldℳ 5790. 49. zu stehen, folglich calculiert sich 1 $ auf $\left(\frac{5790.\ 49.}{3700}\right)$ 1 ℳ 44,19 *gt.* Gold. Es kommt demnach

1/m *La Valentina* 1ª = 1. 44,19 × 22 = ℳ 35. 36,18.
1/m do. 2ª = 1. 44,19 × 20 = ℳ 32. 20,00.
1/m *La Patria*, wie *La Valentina* 1ª

Der sich ergebende Unterschied, obschon auch er beweist, dafs den theuerern Sorten mehr von den auf dem Gewicht haftenden Spesen zugetheilt worden ist, als sie in der That zu tragen haben, ist geschäftlich ohne Bedeutung, von einer Trennung der Spesen kann daher in einem solchen Falle abgesehen werden. — Endlich könnte diese Calculatur auch so ausgeführt werden, dafs man sämtliche Spesen nach der Stückzahl vertheilt.

Zieht man den Betrag der Waare ohne Spesen, $ 3700. —. oder à $1\frac{1}{3}$ ℳ, Ldℳ 4933. 24., von den alle Spesen einschliefsenden Ldℳ 5970. 49. ab, so bleiben für Spesen ℳ 1037. 25., welche auf 176/m lasten und 5 ℳ 64,4 *gt.* pr. Mille ergeben. Es calculieren sich demnach:

La Valentina 1ª:

22 $ à $1\frac{1}{3}$ ℳ = ℳ 29. 24.
Spesen „ 5. 64,4.
1/m Ldℳ 35. 16,4.

La Valentina 2ᵈᵃ:

20 $ à $1\frac{1}{3}$ ℳ = ℳ 26. 48.
Spesen „ 5. 64,4.
1/m Ldℳ 32. 40,4.

La Patria, wie *La Valentina* 1ª

*) Die Summation der Beträge: 1770. 17. + 2785. 52. + 1416. 14. ergiebt Ldℳ 5972. 11., also einen Ueberschufs von Ldℳ 1. 34, welcher dadurch entsteht, dafs sowohl die Werthspesen als die Spesen pr. Mille etwas höher angenommen sind, als sie wirklich auskommen.

Diese Methode zu calculieren bürdet der wohlfeileren Sorte mehr von den Werthspesen auf als ihr gebühren, obschon dieses Mehr praktisch ohne Bedeutung ist.

§. 459. Etwas zusammengesetzter sind die Calculationen dann, wenn nicht nur eine Sonderung der Spesen eintreten mufs, sondern auch Artikel mit verschiedenem Discont vorkommen. In solchen Fällen mufs jede Waarengattung einzeln berechnet werden und zwar auf folgende speciell ausgeführte Weise.

Factura über eine Sendung englischer Fabrikwaaren von Birmingham über Hamburg nach Braunschweig.

20	Dtzd. Paar Tischmesser *No.* 6123 . 8/- .	£	8	—	—				
30	„ „ do. „ 1615 . 9/6*) .	„	14	5	—				
		£	22	5	—				
	Discont 5 %	„	1	2	3	£	21	2	9
30	„ Rasiermesser, *No.* 1753 . . 5/9 .	£	8	12	6				
	Discont 7½ % . . .	„	—	12	11	„	7	19	7
5	„ Federmesser, jedes, *No.* 365. 66. 67**) 8/6 10/6 15/6	£	8	12	6				
5	„ Taschenmesser do. *No.* 175. 76. 77. 17/3 20/6 15/-	„	13	3	9				
		£	21	16	3				
	Discont 10 %	„	2	3	7	„	19	12	8
2	„ Caffeebreter, jedes, 10. 14. 18 Zoll 5/- 7/3 12/- . . .	£	2	8	6				
1	„ do. „ 12. 16. 20 Zoll 6/- 8/6 15/- . . .	„	1	9	6				
½	„ do. „ 22. 24 Zoll 18/- 32/-	„	1	5	—				
		£	5	3	—				
	Discont 12½ % . . .	„	—	12	10	„	4	10	2
80	℔ Senf . . . à 1/6					„	6	—	—
						£	59	5	2
	Verschiedene auf das Gewicht sich beziehende Unkosten					„	2	4	—
	Desgl. auf den Werth					„	2	2	—
						£	63	11	2
	Commission 2½ % .					„	1	11	10
						£	65	3	—
	à 6¾ ℛ***)					ℛ	439	18	—
	Spesen in Hamburg					„	16	2	—
	Fracht bis Braunschweig u. s. w.					„	15	14	—
	Betrag der ganzen Sendung unversteuert .					ℛ	471	10	—

*) d. h. 9 *s.* 6 *d.*

**) d. h. von jeder Nummer 5 Dutzend.

***) Braunschweig theilt jetzt den Thaler in 30 Groschen (à 10 ₰), in dieser Calculatur ist aber die frühere Eintheilung à 24 *ggr.* à 12 ₰ beibehalten worden.

Gewichtsnota:

No. 6123	à 3 ℔	}	150 ℔
„ 1615	„ 3 „		
„ 1753	„ 2 „		60 „
„ 365	„ $^1/_2$ „	}	$5^5/_8$ „
„ 66	„ $^3/_8$ „		
„ 67	„ $^1/_4$ „		
„ 175	„ 1 „	}	$18^3/_4$ „
„ 76	„ $1^1/_4$ „		
„ 77	„ $1^1/_2$ „		
Zoll 10	„ 3 „	}	$28^1/_2$ „
„ 14	„ $4^1/_2$ „		
„ 18	„ $6^3/_4$ „		
„ 12	„ $3^5/_8$ „	}	$17^1/_8$ „
„ 16	„ 5 „		
„ 20	„ $8^1/_2$ „		
„ 22	„ 10 „	}	$12^1/_2$ „
„ 24	„ 15 „		
℔ 80			80 „
			$372^1/_2$ ℔.

a) Berechnung der Gewichtsspesen.

Gewichtsspesen in England, £ 2. 4 *s.* à $6^3/_4$ ₰	₰ 14. 20.
Hamburger Spesen.	„ 16. 2.
Fracht u. s. w. bis Braunschweig	„ 15. 14.
	₰ 46. 12.

auf $372^1/_2$ ℔, giebt 3 *ggr.* pr. Pfund.

b) Berechnung der Werthspesen.

Div. Spesen in England	£ 2. 2. —.
Commission	„ 1. 11. 10.
	£ 3. 13. 10.

auf 59 £ 5 *s.* 2 *d.*, giebt $6^1/_4$ %.

Die nachfolgende Zusammenstellung bildet nun die Calculation der einzelnen Artikel. Sie enthält:

1) den aus der Factur ersichtlichen Preis eines Dutzends u. s. w. in engl. Schillingen und Pence;

2) die Angabe des Discontfufses;

3) den um diesen Discont verminderten Facturapreis;

4) die Umrechnung desselben in Courant, à $6^3/_4$ ₰ pr. Pfd. Sterl.;

5) den um die Werthspesen à $6^1/_4$ % (= $^1/_{16}$ des Kapitals) erhöhten Preis;

6) die aus der Gewichtsnota entlehnte Angabe des Gewichts eines Dutzends u. s. w.;

7) den Preis eines Dutzends u. s. w., nach Zurechnung von 3 *ggr.* pr. Pfund für Gewichtsspesen;

8) die Probe der Calculation, nämlich die Multiplication des eben genannten Preises mit der in der Factur angegebenen Anzahl von Dutzenden u. s. w.

Die Differenz von — ₰ 5 *ggr.* 7 ₰ liegt darin, dafs bei den einzelnen Berechnungen Brüche zuweilen für voll genommen worden sind.

c) Zusammenstellung.

Benennung der Waare.	Preis in England.		Dis-cont.	Netto-Preis.		In Courant à $6^{3}/_{4}$ ß			Mit Werthspesen à $6^{1}/_{4}$ %			Gewicht ℔.	Mit Gew.-Sp. à 3 ggr. pr. ℔.			Totalbetrag.		
	s.	d.	%	s.	d.													
Tischmesser, № 6123	8	—	5	7	$7^{1}/_{5}$	2	13	7	2	17	5	3	3	2	5	62	—	4
do. „ 1615	9	6	5	9	$^{3}/_{10}$	3	1	2	3	5	9	3	3	14	9	108	10	6
Rasiermesser, „ 1753	5	9	$7^{1}/_{2}$	5	$3^{4}/_{5}$	1	19	1	1	21	9	2	2	3	9	64	16	6
Federmesser, „ 365	8	6	10	7	$7^{4}/_{5}$	2	14	—	2	17	11	$^{1}/_{2}$	2	19	5	14	1	1
do. „ 366	10	6	10	9	$5^{2}/_{5}$	3	4	7	3	9	4	$^{3}/_{8}$	3	10	6	17	4	6
do. „ 367	15	6	10	13	$11^{2}/_{5}$	4	17	—	5	—	1	$^{1}/_{4}$	5	—	10	25	4	2
Taschenmesser „ 175	17	3	10	15	$6^{3}/_{10}$	5	5	9	5	13	7	1	5	16	7	28	10	11
do. „ 176	20	6	10	18	$5^{2}/_{5}$	6	5	5	6	14	9	$1^{1}/_{4}$	6	18	6	33	20	6
do. „ 177	15	—	10	13	6 —	4	13	4	4	20	2	$1^{1}/_{2}$	5	—	8	25	3	4
Caffeebreter, Zoll 10	5	—	$12^{1}/_{2}$	4	$4^{1}/_{2}$	1	11	5	1	13	8	3	1	22	8	3	21	4
do. „ 14	7	3	$12^{1}/_{2}$	6	$4^{1}/_{8}$	2	3	5	2	6	8	$4^{1}/_{2}$	2	20	2	5	16	4
do. „ 18	12	—	$12^{1}/_{2}$	10	6 —	3	13	1	3	18	5	$6^{3}/_{4}$	4	14	8	9	5	4
do. „ 12	6	—	$12^{1}/_{2}$	5	3 —	1	18	6	1	21	2	$3^{5}/_{8}$	2	8	1	2	8	1
do. „ 16	8	6	$12^{1}/_{2}$	7	$5^{1}/_{4}$	2	12	3	2	16	—	5	3	7	—	3	7	—
do. „ 20	15	—	$12^{1}/_{2}$	13	$1^{1}/_{2}$	4	10	4	4	17	—	$^{1}/_{2}$	5	18	6	5	18	6
do. „ 22	18	—	$12^{1}/_{2}$	15	9 —	5	7	7	5	15	7	10	6	21	7	3	10	10
do. „ 24	32	—	$12^{1}/_{2}$	28	—	9	10	10	10	1	—	15	11	22	—	5	23	—
Senf.	1	6	—	1	6	—	12	2	—	12	11	1	—	15	11	53	1	4
															ℛß	471	15	7
													Eingerechn. „			—	5	7
															ℛß	471	10	—

§. 460. Uebungsaufgaben.

1388) London bezieht von Calcutta: 307 Säcke *Ghazeepore**) Salpeter, b^{tto} 560 *Cwt.* 3 *Qrs.* 10 ℔, T^{a} 5 ℔ pr. Sack, à 6 *Sicca Rupees* pr. *Factory Maund*; 277 Säcke *Tirhoot**) Salpeter, b^{tto} 489 *Cwt.* — *Qr.* 26 ℔, T^{a} 5 ℔ pr. Sack, à $5\frac{1}{2}$ *Sicca Rupees* pr. *Factory Maund*; beide Sorten mit 2 % Discont. Der Betrag wird reduciert in *Company's Rupees*. — Spesen in Calcutta: Verpacken, Zeichnen u. s. w. à 30 *C$^{o's}$ R.* pr. 100 Säcke; Ausgangszoll 3 % auf *C$^{o's}$ R.* 7310. —; kleine Kosten *C$^{o's}$ R.* 3. 8. — Vom Ganzen 5 % Commission. Trassiert 6 Mt. Sicht à 2 *s.* 4 *d.* pr. *C$^{o's}$ R.* — Unkosten in London: Fracht auf 937 *Cwt.* 1 *Qr.* 23 ℔ à 3 £ 10 *s.* pr. *Ton*; Zollangabe 4 *s.* 6 *d.*; Assecuranzprämie $2\frac{1}{2}$ % auf *C$^{o's}$ R.* 10000. — à 2 *s.* 1 *d.*; Dockgebühren und div. andere Unkosten, incl. £ 2. 2. — für Feuerassecuranz, £ 30. 2. 3. — Auf das Ganze: Courtage $\frac{1}{2}$ %, Commission 2 % (Beides im Hundert). — 1) Wieviel beträgt die Factur von Calcutta? 2) Wie hoch kommt die Sendung mit allen Spesen in London? 3) Wieviel betragen die Werthspesen: *a*) überhaupt; *b*) in Procenten? 4) Wieviel betragen die Gewichtsspesen: *a*) überhaupt; *b*) pr. *Cwt.* netto? 5) Wie hoch calculiert sich 1 *Cwt.* von jeder Sorte, unter Berücksichtigung der in Nachstehendem angegebenen Qualitätsbestimmung?

Wegen der in dieser Aufgabe vorkommenden Geld- und Gewichts-Sorten s. den Anhang unter Calcutta. Der Gewichtsverlust an Salpeter ist jedoch so bedeutend, dafs das daselbst angegebene Verhältnis zwischen indischem und englischem Gewichte niemals bei der Verwiegung der Waare erreicht wird. Ebenso weichen die Gewichtsvergütungen (*allowances for the weight*) der beiden Länder von einander ab. — Das Nettogewicht hat sich in London wie folgt ergeben:

Ghazeepore:	184 S. 303. 3. 16.		*Tirhoot:*	217 S. 335. 2. 4.
	123 „ 199. 1. 21.			60 „ 93. 1. 24.

Dieses Gewicht ist jedoch nicht das zur Preisbestimmung zu benutzende, wie aus Folgendem erhellt. Salpeter wird niemals im Zustande vollkommener Reinheit eingeführt; aus diesem Grunde macht man in England einen Abzug von 5 ℔ pr. *Cwt.* als festen Satz für Beimischung (*standard alloy*) und ermittelt durch chemische Untersuchung, wieviel Pfunde pr. *Cwt.* solcher Beimischung in einem gegebenen Quantum Salpeter enthalten sind. Man nennt dies *refraction*. Dann findet man das zur Berechnung kommende Gewicht (*the paying weight*) durch folgende Proportion:

107 (d. i. 112 ∸ *stand. alloy*) : 112 ∸ *refraction* = Nettogewicht : x.

Bei obiger Partie ist die *refraction* für die 184 Säcke $4\frac{1}{2}$ ℔ (das zur Calculatur kommende Gewicht also: 107 : $107\frac{1}{2}$ = 303. 3. 16. : x), für 123 Säcke 10 ℔ und für die 277 Säcke $16\frac{1}{4}$ ℔. — Nun soll bei der Calculatur 1 *Cwt.* von der Qualität der 184 S. zu 2 *s.* Mehrwerth angenommen werden. Dann ergiebt sich für jede Qualität der Preis. (Vgl. §. 454 am Schlusse.)

*) So genannt nach den indischen Orten, in deren Nähe der Salpeter gewonnen wird.

1389) Hamburg bezieht von Bautzen (in Sachsen): 100 Stück rohe Packleinen № 1. à $1\frac{3}{4}$ ℔, 210 St. do. № 2. à $1\frac{9}{10}$ ℔, 500 St. rohe Sackleinen № 6. à $2\frac{3}{4}$ ℔, 100 St. do. № 8. à $3\frac{1}{3}$ ℔; Bautzen berechnet Arbeitslohn à $2\frac{3}{4}$ ℔ pr. 100 St., für Bänder 6 ℔ 19 *ngr.* und trassiert den Facturabetrag à 151. — Spesen in Dresden: Fracht von Bautzen auf $225\frac{6}{10}$ *Ctr.* à $4\frac{1}{2}$ *ngr.*, Flufsassecuranz auf ℔ 2530. —. à $\frac{3}{16}$ %; sämtl. Platzspesen und Speditionsprovision 10 ℔ 13 *ngr.* — Spesen in Hamburg: Fracht von Dresden auf $225\frac{1}{2}$ sächs. Centner à 8 *ngr.*, Elbzölle 2 *ngr.* 3 ₰ pr. Centner, in Banco à 150; Einbringen und kleine Spesen *Ct.* 30. 12. à 25 %. Auf das Ganze rechnet Hamburg: Eingangszoll $\frac{1}{2}$ %, Feuerversicherung $\frac{1}{8}$ %, Verkaufscourtage $\frac{5}{6}$ %, Decort 1 % (alles im Hundert).

1) Wieviel beträgt die Waare in Hamburg, einschliefslich der Kosten für Einbringen? 2) Wieviel mit Eingangszoll u. s. w.?

A. 1) Auf wieviel Schillinge Banco calculiert sich, einschliefslich aller Spesen, ein sächs. Thaler?*) 2) Wie hoch kommt dann ein Stück in Schillingen Banco zu stehen?

B. 1) Wieviel betragen sämtliche Spesen in Banco und wieviel kommt davon auf 1 Stück von jeder Sorte?*) 2) Wie hoch kommt dann 1 St. zu stehen?

C. 1) Wieviel betragen sämtliche Spesen in Banco und wieviel kommen davon auf 100 ℔ Hamburger Gewicht, wenn das Gewicht der Leinen in Hamburg sich ergiebt wie folgt: 100 St. № 1. = 2284 ℔; 210 St. № 2. = 5258 ℔; 500 St. № 6. = 12292 ℔; 100 St. № 8. = 2730 ℔. — 2) Wie hoch kommt dann 1 Stück zu stehen?

1390) San Francisco bezieht von Erfurt über Hamburg und New Orleans eine Partie Bänder, wie folgt: № 1. 50 St. Carmoisin à 7 *sgr.*; № 2. 100 St. do. à 12 *sgr.*; № 3. 50 St. do. à 17 *sgr.*; diese 3 Sorten mit 4 % Rabatt. № 4. 25 St. do. à 29 *sgr.* mit 10 % Rabatt. № 5. 40 St. Florband à 1 ℔; № 6. 50 St. do. à 1 ℔ $2\frac{1}{2}$ *sgr.*, beide Sorten mit 10 % Erhöhung. № 7. 200 St. schwarz halbseid. Lothband à $4\frac{1}{2}$ *sgr.*; № 8. 150 St. do. à 5 *sgr.*, beide Sorten mit 15 % Rabatt; № 9. 30 St. façonniertes Hutband à 8 *sgr.*; № 10. 60 St. do. à $9\frac{1}{4}$ *sgr.*; № 11. 80 St. do. à $11\frac{1}{2}$ *sgr.*; diese 3 Sorten mit 25 % Rabatt. № 12. 200 St. Kleiderlitzen à 5 *sgr.*; № 13. 100 St. Besatzband à 12 *sgr.*; beide Sorten mit

*) Die Preise sind, der praktischen Ausdrucksweise gemäfs, bis zu 16tel Schillingen herab auszurechnen. Vgl. deshalb §. 43.

$12\frac{1}{2}$ % Rabatt. — Erfurt bewilligt auf den Gesamtbetrag der Waare 10 % Discont und trassiert den Belauf seiner Factura auf Hamburg à $151\frac{1}{4}$. Sämtliche Hamburger Spesen betragen *Bℳ.* 24. 10 *β*. Der Gesamtbelauf des Guthabens des Hamburger wird von New Orleans für Rechnung von S. Francisco à $35\frac{1}{4}$ (Cents für 1 Mark B^co^) remittiert. Sämtliche Spesen in New Orleans belaufen sich auf 17 *$* 35 *c.*, die Spesen bis Francisco betragen 24 *$*. Für Verkaufsspesen sind 10 % hinzu zu rechnen. Wie hoch calculiert sich jeder einzelne Artikel, sämtliche Spesen als Werthspesen betrachtet?

Der gegenwärtig (im Februar 1864) von New Orleans auf Hamburg notierte Cours ist ca. 56 *Cents* für 1 Mark Banco. Wir sehen aber davon ab, ihn in dieser Calculatur anzuwenden, da es unsicher ist, wie lange er ohne wesentliche Aenderung bleibt.

1391) Leipzig bezieht von Bradford über Hull und Hamburg 2 Ballen Wollengarn, wie folgt: № 1. 250 Grofs = 1200 ℔ 30r *Weft*, à 16 *s.* — pr. Grofs; № 2. 300 ℔ 8r *Carded Weft*, à 2 *s.* $11\frac{3}{4}$ *d.* pr. Pfd., 300 ℔ 10r do. à 3 *s.*, 300 ℔ 12r do. à 3 *s.* $\frac{1}{4}$ *d.*, 300 ℔ 14r do. à 3 *s.* $\frac{1}{2}$ *d.*; Packen, Fracht nach Grimsby und Verladungskosten daselbst à 30 *s.* pr. Ballen; Assecuranz von Grimsby nach Hamburg, £ 1250.—. à 5 *s.* pr. Ct., Police 6 *s.* Auf das Ganze: 2 % Commission. Der Facturabetrag wird remittiert in k. Londoner à 6. 23. — Spesen in Hamburg: Fracht auf 104 Kubikfufs à 3 *d.* und 25 % Primage, in Banco à 13 ℳ 4 *β*, sämtliche Hamburger Spesen 3 ℳ 12 *β*, à $151\frac{1}{2}$. Spesen in Leipzig: Fracht von Hamburg auf 2300 ℔ brutto à $18\frac{1}{2}$ *sgr.* pr. 100 ℔; Eingangszoll à 15 *ngr.* pr. 100 ℔ brutto; div. kleine Spesen und Porto 1 *ℛ* 20 *ngr.* Auf das Ganze: Zinsen für den Verkauf auf 4 Mt. Credit à 6 % pr. Jahr (im Hundert). 1) Wie hoch kommt diese Sendung incl. aller Kosten und des Zinsenzuschlags zu stehen? 2) Wie hoch calculiert sich demnach ein englischer Schilling? 3) Wie hoch kommt 1 ℔ engl. zu stehen?

§. 461. Zu den Bezugscalculaturen gehört eine Calculatur auch dann, wenn man sie zu dem Zwecke aufstellt, unter Zugrundelegung eines gewissen Verkaufspreises am Bestimmungsort den Preis am Einkaufsorte (den Einkaufspreis) zu ermitteln. Das hierbei einzuschlagende Verfahren ergiebt sich aus nachfolgendem Beispiele, durch welches gezeigt werden soll, wie sich roher Zucker, welcher zu einem gewissen Preise in Bremen verkauft werden soll, in Havanna oder unterwegs (als schwimmende Ladung) sowohl incl. als excl. Fracht stellen mufs.

98 Kisten Havanna-Zucker, netto 35598 ℔ . . . à 6 *gt.*		Ld ß 2966. 36.
Kosten.		
Assecuranz, Ld ß 2900. —. à 2 % u. Stpl.	ß 59. 24.	
Fracht à 2 £ 10 *s.* pr. 2240 ℔ span. auf 41382 ℔ und 5 % £ 48. 9. 10. à 620	„ 300. 47.	
Eingangszoll von Ld ß 2900. —. à $^2/_3$ %	„ 19. 24.	
Unkosten 36 *gt.* pr. Kiste	„ 49. —.	
Courtage $^1/_4$ % von ß 2966. 36. u. Stempel	„ 8. 30.	
Lagermiethe 24 *gt.* pr. Kiste	„ 32. 48.	
Feuerassecuranz von ß 3000. —. à $^1/_8$ %	„ 3. 54.	
Zinsen à 4 % pr. 6 Mt. . . 2 % } Commission und Delcredere $3^1/_2$ % } .	„ 163. 11.	
		„ 636. 22.
		Ld ß 2330. 14.
Wechselcourtage für die Deckung in London 1 ‰ (auf Tausend) .		„ 2. 24.
		Ld ß 2327. 62.
à 620 . .		£ 375. 9. 3.
Acceptprovision in London $^1/_2$ % (auf Hundert) .		„ 1. 17. 4.
		£ 373. 11. 11.
à 10 % Prämie . .		$ 1823. 3 *r.*
Commission und Courtage für den Rembours in Havanna $2^7/_8$ % (auf Hundert)		„ 51. — „
		$ 1772. 3 *r.*
Einkaufsprovision in Havanna $2^1/_2$ % (auf Hundert) . .	$ 43. 2.	
Unkosten in Havanna à $4^1/_2$ $ pr. Kiste	„ 441. —.	
Courtage $^1/_2$ % (auf Hundert) . . .	„ 8. 5.	„ 492. 7 „
		$ 1279. 4 *r.*
Netto 35598 ℔ in Bremen (à 86 ℔ Brem. = 100 ℔ span.) = Netto 41393 ℔ in Havanna = 1655 @ 18 ℔ à 6,19 *r.* pr. *Arroba* . . .		$ 1281. 1 *r.*

Demnach entspricht der Preis von 6,19 *r.* in Havanna einem Verkaufspreise von 6 *gt.* in Bremen.

Obige Partie hat ferner gekostet inclusive sämtlicher Kosten

beim Einkaufe und für das Trassieren in Havanna £ 373. 11. 11.
sie hat gewogen 1655 @ 18 ℔, giebt pr. *Arroba* 4 *s.* $6\frac{1}{6}$ *d.* excl. Fracht oder frei in See;
wenn die Fracht hinzugerechnet wird „ 48. 9. 10.
£ 422. 1. 9.
giebt dies 5 *s.* $1\frac{1}{5}$ *d.* pr. *Arroba* incl. Fracht.

Rechnet man ferner wie üblich 1 *Arroba* = $25\frac{7}{16}$ ℔ engl., so geben 1655 @ 18 ℔ = 42117 ℔ engl. = 376 *Cwt.* 5 ℔, und es calculiert sich 1 *Cwt.* excl. Fracht auf 18 *s.* $10\frac{1}{2}$ *d.*, incl. Fracht auf 22 *s.* $5\frac{4}{10}$ *d.*

§. 462. Zu sogenannten Versendungscalculaturen können zwei Fälle Veranlassung geben:

1) Man beabsichtigt eine Consignation zu machen und wünscht dem Consignatar den Preis vorzuschreiben, den er erreichen soll, damit man einen gewissen Nutzen habe;

2) man hat einen Auftrag auf eine von einem Fabrikanten zu beziehende Waare in der Weise auszuführen, dafs man die Waare nach einem andern Orte franco liefern soll.

Wir wollen den ersten dieser beiden Fälle durch ein Beispiel erläutern, der zweite soll in den Uebungsaufgaben §. 465 seine Stelle finden.

Beispiel.

Leipzig beabsichtigt nach Smyrna zu consignieren*):

1 Ballen Tuch, 25 Stück = 625 Berliner Ellen, eingekauft à 26 *ggr.*,

1 Ballen do., 20 Stück = 720 Leipziger Ellen, eingekauft à 32 *ggr.*,

und will untersuchen, wie hoch diese Tuche in Smyrna pr. Pik (von 68 *Centimètres*) zu verkaufen sind, wenn 10 % netto gewonnen werden sollen. Die in Betracht kommenden Spesen in Smyrna so wie Transportspesen sind dem Leipziger Hause aus früheren Consignationen bekannt (wir unterlassen hier deren Aufzählung zur Ersparung des Raumes) und als Zinsverlust, vom Tage des Ankaufs bis zum Wiedereingang des Geldes bringt Leipzig 3 % in Anschlag. Cours in Smyrna auf London 125 (Piaster pr. 1 £); Cours in Leipzig auf London 6 ⩘ 18 *ngr.* (alles pr. 3 Mt.); 1 österr. Gulden in Smyrna = $12\frac{1}{2}$ Piaster.

*) Diese Calculatur gehört dem Jahre 1859 an.

Die Berechnung wird folgende sein:

25 St. = 625 Berl. Ell. à 26 *ggr.*		*Rβ* 677. 2.
20 „ = 720 Leipz. Ell. à 32 *ggr.*		„ 960. —.
		Rβ 1637. 2.
Agio 2 %		„ 32. 22.
		Rβ 1604. 10.
Aufmachung à 20 *ngr.* pr. St.		„ 30. —.
Verpackung à 4 *sβ* pr. Ballen		„ 8. —.
		Rβ 1642. 10.
à 6. 18.		£ 248. 16. 9.
à 125.		P. 31104. 75.
Fracht von Leipzig nach Triest, $8\frac{1}{2}$ *Ctr.* à 4 *f.* 75 Nkr..	Oe. W. *f.* 40. 38.	
Platzspesen 2 *f.* pr. Ballen . . .	„ 4. —.	
Fracht von Triest nach Smyrna, $8\frac{1}{2}$ *Ctr.* à $4\frac{1}{2}$ *f.*	„ 38. 25.	
Assecuranz von Oe. W. *f.* 2700. —. à $\frac{1}{2}$ % . . .	„ 13. 50.	
	Oe. W. *f.* 96. 13.	
	à $12\frac{1}{2}$	„ 1201. 60.
Ausschiffung, Transport und kleine Spesen à $17\frac{1}{2}$ P. pr. Ballen		„ 35. —.
Eingangszoll von 1211 Pik à $^{89}/_{120}$*)	P. 898. 15.	
dazu $^{2}/_{3}$ pr. *Damgo***)	„ 598. 75.	
	P. 1496. 90.	
10 % *Calemie****)	„ 149. 70.	
	P. 1646. 60.	
3 % Münzverlust	„ 49. 35.	„ 1695. 95.
		P. 34037. 30.
Zinsverlust 3 %, Gewinn 10 %		„ 4424. 85.
		P. 38462. 15.
Sämtliche Verkaufsspesen 7 % (93 = 7)		„ 2895. —.
Uebertrag . .		P. 41357. 15.

*) d. i. $^{89}/_{120}$ Piaster, oder 89 Asper. (1 Piaster = 40 Para à 3 Asper.)

**) *Damgo* ist ein Additional- oder Zuschlags-Zoll.

***) *Calemie* ist eine städtische Abgabe, die eigentlich nur von inländischen Waaren, aber auch von ausländischen erhoben wird, sobald sie zum Verbrauche eingeführt werden.

Uebertrag . . . P. 41357. 15.

Von diesem Betrage sind abzurechnen die auf das Mafs und Gewicht sich beziehenden Spesen:

Rℬ 38. —. à 6. 18. und 125 . .	P. 720. —.	
ƒ. 82. 63. à 12½	„ 1032. 85.	
Spesen in Smyrna	„ 1730. 95.	„ 3483. 80.

Rℬ 1637. 2. kommen demnach ohne Spesen zu stehen auf P. 37873. 35.

so kommt 1 *ggr.* auf P. 0,964.

Da ferner die oben ermittelten Mafs- und Gewichts-Spesen, P. 3483. 80., sich auf 1211 Pik beziehen, so ergeben sich P. 2,877 solcher Spesen für 1 Pik.

Es bleibt nun die Hauptfrage zu beantworten: Wie hoch stellt sich 1 Pik,

a) wenn man den Preis der Berliner Elle (von $66\frac{2}{3}$ Centimeter),

b) wenn man den Preis der Leipziger Elle (von $56\frac{1}{2}$ Centimeter) zu Grunde legt?

a)
x P. = 68 Centim.
$66\frac{2}{3}$ = 26 *ggr.*
1 = 0,964 P.
x = 25,566 P.
\+ 2,877 „
28,443 P.

b)
x P. = 68 Centim.
$56\frac{1}{2}$ = 32 *ggr.*
1 = 0,964 P.
x = 37,127 P.
\+ 2,877 „
40,004 P.

Es mufs demnach 1 Pik in Smyrna verkauft werden

zu 28,443 P. wenn 1 Berl. E. = 26 *ggr.* } im Einkaufe
„ 40,004 „ „ 1 Leipz. E. = 32 *ggr.* } kostet.

Oder allgemein:

1 *ggr.* Einkauf in Leipzig für

1 Berl. Elle giebt $\frac{28,443}{26} = 1,094$ P.	Verkaufspreis in Smyrna für 1 Pik.
1 Leipz. Elle giebt $\frac{40,004}{32} = 1,250$ P.	

Probe.

$$\begin{array}{rcl} x\ P. & = & 625 \text{ Berl. Ellen} \\ 1 & = & 66\tfrac{2}{3} \text{ Centim.} \\ 68 & = & 28,443 \text{ P.} \\ \hline x & = & 17428,50 \text{ P.} \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} x\ P. & = & 720 \text{ Leipz. Ellen} \\ 1 & = & 56\tfrac{1}{2} \text{ Centim.} \\ 68 & = & 40,004 \text{ P.} \\ \hline x & = & 23931,80 \text{ P.} \end{array}$$

17428,50 + 23931,80 = 41360,30 P. gegen 41357,15 P. oben ermittelter Gesamtbetrag der Waare.

C) Productionscalculaturen.

§. 463. Productionscalculaturen sind im allgemeinen schwieriger auszuführen, als Bezugs- und Versendungs-Calculaturen, weil der Geldwerth der Bestandtheile, aus denen der Erzeugungspreis des Products zusammengesetzt ist, in der Regel nicht so klar vorliegt, wie dies bei der Calculatur fertiger Waaren hinsichtlich der Bestandtheile des Kostenpreises der Fall ist. Beschränkt sich die Production auf nur einen Gegenstand, dann ist die Calculatur weniger schwierig, als wenn mehrere Artikel erzeugt werden, und zwar liegt in dem letztern Falle die Schwierigkeit in der Feststellung des Antheils, den jedes Fabrikat an gewissen allgemeinen Kosten zu tragen hat. Die hauptsächlichsten Bestandtheile des Erzeugungspreises sind etwa folgende:

1) Betrag des Haupt- oder Urstoffes;

2) Aufwand für die Hilfsstoffe;

3) Arbeitslöhne;

4) allgemeine Fabrikationskosten als: Feuerungsmaterial, Beleuchtung, Bedienung der Maschinen, Aufwand für Zugvieh, Abnutzung der Maschinen, der Geräthe und solcher Baulichkeiten, welche zu keinem andern Zwecke als dem der Fabrikation verwend-

bar sind, Kosten der Erhaltung der Gebäude, der Maschinen und Geräthe, Feuerversicherung, Steuern und Abgaben, Zinsen für das Anlage- und das Betriebs-Kapital, Gehalte des Aufsichts- und Geschäfts-Personals, Kosten der Verpackung, Reisekosten, Miethzinsen u. s. w.

5) Diejenigen Kosten und Verluste, welche mit dem Verkaufe der Waare verbunden sind und auch bei den Bezugscalculaturen vorkommen, als: Maklerlohn, Provision, Zinsverlust bei Verkäufen auf Zeit, Verlust durch schlechte Schulden.

Welchen Betrag die unter 1—3*) aufgeführten Kosten erreicht haben, wenn das Fabrikat vollendet ist, läfst sich genau bestimmen, dagegen kann das, was demselben an allgemeinen Fabrikationskosten zur Last fällt, früher als vor Ablauf eines Betriebsjahres kaum genau festgestellt werden. Man wird sich also zunächst mit einer annähernden Schätzung der allgemeinen Fabrikationskosten begnügen müssen.

Was wir weiter oben hinsichtlich der Bezugscalculaturen gesagt haben, dafs man nämlich nicht immer mit der gehörigen Genauigkeit und Umsicht calculiere, gilt von den Productionscalculaturen in erhöhtem Grade. Die Unterlagen, welche wir uns zur Benutzung für unsre Arbeit verschafft haben, werden von diesem Vorwurfe fast ohne Ausnahme getroffen. Wir sind daher nicht in der Lage, in den Productionscalculaturen die oben aufgestellten Punkte gehörig zur Anschauung zu bringen, und müssen uns begnügen, einige einfache Beispiele zu geben, die sich kaum von den Bezugscalculaturen unterscheiden.

1) **Calculatur** über 1 Stück **Piqué** № 40, gerauht, 24 Leipz. Ellen enthaltend.

1/4 ℔ *Water* 50er Oberkettengarn**) . .	à 287 ₰ .	₰ —. 7. 2.	
1/4 „ „ 40er Unterkettengarn . . .	„ 239 „ .	„ —. 6. —.	
3/4 „ *Medio* 40er Oberschufsgarn	„ 187 „ .	„ —. 14. —.	
5 „ Handgespinnst 6er	„ 88 „ .	„ 1. 14. —.	
	Transport	₰ 2. 11. 2.	

*) Es mag nicht unerwähnt bleiben, dafs der Betrag der Ausgaben unter 1) und 2) sich dadurch mindern kann, dafs bei dem Rohstoffe, sowie bei dem oder jenem Hilfsstoffe sogenannter „Abgang“ entsteht, der bei der Fabrikation selbst nicht mehr verwendet, wohl aber verwerthet werden kann. Um den Erlös daraus vermindern sich jene Ausgaben.

**) Dieser Piqué hat zweierlei Ketten- und zweierlei Schufs-Garn.

		Transport ₰	2. 11. 2.
Zurichten des Garns, Vorrichtung des Webstuhls, Schlichten . .	₰ —. 6. —.		
Weblohn	„ 1. —. —.		
Kardlohn und Aufkarden (nach der Bleiche)	„ —. 2. 5.		
Bleichlohn	„ —. 6. —.		
Packkosten (Aufschlagbret, Papier, Bindfaden)	„ —. 1. 5.	„	1. 16. —.
		Rℬ	3. 27. 2.
Zinsverlust wegen des Verkaufs auf Zeit 2 % (im Hundert) .		„	—. 1. 8.
kostet 1 Stück		Rℬ	3. 29. —.

Der Calculierende hat den Discont nicht in Abzug gebracht, den er vom Garnhändler für baare Bezahlung des Garns erhält, weil er denselben ansieht als eine Entschädigung für die Kisten, welche er dem Gebrauche gemäfs, nicht in Anrechnung bringen kann, sowie für den Verlust, den er durch verspätete Zahlung von seiten seiner Abnehmer erleidet.

2) Calculatur von Rohzucker aus Rüben.

(Brünn, im April 1863.)

		Kosten pr. 100 ℔ Rüben.
43000 Ctr. Rüben kosten im ganzen .	ƒ. 38960. 40.	90,65Nkr.
und producierten		
3870 Ctr. Rohzucker, also 9 %.		
Steuer à 38Nkr. pr.100℔ Rüben	„ 16340. —.	38,00 „
Kohle	„ 6872. 25.	16,00 „
Spodium	„ 1715. 70.	4,00 „
Salzsäure	„ 439. 60.	1,00 „
Arbeitslöhne	„ 5168. 30.	12,00 „
Prefstücher	„ 1716. 40.	4,00 „
Kleine Spesen, Löhne und Kalk	„ 15050. 30.	35,00 „
3870 Ctr. Rohzucker . . kosten .	ƒ. 86272. 95.	200,65Nkr.
3870 Ctr. Rohzucker à 22 ƒ. 29,3 Nkr. .	ƒ. 86273. 91.	
43000 Ctr. Rüben à 200,65 Nkr. bringen die Erzeugungskosten auf	ƒ. 86279. 50.	

Wir haben diese Calculatur so wieder gegeben, wie sie uns mitgetheilt worden ist, sie befriedigt uns aber darum nicht, weil sie den so namhaften Betrag von ƒ. 15050. 30. oder 35 Nkr. pr. 100 ℔ Rüben auf eine Weise bezeichnet, welche über seine Zusammensetzung durchaus im Unklaren läfst. Denn was man gewöhnlich unter „kleine Spesen" versteht, kann man schwer-

lich hier damit bezeichnen wollen, weil der Betrag zu bedeutend ist; was „Löhne" neben den bereits aufgeführten „Arbeitslöhnen" bedeuten sollen, ist ebenfalls nicht klar, der Aufwand für „Kalk" endlich hätte, wie andere Hilfsstoffe, abgesondert aufgeführt werden sollen. Wir müssen annehmen, dafs, wenn anders richtig calculiert worden ist, in jenem Betrage alle die Kosten u. s. w. enthalten sind, welche wir S. 477 unter 4) angeführt haben, so weit sie bei dieser Fabrikation vorkommen können. Sie hätten aber speciell aufgeführt und ebenso wie die übrigen Kosten auf den Centner Rüben reduciert werden sollen, welche Reduction den Zweck hat, die verschiedenen Fabrikationsperioden (die sogenannten Campagnen) hinsichtlich der Zusammensetzung der Erzeugungskosten leichter vergleichen und beurtheilen zu können, welche Ersparnisse gemacht worden sind oder gemacht werden könnten. Endlich vermissen wir, da der hier calculierte Rohzucker auf 4 Mt. Credit verkauft wird, die Berücksichtigung des dadurch entstehenden Zinsverlustes; vielleicht ist aber auch er in jenen 35 Nkr. kleine Spesen pr. 100 ℔ Rüben enthalten. Die Verpackung wird besonders berechnet, erscheint also mit Recht nicht in der Calculatur.

3) Preisparitäten. Feste Zahlen. Calculationstabellen.

§. 464. Wenn man die Preise einer und derselben Waare an verschiedenen Orten mit einander vergleicht, so ermittelt man die sogenannten Preisparitäten. Man kann hierbei unterscheiden: 1) die Geldarten der einzelnen Plätze sind gleich, aber Mafs oder Gewicht sind verschieden; 2) die Geldarten sind verschieden, Mafs oder Gewicht sind gleich; 3) Geldarten und Mafs (oder Gewicht) sind verschieden. Im ersten Falle wird die Preisparität sofort dadurch ermittelt, dafs man den Preis des fremden in den des eigenen Ortes nach den beiderseitigen Mafs- oder Gewichts Verhältnissen verwandelt, wobei man entweder feste Verhältniszahlen (§. 441) oder die wahre Gröfse der Mafse (der Gewichte) anwendet und der bequemen Benutzung der Preisparitäten wegen, den Preis des fremden Ortes = 1 setzt. Z. B. Wenn 1 preufs. Scheffel (von 54,96 Liter) 1 ℛ︀ kostet, welchen Preis giebt dies für den sächsischen Scheffel (von 103,83 L.) und für den hannoverschen Himten (von 31,152 L.)?

sächs. Scheffel	hannov. Himten
54,96 : 103,83 = 1 ℛ︀ : x	54,96 : 31,152 = 1 ℛ︀ : x
x = 1,889 ℛ︀	x = 0,567 ℛ︀.

So viel mal dann 1 preufs. Sch. einen Thaler kostet, so viel mal hat man diese Resultate zu nehmen, um den Preis von 1 sächs. Scheffel (von 1 hannov. Himten) zu finden.

Im zweiten und dritten Falle kann von einer festen Preisparität nicht die Rede sein, weil das Werthverhältnis der Geldsorten der fremden Orte und des eigenen Ortes kein beständiges ist. Man könnte zwar die beiderseitigen münzgesetzlichen Bestimmungen be-

nutzen, aber diese sind doch nicht maſsgebend für den Handel, der seine Berechnungen, sehr wenige Fälle ausgenommen, auf die Wechselcourse zu gründen hat. Endlich kommen aber, und zwar auch schon für den ersten Fall, die usanzmäſsigen Abzüge am Maſse oder Gewichte, und am Betrage, so wie die Spesen in Betracht, auf deren groſse Verschiedenheit wir bereits in §. 446 ff. aufmerksam gemacht haben. An die Stelle der einfachen Preisparitäten treten daher zweckmäſsiger zunächst die sogenannten festen Zahlen (§. 465) und dann die Calculationstabellen (§. 466). Beide dienen dazu, bei wiederholten Beziehungen einer und derselben Waare von einem und demselben Orte die wiederholte Calculatur überflüssig zu machen, hauptsächlich aber, im voraus den Preis einer Waare am Bestimmungsorte festzustellen unter Berücksichtigung der Veränderungen, welche die beiden wichtigsten Factoren desselben, der Preis am Bezugsorte und der Wechselcours erlitten haben.

§. 465. Behufs der Aufsuchung einer festen Zahl hat man, wie bei den zusammengesetzten Calculaturen, die Spesen in Werth- und Gewichts-Spesen zu scheiden. Nur die erstern kann man, da sie mit dem Preise und dem Course steigen und fallen (weshalb sie auch proportionierte Spesen genannt werden), in den zu bildenden Kettensatz aufnehmen, während die Gewichtsspesen, worunter alle übrigen vom Werthe und Course unabhängigen (unproportionierten) Spesen begriffen sind, aus demselben weggelassen werden müssen. Nehmen wir die S. 454 befindliche Calculatur zur Hand, so finden wir, daſs folgende Spesen sich auf den Werth beziehen:

Ausgangszoll und Consulatgebühr	*Rs.* 390500.
Einkaufscourtage	„ 17750.
Einkaufscommission	„ 120907.
Commission und Courtage für den Rembours . . .	„ 90128.
	Rs. 619285.
à 27 3/8 *d.* und 12 *f.* . .	*f.* 847. 64.
Deckungscourt., Seeassec. und Acceptprov. in London	„ 164. 32.
Feuerassecuranz, Zinsverlust u. s. w.	„ 377. 60.
	f. 1389. 56.

Sie lasten auf *Rs.* 1 : 250 $ 000 oder (à 27 3/8 *d.* und 12 *f.*) auf *f.* 4859. 06. und geben:

$$4859 : 100 = 1389{,}56 : x$$
$$x = 28{,}598\ \%.$$

Als Gewichtsspesen können angesehen werden:

100 Säcke und Transport, *Rs.* 72000. —. à $27\frac{3}{8}$ und 12	*f.*	98. 55.
Fracht und Primage	„	294. 13.
Die noch nicht aufgeführten Spesen	„	71. 90.
	f.	464. 58.

auf netto 7139 *K°*, also auf $\frac{1}{2}$ *K°* netto 3,26 *c.*

Die für Beziehungen von Caffee von Rio-Janeiro nach Amsterdam zu benutzende feste Zahl findet sich nun durch folgenden Ansatz, in welchem *P* den Preis in Rio, *c* den Cours von Rio auf London und *C* den Cours von Amsterdam auf London bezeichnet:

x *Cents*	= $\frac{1}{2}$ *K°*
7139	= 500 @
1	= *P* Reïs
1000	= *c Pence*
240	= *C f.*
1	= 100 *Cents*
100	= 128,598 *Cents* mit Werthspesen

x = 0,00001877.

Dieser Bruch multipliciert mit $P \times c \times C$, giebt den Preis von $\frac{1}{2}$ *K°*, ohne Gewichtsspesen, welche mit 3,26 *c.* hinzuzufügen sind.

Multiplicieren wir daher diesen Bruch mit:

$7100 \times 27\frac{3}{8} \times 12$, so erhalten wir	43,77 *c.*
dazu Gewichtsspesen	3,26 „
demnach kostet $\frac{1}{2}$ *K°* in Rotterdam	47,03 *c.*,

welches Resultat von dem S. 454 ermittelten nur um 0,01 *c.* abweicht.

Auf demselben Wege läfst sich auch der Einflufs ermitteln, welchen eine Veränderung des Preises der Waare am Einkaufsorte sowie des Wechselcourses auf den Preis am Bestimmungsorte üben.

In obigem Falle giebt ein Einkaufspreis von 7100 Reïs, bei einem Wechselcourse von Rio auf London von $27\frac{3}{8}$ *d.* und einem solchen von 12 *f* für die Rimesse von Rotterdam an London einen Preis von 43,77 *c.* in Rotterdam, excl. Gewichtsspesen. Wir wollen nun ermitteln, welcher Einflufs auf den Preis in Rotterdam geübt wird durch eine Veränderung des Preises am Einkaufsorte um 100 Reïs, des Courses von Rio auf London um 1 *d.* und des Rotterdam-Londoner Courses um $\frac{1}{16}$ *f.*

Wir thun dies mittelst einer Division von 43,77 durch 71, $27\frac{3}{8}$ und 192 und finden folgende Quotienten:

0,616; 1,599; 0,228.

Demnach ändert sich der Preis in Rotterdam um

0,616 *c.* durch eine Veränderung des Einkaufspreises um 100 Reïs;

1,599 *c.* durch eine Veränderung des Courses von Rio auf London um 1 *d.*;
0,228 *c.* durch eine Veränderung des Rotterdam-Londoner Courses um $^1/_{16}$ *f.*

Wäre also der Preis in Rio auf 7200 Reïs, und der Cours von Rio auf London auf $28^3/_8$ *d.* gestiegen, der Rotterdam-Londoner Cours dagegen auf 11 *f.* $93^3/_4$ *c.* gefallen, so würde sich der Preis in Rotterdam gestalten wie folgt:

	43,77 *c.*	Preis wie oben,
+	0,616 „	Betrag der Preiserhöhung um 100 Reïs,
+	1,599 „	Betrag der Courserhöhung um 1 *d.*
	45,985 *c.*	
÷	0,228 „	Betrag der Coursverminderung um $^1/_{16}$ *f.*
	45,757 *c.*	Preis in Rotterdam, excl. der Gewichtsspesen.

Die Veränderungen, die sich auch hinsichtlich der Gewichtsspesen ereignen können, bleiben hierbei freilich gänzlich unberücksichtigt; sie sind aber auch in der Regel so unbedeutend, dafs sie einen wesentlichen Einflufs auf den Preis auszuüben nicht vermögen. Nur die Schiffsfracht möchte hiervon auszunehmen sein, da ihre Sätze bedeutenden Schwankungen unterliegen. Es würde also zu zeigen sein, wie der Einflufs zu berechnen ist, den eine Veränderung des Frachtsatzes auf den Preis ausübt.

Die Fracht à 3 £ mit 5 % Primage, giebt pr. $^1/_2$ *K*°. netto:

x = $^1/_2$ *K*°. netto
97 = 100 *K*°. btto
736 = 1660 ℔ engl.
2240 = 60 *s.*
20 = 12 *f.*
100 = 105 „ mit Primage
x = 1,96 *c.*

60 *s.* geben also 1,96 *c*, daher giebt jeder Schilling Veränderung an der Fracht = $\frac{1,96}{60}$ = 0,033 *c.* Veränderung am Preise in Rotterdam.

§. 466. Die Calculationstabellen zeigen ohne weitere Berechnung, wie hoch eine Waare von auswärts unter Voraussetzung eines gewissen Preises und Courses mit allen Spesen zu stehen kommt. Die Ausarbeitung solcher Tabellen läfst sich auf doppelte Weise machen, je nachdem man dabei eine einzige Calculatur oder vier Calculaturen zu Grunde legt. Wir wählen das letztere Verfahren, weil es das leichter verständliche ist, während das erstere allerdings etwas schneller zum Ziele führt. Die Brauchbarkeit solcher Tabellen für die Praxis ist übrigens Veranlassung, dafs dergleichen für die bedeutendsten Handelsplätze durch den Druck veröffentlicht worden sind.*)

*) So z. B. für Hamburg von Meeden, für Stettin von Baatsch, für London u. s. w. von Weller, für Havre und andere Plätze (unter dem Titel *Commerce du Globe*) von Müller u. s. w.

Calculation und Calculationstabelle über Südsee-Thran von New York nach Bremen,

zum Preise von 30 u. 40 *c.* und zum Course von 75 u. 80 *c.**), beides um 1 *c.* steigend.

	à 30 *c.* pr. Gallon.				à 40 *c.* pr. Gallon.			
	à 80 *c.*		à 75 *c.*		à 80 *c.*		à 75 *c.*	
10 Fässer, netto 1496 Gallons $	448	80	$ 448	80	$ 598	40	$ 598	40
Fuhrlohn u. Verschiffungsspesen ,,	3	75	,, 3	75	,, 3	75	,, 3	75
$	452	55	$ 452	55	$ 602	15	$ 602	15
Einkaufscommission 2 ½ % . ,,	11	31	,, 11	31	,, 15	05	,, 15	05
$	463	86	$ 463	86	$ 617	20	$ 617	20
Commission u. Courtage für den Rembours 1 ⅜ % (98⅝ = 1⅜) ,,	6	47	,, 6	47	,, 8	60	,, 8	60
$	470	33	$ 470	33	$ 625	80	$ 625	80
Trassiert 60 T. Sicht . Ld'or. ß	587	66	ß 627	9	ß 782	18	ß 834	29
Assecuranz à 1 ¾ % u. Police ,,	11	12	,, 12	3	,, 14	48	,, 15	39
Eingangszoll ,,	4	31	,, 4	50	,, 5	54	,, 6	7
Fracht, 1533 Gall. à 3 *c.* $ 46. —. Primage 5 % . . . ,, 2. 30. $ 48. 30. à ß 1 ⅓ . . ß 64. 29. Div. Spesen b. Empfang, à 60 *gt.* pr. Faſs ,, 8. 24. Courtage à 6 *gt.* pr. Tonne ,, 3. 60. ,,	76	41	,, 76	41	,, 76	41	,, 76	41
Ld'or. ß	680	6	ß 720	31	ß 879	17	ß 932	44
Zinsverlust auf 3 Mt. 1 ¼ %, Commission 1 %, Delcredere 2 % } 4 ¼ % (95¾ = 4¼)	30	13	,, 31	70	,, 39	1	,, 41	28
Ld'or. ß	710	19	ß 752	29	ß 918	18	ß 974	—
Netto 1496 Gallons, à 32 ½ Gall. pr. T°, liefern in Bremen 46 T° Demnach kommt die Tonne aus:								
à 30 *c.*, z. Cours v. 80 . . ß 15. 32. ß	710	32						
,, 30 ,, ,, ,, ,, 75 . . ,, 16. 26.			ß 752	44				
,, 40 ,, ,, ,, ,, 80 . . ,, 19. 69.					ß 918	6		
,, 40 ,, ,, ,, ,, 75 . . ,, 21. 12.							ß 973	48

*) Der gegenwärtige Stand des Wechselcourses von New York auf Bremen ist zwar ein ganz anderer als der in diesem Beispiele angenommene; weil aber auch der Preis der Waare selbst unter dem Einflusse des Wechselcourses steht, d. h. um so höher geht, je ungünstiger für den Bezugsort

Auf Grund dieser vierfachen Calculatur fertigt man nun die nachstehende Calculationstabelle, indem man dabei folgendermafsen verfährt:

Mit den oben gefundenen vier verschiedenen Preisen füllt man zuvörderst die vier Ecken der Tabelle aus*). Hierauf sucht man den Unterschied zwischen dem Preise von 30 *c.* und 40 *c.* zum niedrigsten Course (80) : 19 69 *minus* 15. 32 = 4. 37. Dieser Unterschied wird durch den Unterschied der Preise (40 *minus* 30) = 10 getheilt, und es ergiebt 1 *c.* Preisunterschied = 32 $^1/_2$ *gt.* Derselbe wird zuerst zu 15. 32., und sodann immer wieder zu der erhaltenen Summe addiert, wobei man abwechselnd 32 und 33 rechnet, so dafs man zuletzt 19. 69 erhält. Ebenso verfährt man mit dem Preise von 30 und 40 *c.* zum höchsten Course (75) : 21. 12 *minus* 16. 26 = 4. 58, div. durch 10 = 34 $^3/_5$. Diese Differenz, die man abwechselnd zu 34 und 35 annimmt, zu 16. 26 u. s. w. addiert, giebt zuletzt 21. 12. Auf diese Weise sind nun die erste und die letzte der senkrecht herabgehenden Columnen ausgefüllt, und somit weifs man, wie die Tonne zu jedem der Preise von 30 bis 40 *c.* zu dem niedrigsten (80), wie zu dem höchsten Course (75) auskommt.

Hierauf subtrahiert man den in der Courscolumne 80 stehenden Preis (15. 32.) von dem in der Courscolumne 75 stehenden Preise (16. 26.) und theilt den Rest (66 *gt.*) durch (80 ÷ 75) 5. Den Quotienten (13 $^1/_5$) fügt man alsdann zu 15. 32., und hierauf immer wieder zu der erhaltenen Summe, wodurch endlich 16. 26. gefunden wird. In derselben Weise verfährt man mit jeder der noch übrigen Columnen, bis endlich auf diese Weise die ganze Tabelle ausgefüllt ist.

Diese Tabelle zeigt nun z. B., dafs bei einem Preise von 35 *c* und be einem Course von 77 *c.* die Tonne Thran in Bremen auf 18 ℔ 24 *gt.* zu stehen kommt.

Preise in New York.	Course auf Bremen in New York.						Diff.
	80 *c.*	79 *c.*	78 *c.*	77 *c.*	76 *c.*	75 *c.*	
30 *c.*	**15. 32.**	15. 45.	15. 58.	16. —.	16. 13.	**16. 26.**	13 $^1/_5$
31 *c.*	15. 65.	16. 7.	16. 20.	16. 34.	16. 47.	16. 61.	13 $^3/_5$
32 *c.*	16. 25.	16. 39.	16. 53.	16. 67.	17. 9.	17. 23.	14
33 *c.*	16. 58.	17. —.	17. 15.	17. 29.	17. 43.	17. 58.	14 $^2/_5$
34 *c.*	17. 18.	17. 33.	17. 47.	17. 62.	18. 4.	18. 20.	14 $^4/_5$
35 *c.*	17. 51.	17. 66.	18. 9.	18. 24.	18. 40.	18. 55.	15 $^1/_5$
36 *c.*	18. 11.	18. 27.	18. 42.	18. 58.	19. 2.	19. 18.	15 $^4/_5$
37 *c.*	18. 44.	18. 60.	19. 4.	19. 20.	19. 36.	19. 52.	16
38 *c.*	19. 4.	19. 21.	19. 37.	19. 54.	19. 70.	20. 15.	16 $^3/_5$
39 *c.*	19. 37.	19. 54.	19. 71.	20. 15.	20. 32.	20. 49.	16 $^4/_5$
40 *c.*	**19. 69.**	20. 14.	20. 32.	20. 50.	20. 67.	**21. 12.**	17 $^2/_5$
Diff. 32 $^1/_2$						Diff. 34 $^3/_5$	

sich der Wechselcours gestaltet, so haben wir, von einer Ausführung der Calculation auf veränderten Grundlagen abgesehen.

*) Diese Preise sind in der Tabelle mit gröfserer Schrift gedruckt.

Der Einflufs, den eine Veränderung des Frachtsatzes auf den Preis dieses Artikels in Bremen äufsert, wird durch folgende Berechnung bestimmt:

$$
\begin{aligned}
x\ gt. &= 32\tfrac{1}{2}\ \text{Gallons} \\
1 &= 1\ c. \\
100 &= 1\tfrac{1}{3}\ \text{ß} \\
100 &= 105\ \text{ß mit Primage} \\
1 &= 72\ gt. \\
\hline
x &= 32{,}76\ gt.
\end{aligned}
$$

Demnach bewirkt die Veränderung von einem Cent an der Fracht eine Veränderung von $32\frac{3}{4}$ *gt.* an dem Preise einer Tonne in Bremen.

§. 467. Uebungsaufgaben (zu §. 465 und §. 466).

1392) Welcher Einkaufspreis in Buenos Ayres in span. Piastern für 1 *Arroba* Talg entspricht einem Kostenpreise in Havre von 50 *Fr.* 60 *c.* pr. 50 *K°* unversteuert, wenn die Spesen in Buenos Ayres 18 %, diejenigen in Havre $4\frac{1}{2}$ % und 3 *Fr.* 40 *c.* pr. 50 *K°* betragen, und wenn der Wechselcours auf Paris 87 (*Fr.* = 1 *Onza* von 17 $) gerechnet wird? (1 @ = $11\frac{1}{4}$ *K°*)

1393) Welche feste Zahl ergiebt sich für die Beziehung von Caffee von Rotterdam nach Leipzig, auf Grund einer Calculatur von b^tto^ 6101 *K°* mit 3 % Tara à $45\frac{1}{2}$ *c.* pr. $\frac{1}{2}$ *K°*, wenn 1 % Auctionskosten, $\frac{1}{2}$ % Courtage (vom Betrage der Waare ohne Auctionskosten), div. Kosten 15 *f.* 50 *c.* und $1\frac{1}{2}$ % Commission gerechnet sind und à 143 remittiert ist; wenn der Facturabetrag mit $\frac{3}{8}$ % gegen Seegefahr versichert ist, die sämtlichen übrigen Spesen incl. Eingangszoll ß 697. 20. betragen, und die Waare ein Nettogewicht von 12064 ℔ geliefert hat?

1394) Eine Partie Manzanillo-Cedernholz von New York bezogen, gewogen 42000 ℔, wird in Bremen à $2\frac{7}{8}$ ß pr. 100 ℔ verkauft. Mit deren Beziehung und Verkaufe sind folgende Spesen verbunden gewesen: Fracht von New York à 2 £ pr. *Ton* von 2040 Bremer Pfund mit 5 % Primage, in Louisd'orthaler à 616 reduciert; Assecuranz auf Ldß 950. —. à $1\frac{1}{4}$ %, Police und Stempel 36 *gt.*; Kahnfracht und Pferdegeld 21 ß; Aufsetzen, Fuhrlohn, Wiegen, Lagern und Abliefern 36 ß 48 *gt.*; Lagermiethe und Feuerassecuranz 31 ß 36 *gt.*; Courtage und Wechselstempel 6 ß 51 *gt.*; Commission und Delcredere 3 %. — 1) Welchem Preise in New York pr. 1000 span. Kubikfufs frei am Bord entspricht das Verkaufsproduct in

Bremen, den Cours von New York auf Bremen à 79*) (*c.* pr. 1 Ld ℔) angenommen und 3 1/2 ℔ in Bremen = 1 span. Kubikfufs gerechnet? 2) Welchem Preise ab Manzanillo entspricht dasselbe, angenommen dafs die Fracht von Manzanillo nach Bremen nicht unter 3 £ pr. *Ton* bedungen werden kann?

1395) Hamburg hat von Charleston bezogen 100 Tonnen Reis, b^tto 77500 ℔, T^a 7800 ℔, à 4 $ pr. 100 ℔. Kosten in Charleston: 100 Tonnen à 50 *c.*, Böttcherlohn und Füllen $ 20. 40., Werftgeld $ 4. 8., Fuhrlohn à 10 *c.* pr. Tonne, Wagegeld 6 1/4 *c.* pr. Tonne, Courtage 6 1/4 *c.* pr. do., Probebüchsen $ 4. —., Porto und sonstige Spesen $ 10. 6.; Einkaufscommission 2 1/2 %. Vom Ganzen: 1 1/2 % (im Hundert) Commission und Courtage für den Rembours. Der Facturabetrag wird trassiert à 35*) (*c.* = 1 ℳ *Bº*). Kosten in Hamburg: Assecuranz auf *Bℳ*. 9500. —. à 2 %, Courtage 1/4 % Cour., Policenstempel *Crt*. 5. —., in Banco à 25 %; Fracht à 35 *s.* pr. *Ton* von 2240 ℔ und 5 % Primage, in Banco à 13 ℳ 8 β; Courtage 1 β Cour. pr. Tonne; Everführer, Arbeitslohn und kleine Kosten *Crt*. 141. 12. Lagermiethe *Crt*. 47. 8., in Banco à 25 %. Vom Ganzen: Eingangszoll 1/2 %, Feuerassecuranz 1/12 %, Decort 1 %, Commission 3 % (im Hundert). Die Gewichtsreduction erfolgt nach dem Verhältnisse: 100 ℔ in Charleston = 91 ℔ in Hamburg, und von dem so ermittelten Bruttogewicht sind in Abrechnung zu bringen: 1 % Gutgewicht, 7760 ℔ Tara im Ganzen und 4 ℔ Sopratara pr. Tonne.

a) Wie hoch beläuft sich diese Sendung mit allen Kosten? *b*) Wie hoch calculieren sich die 100 ℔ netto Hamb. Gewicht? *c*) Wieviel Procent betragen die Werthspesen? *d*) Wieviel betragen die Gewichtsspesen per 100 ℔ netto Hamb. Gewicht? *e*) Welche feste Zahl ergiebt sich für die Beziehung von Reis von Charleston nach Hamburg? *f*) Welchen Einflufs auf den Hamburger Preis äufsert jede Veränderung: 1) am Preise um 1/4 $, 2) am Course um 1 *c.*, 3) an der Fracht um 1 *s.*?

1396) Leipzig hat einen von seinem Agenten in Paris erhaltenen Auftrag auf Flanelle auszuführen und zwar:

6 St.	№ 1	ca. 150	*aunes*	à 3 *Fr.*	—	*c.*
12 „	„ 2	„ 300	„	„ 2	„ 80	„
12 „	„ 3	„ 300	„	„ 2	„ 50	„

mit 6 % Sconto (incl. Emballage) franco Havre zu liefern, zahlbar bei Ankunft der Waare in Havre gegen 3 Monat-Tratten auf Paris. Die Waare ist franco Leipzig in Gutengroschen pr. Leipziger Elle (von 56 1/2 Centim.) mit 2 % Discont (Agio) pr. contant bei dem Fabrikanten zu bestellen, die Emballage hat Leipzig mit 3 1/2 ℔, die Fracht nach Havre von 2 1/2 *Ctr.* mit 72 *ngr.* pr. *Ctr.*, die Zinsen

*) Vgl. die Anmerkung auf S. 484.

von 4 Monat (bis zum Verfall der Tratten) à 6 % pr. Jahr mit 2 % in Anschlag zu bringen, der Agent in Paris erhält 3 % Provision vom Netto-Betrag der Factur. Wenn nun Leipzig 6 % gewinnen will, wieviel Gutegroschen pr. Leipz. Elle kann es für jede der 3 Gattungen bewilligen, den Cours auf Paris à 79½ angenommen? (1 *aune* = 120 Centimeter.)

Nachtrag.

Berechnung des Spiritus und des Getreides.

§. 468. Eigenthümlicher Art sind die Normierungen der Preise von Spiritus und von Getreide. Ist man auch in der neuern Zeit vielfältig bemüht, eine Uebereinstimmung in den von einander sehr abweichenden Usanzen herbeizuführen, welche beim Handel mit diesen Producten auf den einzelnen Hauptplätzen beobachtet werden, so haben doch diese Bestrebungen noch keinen allgemeinen Erfolg gehabt. Wir stellen daher im Nachfolgenden das Wichtigste jener auf die Preisbestimmung sich beziehenden Usanzen, wie sie gegenwärtig bestehen, zusammen.

a) Spiritus.

Die Qualität des Spiritus (des Alkohols) wird in Procenten ausgedrückt, welche man mittelst des Alkoholometers oder Spiritusmessers bestimmt, dessen Eintheilung (Scala) indes nicht überall gleich ist. In Deutschland ist die Tralles'sche Scala, basiert auf 100 Volumen- oder Raum-Theile, die üblichste, hier und da, so z. B. im Königreich Sachsen, gesetzlich gebotene. Nach ihr bedeutet z. B. Spiritus von 70 % eine Qualität von 70 Raumtheilen (Quart, Kannen u. s. w.) reinen Spiritus und 30 Raumtheilen (Quart, Kannen u. s. w.) Wasser. Aufser diesem Alkoholometer, der mit dem in Frankreich üblichen von *Gay-Lussac* auf einem Principe ruht, kommen in Deutschland hier und da noch einige andere in Anwendung, deren Scalen jedoch in eine willkürliche Anzahl ungleich grofser Theile getheilt sind. Wir nennen zuerst den Richter'schen, der auf 100 Gewichtstheile (Gewichtsprocente) basiert ist, ferner den von Beck, der sich in Bayern findet, den Baumé'schen in Oesterreich (mit dem später zu erwähnenden von *Cartier* in Frankreich ziemlich übereinstimmend), endlich den von Stoppani. Die Vergleichung dieser Scalen läfst sich nicht durch Rechnung, sondern nur auf dem Wege praktischer Versuche bewirken, aus welchem Grunde man auch Alkoholometer hat, auf denen verschiedene Scalen aufgetragen sind. Hier mögen nur einige (praktische) Verhältnisangaben Platz finden:

Tralles	Richter	Beck	Baumé	Stoppani
54 % =	40 % =	14 Grad =	21 Gr. =	41 Gr.
80 % =	69 % =	27 „ =	32 „ =	70 „
90 % =	82 % =	34 „ =	38 „ =	82 „

Obwohl die Benennungen „Procente“ und „Grade“ sehr häufig gleichbedeutend gebraucht werden, so sollte erstere doch nur für die Gehaltsbestimmungen nach den 100theiligen Scalen gelten.

Die Bestimmung der Stärke des Spiritus kann nicht ohne Rücksicht auf die Temperatur geschehen, bei welcher sie erfolgt. Für eine jede Scala mufs daher bekannt sein, bei welcher Temperatur sie verfertigt worden ist. Die Tralles'sche Scala ist auf $12^1/_2$ (richtiger $12^4/_9$) Grad Réaumur gegründet, und der mit ihr gemessene Spiritus hat nur dann die von der Scala abzulesende Stärke, wenn der (mit der Scala verbundene) Thermometer die Normaltemperatur $12^4/_9$ Grad Réaumur angiebt. Ist die Temperatur des Spiritus niedriger, so ist der Spiritus stärker, ist sie höher, so ist er schwächer als der Alkoholometer angiebt. Man unterscheidet daher die scheinbare Stärke (die scheinbaren Procente) von der wahren Stärke (den wirklichen Procenten). So ist z. B. 80 % Spiritus bei + 7 Grad Réaumur = 82 %, bei + 20 Grad Réaumur = 77,2 %. Man hat für die in Folge dessen nöthigen Reductionen besondere Tabellen*). — Weil man ferner nicht immer in der Lage ist, eine gegebene Mafs-Quantität Spiritus nachzumessen, so hat man auch Tabellen construiert, mittelst deren sich sofort jede beliebige Mafs-Quantität Spiritus durch das Gewicht auf das genaueste bestimmen läfst.**)

Die Preise des Spiritus beziehen sich immer auf eine Waare von einem bestimmten Gehalt, der aber freilich nicht überall derselbe ist, auch verstehen sie sich nicht überall für dasselbe Quantum. Wie wir indes schon oben angedeutet haben, sind diese Verschiedenheiten in der neuern Zeit, in Betreff mehrerer Plätze, durch gemeinsame Uebereinkunft beseitigt worden, und so können wir jetzt zusammenfassen:

Berlin, Breslau, Danzig, Köln, Königsberg, Leipzig, Magdeburg, Stettin, Posen.

Diese Plätze notieren den Preis des Spiritus für 100 preufs. Quart à 80 % Tralles, oder für 8000 %, in Thalern des 30 ₰-Fufses, theils mit, theils ohne Fafs.***)

Dresden notiert pr. Eimer von 72 Dresd. Kannen à 80 % Tralles. (Man rechnet usanzmäfsig 6 Kannen = 5 preufs. Quart, daraus ergiebt sich die Dresdner Notierung = 4800 Berl. Procent.)

Andere norddeutsche, auch einige süddeutsche Plätze bedienen sich im auswärtigen Verkehr der obigen Notierungen, im Platzverkehr aber gelten andere Usanzen. Wir führen die hauptsächlichsten derselben an.

Hamburg: Thaler Hamb. Cour. pr. Oxhoft von 30 Viertel = 192 preufs. Quart für rohe Waare à 80 %, und für rectificierte Waare à 90 %, also für (192 × 80 =) 15360 % und für (192 × 90 =) 17280 %. (1 ₰ Hamb. Cour. = 3 ℳ Hamb. Cour., und 127 ℳ *Ct.* = 100 ℳ *B°* fest.)

Hannover: Thaler im 30 ₰-Fufse pr. 240 Quartier (= 204 preufs. Quart) à 80 %, also pr. 19200 hannöversche oder 16320 Berl. Procent.

*) Solche sind z. B. veröffentlicht von der k. sächsischen Normalaichungs-Commission in Verbindung mit einer Anweisung zu dem Gebrauche der Alkoholometer. Dresden, 1861.

**) Francke, A., Alkoholometrische Tafeln zur Reduction der spirituösen Flüssigkeiten von Gewicht auf Gemäfs und von Gemäfs auf Gewicht. 2. Aufl. Braunschweig, 1859.

***) 80 % Spiritus führt auch den Namen roher, 90 % den Namen rectificierter Spiritus. Eine frühere Notierung für 180 Quart kommt wohl auch jetzt noch vor, dann hat man 180 × 80 = 14400 %, 180 × 90 = 16200 %. — Die Leipziger Productenbörse giebt den Preis des Spiritus für $122^2/_5$ Dresdener Kannen oder für $1^2/_3$ Eimer $2^2/_3$ Kannen. Diese Notierung ist aber vollkommen = 100 Quart à 80 % = 8000 %.

Braunschweig: Thaler im 30 ß-Fuſse pr. 240 Quartier (= $196^3/_{10}$ preuſs. Quart) à 80 %, also pr. 19200 braunschw. oder 15704 Berl. Procent.

Bremen: Thaler Gold pr. Oxhoft von 30 Viertel (= 185,68 preuſs. Quart).

Lübeck: Thaler lüb. Cour. (à 3 ℳ) pr. Faſs von 30 Viertel (= $190^1/_2$ preuſs. Quart).

Neuſs und Crefeld: Thaler im 30 ß-Fuſse pr. 123 preuſs. Quart à 47 %, also pr. 5781 %

Bayern: Gulden südd. Währung pr. bayerischen Eimer von 60 Maſs (= 56 preuſs. Quart) à 50 % für rohe und 89—90 % für rectificierte Waare, also für (56 × 50 =) 2800 und für (56 × 90 =) 5040 Berl. Procent.

Frankfurt a. M. pr. 160 Liter 50 % Tralles, in Gulden S. W. (S. auch Mainz und Worms.)

Mainz und Worms: Gulden S. W. pr. Ohm von 80 hess. Maſs (= 160 *Litres* = à 18,4 preuſs. Quart) 50 % Tralles, also pr. 5920 Berl. Procent.

Kassel: Thaler im 30 ß-Fuſse pr. Ohm von 80 kass. Maſs (= 136,2 preuſs. Quart).

Mannheim: Gulden S. W. pr. Ohm von 100 Maſs (= 150 *Litres* = 131 preuſs. Quart).

Wien und Pest: Neukreuzer österr. Währung für 1 Wiener Eimer von 1 Grad Baumé. Gesetzlicher Bestimmung gemäſs darf aber nicht die Baumé'sche, sondern muſs die Rummler'sche Scala, auf 100 Volumentheile basiert, angewendet werden. Man handelt daher nach letzterer und reduciert den in ihr ausgedrückten Procentgehalt nach 100 % Rummler = 40° Baumé.

In Triest für franz. oder span. Weingeist von 28° nach Baumé pr. Barile von $46^2/_3$ Wiener Maſs; für Mark (d. i. Weingeist aus Weintrebern gewonnen) von 10 Grad, ebenfalls pr. Barile.

Für die Reduction der Berliner u. s. w. Notierung auf die Normen einiger der oben angeführten deutschen Plätze finden wir die festen Zahlen durch folgende Ansätze, in denen P den Berliner Preis, C den Wechselcours bedeutet.

Hamburg (80 %).

x ß *Ct.* = 15360 %
8000 = P ß
C = 300 ℳ *B'*
100 = 127 ℳ *Ct.*
3 = 1 ß

$$x = \frac{243{,}84 \times P.}{C}$$

Hamburg (90 %).

x ß *Ct.* = 17280 %
8000 = P ß
C = 300 ℳ *B'*
100 = 127 ℳ *Ct.*
3 = 1 ß

$$x = \frac{274{,}32 \times P.}{C}$$

Hannover (80 %)

8000 : 16320 = P. : x

x = 2,04 × P*)

Bayern (50 %)

x ƒ. = 2800 %
8000 = P ß
60 = C ƒ.

x = 0,00583 × P × C

Braunschweig (80 %)

8000 : 15704 = P : x

x = 1,963 × P*)

*) Die Uebereinstimmung der Währung dieser Plätze mit der von Berlin rechtfertigt die Weglassung des Courses.

Neufs und Crefeld (47 %).	Frankfurt a. M., Mainz und Worms.
8000 : 5781 = P : x	x fl. = 5920 %
x = 0,722625 × P	8000 = P Thlr.
	60 = C fl.
	x = 0,0123 × P × C

Der Berliner Preis von 14 Thlr. für 8000 % giebt also in Hamburg beim Course von 153 einen Preis von $\left(\frac{243,84 \times 14}{153} =\right)$ 22,31 Thlr. Hamb. Cour., in München beim Course von 105 einen solchen von (0,00583 × 14 × 105) = 8,57 fl. u. s. w.

Bei Aufsuchung der Preisparität zwischen Wien und den Plätzen Berlin (Breslau u. s. w.) kommt neben der Verschiedenheit der Maſse und der Valuten auch die der Scalen in Betracht. Wenn z. B. der Preis von Spiritus in Wien (im Nov. 1863) mit 53 Nkr. österr. Währung notiert ist, wie stellt sich darnach der Preis in Berlin? (100 Quart = 80,93 Wiener Maſs.)

40 Maſs = 53 Nkr.; 80,93 Maſs = 107,25 Nkr. ca. pr. 1 Grad Baumé.
32° Baumé = 80 % Tralles; also 107¼ Nkr. × 32 = 34 fl. 32 Nkr. österr. W.
à 85 (Thlr. pr. 150 fl.) = 19 Thlr. 13½ Sgr.

In Frankreich theilt man die *eaux-de-vie* (Branntweine) in *simples* und *doubles (rectifiées)* und unterscheidet dabei zwei Proben: *preuve de Hollande* und *preuve d'huile.* Erstere bezeichnet 19 Grad *Cartier* *) oder 49,1 % nach dem 100theiligen Alkoholometer von *Gay-Lussac*; letztere 23 Grad *Cartier* oder 61,5 *Gay-Lussac.* Die *eaux-de-vie* von 22 Grad *Cartier* und darüber führen den Namen *esprits* (Spiritus).

Den Gehalt einer gegebenen Quantität *eau-de-vie* bezeichnet man durch das Verhältnis, in welchem die Waare zu 19 Grad *Cartier* steht in folgender Weise: 5/6 (sprich *cinq six*), 4/5, 3/4, 2/3, 3/5, 5/9, 6/11, 3/6, 3/7 und 3/8. Diese Bezeichnungen geben an, wieviel Wasser man zu dem gegebenen Quantum *eau-de-vie* hinzusetzen mufs, um 19 Grad *Cartier* zu erhalten, oder bis zu welchem Gewicht an *esprit* man durch Destillation ein gewisses Gewicht *eau-de-vie* von 19 Grad reduciert hat. Z. B. 2000 *Ko. esprit* 5/6 bedeutet: Um hieraus 19 Grad *Cart.* zu erhalten, mufs man 1/6 zu 5/6, d. i. 1/5 aus dem gegebenen Quantum an Wasser zusetzen, also 400 *Ko.* Oder: 2000 *Ko. esprit* 5/6 sind 5/6 eines Quantums *eau-de-vie* à 19 Grad, das ganze Quantum ist also 2400 *Ko.* à 19 Grad. Von diesen Bezeichnungen ist indes nur noch 3/6 oder 36 Grad *Cartier* gebräuchlich**), und auf sie beziehen sich die Preisnotierungen, welche sich für den *Hectolitre* verstehen. Für jeden Grad über 36 Grad *Cartier (surforce)* werden 2 % vergütet, für jeden Grad unter 36 Grad *Cartier (faiblesse)* werden 2½ % *(réfaction)* in Abzug gebracht. — Die Preise des Spiritus werden jetzt in Frankreich wohl allgemein pr. *Hectolitre* notiert (früher nicht, so z. B. in Bordeaux und Bayonne pr. *Velte* von 7,6 *Litres*; in Montpellier pr. *Velte* von 7,4125 *Litres*).

*) Obgleich der 100theilige Alkoholometer von *Gay-Lussac* in Frankreich beim Steuerwesen die gesetzliche Norm bildet, so wird doch der von *Cartier* besonders beim Handel mit *esprit* noch immer angewendet. Nach ihm wird reiner Alkohel mit 44,2 Grad bezeichnet. Zur Vergleichung beider Scalen giebt es gedruckte Tabellen.

**) Sie ist so gebräuchlich, dafs man Sprit überhaupt mit 3/6 bezeichnet, so sagt man z. B. *il fait en* 3/6 *(trois six)*, er macht Geschäfte in Spiritus. — 36 ° *Cartier* ist ca. 90 % *Tralles.*

In Antwerpen versteht sich der Spirituspreis pr. *Aime* (Aam, Ahm) von 100 *Pots* (= 142,19 *Litres*); in Amsterdam: in Gulden pr. *Vat* (*Hectolitre*) von 100 Kannen (*Litres*) für Genever (Wachholderbranntwein); man unterscheidet Amsterdamer, amerikanische und Londoner Probe, die nach niederl. Hydrometer 100, 104, 112 oder = $51\frac{1}{2}$, 53, $57\frac{1}{2}$ Tralles. (Der Preis des Arac versteht sich dagegen für 563 *Litres*, der des Rum für 39 *Litres* in Gulden.)

Die Bezeichnung der Stärke der geistigen Flüssigkeiten in England ist eine eigenthümliche. Man vergleicht diese Flüssigkeiten mit dem als normal angenommenen Weingeist von 0,918633 spec. Gew. bei $+ 60^0$ Fahrenheit (d. i. $14\frac{4}{9}{}^0$ Réaumur), „*proof spirit*" oder „*standard proof*" genannt, wonach gesetzlich die Steuer berechnet wird, und drückt die Stärke eines Branntweins oder Sprits durch die Quantität Wasser in Procenten seines Volumens aus, welche diesem Branntwein oder Sprit zugefügt (*over proof*) oder entzogen (*under proof*) werden müssen, um ihn in *proof spirit* zu verwandeln. Ein Spiritus „17^0 *under proof*" ist demnach ein solcher, welchem 17 % Wasser entzogen werden mufs, damit er Weingeist von 0,918633 spec. Gew. werde etc. (Spiritus von 0,9186 . . . entspricht ziemlich genau 58 % Tralles.) Der Preis wird für das *Imperial Gallon* (= 4,5434 *Litres*) notiert.

Wir lassen nun noch einige Berechnungen von Spiritus folgen.

1) Was betragen in Berlin 4 Gebinde Spiritus, *Nr.* 1. 500 Quart à 78 %; *Nr.* 2. 400 Qt. à 79 %; *Nr.* 3. 350 Qt. à 82 %; *Nr.* 4. 500 Qt. à $78\frac{1}{2}$ %, à $13\frac{1}{2}$ ℛ pr. 8000 %.

$$\left.\begin{array}{l} Nr.\ 1.\ 500 \times 78 = 39000 \\ \ \ ,,\ 2.\ 400 \times 79 = 31600 \\ \ \ ,,\ 3.\ 350 \times 82 = 28700 \\ \ \ ,,\ 4.\ 500 \times 78\frac{1}{2} = 39250 \end{array}\right\} 138550\ \%$$

$$8000\ \% : 138550\ \% = 13\tfrac{1}{2}\ ℛ : x$$

$$x = 233\ ℛ\ 24\ sgr.$$

2) Wieviel beträgt eine Rechnung über 3 Fässer 95 % Sprit von Breslau aus verladen, deren Mafsinhalt und Gewicht ist wie folgt:

Nr. 1.	$498\frac{1}{2}$ Qt.	B^tto 1093 ℔	T^a $171\frac{1}{2}$ ℔
„ 2.	$472\frac{1}{2}$ „	„ 1031 „	„ 158 „
„ 3.	$496\frac{1}{2}$ „	„ 1078 „	„ 156 „

à $24\frac{2}{3}$ ℛ pr. 16200 % (d. i. pr. 180 Qt. à 90 %) pr. Cassa, ohne Fafs?

Mit obigem Mafsinhalt sind die Fässer spundvoll; so können sie aber nicht versendet werden, der Ausdehnung wegen, welche der Sprit bei steigender Temperatur erfährt, daher werden 3 Quart aus jedem Fasse abgefüllt. Diese Abfüllung mindert den Inhalt von $1467\frac{1}{2}$ Qt. auf $1458\frac{1}{2}$ Qt. Die Berechnung ist nun folgende:

$$1458\tfrac{1}{2} \times 95\ \% = 138557\tfrac{1}{2}\ \%,$$

wofür man 138560 % setzt; dann hat man:

$$16200 : 138560 = 24\tfrac{2}{3}\ ℛ : x$$

$$x = 210\ ℛ\ 29\ sgr.$$

wozu noch 30 ℛ für 3 Fässer à 10 ℛ kommen, die indes, aber nur franco, zurückgesendet werden können.

Die Angabe der Tara scheint überflüssig, sie ist es aber nicht, weil das somit zu findende Nettogewicht zur Bestimmung des Mafsinhalts benutzt wird. (S. weiter oben.)

Es mögen nun noch einige Beispiele für **Mischungen von Spiritus** folgen, auf welche bereits am Schlusse von §. 208 verwiesen worden ist.

1) Man giefst zusammen: 50 Quart Spiritus à 90 %, 45 Quart do. à 80 % und 80 Quart Wasser. Welchen Gehalt hat die Mischung?

$$\begin{array}{rcl} 50 \times 90 & = & 4500\,\% \\ 45 \times 80 & = & 3600\ \text{,,} \\ 80 \times \ \ 0 & = & 0\ \text{,,} \\ \hline 175\ \text{Quart} & = & 8100\,\% \\ 1\ \text{,,} & = & 46^2/_7\,\%. \end{array}$$

2) Wieviel Mafs Wasser sind zu 3 Eimer 17 Maafs bayr. $91^1/_2$ % Spiritus zu giefsen, um diesen auf 90 % zu bringen? (1 Eimer = 60 Mafs.)

$$90 \left\{ \begin{array}{l} 91^1/_2 \\ \\ 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 90 \ = 180 = 60 \\ \\ 1^1/_2 = \ \ 3 = \ 1 \end{array} \qquad \begin{array}{l} 60\ \text{Th.} = 3\ \text{E. } 17\ \text{M., daher} \\ \ \ 1\ \text{,,} \ = 3^{17}/_{60}\ \text{M. Wasser.} \end{array}$$

3) Man braucht 14 Oxhoft 90 % Spiritus, der aus 92 % und $89^1/_2$ % zusammengesetzt werden soll; wieviel ist von jedem zu nehmen?

$$90 \left\{ \begin{array}{l} 92 \\ \\ 89^1/_2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} ^1/_2 = 1 \\ \\ 2 = 4 \end{array} \qquad \begin{array}{l} \text{daher } ^1/_5 \times 14\ \text{Oxh.} = \ \ 2\ \text{Oxh. } 144\ \text{Qt. à } 92\,\% \\ \qquad\ \ ^4/_5 \times 14\ \text{,,} \ = 11\ \text{,,} \ \ 36\ \text{,, à } 89^1/_2\,\%. \end{array}$$

4) Ein Fafs von 450 preufs. Quart Inhalt enthält Branntwein 52 %; wieviel ist davon herauszunehmen und wieviel Wasser ist zuzusetzen, wenn ein Gehalt von 45 % erzeugt werden soll?

$$\begin{array}{lrl} \text{Man hat} \ . \ . & 450\ \text{Qt. à } 52\,\% & = 23400\,\% \\ \text{Man braucht} & 450\ \text{,, ,, } 45\ \text{,,} & = 20250\ \text{,,} \\ \hline \text{Ueberschufs} \ . \ . \ . \ . & & \ \ \ 3150\,\%\ \text{oder } ^{3150}/_{52} = 60^{15}/_{26}\ \text{Qt.} \end{array}$$

Diese $60^{15}/_{26}$ Qt. sind herauszunehmen und durch Wasser zu ersetzen; demnach:

$$\begin{array}{rcl} (450 \div 60^{15}/_{26})\ 389^{11}/_{26}\ \text{Qt. à } 52\,\% & = & 20250\,\% \\ 60^{15}/_{26}\ \text{,, Wasser} & = & 0\ \text{,,} \\ \hline 450\ \ \text{Qt.} & = & 20250\,\% \\ 1\ \ \text{,,} & = & 45\,\%. \end{array}$$

5) Ein Fafs 192 Quart Inhalt ist mit 48 % Branntwein gefüllt gewesen; nach langem Lagern hat sich die Quantität um $11^1/_2$ Qt., der Gehalt auf $43^1/_2$ % vermindert. Es fragt sich nun, wie zu mischen ist, wenn das frühere Verhältnis durch 89 % Spiritus wieder hergestellt werden soll?

Das Fafs enthielt ursprünglich 192 Quart à 48 % oder:

	$92^4/_{25}$	Quart Sprit und	$99^{21}/_{25}$	Qt. Wasser,
welche verwandelt sind in:	$78^{207}/_{400}$	,, ,, ,,	$101^{393}/_{400}$	,, ,,
Es fehlen also . .	$13^{257}/_{400}$	Quart Sprit und	$2^{57}/_{400}$	Qt. Wasser sind zuviel
Ersetzt man die fehlenden $11^1/_2$ Quart mit 89% Sprit, so erhält man	$10^{94}/_{400}$	do. ,,	$1^{106}/_{400}$	do.
Es fehlen also noch	$3^{163}/_{400}$	Qt. Sprit;		
	dagegen sind zuviel . .		$3^{163}/_{400}$	Qt. Wasser.

Wie ist diese Vermehrung an Gehalt und Verminderung an Wasser zu bewerkstelligen?

Durch das Hinzuthun von $11\frac{1}{2}$ Quart à 89 % erhält man folgende Mischung:

Vorhanden waren noch	$78\frac{207}{400}$	Qt. Sp. mit	$101\frac{393}{400}$	Qt. W.
Die $11\frac{1}{2}$ Qt. à 89 % =	$10\frac{94}{400}$	„ „	$1\frac{106}{400}$	„
Das Ganze also =	$88\frac{301}{400}$	Qt. Sp. mit	$103\frac{99}{400}$	Qt. W.

Diese Mischung ist, wie sich durch ein einfaches Regeldetri-Exempel ergiebt, = $46\frac{173}{768}$ % an Gehalt, anstatt 48 %.

Wenn man nun diese neue Mischung mit Sprit zu 89 % so verbinden will, dafs man die verlangte Qualität zu 48 % erhält, so mufs das Mischungsverhältnis folgendermafsen ermittelt werden:

89		68352	1363
48	oder 36864		
$46\frac{173}{768}$		35501	31488
			32851.

Zerlegt man die verlangten 192 Quart nach dem Verhältnisse von 1363 und 31488, so ergeben sich $7\frac{31739}{32851}$ Quart Sprit zu 89 % und $184\frac{1112}{32851}$ Quart à $46\frac{173}{768}$ %; es müssen also $7\frac{31739}{32851}$ oder nahe an 8 Quart der vorhandenen Mischung entfernt, und durch eine gleiche Quantität à 89 % ersetzt werden. Die Probe ergiebt die Richtigkeit dieser Rechnung.

Die Mischung von Spiritus mit Wasser (so wie mit Branntwein von sehr geringem Alkoholgehalt) ist in den Beispielen 1, 2, 4 und 5 so dargestellt, wie sie gewöhnlich beschrieben, auch wohl in der Praxis ausgeführt wird. Dieses Verfahren ist aber ein irriges. Denn wenn Spiritus mit Wasser vermengt wird, so zieht sich der erstere zusammen und die Mischung liefert ein geringeres Volumen, aber einen höhern Gehalt. Das Verhältnis dieser Zusammenziehung ist indes bei jeder Stärke verschieden, und kann nicht durch Rechnung, sondern nur durch praktische Versuche ermittelt werden; man findet aber in Schriften über Branntweinbrennerei, auch in einigen Werken über Chemie, die nöthigen Angaben über diesen Gegenstand. So weifs man z. B., dafs 100 Kannen 80 % Weingeist, wenn vom Wasser getrennt, aus 80 Kannen Weingeist und 22,8 Kannen Wasser bestehen; ferner, 100 Kannen 40 % Weingeist, = 40 Kannen Weingeist und 63,4 Kannen Wasser u. s. w. Soll also aus 80 % Spiritus, durch Mischung mit Wasser, 40 % Spiritus erzeugt werden, so darf man nicht, nach den Regeln der Mischungsrechnung, 1 Theil Spiritus und 1 Th. Wasser nehmen, sondern man hat auf andere Weise zu verfahren. Gesetzt man wollte aus 100 Kannen 80 % Spiritus 200 Kannen à 40 % herstellen, so hat man:

in 100 K. Spiritus à 40 % sind 63,4 K. Wasser enthalten,	
in 200 K. demnach	126,8 K.
in 100 K. Spiritus à 80 % sind aber schon enthalten . . .	22,8 „
folglich an Wasser zuzusetzen	104 K.

Ausführlicheres über diesen Gegenstand, den wir hier nicht weiter verfolgen können, findet sich u. A. in „Balling,“ die Branntweinbrennerei. 2. Aufl. Prag, 1854.

b) Getreide.

Die Preise des Getreides sind früher allgemein nach dem Mafse notiert worden, man hat dabei aber auf das Gewicht desselben insoweit Rücksicht genommen, als man festsetzte, wieviel Gewichtseinheiten, gewöhnlich Pfunde, eine bestimmte Mafseinheit wiegen müsse, wodurch also die Qualität des

Getreides bezeichnet ist. Notierungen solcher Art finden sich noch jetzt auf folgenden Plätzen.

Amsterdam in Gulden pr. Last von 30 Hectoliter (= 54½ preufs. Scheffel): Weizen 129—130 pf.; Roggen 121—124 pf.; Gerste 102—119 pf.

Danzig in Gulden à 10 sgr. pr. Last von 56½ preufs. Scheffeln, mit gleicher Gewichtsbezeichnung.

Königsberg in Silbergroschen pr. preufsischen Scheffel mit gleicher Gewichtsbezeichnung.

Hamburg bei Lieferungen ab auswärts in Thalern Banco (1 ℛ = 3 ℳ ℬᵒ) pr. Last von 60 preufs. Scheffeln, mit gleicher Gewichtsbezeichnung. (Bei Lieferungen ab Preufsen bedient sich jedoch Hamburg einer andern Gewichtsbezeichnung. S. unten.)

Die Menge von Pfunden, welche man bei den vorstehenden auf das Mafs sich beziehenden Notierungen angegeben findet, bezeichnet das Gewicht eines (alten) holländischen Sacks (*Zak*), wovon 100 = 151,819 preufs. Scheffel, und das dabei bemerkte Gewicht (130, 124 pfd. u. s. w.) ist das (alte) holl. Troygewicht (100 ℔ = 98,43 ℔ preufs. Gewicht). Diese Art, die sogenannte Pfündigkeit zu bestimmen, nennt man die holländische Probe.

Eine andere auf den weiter unten zu nennenden Plätzen angewendete Probe ist die Berliner, welche das Gewicht eines preufsischen Scheffels in preufsischen Pfunden ausdrückt. Das Verhältnis zwischen beiden Proben ergiebt sich aus Folgendem:

x ℔ Berl. = x ℔ holl.

100 = 98,43 ℔ in Berlin

Scheffel Zakken

151,819 = 100 je kleiner das Mafs, desto weniger Pfunde

151819 ℔ holl. = 98430 ℔ Berlin.,

wofür man (nach §. 40) annähernd 17 : 11 rechnen kann. — Es ist also z. B. 84 pfd. in Stettin und da wo die Berliner Probe gilt = (11 : 17 = 84 : x 130 ℔ in Amsterdam und überall, wo die holländische Probe angewendet wird.*)

In neuerer Zeit ist man jedoch bemüht, im Grofshandel mit Getreide**) das Mafs zu beseitigen und das Gewicht als Norm für die Preisbestimmung anzunehmen. So z. B. auf den nachverzeichneten Plätzen.

Berlin: Weizen pr. 2100 ℔ netto; Gerste pr. 1750 ℔ netto; Hafer pr. 1200 ℔ netto.

Stettin: Weizen pr. 2125 ℔ netto.

Berlin und Stettin: Roggen pr. 2000 ℔.

Breslau amtlich: alle Getreidearten pr. 2000 ℔ netto. (In den nicht amtlichen Berichten ist die Notierung pr. Scheffel oder pr. 25 Scheffel.***)

*) Nach dem frühern preufs. Gewicht (105,229 ℔ = 100 ℔ holl.) war das Verhältnis der Berliner zur holländischen Probe 7 : 10. Handelt es sich nur um eine annähernde Vergleichung der beiden Proben, so bedient man sich des Verhältnisses 2 : 3. Demnach gäbe 84 pfd. in Stettin = 126 pfd. in Amsterdam.

**) Im Verkehr mit den Producenten (auf dem sogenannten Landmarkte) hat man jedoch das Mafs beibehalten.

***) Manche dieser Gewichtsmengen sind zwar willkürlich angenommen, viele derselben schliefsen sich aber an dasjenige Mafs an, für welches man früher den Preis notiert hat. So giebt z. B. in Hamburg das Bruttogewicht

Dresden: Weizen pr. 2040 ℔; Roggen pr. 1920 ℔ (Gerste pr. 1680 ℔; Hafer pr. 1200 ℔) brutto, d. h. mit Sack, doch darf die Tara 24 ℔ (d. i. 2 ℔ pr. Dresdener Scheffel) nicht übersteigen.

Frankfurt a/M: pr. 200 ℔ netto. (Bei Lieferungsgeschäften in Weizen mindestens 150 ℔, in Roggen 140 ℔ Naturgewicht, d. i. specifisches Gewicht, pr. 100 Liter.)

Köln, Neufs: alle Getreidearten pr. 200 ℔ ohne Sack.

Hamburg (bei Locolieferungen d. h. Lieferungen am Orte selbst): Weizen pr. 5400 ℔ brutto; Roggen pr. 5100 ℔, Tara 60 ℔ (d. i. 1 ℔ pr. preufs. Scheffel). Die Preise in Thalern Hamburger Courant (1 ℛ = 3 ℳ Cour.) und 127 ℳ Cour. = 100 ℳ ℬ^c fest.

Bremen: Weizen pr. 4500 ℔; Roggen pr. 4300 ℔ netto.

Sämtliche Plätze, Hamburg und Bremen ausgenommen, die sich noch der holländischen Probe bedienen, wenden die sogenannte Berliner Probe an.

Preisnotierungen nach dem Gewicht finden sich noch auf folgenden Plätzen:

Paris — Weizen pr. 120 K°; Roggen pr. 115 K° Havre — Weizen pr. 200 K°

Amsterdam (neben den auf S. 495 angeführten Notierungen) — russ. Weizen pr. 2400 K°; Roggen auf Lieferung pr. 2100 K°

Antwerpen — Weizen pr. 80 K°; Roggen pr. 70 K°; Gerste pr. 62 K°; Hafer pr. 100 K°

London — russ. Weizen pr. 492 ℔; amerik. Weizen pr. 480 ℔.

New York — Weizen pr. 60 ℔; Roggen pr. 56 ℔.

Nach den Mafsen notieren ferner:

Leipzig alle Getreidearten pr. Wispel von 24 preufs. Scheffeln, mit Berliner Probe. Normalgewicht: 84 ℔ für Weizen; 79 ℔ für Roggen; 69 ℔ für Gerste; 49 ℔ für Hafer.

Pest, Prag, Wien pr. österr. Metzen, mit einer auf dieses Mafs sich beziehenden Gewichtsbestimmung (86—88 ℔ österr. für Weizen; 77—79 ℔ für Roggen; 68—70 ℔ für Gerste; 42—44 ℔ für Hafer).

München pr. bayerischen Scheffel, mit einer auf dieses Mafs sich beziehenden Gewichtsbestimmung (336—345 ℔ deutsches Zollgew. für Weizen, 310—320 ℔ für Roggen).

Hull, Glasgow pr. *Quarter*, mit einem auf den *Bushel* sich beziehenden Normalgewicht. (60—63 ℔ für Weizen; 52—56 ℔ für Roggen; 40—42 ℔ für Hafer.)

Riga pr. rigaische Last (= $15^3/_4$ Tschetwert) mit Gewichtsbezeichnung nach holländischer Probe.

Odessa pr. Tschetwert; Weizen mit einem Gewicht von 9 Pud 30 ℔ bis 10 Pud 7 ℔.

5400 ℔ für Weizen, nach Abzug von 60 ℔ Tara, ein Nettogewicht von 5340 ℔, und 89 ℔ Normalgewicht pr. Scheffel Weizen, giebt $\frac{5340}{89}$ = 60 Scheffel oder 1 Hamb. Last, wofür auch die Notierung loco sonst sich verstand, und die Lieferung ab auswärts sich noch versteht.

Für die Praxis von Werth ist nun die Vergleichung der Getreidepreise an verschiedenen Plätzen (Ermittelung der Preisparitäten), welche wir noch durch einige Beispiele erläutern wollen. Es handelt sich dabei ebenfalls um Auffindung fester Zahlen, und wir wählen dazu Hamburg mit der Notierung (für Weizen) bei Lieferungen ab auswärts, gegenüber den Plätzen Berlin, Danzig, Amsterdam und Riga, indem wir durch P den Preis, durch C den Wechselcours bezeichnen.

1) Berlin.

x ℛ Hbg. ℬ° = 60 preufs. Sch.
1 = 85 ℔*)
2100 = P ℛ preufs.
C = 300 ℬ𝓀.
3 = 1 ℛ Hbg. ℬ°

$$x = \frac{242{,}8571 \times P}{C}$$

2) Danzig.

x ℛ Hbg. ℬ° = 60 preufs. Sch.
56½ = P f.
3 = 1 ℛ preufs.
C = 300 ℬ𝓀.
3 = 1 ℛ Hbg. ℬ°

$$x = \frac{35{,}3982 \times P}{C}$$

3) Amsterdam.

x ℛ Hbg. ℬ° = 60 preufs. Sch.
54½ = P f.
C = 40 ß ℬ°
3 = 1 ℛ Hbg. ℬ°

$$x = \frac{14{,}6789 \times P}{C}$$

4) Riga.

x ℛ Hbg. ℬ° = 1 Hbg. Last.
1 = 16 Tschetw.
15¾ = 1 rig. Last
1 = P Rubel
1 = C Schill. ℬ°
16 = 1 ß ℬ°
3 = 1 ℛ Hbg. ℬ°

$$x = 0{,}02116 \times P \times C.$$

Setzt man in den vorstehenden Ansätzen an die Stelle der Wechselcourse die Gleichungen, welche sich aus den münzgesetzlichen Bestimmungen ergeben (vgl. §. 337), nämlich in 1 und 2 : 30 ℛ = 59,332 ℬ𝓀.; in 3 : 52,910 f. = 59,332 ℬ𝓀.; in 4 : 27,784 ℛᵉ = 59,332 ℬ𝓀., so erhält man die festen Zahlen: 1,6010 in 1; 0,2333 in 2; 0,0411 in 3; 0,7230 in 4, welche man dann nur mit dem Hamburger Preise zu multiplicieren hat. Für annähernde Vergleichungen sind die Resultate genau genug.

§. 469. Uebungsaufgaben.

1397) Wieviel betragen 10 Gebinde roher Spiritus in Eisenband in Berlin: № 1. 500 Qt. à 78 %; № 2. 400 Qt. à 80½ %; № 3. 300 Qt. à 79½ %; № 4. 400 Qt. à 80 %; № 5. 300 Qt. à 82 %; № 6. 500 Qt. à 83½ %; № 7. 400 Qt. à 77 %; № 8. 400 Qt. à 79 %; № 9. 300 Qt. à 78¾ %; № 10. 460 Qt. à 84 %; Abfüllung 25 Qt. à 80 % durchschnittlich; Preis 13¾ ℛ pr. 8000 %; 10 Gebinde à 1¼ ℛ pr. 100 Qt.?

1398) Was betragen in Wien 12 Fässer Weingeist: № 1. 10 Eimer 17 Mafs à 81½ Grad; № 2. 13 E. 9 M. à 82½ Gr.; № 3—4.

*) Die Zahl 85 bezeichnet, wie schon oben bemerkt, das Gewicht eines preufsischen Scheffels in Pfunden, also die Berliner Probe, welche, weil Hamburg die holländische Probe anwendet, in letztere verwandelt werden mufs. Nach dem Verhältnisse 11 : 17 (s. oben) geben 85 ℔ = 131 ℔ holl. Probe. In Danzig und Riga gilt die holl. Probe.

26 E. 11 M. à 83 Gr.; № 5. 11 E. 17 M. à $83\frac{1}{2}$ Gr.; № 6—11. 64 E. 7 M. à 84 Gr.; № 12. 11 E. 19 M. à $84\frac{1}{2}$ Gr.; à 52 Nkr. pr. Eimer und Grad, ohne Fässer? (Der Preis gilt für 1 Grad Baumé, der Gehalt ist nach der Rummler'schen Scala bestimmt. 1 E. = 40 Mafs.)

1399) Welche feste Zahlen ergeben sich aus dem Hamburger Getreidepreise (für 1 Last von 60 preufs. Scheffeln in Thalern Hamb. Cour.) für nachverzeichnete Mafseinheiten: 1 engl. Imperial-Quarter; 1 russ. Tschetwert; 1 Wispel von 25 preufs. Scheffeln; 1 Malter in Baden; 1 sächsischen Scheffel; 1 böhmischen Strich; 1 bayerschen Scheffel? (Für die Mafsvergleichungen sind die oben angegebenen Gröfsenverhältnisse, und wenn diese nicht ausreichen, §. 433 zu benutzen, der Preis ist = P, der Cours = C zu setzen.)

1400) Wie hoch calculiert sich 1 *Imperial-Quarter* Weizen in London von San Francisco bezogen, wenn an letzterem Platze der *Sack* von 100 ℔ mit 1 $ 60 *c.* bezahlt wird, die Kosten pr. *Sack* $3\frac{1}{8}$ *Cents*, Commission und Wechselspesen 3 % betragen, der Cours $49\frac{1}{2}$ *d.* pr. *Dollar* ist, die Assecuranzprämie und der Policenstempel auf den mit 10 % imaginären Gewinn versicherten Facturabetrag $4\frac{1}{4}$ % beträgt, Fracht und sonstige Spesen auf eine Sendung von 1000 *Sacks* auf £ 166. 5 *s.* sich belaufen haben; wenn ferner 5 % für Feuerassecuranz, Bankprovision, Verkaufsprovision, Delcredere und Discont in Anschlag zu bringen sind, und jene 1000 *Sacks* netto 200 *Imperial-Quarters* ausgeliefert haben?

Uebersicht

der

Münzen, Mafse und Gewichte,

welche in diesem Buche vorkommen.

Amsterdam.

R. M. *) Gulden (*f.*) à 100 Cents (*c.*), sonst à 20 Stüber, niederländ. Währung.

Das neue niederländische Mafs- und Gewichts-System ist das französische nur mit holländischen Benennungen.

G. M. 1 Last = 30 *Mudden* oder Hektoliter à 100 *Kop* oder Liter.
H. G. 1 *Pond* à 10 *Ons* à 10 *Lood* à 10 *Wigtjes* à 10 *Korrels.*

Wechselcourse. **) Augsburg 100 *f.* niederl. = 100 *f.* S. W. in Augsb. — Frankfurt a. M. 100 *f.* niederl. = 100 *f.* S. W. in Frankf. — Genua (Livorno) 46 *f.* = 100 *£.* — Hamburg 35 *f.* = 40 *ℬ𝓀.* — Lissabon 41 *f.* = 40 Crusaden à 400 *Rs.* — London 11 *f.* 80 *c.* = 1 *£.* — Madrid (Cadix) 239 *c.* = 1 span. Piaster. — Paris 56 *f.* = 120 *ℱ.* — Petersburg 175 *c.* = 1 *ℛ𝓉 𝒮.* — Wien 116 *f.* niederl. = 100 *f.* österr. Währung (wenn in Silber).

Augsburg.

R. M. Gulden (*f.*) à 60 Kreuzer (*xr.*) à 4 ₰, im $52\frac{1}{2}$ *f.*-Fufse.

Wechselcourse im $52\frac{1}{2}$ *f.*-Fufse. Amsterdam 100 *f.* = 100 *f.* holl. — Berlin (Leipzig) 105 *f.* = 60 *ℛ𝓅.* — Bremen 95 *f.* = 50 *ℛ𝓅* Gold. — Frankfurt a. M. 100 *f.* in Augsb. = 100 *f.* in Frankfurt. — Genua (Livorno, Mailand) 93 *f.* = 200 ital. *Lire.* — Hamburg 88 *f.* = 100 *ℬ𝓀.* — London 118 *f.* = 10 *£.*

*) **R. M.** = Rechnungsmünze; **L. M.** = Längenmafs; **Fl. M.** = Flächenmafs; **H. M.** = Hohlmafs; **G. M.** = Getreidemafs; **F. M.** = Flüssigkeitsmafs; **H. G.** = Handelsgewicht. — Wegen des hier nicht angegebenen Gold- und Silber-Gewichts einiger Länder sehe man S. 253 ff., wegen der wichtigsten Zählmafse §. 438.

**) Aufser den §§. 392, 393, 394 zu findenden Courszetteln von Berlin (Leipzig), Hamburg und Frankfurt a. M., geben wir in der nachfolgenden Uebersicht auch die Coursnotierungen derjenigen Plätze, die in den Uebungsaufgaben vorkommen und dort nicht erläutert sind. Das zweite Glied einer jeden Gleichung stellt die feste Valuta dar.

— Paris (Lyon, Marseille) 93 *f.* = 200 *Fr.* — Venedig 116 *f.* = 100 *Fiorini* (in Silber). — Wien (Triest) 116 *f.* = 100 *f.* österr. Währg. (wenn in Silber).

Fl. M. 1 Tagewerk (Morgen oder Juchert) = 400 Quadratruthen (= 34,072 franz. *Ares*).

H. G. 1 Centner = 100 ℔ à 32 Loth à 4 Quentchen.

Baden.

R. M. Gulden (*f.*) à 60 Kreuzer (*xr.*) à 4 ₰ im $52\frac{1}{2}$ *f.*-Fuſse.

L. M. 1 Elle = 2 Fuſs à 10 Zoll à 10 Linien à 10 Punkte.

Fl. M. 1 Morgen = 400 □ Ruthen (= 36 franz. *Ares*).

G. M. 1 Zuber à 10 Malter à 10 Sester à 10 Mäſslein à 10 Becher.

F. M. 1 Fuder à 10 Ohm à 10 Stützen à 10 Maſs à 10 Gläser.

H. G. 1 Centner = 10 Stein à 10 ℔ à 10 Zehnling à 10 Centaſs à 10 Dekaſs à 10 Aſs.

Berlin.

R. M. Thaler (*ßf*) à 30 Silbergroschen (*sgr.*) à 12 ₰ im 30-Thalerfuſse oder in Norddeutscher Währung.

L. M. 1 Fuſs à 12 Zoll à 12 Linien. 1 Elle = $25\frac{1}{2}$ Zoll. — 12 Fuſs = 1 Ruthe. — 11 Ellen = 8 *Yards*; 6 preuſs. (oder Berl.) Ellen = 7 Leipz. Ellen. (Vgl. jedoch Leipzig.)

Fl. M. 1 Morgen = 180 □ Ruthen (= 25,53 franz. *Ares*).

G. M. 1 Scheffel à 16 Metzen. 24 Scheffel oder 2 Malter = 1 Wispel. (Im Handel mit Getreide: 1 Wispel = 25 Scheffel.)

F. M. 1 Fuder = 4 Oxhoft à $1\frac{1}{2}$ Ohm à 2 Eimer à 2 Anker à 30 Quart.

H. G. 1 Centner = 100 ℔ à 30 Loth à 10 Quentchen à 10 Zent à 10 Korn. — 4000 ℔ = 1 Schiffslast.

Das Pfund des Handelsgewichts kommt auch beim Wiegen der Münzen und Münzmetalle in den Münzstätten und im öffentlichen Verkehr ausschlieſslich zur Anwendung. Seine Eintheilung erfolgt in $^{1000}/_{1000}$; die Theilung des 1000tel in decimaler Abstufung. $^{1}/_{1000}$ ℔ = 1 Aſs.

Braunschweig.

R. M. Thaler (*ßf*) à 30 Groschen (*gr.*) à 10 ₰ im 30 *ßf*-Fuſse. (Früher: Thaler à 24 *ggr.* à 12 ₰ im 14 *ßf* Fuſse.)

H. G. 1 Centner = 100 ℔ à 10 Neuloth à 10 Quint à 10 Halbgrammen.

Bremen.

R. M. Thaler (Gold) à 72 Grot (*gt.*) à 5 Schwaren, in Louisd'or à 5 *ßf*. ($8\frac{4}{10}$ Thaler = 1 deutsche Goldkrone.)

Wechselcourse. Amsterdam $128\frac{1}{2}$ *ßf* Ld'or. = 250 *f.* holl. — Berlin (Breslau, Leipzig) $110\frac{1}{2}$ *ßf* preuſs. Cour. = 100 *ßf* Ld'or.

— Frankfurt a. M. 52 ꝭß Ld'or. = 100 ƒ. S. W. — Hamburg 137 ꝭß Ld'or. = 300 ꝭß *ℬ*° — London 611 ꝭß Ld'or. = 100 £. — Paris 18 *gt.* = 1 *Fr.*

H. G. wie Braunschweig.

Calcutta.

R. M. *Company's Rupee* à 16 *Annas* à 12 *Pies.* — $106\frac{2}{3}$ *C°'s R.* = 100 *Sicca Rupees* (frühere Münze der ostind. Compagnie).

H. G. (*Factory-*) *Maund* à 40 *Seers* à 16 *Chittacks.* 110 *F. M.* = 100 *Indian* oder *Bazar-Maunds.* — 1 *F. M.* = $74\frac{2}{3}$ ℔ *Avdps.*

Christiania.

R. M. Species (oder Speciesthaler) à 5 Ort (oder Mark) à 24 Schillinge.

Constantinopel.

R. M. Piaster (*P.*) à 40 Para (*p.*) à 3 Asper.

Kaufleute rechnen gewöhnlich nach Piastern à 100 Asper oder Centimen.

H. G. 1 *Okka* = 400 Drachmen. 1 *Teffé* = 610 Drachmen. 1 *Cantaro* = 44 *Okka* oder 100 *Rotoli.*

Frankfurt a. M.

R. M. Gulden (ƒ.) à 60 Kreuzer (*xr.*) à 4 Heller im $52\frac{1}{2}$ ƒ.-Fufse oder in süddeutscher Währung (abgekürzt: *S. W.*).

H. G. wie unter Berlin, jedoch mit der Theilung des Pfundes in 32 Loth à 4 Quinte à 4 Richtpfennige.

Frankreich.

R. M. *Franc* (*Fr.*) à 100 *Centimes* (*c.*).

L. M. Einheit: der *Mètre* (Meter). — 1 Myriameter = 10 Kilometer à 10 Hektometer à 10 Dekameter à 10 Meter à 10 Decimeter à 10 Centimeter à 10 Millimeter.

Fl. M. Einheit: die *Are* = 100 □ Meter. 1 *Hectare* = 100 *Ares* à 100 *Centiares.*

Körpermafs. Einheit: der *Stère* = 1 Kubikmeter. — 1 *Décastère* = 10 *Stères* à 10 *Décistères.*

H. M. Einheit: der *Litre* (Liter) = 1 Kubikdecimeter. — 1 *Hectolitre* = 10 *Décalitres* à 10 *Litres* à 10 *Décilitres* à 10 *Centilitres.*

H. G. Einheit: das *Gramme* (s. §. 437). — 1 *Kilogramme* = 10 *Hectogrammes* à 10 *Décagrammes* à 10 *Grammes* à 10 *Décigrammes* à 10 *Centigrammes* à 10 *Milligrammes.* — 1 *Kilogr.* (*K°*) also = 1000 *Grammes.*

Genua.

R. M. *Lira* (*nuova* oder *italiana*, *£*) à 100 *Centesimi* (*c.*).

Die Wechselcourse Genua's stimmen mit den Pariser Wechselcoursen überein, da 1 *Lira nuova* = 1 *Franc* und die festen Valuten auf beiden Plätzen gleich sind.

Mafse und Gewichte sind die französischen, deren Namen nur italiänische Schreibweise angenommen haben, z. B. *Metro* = Mètre; *Ara* = Are u. s. w.

Griechenland.

R. M. *Drachme* à 100 *Lepta.*

Hamburg.

R. M. Mark (*ℳ*) à 16 Schillinge (*ß*) à 12 *₰* in Banco oder in Courant. (S. §. 363.) 1 *℔* Banco = 3 *ℳ* Banco; 1 *℔* Courant = 3 *ℳ* Courant. Gegenwärtig sind in Hamburg die Münzen des 14 *℔*- und des 30-*℔* Fufses als gesetzliches Zahlungsmittel (1 *℔* = $2^1/_2$ *ℳ* Hamb. Courant) zugelassen. Vgl. S. 277, Anm. ***).

H. G. wie Braunschweig. (Früher: 1 *℔* à 32 Loth.)

Gold- und Silbergewicht: 1 Mark à 16 Loth.

G. M. 1 Last = 60 Fafs (oder preufs. Scheffel).

F. M. 1 Oxhoft = $1^1/_2$ Ohm à 4 Anker à 5 Viertel à 2 Stübgen à 4 Quartier.

Hannover s. *Braunschweig.*

Havanna.

R. M. 1 Piaster (*$*) = 8 *Reales* (*r.*).

H. G. 1 *Quintal* = 4 *Arrobas* (*@*) à 25 *℔*. (S. auch Madrid.)

Wechselcours auf London: 110 *£* in H. = 100 *£* in London (wobei 444 *$* = 100 *£* in H.).

Köln.

R. M. s. Berlin. — Im Bankier- und im Grosso-Geschäft theilt man jedoch den Thaler in 100 Cents oder Centimen.

Wechselcourse. S. den Berliner Courszettel §. 392.

(Altes Gold- und Silber-Gewicht: 1 Mark à 16 Loth.)

Königsberg.

R. M. s. Berlin. Doch rechnet man auch, besonders im Getreidehandel, nach Gulden (3 *f.* = 1 *℔* preufs.) à 30 Groschen.

G. M. 1 Last = 60 Königsb. Scheffel oder $56^1/_2$ preufs. Scheffel.

Kopenhagen.

R. M. Reichsthaler (*Riksdaler*, *Rd.*) à 96 Schillinge (*ß*).

Leipzig.

R. M. Thaler (℔) à 30 Neugroschen (*ngr.*) à 10 ₰ im 30-℔ Fufse oder in Norddeutscher Währung.

L. M. (nach dem Gesetze vom 12. März 1858) 1 sächs. Elle = 2 Fufs à 12 Zoll.

Man rechnete bisher 8 Ellen = 5 *Yards*; 6 E. = 5 brab. E.; $1^3/_4$ E. = 1 Meter; 2 E. = 1 Stab; 7 E. = 6 Berl. E.; nun sollte man rechnen: 21 sächs. Ellen = 13 *Yards*; 19 Brab. E. = 23 sächs. E.; 13 Meter = 23 sächs. E.; 11 Berl. E. = 13 sächs. E.

Fl. M. 1 Acker = 300 Quadratruthen (= 55,342 franz. *Ares*).

G. M. 1 Scheffel à 16 Metzen à 4 Mäfschen.

F. M. 1 Eimer à 72 Kannen.

H. G. wie unter Berlin. (1 Schiffpfund = 3 *Ctr.*; 1 Stein = 20 ℔.)

Gold- und Silber-Gewicht. Einheit das Pfund des neuen Gewichts mit rein decimaler Eintheilung.

Lissabon.

R. M. *Reïs* oder *Rees.* 1000 *Rs.* = 1 *Milreïs*: 1000000 *Rs.* = 1 *Conto.*

Beim Schreiben theilt man die *Contos* durch ein Kolon (:) ab, die *Milreïs* durch *$*; z. B. *Rs.* 4:357 *$* 850.

H. G. 1 *Quintal* = 4 *Arrobas* (@) à 32 *Arrateis* (℔) à 16 *Onças.*

Livorno.

R. M. Bisher *Lira toscana* (*£* auch wohl *£*) à 20 *Soldi* à 12 *Denari.* Gegenwärtig wie Mailand.

Lombardei s. *Mailand* und *Venedig.*

London.

R. M. Pfund Sterling (*£*) à 20 Schillinge (*s.*) à 12 *Pence* (*d.*).

L. M. 1 *Yard* = 3 Fufs (*feet*) à 12 Zoll (*inches*).

Fl. M. 1 □ *Yard* = 9 □ Fufs à 144 □ Zoll.

H. M. 1 *Quarter* = 8 *Bushels* à 8 *Gallons* à 8 *Pints.*

H. G. 1 *Cwt.* (*Hundredweight*) = 4 *Quarters* à 28 ℔ à 16 *Ounces* à 16 *Drams.* — 20 *Cwt.* = 1 *Ton.* Gold- und Silber-Gew.: 1 Troypfund = 12 *Ounces* (*oz.*) à 20 *Pennyweights* (*dwts.*) à 24 *Grains* (*grs.*). (Vgl. §. 437.)

Wechselcourse. Amsterdam 11 *f.* 17 *St.* (oder 11 *f.* 85 *c.*) = 1 *£.* — Frankfurt a. M. 118 *f.* = 10 *£.* — Hamburg $13^1/_4$ *Bₖ.* = 1 *£.* — Lissabon 53 *d.* = 1 *Milreïs.* — Madrid 49 *d.* = 1 *$.* — Neapel 25 *£* 25 *c.* = 1 *£.* — New York 48 *d.**) = 1 *$.* — Paris (Antwerpen, Brüssel, Genua) 25 *Fr.* (*£*)

*) Gegenwärtig (im Februar 1864) ist dieser Cours gar nicht notiert. Er müfste ca. 34 *d.* sein.

25 *c.* = 1 *£*. — Petersburg 36 *d.* = 1 *R^e S*. — Wien (Triest) 103 *f*. österr. Währg. (wenn in Silber) = 10 *£*. (Dabei ist das Verhältnis des Goldes zu dem Silber = 15,391 : 1 angenommen.)

Lübeck.

R. M. Mark (*ℳ*) à 16 Schillinge (*β*) à 12 *₰* (lübisch) Courant. (Vgl. §. 363.) — 1 Thaler = 3 *ℳ* oder 48 *β*.

Ebenso wie Hamburg hat auch Lübeck (durch Gesetz vom 15. Dec. 1856) die Münzen des 14 *ℛ*- resp. des 30 *ℛ*-Fufses als gesetzliches Zahlungsmittel erklärt, $2\frac{1}{2}$ *ℳ* = 1 *ℛ* im 14 *ℛ*- oder 30 *ℛ*-Fufse. Vgl. auch S. 277, Anm.

G. M. 1 Last = 96 Scheffel à 4 Fafs.

H. G. 1 *Ctr.* = 112 *℔* à 32 Loth à 4 Quentchen. — 1 *S℔* = 20 *L℔*. — 1 *L℔* = 14 *℔* im Waarenhandel und = 16 *℔* bei Landfracht.

Madrid.

R. M. Münzeinheit: *Real* à 10 *Decimas* (früher à 34 *Maravedis*). — 20 *Reales* [*r.*, *R.*] = 1 *Duro* (gesetzl. Bezeichnung für [das deutsche] Piaster [*$*], [das spanische] *Peso*, *Peso fuerte*, *Peso duro*). — Die Rechnungen der Kaufleute lauten meistens auf *Reales* à 100 *Centimas*.

H. G. 1 *Quintal* = 4 *Arrobas* (@) à 25 *Libras* à 2 *Marcos* à 8 *Onzas*.

Ein neues Mafs- und Gewichts-System, dem französischen sogar in den Benennungen gleich, die nur mit spanischer Endung (*Metro*, *Litro*, *Gramo*) versehen sind, sollte mit dem 1. Januar 1859 in Kraft treten, findet aber seit dem 1. Jan. 1863 erst im Zollwesen Anwendung.

Mailand.

R. M. Seit 1. Jan. 1860: *Lira italiana* (*£*) à 100 *Centesimi* (*c.*). (100 *£* = $40\frac{1}{2}$ *Fiorini* der früher gesetzlichen österr. Währung.)

Die Wechselcourse sind den Pariser Wechselcoursen gleich. Mafse und Gewichte, s. Venedig.

Mecklenburg.

R. M. Thaler (*ℛ*) à 48 Schillinge (*β*) im 14 Thalerfufse.

Messina.

R. M. *Oncia* à 30 *Tari* à 20 *Grani*. — 1 *Oncia* = 3 *Ducati di Regno*.

Die italiänische Währung, *Lire italiane* à 100 *Centesimi* ist auch hier jetzt eingeführt. (S. Neapel.)

Mexico.

R. M. 1 Piaster (*$*) à 8 *Reales* (*r.*)

Neapel.

R. M. Bisher: *Ducato di Regno* à 100 *Grani.* — 1 *Scudo* = 120 *Grani.* Gegenwärtig: *Lira italiana* à 100 *Centesimi.* — 1 *Ducato* gesetzlich = $4\frac{1}{4}$ *Lire.*

H. G. 1 *Cantaro* = 100 *Rotoli.*

New York.

R. M. *Dollar* (*$*) à 100 *Cents* (*c.*).

Mafse und Gewichte s. London; mit Ausnahme der Hohlmafse (Flüssigkeits- und Getreide-Mafse), welches noch die alten englischen sind. 1 alter oder Winchester *Bushel* = 35,237 Liter; 131 W. *Bushels* = 127 *Imperial Bushels.* 1 *Gallon* (für Wein, Branntwein und andere Flüssigkeiten, Bier ausgenommen) = 3,785 Liter. 6 alte *Gallons* = 5 *Imperial Gallons.*

Oldenburg.

R. M. Thaler (ɧ) à 30 Groschen (*gr.*) à 12 Schwaren im 30 ɧ-Fufse (früher à 72 Groten im 14 ɧ-Fufse).

Paris.

Münzen, Mafse und Gewicht, s. unter Frankreich.

Wechselcourse. Amsterdam 212 *Fr.* = 100 *f.* — Berlin 373 *Fr.* = 100 ɧ. — Frankfurt a. M. 212 *Fr.* = 100 *f.* — Hamburg 188 *Fr.* = 100 *Bꝟ.* — London 25 *Fr.* 25 *c.* = 1 *£.* — Madrid 512 *Fr.* = 100 *Duros.* — Genua, Mailand, Neapel 99 *Fr.* = 100 *Lire ital.*

Petersburg.

R. M. Rubel (*R.*) à 100 Kopeken. 2 *R.* Silber = 7 *R.* Banco.

L. M. 1 *Werst* = 500 *Saschèn* à 3 *Arschin* oder à 7 Fufs à 12 Zoll à 10 Linien. — 1 *Arschin* = 28 Zoll.

Fl. M. 1 *Dessätine* = 2400 □ *Saschèn* (= 109,32 franz. *Ares*).

H. G. 1 *Berkowetz* = 10 *Pud* à 40 *℔* à 96 *Solotnik* à 96 *Doli.*

Rio Janeiro s. Lissabon.

Rom.

R. M. *Scudo* à 100 *Bajocchi* à 5 *Quattrini.*

Schweiz.

R. M. Franken à 100 Rappen (Centimen), dem franz. Franken völlig gleich.

In Betreff der (neuen) Schweizer Billon-Münzen (Stücke à 20, 10 und 5 Rappen) dürfte zu §. 373 zu bemerken sein, dafs dieselben aus Silber, Kupfer, Zink und Nickel zusammengesetzt sind, und in Betreff der Kupfermünzen (St. à 2 u. 1 R.) zu §. 374, dafs sie aus einem Gemisch von Kupfer, Zink und Zinn bestehen.

Stockholm.

R. M. Reichsthaler Reichsmünze (*Riksdaler Riksmynt*) à 100 *Oere*, gemäfs dem Gesetze vom 3. Febr. 1855.

(4 Reichsthaler Reichsmünze = 1 Species = $2^2/_3$ Thaler Banco. 1 Thaler Banco oder Bankzettel = 48 Schill. Bco.)

H. G. 1 Centner = 100 ℔ à 100 Ort à 100 Korn.

Venedig.

R. M. *Fiorino* (= 1 *f.* österr. Währung) à 100 *Soldi.*

L. M. 1 *Metro* = 10 *Palmi* à 10 *Diti* à 10 *Atomi.*

Fl. M. 1 □ *Metro* = 100 □ *Palmi* à 100 □ *Diti* à 100 □ *Atomi.*

H. G. 1 *Centinajo* = 10 *Rubbi* à 10 *Libbre* à 10 *Once* à 10 *Grossi* à 10 *Denari* à 10 *Grani.*

Wien.

R. M. Gulden (*f.*) à 100 Neukreuzer (Nkr., Kr.) im 45-Guldenfufse oder in österreichischer Währung.

H. G. 1 *Ctr.* = 5 Stein à 20 ℔ à 32 *Lth.* à 4 Quintel.

L. M. 1 Fufs = 12 Zoll à 12 Linien. 2,465 Fufs = 1 Elle.

Fl. M. 1 Joch = 1600 □ Klafter (= 57,55 franz. *Ares*).

Wechselcourse (in österreichischer Währung). — Amsterdam 85,05 *f.* = 100 *f.* holl. — Augsburg (Frankfurt a. M.): 85,71 *f.* = 100 *f.* S. W. — Berlin (Breslau, Leipzig): 150 *f.* = 100 *ß*. — Genua (Lyon, Mailand, Marseille, Paris): 40,05 *f.* = 100 *£* (*Fr.*). — Hamburg: 75,84 *f.* = 100 *Bꝶ.* — London: 101,41 *f.* = 10 *£*. — Triest, Venedig: 100 *f.* = 100 *f.* in Triest und Venedig.

Diese Wechselcourse bilden das Pari zwischen Wien und den angeführten Plätzen, welches nach den S. 276 zu findenden Münzfüfsen und in Betreff Londons unter Annahme des Gold- und Silber-Verhältnisses 1 : 15,391 ermittelt ist.

Resultate

der

Uebungsaufgaben.

§. 11.

1) 40757 Gläser. **2**) 131190 ₰. **3**) 213211 *Lth.* **4**) 57888 *xr.* **5**) 753201 ₰. **6**) 448958 ₰. **7**) 9580 *ß.* **8**) 38470 *Lth.* **9**) 7504905 *Grani.* **10**) 11673 *d.* **11**) 13604 *grs.* **12**) 180193 Mvds. **13**) 64987 Gr. **14**) 149007 Meter. **15**) 8563585 Doli. **16**) 12009 Zoll. **17**) 945528 *Quattrini.* **18**) 19203 Oere. **19**) 37812 Nkr. **20**) 194011 *Lth.*

§. 14.

21) 128 *f.* 76 *c.* **22**) 68 *f.* 5 *xr.* 2 ₰. **23**) 124 Zuber 8 Malter 6 Sester 3 Mäſslein 2 Becher. **24**) 117 *ℛ* 16 *sgr.* **25**) 128 *ℛ* 8 gt. 3 Schw. **26**) 77 Spd. — Ort 1 Sch. **27**) 304 Piaster 1 Para. **28**) 120 *ℳ* 10 *ß* 4 ₰. **29**) 84 *Mß.* 6 *Lth.* 11 Grän. **30**) 2 *Ctr.* 38 *℔* — *Lth.* 6 *Qt.* 9 Zent. **31**) 30 *ℛ* 25 *ngr.* 6 ₰. **32**) 193 Q. 3 @ 31 *℔.* **33**) 268 *£* — *s.* 5 *d.* **34**) 35 *S℔* 3 *L℔* 4 *℔.* **35**) 243 *$* 48 *cts.* **36**) 1827 *Fr.* 46 *cts.* **37**) 18 Myriam. 9 Hektom. 5 Dekam. 4 Meter. **38**) 220 Werst 289 Saschèn 4 Fuſs 2 Zoll 1 Linie. **39**) 23454 *f.* 32 Nkr. **40**) 14 *Ctr.* 55 *℔* 25 *Lth.* 2 *Qt.*

§. 18.

41) 5690 *f.* 27 *xr.* **42**) 4432 *f.* 42 *cts.* **43**) 1653 *ℛ* 13 *sgr.* 10 ₰. **44**) 1696 B.; 195022 *℔.* **45**) 29036 *ℳ* 5 *ß* 6 ₰. **46**) 143 *Ctr.* 81 *℔*; 780 Brode; 131 *Ctr.* 1 *℔.* **47**) 364 *℔* 6 *oz.* 7 *dwts.* 10 *grs.* **48**) 4430 *£* 2 *s.* 8 *d.* **49**) 32795 *Fr.* 11 *cts.* **50**) 240 Bktz. 3 P. 1 *℔* 28 S. 69 D. **51**) 1824 d. 16. Juni. **52**) 1860 d. 18. Dec.

§. 21.

53) 116 *ℛ* 23 *sgr.* 8 ₰. **54**) 330 *f.* 38 *xr.* 3 Heller. **55**) 315 Sch. 3 M. 1 Mä. **56**) 306 *£* 3 *s.* 4 *d.* **57**) 32 *℔* 18 *dwts.* 22 *grs.* **58**) 308 *D.* 13 *R.* 8 *Dec.* **59**) 70 Jahre 6 Monate 12 Tage. **60**) 1 Jahr 10 Monate 20 Tage. **61**) *a*) 10048 *ℛ* 28 *ngr.* 3 ₰. *b*) 6076 *ℛ* 14 *ngr.* 5 ₰. *c*) 3972 *ℛ* 13 *ngr.* 8 ₰. **62**) *a*) 80. 3. 3. *b*) 10. 0. 14. *c*) 70. 2. 17. **63**) 3261 *ℳ* 13 *ß* 10 ₰. **64**) 1) *a*) 1437 B.; 171008 *℔.* *b*) 1127 B.; 134242 *℔.* 2) 310 B.; 36766 *℔.*

§. 27.

65) 8370 Ponds 4 Ons 5 Lood — Wigtje 9 Korrels. **66**) 1940 *ƒ.* 52 *xr.* **67**) 15382 *ℛ* 7 *sgr.* **68**) 8518 *ℛ* 24 *sgr.* 7 *₰*. **69**) 15475 *Mk.* 1 *Lth.* 14 Gr. **70**) 9292 *ƒ.* 48 *xr.* **71**) 112 *ℳ* 12 *ß*. **72**) 19968 *ℳ* 5 *ß* 9 *₰*. **73**) 98815 *ℛ* 13 *ngr.* 7 *₰*. **74**) 52167 *£* 4 *s*. 9 *d*. **75**) 658 *Tons* 8 *Cwt.* 2 *Qrs.* 22 *℔*. **76**) 928 *D.* 13 *R.* **77**) 26166 *Fr.* 10 *cts.* **78**) 2247 Kilogr. 6 Hektogr. 4 Dekagr. 8 Gr. **79**) 130347 *Rs.* 84 *Kop.* **80**) 21558 *ƒ.* 72 Nkr. **81**) 107 *ƒ.* **82**) 7 *£* 3 *s*. 4 *d*. **83**) 923 *£* 12 *s*. 10 *d*. **84**) 4729 *ℛ* 18 *gr.* 5 *₰*. **85**) 18469 *Fr.* 70 *cts.* **86**) 388 *ℛ* 26 *sgr.* 3 *₰*. **87**) *a*) 704 *ℛ* 16 *ngr* 5 *₰*; *b*) 1056 *ƒ.* 44 Nkr.; *c*) 1233 *ƒ.* 55 *xr.* 2 *₰*; *d*) 646 *ℛ* 57 *gt.* 3 Schw. **88**) *a*) 2773 *ℛ* 13 *ngr.* 2 *₰*; *b*) 2779 *ℛ* 6 *sgr.*; *c*) 3974 *ƒ.* 40 Nkr.; *d*) 4838 *ƒ.* 24 *xr.*; *e*) 5521 *ℳ* 8 *ß Bº.*; *f*) 6763 *ℳ* 8 *ß Ct.*; *g*) 4924 *Rdlr.* 80 Oere; *h*) 10238 *Fr.* 40 *cts.* **89**) *a*) 780 *ℛ* 21 *ngr.* 5 *₰*; *b*) 781 *ℛ* 26 *sgr.* 3 *₰*; *c*) 1105 *ƒ.* 5 Nkr.; *d*) 1359 *ƒ.* 53 *xr.*; *e*) 1548 *ℳ* 8 *ß* 9 *₰ Bº.*; *f*) 1896 *ℳ* — *ß* 9 *₰ Ct.*; *g*) 2898 *Fr.* 15 *cts.* **90**) *a*) 1819 *ℛ* 2 *ngr.* 5 *₰*; *b*) 1821 *ℛ* 8 *sgr.* 3 *₰*; *c*) 3558 *ℳ* 11 *ß* 6 *₰*; *d*) 2580 *ƒ.* 3 Nkr.; *e*) 6693 *Fr.* 35 *cts.*; *f*) 3148 *ƒ.* 11 *cts.*

§. 33.

91) 2029 *ƒ.* 4 *cts.* **92**) 1350 *ℛ* 19 *sgr.* 10 *₰*. **93**) 75 *ℛ* 29 *gt.* **94**) 368 P. $14^{9}/_{25}$ Para. **95**) 221 *ƒ.* 59 *xr.* **96**) 361 *£* $60^{24}/_{64}$ *c.* **97**) 241 Dr. 71 L. **98**) 5 *ß* 6 *₰*. **99**) 14 *ℛ* 18 *gr.* $1^{177}/_{288}$ *₰*. **100**) 5 *ℛ* 17 *ngr.* 5 *₰*. **101**) 8 *ℛ* 27 *ngr.* 5 *₰*. **102**) 4 *s*. $10^{149}/_{298}$ *c.* **103**) 9 *D.* 16 *R.* $9^{877}/_{2129}$ *Dec.* **104**) 52 *D.* $7^{1182}/_{6311}$ *G.* **105**) 3 *Fr.* 75 *cts.* **106**) 79 *Kop.* **107**) *a*) 5 *ℛ* 38 *ß* Bkz.; *b*) 8 *Rdlr.* $68^{683}/_{911}$ *Oere.* **108**) 7 *Ctr.* 73 *℔* $22^{208}/_{364}$ *Lth.* **109**) *a*) 8 *ƒ.* 22 Nkr.; *b*) 13 *ƒ.* 72 Nkr. **110**) *a*) 3 *ℛ* 6 *ngr.* 5 *₰*; *b*) 4 *ƒ.* 76 Nkr.; *c*) 6 *ℳ* 5 *ß*; *d*) 7 *ℳ* 13 *ß* 3 *₰*; *e*) 5 *ƒ.* 37 *xr.*; *f*) 11 *Fr.* 85 *cts.*

§. 41.

111—140) Die Resultate dieser Aufgaben anzuführen dürfte überflüssig sein, da deren Auffindung ohne Schwierigkeit zu bewirken ist. — Die Richtigkeit der Rechnung kann der Lernende, so weit dies die Aufgaben 111—124 betrifft, durch Aufsuchung des gröfsten gemeinschaftlichen Theilers (§. 39.) prüfen; das Resultat jeder der Aufgaben 125—140 aber kann nur dann richtig sein, wenn der die Reihe der Annäherungsbrüche schliefsende Bruch dem gegebenen Bruche selbst gleich ist.

§. 46.

141) $^{14}/_{24}$. **142**) $^{136}/_{144}$. **143**) $^{44}/_{64}$. **144**) $^{243}/_{288}$. **145**) $^{4}/_{6}$. **146**) $^{7}/_{8}$. **147**) $^{5}/_{9}$. **148**) $^{7}/_{16}$. **149**) *a*) 144; *b*) 3510; *c*) 1008;

d) 18360. **150)** *a*) ${}^{6}/_{8}$ und ${}^{5}/_{8}$; *b*) ${}^{20}/_{48}$ und ${}^{21}/_{48}$; *c*) ${}^{21}/_{39}$ und ${}^{26}/_{39}$; *d*) ${}^{21}/_{77}$ und ${}^{44}/_{77}$; *e*) ${}^{16}/_{36}$, ${}^{9}/_{36}$, ${}^{21}/_{36}$; *f*) ${}^{32}/_{72}$, ${}^{27}/_{72}$, ${}^{60}/_{72}$, ${}^{66}/_{72}$, ${}^{42}/_{72}$, ${}^{20}/_{72}$, ${}^{51}/_{72}$, ${}^{12}/_{72}$; *g*) 4104, 1995, 3696, 1368, 5168, 4560, 2394, 1596, 2856, 1463 = Zähler mit dem Generalnenner 6384; *h*) 64974, 68068, 7854, 24024, 51051, 34034, 72930, 27846 = Zähler mit dem gemeinschaftlichen Nenner 102102.

§. 50.

151) $2\,{}^{7}/_{12}$. **152)** $45\,{}^{22}/_{37}$. **153)** $186\,{}^{119}/_{180}$. **154)** $451\,{}^{5737}/_{7920}$. **155)** $270\,{}^{41}/_{288}$ *rß*. **156)** 681 *rß* $22\,{}^{3}/_{20}$ *ngr.* **157)** 1525 £ 7 *s.* $8\,{}^{1}/_{5}$ *d.* **158)** $826\,{}^{3}/_{8}$ *Ctr.* $13\,{}^{1}/_{2}$ ℔. **159)** 548 Bktz. $6\,{}^{1}/_{40}$ Pd. **160)** 659 *Cwt.* ${}^{45}/_{56}$ *Qr.* **161)** 216 *Mk.* $2\,{}^{7}/_{8}$ *Lth.* **162)** 1847 ℳ $8\,{}^{5}/_{8}$ *ß.*

§. 53.

163) $72\,{}^{1}/_{9}$. **164)** $45\,{}^{7}/_{15}$ *rß*. **165)** $27\,{}^{5}/_{8}$. **166)** 136 *f.* $15\,{}^{5}/_{8}$ *xr.* **167)** $194\,{}^{1}/_{48}$. **168)** 132 *rß* $14\,{}^{7}/_{8}$ *sgr.* **169)** $4996\,{}^{9614}/_{9641}$. **170)** $84\,{}^{49}/_{60}$. **171)** 63 *Mk.* 8 *Lth.* $9\,{}^{5}/_{8}$ Gr. **172)** $23\,{}^{1}/_{4}$ *Ctr.* $11\,{}^{3}/_{8}$ ℔. **173)** 54 *Ctr.* $32\,{}^{3}/_{8}$ ℔. **174)** 5192 ℔. **175)** 33 *Ctr.* $98\,{}^{1}/_{4}$ ℔.

§. 57.

176) $3\,{}^{1}/_{9}$. **177)** ${}^{9}/_{16}$. **178)** $1\,{}^{37}/_{48}$. **179)** ${}^{35}/_{36}$. **180)** $6\,{}^{6}/_{7}$. **181)** $6\,{}^{3}/_{4}$ *f.* **182)** $4\,{}^{1}/_{4}$. **183)** 40. **184)** 7. **185)** 25 *s.* **186)** 17. **187)** 45 *rß* 15 *ngr.* 5 ₰. **188)** 30 *f.* 10 *xr.* **189)** 4 ℳ 11 *ß* $9\,{}^{3}/_{10}$ ₰. **190)** 77 *Rbl.* 49 *Kop.*

§. 59.

191) $74\,{}^{2}/_{3}$. **192)** $10\,{}^{11}/_{16}$. **193)** $11\,{}^{3}/_{7}$. **194)** $288\,{}^{1}/_{6}$. **195)** $129\,{}^{1}/_{5}$. **196)** 389 *f.* $2\,{}^{2}/_{5}$ *xr.* **197)** 157 *rß* 4 *ngr.* ${}^{1}/_{2}$ ₰. **198)** 191 ℳ 3 *ß* $5\,{}^{1}/_{4}$ ₰. **199)** 17 *rß* $4\,{}^{1}/_{4}$ *ngr.* **200)** 6 *f.* 55 *xr.* **201)** $1479\,{}^{9}/_{16}$. **202)** 7 ℳ $5\,{}^{15}/_{16}$ *ß.*

§. 62.

203) $1077\,{}^{1}/_{16}$. **204)** $593\,{}^{73}/_{75}$. **205)** $4239\,{}^{7}/_{48}$. **206)** 100 *rß* 21 *ngr.* $8\,{}^{31}/_{36}$ ₰. **207)** 44 £ 5 *s.* $7\,{}^{29}/_{90}$ *d.* **208)** 138 *rß* 20 *sgr.* ${}^{71}/_{160}$ ₰. **209)** $4194\,{}^{2}/_{3}$. **210)** 195. **211)** $877\,{}^{5}/_{6}$. **212)** 100 *rß* 3 *ngr.* $4\,{}^{3}/_{8}$ ₰. **213)** 249 *Fr.* $35\,{}^{3}/_{5}$ *cts.* **214)** 1817 ℳ 3 *ß* $9\,{}^{27}/_{32}$ ₰. **215)** 343 *f.* $57\,{}^{3}/_{16}$ *xr.*

§. 64.

216) $161\,{}^{7}/_{8}$. **217)** $289\,{}^{1}/_{2}$. **218)** $149\,{}^{1}/_{2}$. **219)** $243\,{}^{3}/_{4}$. **220)** 4342. **221)** 1067 *f.* 31 *xr.* **222)** 1168 *rß* 15 *sgr.* 5 ₰. **223)** $837\,{}^{9}/_{11}$. **224)** 5230 £ 12 *s.* $5\,{}^{1}/_{2}$ *d.* **225)** $349\,{}^{1}/_{8}$ *rß*. **226)** 2163 ℳ $11\,{}^{2}/_{3}$ *ß.* **227)** 2947 *rß* 7 *sgr.* 1 ₰. **228)** 1929 *rß* 16 *ngr.* $7\,{}^{3}/_{16}$ ₰. **229)** 6192 *Fr.* $42\,{}^{4}/_{5}$ *cts.* **230)** 504 *rß* 3 *ngr.*

231) 3572 *f.* $3\frac{1}{5}$ *xr.* **232**) $85623\frac{1}{25}$. **233**) 2360 Thlr. 7 *sgr.* $5\frac{3}{4}$ ₰. **234**) 288 £ 4 *s.* $10\frac{1}{8}$ *d.* **235**) 69 Thlr. 3 *ß.* **236**) $195079\frac{1}{2}$. **237**) $1028228\frac{2}{3}$. **238**) $376841\frac{1}{4}$. **239**) $9975361\frac{1}{2}$. **240**) $15313\frac{1}{2}$ *f.*

§. 66.

241) $1066\frac{2}{3}$. **242**) 1200. **243**) $885\frac{5}{7}$. **244**) $2763\frac{7}{11}$. **245**) 18725. **246**) 7600. **247**) 43500. **248**) $1968\frac{3}{4}$. **249**) $1031\frac{1}{4}$ Thlr. **250**) 68 Thlr. $26\frac{2}{3}$ *ngr.* **251**) $2112\frac{1}{2}$ *f.* **252**) 267 *f.* 50 *cts.* **253**) 437325. **254**) 2667700. **255**) $1063766\frac{2}{3}$.

§. 69.

256) $\frac{21}{152}$. **257**) $\frac{44}{65}$. **258**) $\frac{7}{18}$. **259**) $\frac{14}{31}$. **260**) $\frac{4}{11}$. **261**) $\frac{1}{10}$. **262**) $\frac{27}{709}$. **263**) $\frac{3}{29}$. **264**) $\frac{15}{32}$ Thlr. **265**) $\frac{35}{48}$ *f.* **266**) $\frac{75}{128}$ ℳ. **267**) $\frac{3}{7}$ £. **268**) $9\frac{1}{5}$. **269**) $35\frac{65}{72}$. **270**) $45\frac{5}{9}$. **271**) $116\frac{49}{66}$. **272**) $75\frac{5}{16}$ Thlr. **273**) $136\frac{47}{48}$ *f.* **274**) $6\frac{33}{80}$ Thlr. **275**) 116 Thlr. $7\frac{11}{16}$ *ngr.* **276**) 1 ℳ $11\frac{5}{32}$ *ß.* **277**) 154 Thlr. **278**) 49 Thlr. **279**) 11 ℳ $9\frac{15}{16}$ *ß.* **280**) 22 *f.* $37\frac{1}{32}$ *xr.*

§. 71.

281) $80\frac{5}{24}$. **282**) $99\frac{37}{96}$. **283**) $2317\frac{25}{77}$. **284**) $159\frac{1}{4}$. **285**) $62\frac{1}{8}$ ℳ. **286**) $90\frac{27}{32}$ Thlr. **287**) $953\frac{1}{8}$ *f.* **288**) 12210 Thlr. **289**) 225 Thlr. **290**) 47 £ 12 *s.* $7\frac{7}{8}$ *d.* **291**) 174 ℳ $6\frac{21}{32}$ *ß.* **292**) 502 Thlr. $26\frac{23}{32}$ *sgr.* **293**) 237 *f.* $54\frac{17}{32}$ *xr.* **294**) 819 Thlr. $24\frac{27}{32}$ *ngr.* **295**) 550 *f.* $41\frac{3}{4}$ *xr.*

§. 75.

296) $\frac{1}{9}$. **297**) $\frac{2}{17}$. **298**) $\frac{12}{95}$. **299**) $\frac{23}{352}$. **300**) $\frac{8}{147}$. **301**) $\frac{3}{122}$. **302**) $\frac{1}{33}$. **303**) $\frac{2}{195}$. **304**) $\frac{1}{259}$. **305**) $\frac{7}{192}$. **306**) $3\frac{1}{5}$. **307**) $4\frac{3}{92}$. **308**) $\frac{1}{2}$. **309**) $\frac{13}{30}$. **310**) $\frac{7}{20}$. **311**) $2\frac{7}{96}$. **312**) 4 Thlr. $4\frac{1}{8}$ *ngr.* **313**) 2 Thlr. $4\frac{17}{32}$ *sgr.* **314**) 10 ℳ $13\frac{5}{8}$ *ß.* **315**) 4 *s.* $10\frac{3}{4}$ *d.*

§. 78.

316) 27. **317**) $41\frac{1}{7}$. **318**) $51\frac{4}{5}$. **319**) 32. **320**) $\frac{40}{49}$. **321**) $\frac{1}{2}$. **322**) $1\frac{2}{5}$. **323**) $\frac{2}{3}$. **324**) $6\frac{1}{2}$. **325**) $42\frac{2}{7}$. **326**) 21. **327**) $43\frac{4}{5}$. **328**) 8. **329**) $21\frac{29}{55}$. **330**) $64\frac{2}{5}$. **331**) $65\frac{23}{25}$. **332**) $6\frac{51}{200}$. **333**) $\frac{2}{27}$. **334**) $\frac{3}{56}$. **335**) $1\frac{11}{23}$. **336**) $1\frac{19}{81}$. **337**) $\frac{50}{81}$. **338**) $13\frac{23}{50}$. **339**) $12\frac{57}{100}$. **340**) 1 *f.* 24 *xr.* **341**) 17 *ngr.* 6 ₰. **342**) 3 ℳ 2 *ß* 6 ₰. **343**) 13 ℳ 9 *ß.* **344**) $13\frac{3}{4}$ *s.* **345**) $372\frac{1}{2}$ *f.*

§. 80.

346) 52 xr 2 ₰. **347**) 26 sgr. 3 ₰. **348**) 41 ℔ 3 Lth. $8\,^{58}/_{59}$ Qt.
349) 29 xr. $1\,^{9}/_{11}$ ₰. **350**) 6 β $2\,^{82}/_{107}$ ₰. **351**) *a*) 8 ℳ 12 β 3 ₰; *b*) 7 ℳ 1 β $9\,^{408}/_{517}$ ₰. **352**) 1 ngr. $9\,^{1}/_{3}$ ₰. **353**) 1 ℛ 1 ngr. $1\,^{13}/_{17}$ ₰.
354) 13 *s.* $4\,^{200}/_{907}$ *d.* **355**) 5 L℔ 5 ℔ 24 Lth. $1\,^{109}/_{243}$ Qt.
356) 22 Fs. $31\,^{1}/_{4}$ *cts.* **357**) 22 ℔ 25 Sol. $69\,^{111}/_{125}$ Doli.
358) 5 Lth. $3\,^{31}/_{39}$ Qt.

§. 82.

359) $^{107}/_{240}$ ℛ. **360**) $^{30961}/_{48000}$ Ctr. **361**) *a*) $^{3}/_{5}$ *f.*; *b*) $^{1265}/_{1923}$ Goldkr.
362) *a*) $^{9}/_{176}$ ℳ; *b*) $^{95}/_{117}$-Goldkr.; *c*) $^{5567}/_{20000}$ Ctr. **363**) $^{155}/_{192}$ Rdlr.
364) $^{19}/_{120}$ ℛ. **365**) $^{531}/_{680}$ Fr'dor. **366**) $^{483}/_{1600}$ Schiffslast.
367) $^{107}/_{160}$ £. **368**) $^{573}/_{640}$ *Ton.* **369**) $^{45719}/_{71680}$ S℔.
370) $^{7}/_{8160}$ Piaster. **371**) $^{1808171}/_{2457600}$ Bktz. **372**) $^{3187}/_{12800}$ Ctr.
373) $^{75}/_{139}$ #.

§. 83.

374) $19\,^{47}/_{90}$. **375**) $260\,^{57}/_{128}$. **376**) $1947\,^{89}/_{216}$. **377**) $3750\,^{3}/_{5}$.
378) $151\,^{4}/_{71}$. **379**) 275 Z. $19\,^{1}/_{2}$ R. 270 D. = 275 Z. 19 R. 630 D.
380) 51 C. 6 O. $133\,^{1}/_{3}$ D. **381**) 1 Ohm 1 A. 28 Q. **382**) 10 P. 4 C. 13 Ro. $10\,^{3}/_{4}$ O. **383**) 309 Ruthen 2 Klaftern 2 Ellen $1\,^{1}/_{4}$ Fuſs.
384) 561 Fuder 2 Ohm 3 Anker 1 Viertel. **385**) 51887 Becher.

§. 87.

386) $^{5}/_{10}$; $^{8}/_{1000}$; $\frac{10104}{100000}$; $\frac{56}{10000000}$; $\frac{906}{10000}$; $9\,^{4}/_{100}$; $\frac{1020304}{100000000}$; $\frac{1002005}{1000000000}$.

§. 94.

387) 0,25; 0,32; 0,71428; 0,11111 ...; 0,125; 0,5; 0,33333 ...; 0,83333 ...; 0,00100 ...; 0,1; 0,175; 0,3125; 0,91666 ...; 0,003; 0,95; 7,625; 11,02072 ...; 0,00616; 0,015; 3,6; 0,875; 1,71428 ...; 3,36956 ...; 0,21875.

§. 101.

388) 57,3872. **389**) 117,66715. **390**) *a*) 881,424 Gr.; *b*) 8,81424 Hektogr. **391**) *a*) 9,9723963 Myriam.; *b*) 997,23963 Hektom.; *c*) 99723,963 Meter. **392**) 7542 ℛ 19,23 ngr.
393) 4522 ℛ 14 sgr. 8,31 ₰. **394**) *a*) 57,726659 *Cent.*; *b*) 5772,6659 Libbre. **395**) 3774 $ 63,2 *c.* **396**) *A. a*) 537,48875 Ctr.; *b*) 53748,875 ℔; *B.* 46 Ctr. 4 ℔ 3 Nloth 6 Halbgr. **397**) *a*) 345,7579032 □ Metri; *b*) 3457579,032 □ Diti.

§. 103.

398) 90,929. **399**) 1,8456. **400**) 4121,746. **401**) 1,07.
402) 7434,96 Liter. **403**) 31 Ctr. 12,5 ℔. **404**) 0,0001.

405) 0,495. **406**) 16 *Fr.* 84,05 *cts.* **407**) 22,0888 *ℳβ*. **408**) 48 *ℳβ*. 13 *sgr.* 7,55 *₰*. **409**) 8371,679 Grammen. **410**) *a*) 510 *ℳ* 3,98 *β*; *b*) 44 *℔* 7 Nloth. 6 Quint 3 Halbgr. **411**) 8 *Cwt.* — *Qr.* 7,5 *℔*. **412**) 1473 *f.* 67,715 Nkr.

§. 109.

413) 34,992. **414**) 295,11. **415**) 0,0102. **416**) 0,27. **417**) 0,85014. **418**) 14,28. **419**) 945,6. **420**) 2829,276. **421**) 79,66. **422**) 1220,674. **423**) 0,199752. **424**) 20,34407403. **425**) 17,616. **426**) 2705,0111. **427**) 0,000056. **428**) 0,00000234. **429**) 273,97776968. **430**) 1197,39720078. **431**) 21,44143144. **432**) 0,0007984307. **433**) 54964 *Fr.* 77,776 *cts.* **434**) 1516 *f.* 28,432 *cts.* **435**) 76,96625 *f.* **436**) 8122 *Fr.* 35,6 *cts.* **437**) 1072,415625 *ℳβ*.

§. 112.

438) 2705,011. **439**) 1218,585173. **440**) 0,378562. **441**) 0,035876. **442**) 9,576781. **443**) 3402,6147.

§. 120.

444) 1,22. **445**) 3,107. **446**) 7,29. **447**) 3,67983. **448**) 19. **449**) 2129,6. **450**) 3,72075. **451**) 0,315. **452**) 0,82029. **453**) 19,9757. **454**) 1,9432. **455**) 0,94864. **456**) 0,0009826. **457**) 522,30357. **458**) 4,5454 . . . **459**) 0,00772. **460**) 1,07657. **461**) 645,9728. **462**) 2,28736. **463**) 1,186375. **464**) *a*) 0,01742; *b*) 3,38828; *c*) 14,5678. **465**) *a*) 2589,11290; *b*) 1,70177; *c*) 4,10065. **466**) 22 *Fr.* **467**) 16,5 *f.* **468**) 8,50007 *ℳβ*. **469**) 37 *f.* **470**) 8,10138 Riksd.

§. 122.

471) 7,8016. **472**) 2,41689. **473**) 360,85. **474**) 0,07079. **475**) 0,1504. **476**) 0,2071853.

§. 125.

477) 85 Cents. **478**) 2 *f.* 41,7 *xr.* **479**) 29 *sgr.* 3 *₰*. **480**) 74 *℔* 26 *Lth.* 8,8 *Qt.* **481**) *a*) 6 *gt.* 4,56 Schw.; *b*) 6 *ℳβ* 30 *gt.* 3,36 Schw. **482**) 35 Para. **483**) 9 *℔* 20 *Lth.* 1,92 *Qt.* **484**) 56,5 Cent. **485**) 13 *β* 3,744 *₰*. **486**) 11 *gr.* 3,7 *₰*. **487**) 64 *℔* 9 Nloth. 5 Quint. **488**) 9 *Lth.* 12,6 Grän. **489**) 3 *ℳ* 12 *β*. **490**) 3 *ℳβ* 4 *ngr.* 0,875 *₰*. **491**) 25 *ngr.* 9,5 *₰*. **492**) 2 @ 3 *℔* 6,8864 *oz.* **493**) 14 *s.* 7,584 *d.* **494**) 3 *Qrs.* 12 *℔* 13,184 *oz.* **495**) 12 *Reales* 9,6 *Dec.* **496**) 96,4 *Grani.* **497**) 9 Kilogr. 8 Hektogr. 4 Dekagr. 6 Gr. 7 Decigr. 5 Centigr. **498**) 87 *Bajocchi* 3 *Quattr.* **499**) *a*) 97½ Nkr.; *b*) 4 *f.* 12,11 Nkr.

§. 128.

500) 0,15 *ƒ.* **501**) 0,51111 . . . *ℛ.* **502**) 0,92819 *Ctr.* **503**) 0,67777 . . . *ℛ.* **504**) *a*) 0,00156 *ƒ.*; *b*) 0,63603 Goldkr. **505**) 0,055 *Lira.* **506**) 0,79427 *ℳ.* **507**) 0,60625 *ℳℬ.* **508**) 0,615 *ℛ.* **509**) *a*) 0,3833 . . . #; *b*) 0,12568 Goldkr. **510**) 0,03645 *£.* **511**) 0,0575 *ℱ.* **512**) 0,8482 Bktz. **513**) 0,76562 *ℛ.* **514**) 0,0105 *Once.* **515**) 0,68306 Goldkr.

§. 142.

516) 1272 *ƒ.* **517**) 72 *ƒ* 58 *xr.* **518**) 733 *ℛ* 10 *ngr.* **519**) 102 *ƒ.* **520**) 156 *ℳ.* **521**) 132 *ℛ.* **522**) 1301 *ℛ* 36 *gl.* **523**) 1725 *ℛ.* **524**) 2600 *ℳ.* **525**) 322 *ƒ.* 30 *xr.* **526**) 1026 *ƒ.* **527**) 227 *Rdlr.* 48 *β.*

§. 144.

528) $149\frac{1}{4}$, $696\frac{1}{2}$, $920\frac{3}{8}$, $1409\frac{7}{12}$ *ƒ.* **529**) 9, $19\frac{1}{5}$, $31\frac{1}{2}$, $44\frac{2}{5}$, 67, $89\frac{3}{5}$ *Riksd.* **530**) $158\frac{3}{4}$, $211\frac{2}{3}$, $269\frac{7}{8}$, $357\frac{3}{16}$, $799\frac{1}{24}$, $1187\frac{47}{48}$ *Rdlr.* **531**) $796\frac{7}{8}$, $1187\frac{1}{2}$, $1547\frac{11}{32}$, 3439, $5299\frac{5}{8}$, $5697\frac{11}{16}$ *ℳ.* **532**) $248\frac{1}{2}$ *ℛ* **533**) $1512\frac{1}{12}$ *ƒ.* **534**) $291\frac{9}{32}$ *ℛ.* **535**) $149\frac{49}{64}$ *ƒ.* **536**) $108\frac{19}{64}$ *ℛ.* **537**) 165 *£.* **538**) $945\frac{17}{32}$ *ℛᵉ*

§. 146.

539) 136 *ƒ.* 19,2 *xr.* **540**) 137 *ℛ* 8 *gr.* 4 *₰.* **541**) 211 *ℱ.* 35 *cts.* **542**) 505 *£* 87 *c.* **543**) 7877 *ℛᵉ* 9 *Kop.* **544**) 425 *ℛ* 2 *ngr.* 2,5 *₰.* **545**) *a*) 77 *ℛ* 4 *sgr.* 9,6 *₰*; *b*) 1258 *ƒ.* 57,5 Nkr.

§. 149.

546) *a*) 4774 *ℛ* 20 *sgr.* 2 *₰*; *b*) 1970 *ℱ.* 87 *c.* **547**) *a*) 1935 *ℛ* 13 *gr.* $6\frac{1}{2}$ *₰*; *b*) 238 *ℛ* — *gr.* 9 *₰.* **548**) 237 *£* 9 *s.* $\frac{3}{4}$ *d.* **549**) *a*) 55 *ℛ* 7 *ngr.* $\frac{5}{16}$ *₰*; *b*) 1910 *ℛ* 13 *ngr.* 1 *₰.* **550**) 307 *ƒ.* $31\frac{7}{8}$ *xr.*. **551**) 34228 *ƒ.* 50 Nkr. **552**) 173032 *ℳ* $11\frac{1}{4}$ *β.* **553**) 5420 *ℛ* 11 *ngr.* 2 *₰.* **554**) 2467,0725 *ƒ.* **555**) 68 *£* 1 *s.* $4\frac{1}{8}$ *d.* **556**) 656 *ƒ.* $51\frac{7}{8}$ Nkr. **557**) 614,0625 *ƒ.* **558**) *a*) 1629 *ℛ* — *sgr.* 2,88 *₰*; *b*) 25 *ℛ* 9 *sgr.* 6 *₰.* **559**) 7612 Fr. 76,25 R. **560**) *a*) 307 *£* 3 *s.* 8,6 *d.*; *b*) 13 *£* 14 *s.* 1 *d.*

§. 151.

561) 8286 *ƒ.* 95 *cts.* **562**) 365 *ℛ* — *sgr.* 4 *₰.* **563**) 4635 *ℛ* 4 *sgr.* 5 *₰.* **564**) 303 *ƒ.* 36 *xr.* **565**) 912 *ℳ* 6 *β.* **566**) 5210 *ℳ* 8 *β.* **567**) 183 *£* 8 *s.* $7\frac{7}{8}$ *d.* **568**) 23 *£* 12 *s.* 7 *d.* **569**) 609 *£* 15 *s.* 5 *d.* **570**) *a*) 158 *ℛ* 1 *ngr.* $4\frac{1}{2}$ *₰*; *b*) 274 *ℛ* 5 *ngr.* 8,75 *₰.* **571**) 508 *ℛ* 23 *ngr.* 1 *₰.* **572**) 638 *ℛ* 4 *gr.* 1 *₰.* **573**) 1851 *Duc.* 21 *Grani.* **574**) 10720 *ℛ* 28 *β.* **575**) 11320 *ℛᵉ* 38 *Kop.* **576**) 764 *ℛᵉ* 70 *Kop.* **577**) 7306 *ℛᵉ* 55 *Kop.* **578**) 5659 *ℳ* 6 *β.* **579**) *a*) 1414 *ℳ* 5 *β*; *b*) 1067 *ƒ.* 93 Nkr.; *c*) 1251 *ƒ.* 57 *xr*;

d) 2627 *Fr.* 66 *c.*; *e*) 709 *rß* 12 *ngr.* 7 *₰.* **580**) 15786 *ℳ* 10 *ß.* **581**) 1501 *f.* 39 *xr.* **582**) 448 *$* 13 *c.* **583**) *a*) 440 *rß* 3 *gr.*; *b*) 734 *f.* 28 Nkr. **584**) 18349 *ℳ* 7 *ß.* **585**) *a*) 2434 *rß* 29 *sgr.* 5 *₰*; *b*) 1009 *rß* 12 *sgr.* 8 *₰*; *c*) 91 *rß* 12 *sgr.* 7 1/5 *₰.*

Berechnet man die Aufgaben unter No. **579** und **580** durch abgekürzte Multiplication mit Decimalbrüchen, jeden der beiden Factoren mit 5 Decimalstellen genau angenommen, falls die Division bei Verwandlung der niedern Sorten in einen Decimalbruch der höchsten Sorte nicht früher zu Ende geht, so geben sie folgende Resultate: **579**) *a*) 1414,3253 *ℳ*; *b*) 1017,07288 *f.*; *c*) 1251,9491 *f.*; *d*) 2669,4895 *Fr.*; *e*) 709,42323 *rß.* **580**) *a*) 7902,7006 *rß*; *b*) 13721,5435 *f.*; *c*) 15786,6037 *ℳ.*

§. 154.

586) 1 *ß* 2 6/7 *₰.* **587**) 7 *gr.* 1/6 Schw. **588**) 7 *sgr.* 1 1/3 *₰.* **589**) 6 *gr.* 4 9/134 *₰.* **590**) 9 13/30 *sgr.* **591**) 17 7/60 *ß.* **592**) 2 5/12 *gt.* **593**) 9 *ß.* **594**) 12 *ngr.* 4 1/11 *₰.* **595**) 7 *f.* 54 5/7 *xr.* **596**) 61 *℔.* **597**) 7 *Ctr.* 44 4/9 *℔.* **598**) 20 Ellen. **599**) 4 3/8 Stück. **600**) 9 1/4 St.

§. 156.

601) 9 *ℳ* 2 *ß* 2 *₰* ca. **602**) 19 *s.* 8 *d.* **603**) 23 19/35 Oere. **604**) *a*) 3 *rß* 15 *gr.*; *b*) 36 *rß.* **605**) 5 *f.* 13,15 *xr.* **606**) 1 *ℳ* 1 *ß* 6 *₰.* **607**) 18 *ngr.* 6 *₰* ca. **608**) 7 *rß* 19 *ngr.* 7 *₰.* **609**) 234 *ℳ* 12 *ß* ca. **610**) 13 *rß* 22 *ngr.* 5 *₰* ca. **611**) 4 *rß* 15 *sgr.* **612** 2 *f.* 12 *xr.* **613**) 16 *s.* 1 *d.* **614**) 1 3/4 Nkr. **615**) 13 *£.* **616**) 24 *f.* 75 Nkr. **617**) 4 *℔* 16 2104/2459 *Lth.* **618**) 4,6 *℔.* **619**) 16 *℔* 63 Solotnik. **620**) 218 *Fr.* 2 *c.*

§. 158.

621) 21 31/64 *Kop.* **622**) 2 *gr.* 1,72 *₰.* **623**) 3 *Fr.* 43,444 *c.* — 21,889 *c.* **624**) 3 *ngr.* 1 43/72 *₰.* **625**) 21 2/5 *xr.* **626**) 2 *ngr.* 7 1/2 *₰*; 3 *ngr.* 3 3/4 *₰*; 5 *ngr.* 5 *₰*; 6 *ngr.* 2 1/2 *₰*; — 2 *sgr.* 9 *₰*; 3 *sgr.* 4 1/2 *₰*; 5 *sgr.* 6 *₰*; 6 *sgr.* 3 *₰.* **627**) 40 1/2 *₰*; 56 1/4 *₰*; 58 7/8 *₰.* **628**) 2 *sgr.* 11 1/10 *₰*; 3 *sgr.* 9 *₰*; 5 *sgr.* 11 2/5 *₰.* **629**) 11,1 *xr.*; 12,3 *xr.*; 17,85 *xr.* **630**) 13 1/2 Nkr.; 18 5/6 Nkr.; 20 1/2 Nkr.

§. 160.

631) 197 *f.* 20 Nkr. **632**) 62 *rß* 28 1/4 *ngr.* **633**) 20 *f.* 39 *xr.* **634**) 482 *rß* 24 *sgr.* **635**) 1327 *f.* 13 *xr.* **636**) 138 *ℳ* 1 11/13 *ß.* **637**) 80 *f.* 15 *xr.* **638**) 116,64 *rß* (19 *sgr.* 2,4 *₰*). **639**) 10 *rß* 13 *ngr.* 6 *₰.* **640**) 73 *rß* 1 1/3 *sgr.* **641**) 585 *f.* **642**) 375 *ℳ* 4 *ß.* **643**) 101 *£* 4 *s.* **644**) 2899 *Fr.* 20 *c.* **645**) 351 *ℳ* 6 *ß.* **646**) 3726 *ℳ* 2 *ß.* **647**) 669 *ℳ* 3 *ß.* **648**) 1327 *ℳ* 8 *ß.* **649**) 96 *£* 4 *s.* **650**) 2915 *rß.*

§. 162.

651) 18 ƒ 72 Nkr. **652**) 133 ƒ. $25\frac{1}{2}$ *xr.* **653**) *a*) 42 ℳ $3\frac{1}{2}$ β; *b*) 51 ℳ $4\frac{1}{4}$ β. **654**) *a*) 10 *Ctr.* $48\frac{3}{4}$ ℔; *b*) 6 *Ctr.* $29\frac{1}{4}$ ℔. **655**) *a*) 142 ƒ. $48\frac{8}{9}$ *xr.*; *b*) 178 ƒ. $31\frac{1}{9}$ *xr.* **656**) $367\frac{11}{15}$ rβ. **657**) *a*) 22 rβ 4 *sgr.*; *b*) 19 rβ $27\frac{3}{5}$ *sgr.* **658**) *a*) 30 ℳ $6\frac{1}{2}$ β; *b*) 39 ℳ $1\frac{1}{2}$ β. **659**) 52 ƒ. $31\frac{1}{4}$ Nkr. **660**) *a*) 10 Grofs $10\frac{1}{2}$ Dutzend; *b*) 8 Gr. $5\frac{1}{2}$ D. **661**) 10 £ 15 *s.* $7\frac{1}{2}$ *d.* **662**) 17 $ 50 *cts.*

§. 164.

663) *a*) 121 ƒ. 36 *xr.*; *b*) 104 ƒ. 23 Nkr. **664**) 107 ℳ 13 β. **665**) 798 rβ 14 *ngr.* **666**) 89 rβ 13 *ngr.* 6 ₰. **667**) *a*) 1519 ƒ. 18 *cts.*; *b*) 788 ƒ. 54 *cts.* **668**) 70 rβ 27 *ngr.* 2 ₰. **669**) 2170 ℳ 12 β. **670**) 729 ƒ. 15 *xr.* **671**) 21 rβ 29 *ngr.* **672**) 44 ƒ 21 *xr.* **673**) 56 ℳ $15\frac{1}{4}$ β. **674**) 3 £ 14 *s.* 2 *d.* **675**) 1053 ƒ. 93 *c.*

§. 166.

676) 608 ƒ **677**) 3 rβ $1\frac{1}{4}$ *ngr.* ca. **678**) 21843 *Fr.* 60 *c.* **679**) 682 rβ 11 *ngr.* 3 ₰. **680**) 6 ℳ 8 β. **681**) 207 rβ 24 *ngr.* 8 ₰. **682**) 133 ƒ. 41 *xr.* **683**) 5688 ƒ. 10 *xr.* **684**) 649 rβ 16 *sgr.* 4 ₰. **685**) 151 ƒ. 50 *xr.* **686**) 235 ƒ. 27 *xr.* **687**) $10\frac{5}{11}$ rβ. **688**) *a*) 24 ƒ. 35 *xr.*; *b*) 19 ƒ. 16 Nkr. **689**) 79 ℳ $9\frac{1}{2}$ β ca. **690**) 684 ƒ. 32 *xr.* **691**) 119 ℳ $8\frac{1}{2}$ β. **692**) 387 ƒ. **693**) 1226 rβ 4 *ngr.* **694**) 12 £ 2 *s.* $\frac{3}{10}$ *d.* **695**) 5 £ $12\frac{7}{32}$ *s.* **696**) 10 *s.* 1 *d.* **697**) *a*) 4384 ℳ 11 β; *b*) 788 ℳ 4 β. **698**) *a*) 527 ℳ $1\frac{15}{16}$ β *B°*; *b*) 16 ℳ 1 β *B°* **699**) $237\frac{21}{32}$ Kbf. *a*) 338 *Fr.* 10 *c.*; *b*) 135 ƒ. 24 Nkr. **700**) *a*) $29\frac{3}{8}$ Kbf.; *b*) 4 $ 37 *c.*

§. 168.

701) *a*) 147 ƒ.; *b*) $669\frac{2}{3}$ ƒ. **702**) $16\frac{2}{13}$ rβ. **703**) 3,924 ƒ. (92,4 Nkr.) **704**) 39 rβ 81 *cts.* **705**) 121 ƒ. 49,5 *xr.* **706**) 24,475 £ (9 *s.* 6 *d.*).

§. 170.

707) 14 ƒ. 49 *xr.* **708**) 4823 rβ 8 *ngr.* 3 ₰. **709**) 352 ƒ. 36 *xr.* **710**) 1754 ℳ 4 β 4 ₰. **711**) 83 £ 13 *s.* 3 *d.* **712**) 526 *Qrs.* $4\frac{9}{14}$ *B.* **713**) 42 *Ctr.* 48,786 ℔. **714**) 280 *S*℔ 30 ℔. **715**) 289 ℳ 15 β 1 ₰. **716**) 49,3127 Hektoliter. **717**) 269 £ 8 *s.* $10\frac{1}{2}$ *d.* **718**) 119 ƒ. 45 *xr.*

§. 173.

719) 72 rβ 24 *ngr.* 9 ₰. **720**) 155 ƒ. 16 *xr.* **721**) 743 ℳ 5 β. **722**) 65 ƒ $18\frac{12}{61}$ *xr.* **723**) 53 rβ 9 *ngr.* **724**) 71 ℳ 3 β $11\frac{79}{145}$ ₰.

§. 174.

1) 436 ƒ. 88 Nkr. **2**) 74 rβ 19 *gr.* 7 ₰. **3**) 1126 rβ 6 *ngr.* 4 ₰. **4**) 11 rβ 8 *sgr.* 1 ₰. **5**) 495 ℳ 8 β. **6**) 135 ƒ. 39 Nkr. **7**) 179,99 ℔. **8**) 1834 rβ 10 *ngr.* 4 ₰. **9**) 14 rβ 23 *gr.* 3 ₰. **10**) 24 ƒ. 50 Nkr.

11) 29,833 ℛ. **12**) 21,5 ℛ. **13**) 1006 ƒ. 15 Nkr. **14**) 1345 ƒ. 27 Nkr. **15**) *a*) 52,389 ℛ; *b*) 71,064 ℛ. **16**) $4\frac{4}{5}$, $4\frac{7}{8}$, $4\frac{19}{20}$, $5\frac{1}{40}$, $5\frac{1}{10}$, $5\frac{7}{40}$, $5\frac{1}{4}$, $5\frac{13}{40}$, $5\frac{2}{5}$, $5\frac{19}{40}$, $5\frac{11}{20}$, $5\frac{5}{8}$, $5\frac{7}{10}$, $5\frac{31}{40}$, $5\frac{17}{20}$, $5\frac{37}{40}$, 6 *sgr.* **17**) 44 Nkr. **18**) 60 ℔ — Nl. 9 Quint. **19**) 9 ℔ 13 *Lth.* 5 *Qt.* **20**) 340,976 ℔. **21**) 598 ℛ 8 *gr.* 4 ₰. **22**) 2102 ƒ. 92 Nkr. **23**) 13 *Ctr.* $92\frac{1}{2}$ ℔. **24**) 60, $60\frac{3}{4}$, $61\frac{1}{2}$, $62\frac{1}{4}$, 63, $63\frac{3}{4}$, $64\frac{1}{2}$, $65\frac{1}{4}$, 66, $66\frac{3}{4}$, $67\frac{1}{2}$, $68\frac{1}{4}$, 69 ₰.

§. 182.

725) $47\frac{1}{4}$ Tag. **726**) 9 Stunden. **727**) $2\frac{38}{45}$ Ellen Länge. **728**) $1\frac{13}{42}$ Monat. **729**) 22 St. 24 Min. **730**) 4 St. $37\frac{83}{121}$ Min.

§. 188.

731) 55 ℛ. **732**) $56\frac{61}{64}$ Fd'or. oder 56 Fd'or. und 5 ℛ 12 *ngr.* **733**) 1 ℳ $10\frac{1}{4}$ ß. **734**) 42,8 *sgr.* **735**) 5 Piaster 13 Para. **736**) 3,643 *ngr.* **737**) 42187 *Fr.* 50 *cts.* **738**) 16286,48 ℛ. **739**) $12\frac{26}{27}$ *ngr.* **740**) 3268,98 ℛ. **741**) 88,721 ℛ. **742**) *a*) 3 *Fr.* 63,6 *c.*; *b*) 1,93 ℳ (15 ß); *c*) 81,04 *Kop.*

§. 198.

743) A. 465 ℛ; B. $658\frac{3}{4}$ ℛ; C. $736\frac{1}{4}$ ℛ. **744**) A. $312\frac{1}{2}$ ƒ.; B. 250 ƒ.; C. 375 ƒ. **745**) 1) A. $\frac{9}{40}$; B. $\frac{10}{40}$; C. $\frac{14}{40}$; D. $\frac{7}{40}$. 2) A. $939\frac{3}{5}$ ℳ; B. 1044 ℳ; C. $1461\frac{3}{5}$ ℳ; D. $730\frac{4}{5}$ ℳ. **746**) A = 25; B = $30\frac{5}{16}$; C = 75; D = $63\frac{3}{4}$; E = $56\frac{9}{16}$; F = $48\frac{7}{16}$; G = 25; H = 40 □ R. **747**) A. 7500 ƒ.; B. 5625 ƒ.; C. 6750 ƒ.; D. 4125 ƒ. **748**) A = 67 ℛ 19 *ngr.* 6 ₰; B = 61. 29. 5.; C = 44. 4. —.; D = 19. 3. 5.; E = 36. 18. 7.; F = 80. 9. 5.; G = 107. 17. 5.; H = 39. 25. 8. **749**) 800 ℛ. **750**) A. 325 ℛ; B. 260 ℛ; C. $487\frac{1}{2}$ ℛ; D. $227\frac{1}{2}$ ℛ. **751**) A. $292\frac{1}{2}$ ƒ.; B. 351 ƒ.; C. 390 ƒ.; D. 468 ƒ.; E. 540 ƒ. **752**) Abth. 1.: 240 ℛ $16\frac{1}{2}$ ß; Abth. 2: 315 ℛ $\frac{1}{2}$ ß; Abth. 3: 303 ℛ 7 ß. **753**) A. 135 ℛ 18 *ngr.* $7\frac{1}{2}$ ₰; B. 355 ℛ 6 *ngr.* $2\frac{1}{2}$ ₰; C. 170 ℛ 15 *ngr.* **754**) A. 550 St.; B. 495 St.; C. 297 St. — $16\frac{1}{2}$ Woche.

§. 209.

755) $1\frac{6}{7}$ ℛ. **756**) $22\frac{1}{3}$ *xr.* **757**) 51 ℛ 24 *sgr.* 6 ₰. **758**) 30 ℔. **759**) 4 Theile à 30 *gr.* und 3 Theile à 16 *gr.* **760**) 320 ℔ à 50 *xr.* und 200 ℔ à 24 *xr.* **761**) Entweder: 1 Th. à 16, 11 Th. à 18, 3 Th. à 20 und 1 Th. à 30 *sgr.*; oder: 11 Th. à 16, 1 Th. à 18, 1 Th. à 20 und 3 Th. à 30 *sgr.* **762**) 2 *Ctr.* 30 ℔. **763**) In der Reihenfolge, in welcher die Sorten in der Aufgabe aufgeführt sind, können gemischt werden: *a*) 2, 4, 9, 8, 4, 1 Th.; *b*) 9, 4, 2, 1, 4, 8 Th.; *c*) 4, 9, 2, 1, 8, 4 Th.; *d*) 9, 2, 4, 4, 1, 8 Th.; bei jeder Mischung ist die Summe der Theile 28, so dafs auf je 1 Theil ($\frac{420}{28}$)

15 ℔ kommen. **764**) 10 *sgr.* **765**) A. 16 Stück; B. 8 Stück. **766**) 105 ℔.

§. 216.

767) 9 *ℛ* 14 *ngr.* **768**) 25 *f.* 92 Nkr. **769**) 54 *ℳ* 12 *ß*. **770**) 56 *f.* 16 *xr.* **771**) 178 *ℛ* 9 *ngr.* **772**) 16 *ℳ* 1 *ß*. **773**) 1 *Fr.* 17 *cts.* **774**) 1 *R^S* 48 *Kop.* **775**) 3 *f.* 76 *cts.* **776**) 24 *ngr.* **777**) 3 *ℛ* 23 *ngr.* 4 *₰*. **778**) 36 £. 13 *s.* 8 *d.* **779**) 25 *Fr.* 12 ½ *c.* **780**) 2 *ℛ* 4 *gl.* **781**) 5 $ ½ *r.*

§. 218.

782) 27 *ℛ* 11 *ngr.* **783**) 109 *f.* 25 *xr.* **784**) 116 *R^S* 9 *Kop.* **785**) 226 5/6 *K°* (227 *K°*). **786**) 24 *R^S* 47 *Kop.* **787**) 24 *ℛ* 3 3/4 *ngr.* **788**) 752 *f.* 46 *xr.* **789**) 292 *ℳ* 8 *ß*. **790**) 4 £ 12 *s.* 5 *d.*

§. 222.

791) 53 *ℛ* 23 *ngr.* **792**) 13 *f.* 36 *xr.* **793**) 306 *ℳ* 12 *ß*. **794**) 44 *f.* **795**) 21635 *Fr.* **796**) 28 *ℳ* 6 *ß*.

§. 225.

797) 78 *ℛ* 15 *ngr.* **798**) 374 *ℳ* 15 *ß*. **799**) 179 *f.* 57 *xr.* **800**) 103 ½ ℔. **801**) 65 ℔. **802**) 188 *R^S* 38 *Kop.*

§. 228.

803) *a*) 1285 *ℛ* 13 *ngr.*; *b*) 1210 *ℛ* 17 *ngr.* **804**) *a*) 975 *f.* 7 *xr.* *b*) 936 *f* 53 *xr.* **805**) *a*) 919 *ℛ* 9 *ngr.*; *b*) 831 *ℛ* 23 *ngr.* **806**) *a*) 1153 *ℳ* 11 *ß*; *b*) 1054 *ℳ* 5 *ß*. **807**) *a*) 955 *Fr.* 11 *cts.* *b*) 940 *Fr.* 89 *cts.* **808**) *a*) 391 £ 6 *s.*; *b*) 336 £ 14 *s.* **809**) 673 *ℛ* 22 *ngr.* 5 *₰*. **810**) 808 *ℳ* 15 *ß*. **811**) 1165,8 ℔. **812**) 215 *ℳ*.

§. 230.

813) 8266 *ℳ* 15 *ß*. **814**) 753 *ℛ* 12 *ngr.* **815**) 1738 *f.* 6 *xr.* **816**) 360 *ℛ*. **817**) 82400 *f.* **818**) 1437 $ 50 *c.*

§. 232.

819) 1466 *ℛ* 20 *ngr.* **820**) 2760,62 *K°*. **821**) 3158 $ 25 *cts.* **822**) 36752 *ℳ*. **823**) 3065 *Fr.* 25 *cts.* **824**) 810 *ℛ*.

§. 234.

825) 650 *ℛ*. **826**) 316 *ℛ* 20 *ngr.* **827**) 1240 *ℳ* 4 *ß*. **828**) 960 $. **829**) 936 *Fr.* **830**) 929 ℔. **831**) 722 *f.* 40 *xr.* **832**) 8548 *ℳ* 1 *ß*. **833**) 2111 *ℛ* 15 *ngr.* **834**) 1727 *f.* 48 *xr.*

835) 157 ℳ 9 ß. **836**) 588500 Ø. **837**) 5154 ℛ 25 *ngr.* **838**) 8908 *f.* 85 Nkr. **839**) 5971,35 *K°.* **840**) 248 ℛ 18 *ngr.*

§. 238.

841) 5 %. **842**) 2 %. **843**) 2½ %. **844**) 2 %. **845**) ⅓ %. **846**) 3 %. **847**) 6¼ %. **848**) 8⅔ %. **849**) 6 %. **850**) 24 %. **851**) 8⅓ %. **852**) 2½ %. **853**) 1 %. **854**) 12½ %.

§. 243.

855) *a*) 42 *f.* 54 *xr.*; *b*) 48 ℳ 3 ß; *c*) 6 ℛ 3 *ngr.*; *d*) 111 *Fr.* 57 *cts.* **856**) *a*) 9 ℛ 8 *ngr.*; *b*) 26 ℳ 13 ß; *c*) 23 *Fr.* 90 *cts.*; *d*) 2 *f.* 37 *xr.* **857**) *a*) 106 ℳ; *b*) 7 £ 2 *s.* 11 *d.*; *c*) 57 $ 60 *cts.* **858**) 222 ℛ 22 *ngr.* 6,5 ₰. **859**) *a*) 7225 ℳ; *b*) 12480 ℳ; *c*) 3125 *f.* **860**) *a*) 1¼ %; *b*) 1½ %. **861**) 9531 *Fr.* 31 *cts.* **862**) 3944 ℛ 70 *cts.* **863**) 12 *f.* **864**) 1496 $. **865**) 2850 ℳ. **866**) 5½ %. **867**) 5 %. **868**) 41 ℛ. **869**) 950 *f.* **870**) 1406 *f.* 30 *xr.* **871**) 138 ℳ 8 ß. **872**) 228 ℳ 5 ß. **873**) 1 ℳ 12 ß. **874**) 2 %. **875**) *a*) 7,626 %; *b*) 915 $ 12 *cts.*; 2006 $ 55 *cts.*; 92 $ 88 *cts.* **876**) 7¼ % ca. **877**) 72 £ 3 *s.* 10 *d.* **878**) 1) 3,37 %; 23,97 %; 24,07 %; 3,57 %; 22,91 %; 2) 1,5 %; 1,49 %; 1,55 %; 1,57 %; 1,57 %; 1,45 %; 3) 1,38 %; 1,73 %; 1,46 %; 1,50 %; 1,35 %; 1,41 %. **879**) *a*) 0,04 %; 5,19 %. **880**) 6,18 %; 20,40 %; 5,07 %.

§. 249.

881) 14¹⁄₁₆ %. **882**) 6¼ ℳ. **883**) 24 *f.* 84 *cts.* **884**) 20 *gr.* **885**) 8 %. **886**) 16⅔ ℛ. **887**) 5 *f.* **888**) 5 *ngr.* **889**) 15,6 ß. **890**) 8⅓ %. **891**) 3⁷⁄₁₉ *ngr.* **892**) 28 *f.* 20 *xr.* **893**) 242 ℛ 15 *ngr.* **894**) 18¹⁴⁄₂₇ %. **895**) 17 ℳ 6⅔ ß. **896**) 33⅓ %. **897**) 8060 ℳ. **898**) 17³⁄₁₆ % Gewinn. **899**) 903 ℛ 10 *sgr.* **900**) 27½ *f.* **901**) *a*) 11⅑ %; *b*) 25 %. **902**) 1500000 ℛ. **903**) 4 *f.* 48 Nkr. **904**) 10 %. **905**) 27⁷⁄₉ *f.*

§. 258.

906) *a*) 1) 65 ℛ 8 *ngr.*; 2) 87 *f.* 20 *xr.*; 3) 218 *Fr.* 75 *cts.*; 4) 78 £ 13 *s.* 6 *d.* *b*) 1) 62 ℛ 23 *ngr.*; 2) 81 *f.* 15 *xr.*; 3) 201 *Fr.* 92 *cts.* 4) 57 £ 4 *s.* 4 *d.* **907**) 1) 18 ℳ 7 ß; 2) 9 ℳ 2 ß; 3) 21 ℳ 6 ß. **908**) 1) 52 ℛ 26 *ngr.* 5 ₰; 2) 202 *f.* 40 *xr.*;

3) 235 ℔ 8 ß; 4) 672 ℛ 3 ngr. **909**) 1) 1531 ℛ 12 ngr.; 2) 835 f. 53 xr.; 3) 1334 ℔ 8 ß; 4) 229 £ 7 s. 6 d. **910**) à 10%: 1) 229 ℛ 17 ngr.; 2) 316 ℛ 24 ngr.; 3) 1469 ℛ 21 ngr. — à 13%: 1) 223 ℛ 14 ngr.; 2) 308 ℛ 11 ngr.; 3) 1430 ℛ 20 ngr. **911**) 1) 1041 ℛ 1 ngr.; 2) 386 ℛ 26 ngr.; 3) 1099 ℛ 6 ngr. **912**) 1) 631 ℛ 14 ngr.; 2) 1014 f.; 3) 855 £ 10 s. 2 d. **913**) 1) 3%; 2) 25%; 3) $7\frac{1}{2}$%. **914**) *a*) 4%; *b*) 10%. **915**) 14%. **916**) *a*) 29 f. 42 xr. *b*) 30 f. **917**) *a*) 6 ℛ 6 ngr. $4\frac{1}{2}$ ₰; *b*) 3 ℛ 17 ngr. 8 ₰. **918**) *a*) 40 sgr.; *b*) 48 sgr. **919**) 13%. **920**) Bei B., bei welchem sie nur 5 ℛ $14\frac{9}{11}$ sgr. kostet. **921**) Bei A., wo sie ohne Rabatt nur 38,85 gr. kostet, während man sie bei B. mit 38,94 gr. bezahlt. **922**) Bei A., um 0,65 gr. Cour. pr. Leipz. Elle, oder um 0,884 gr. *M. Z.* pr. Brab. Elle. **923**) 34,2 ngr. **924**) $4\frac{16}{21}$%. **925**) $24\frac{15}{16}$ sgr.

§. 260.

926) 2 ß 10 ₰. **927**) 75,6 xr. **928**) 14 ℛ 1 ngr. ca. **929**) 90 Fr. ca. **930**) 5 s. 2 d. ca. **931**) 8354 f. 9 xr. ca. **932**) 5,252 ß. **933**) 247,45 Fr. **934**) 2862 ℛ 12 *gl.* in Louisd'or. **935**) 8,48 ngr. **936**) 12 ngr. ca.

§. 267.

937) 76 ℛ 6 ngr. **938**) 74 f. 39 xr.. **939**) 33 ℔. **940**) 11 Rb. 76 *Kop.* **941**) 55 Fr. 64 c. **942**) 20 ngr. 4 ₰. **943**) 8 f. **944**) 8 £ 4 s. 6 d. **945**) 54 Fr. **946**) 40 *Rdlr.* 19 ß. **947**) 35 ℛ $13\frac{3}{4}$ ngr. **948**) 58 ℔ $11\frac{3}{4}$ ß. **949**) 9 f. $46\frac{1}{4}$ xr. **950**) 27 Rb. 20 *Kop.* **951**) 16 f $7\frac{1}{2}$ xr. **952**) 66 ℔ 11 ß. **953**) 2 ℛ 20 sgr. **954**) 1 ℛ 48 *gl.* **955**) 8 ℛ 20 sgr. **956**) 4 f. 10 xr. **957**) 36 ℛ $7\frac{1}{2}$ ngr. **958**) 57 Fr. 75 c. **959**) 374 ℛ. **960**) 773 f. 46 xr. **961**) 57 Fr. 6 c. **962**) 38 ℛ 36 *gl.* **963**) 5 f. $37\frac{1}{2}$ xr. **964**) 37 ℔ 13 ß. **965**) 127 Fr. 44 c. **966**) 170 ℔ 2 ß. **967**) 24 ℛ 12 sgr. **968**) 81 ℛ 21 sgr. **969**) 18 f. 22 xr. **970**) 141 Rb. 12 *Kop.* **971**) 11 ℛ 14 ngr. **972**) 117 ℛ 22 ngr. 5 ₰. **973**) 12 f. 51 xr. **974**) 333 ℛ 22 gr. 6 ₰. **975**) 35 £ 18 s. 2 d.

§. 272.

976) 34 f. 49 xr. **977**) 31 ℛ 1 ngr. **978**) 33 ℛ 28 ngr. **979**) 14 f. $87\frac{1}{2}$ Nkr. **980**) 3 f. **981**) 38 ℔ 9 ß. **982**) 31 £ $87\frac{1}{2}$ c. **983**) 60 f. 94 Nkr. **984**) 23 ℔ 7 ß. **985**) 155 Fr. 60 c. **986**) 124 ℛ 10 sgr. 6 ₰. **987**) 95 *Rdlr.* 11 ß. **988**) 33 ℛ 22 gr. 2 ₰. **989**) 236 £ 5 s. 2 d. **990**) 88 Rb. 80 *Kop.*

§. 280.

991) 18 *Thlr* 2 *ngr.* **992**) 7 *f.* 35 *xr.* **993**) 66 *Fr.* 82 *c.* **994**) 11 *Mk* 6 *β.* **995**) 3 *Rdlr.* 50 *β.* **996**) *a*) 11 *Thlr* 17 *sgr.*; *b*) 32 *Mk* 8 *β*; *c*) 1 *f.* 94 Nkr. **997**) 13 *Thlr* 19 *sgr.* **998**) 6 *Mk* 3 *β.* **999**) 11 *f.* 55 *xr.* **1000**) 55 *Fr.* 26 c. **1001**) 30 *£* 44 c. **1002**) *a*) 95 *f.* 12 *xr.*; *b*) 1 *f.* 3 $\frac{1}{2}$ Nkr.; *c*) 110 *Mk* 6 *β.* **1003**) 14 *Thlr* 28 *ngr.* 4 *₰.* **1004**) 9 *f.* 4 *xr.* **1005**) 9 *Rdlr.* 38 *Oere.* **1006**) 6 *Rb.* 87 *Kop.* **1007**) 76 *Mk* — *β.* **1008**) *a*) 84 *Thlr* 4 *sgr.* 6 *₰*; *b*) 58 *Fr.* 85 *c.*; *c*) 1 *f.* 32 Nkr. **1009**) 3 *Thlr* 6 *sgr.* **1010**) 202 *f.* 50 Nkr. **1011**) 3 *f.* 4 *xr.* **1012**) 98 *f.* 79 *c.* **1013**) 1 *Thlr* 9 *ngr.* **1014**) *a*) 480 *Fr.* 76 *c.*; *b*) 1 *Thlr* 3 *sgr.* 5 *₰*; *c*) 93 *f.* 72 *c.* **1015**) 36 *Thlr* 1 *ngr.* **1016**) 18 *f.* 34 *xr.* **1017**) 17 *Fr.* 69 *c.* **1018**) 33 *Mk* 9 *β.* **1019**) 45 *$* 35 *c.* **1020**) *a*) 54 *f.* 54 c.; *b*) 11 *£* 55 *c.*; *c*) 3 *f.* 15 Nkr. **1021**) *a*) 12 *Thlr* 25,5 *ngr.*; *b*) 17 *f.* 33 *xr.*; *c*) 8 *Mk*; *d*) 9 *Fr.* 65 c. **1022**) *a*) 17 *£* 17 *s.* 3 *d.*; *b*) 8 *£* 1 *s.* 2 *d.*; *c*) 46 *£* 13 *s.* 10 *d.* **1023**) *a*) 21 *Fr.* 65 *c.*; *b*) 5 *f.* 81 Nkr.; *c*) 7 *f.* 32 *c.* **1024**) *a*) 13 *Thlr* 29 *ngr.* 5 *₰*; *b*) 12 *f.* 39 *xr.*; *c*) 36 *Mk* 2 *β*; *d*) 44 *$* 67 *c.* **1025**) *a*) 67 *Thlr* 23 *ngr.*; *b*) 58 *f.* 16 $\frac{1}{2}$ *xr.*; *c*) 10 *£* 14 *s.* 2 *d.* **1026**) 156 *Thlr* 27 *sgr.* **1027**) 294 *f.* 10 *xr.* **1028**) 483,84 *Mk.* **1029**) 245 *Thlr* 19 *ngr.* 6 *₰.* **1030**) Im 9. Jahre sind noch 785,78 *Thlr* zu bezahlen.

§. 283.

1031) 2800 *Thlr.* **1032**) 9800 *Thlr.* **1033**) *a*) 25 Mill.; *b*) 10 Mill. **1034**) 1125 *Mk.* **1035**) 2272 *f.* **1036**) 5625 *Rb.* **1037**) 948 *Fr.* **1038**) 1260 *Thlr.* **1039**) 2336 *f.* **1040**) 44200 *Thlr.* **1041**) *a*) 5459 $\frac{1}{3}$ *Mk* ca. *b*) 5475 *Mk.* **1042**) 1361 *£* 2 *s.* 11 *d.*

§. 285.

1043) 5 $\frac{1}{3}$ %. **1044**) 4 $\frac{1}{5}$ %. **1045**) 3 $\frac{1}{2}$ %. **1046**) 4 $\frac{1}{6}$ %. **1047**) 5 %. **1048**) 4 $\frac{3}{4}$ %. **1049**) 5 $\frac{1}{2}$ %. **1050**) 4 %. **1051**) 6 %. **1052**) 10 %. **1053**) 5 $\frac{5}{19}$ %. **1054**) 4,58 %.

§. 287.

1055) 4 $\frac{3}{8}$ Jahr. **1056**) 3 $\frac{1}{3}$ Jahr. **1057**) 1 $\frac{1}{3}$ Jahr. **1058**) 8 Monate. **1059**) 96 Tage. **1060**) 42 Tage. **1061**) Am 1. März 1858. **1062**) Am 22. Juli 1860. **1063**) 146 Tage. **1064**) 11 Jahre.

§. 290.

1065) 735 *f.* 18 *xr.* **1066**) 2939 *Mk* 4 *β.* **1067**) 28 *f.* 14 *xr.* **1068**) 850 *Thlr.*

§. 308.

1069) *a*) 30 *ℛ* 21 *ngr.*; *b*) 30 *ℛ* 7 *ngr.* **1070**) 1702 *f.* 8 *xr.* **1071**) 1500 *ℳ* *B.°* **1072**) 1053 *ℛ* 15 *ngr.* **1073**) 36 Tage. **1074**) 4½ %. **1075**) Am 14. April 1859. **1076**) 1250 *ℛ*. **1077**) 5 %. **1078**) 504 *ℛ*. **1079**) Am 12. Nov. 1859. **1080**) 1924 *ℳ*. **1081**) 350 *ℛ*. **1082**) 202 *Fr.* 50 *c.* **1083**) 2568 *ℳ* 13 *β* *B.°* **1084**) 3926 *Fr.* 90 *cts.* **1085**) 7436 *ℳ* 8 *β* *B.°* **1086**) 2767 *f.* 27 Nkr.*) **1087**) 4871 *ℛ* 23 *sgr.* 6 *₰*. **1088**) 2000 *ℛ*.

§. 316.

1089) Der 27. Juli. **1090**) Unterm 24. August. **1091**) Der 2. Nov. **1092**) Nach 5,977 Mt. **1093**) *a*) nach §. 313*a*: in $3\frac{1}{3}$ Jahre; *b*) mit 4 % Discont nach §. 315: in $3\frac{56}{403}$ Jahr.

§. 322.

1094) *a*) 12 *Mℓ.* 11 *Lth.* 2 Grän;**) *b*) $4\frac{358}{1000}$ *℔*; *c*) 3 *Mℓ.* 2 *Lth.* 10 Gr.; *d*) 4,583 *K.°*; *e*) 8,766 Pond. **1095**) *a*) 12 *Mℓ.* 1 *Lth.* 1 *Qt.*; *b*) 130 *Mℓ.* 10 *Lth.* 3 Gr.; *c*) 4,901 *℔*; *d*) 22,398 *K.°* **1096**) *a*) 6 *℔* 23 Sol. 16 Doli; *b*) 17 *oz.* 14 *dwts.* 14 *grs.*; *c*) 19,551 *oz.* **1097**) *a*) 12 Pud 8 *℔* 70 Sol. 7 Doli; *b*) 22 *oz.* 12 *dwts.* 15 *grs.*; *c*) 16,946 *oz.* **1098**) 18,913 *℔*. **1099**) 21,305 *oz.* **1100**) *a*) 18,958 *Pond*; *b*) 16,994 *K.°* **1101**) 8 Pud 12 *℔* 75 Sol. 83 Doli. **1102**) 15,395 *oz.* **1103**) 15,748 *oz.*

§. 324.

1104) 2993 *ℳ* 13 *β.* **1105**) *a*) 1214 *ℛ* 3 *sgr.*; *b*) 2775 *f.* 47 *xr.*; *c*) 1362 *f.* 57 *xr.*; *d*) 1835 *f.* 19 *c.*; *e*) 237 *ℛ* 21 *ngr.*; 235 *ℛ* 11 *ngr.* **1106**) *a*) 79 *Mℓ.* 1 *Lth.* 4 Gr.; *b*) 2194 *ℳ* 6 *β.* **1107**) 4019 *Fr.* 30 *cts.* **1108**) 166 *£* 18 *s.* 4 *d.* **1109**) *a*) 12 *£* 13 *s.* 8 *d.*; *b*) 12 *£* 17 *s.* 11 *d.* **1110**) 832,5 *oz.* **1111**) 847 *R.* 76 *Kop.* **1112**) 457 *ℛ* 1½ *sgr.* **1113**) 29,86 *ℛ*. **1114**) 750 Tausendtel. **1115**) 27,931 *℔*.

§. 327.

1116) 141 *ℛ* 10 *ngr.* **1117**) 871 *ℳ* 5 *β* *B.°* **1118**) Silber: $ 1226. — Gold: $ 478. 7 *r.*, zusammen $ 1704. 7. **1119**) *£* 1204. 4. 6.

*) In den Aufgaben 1086, 1087, 1088 ist 1 Mt. = 30 Tagen gerechnet.

**) In den Uebungsaufgaben dieses so wie des folgenden Paragraphen ist das Gewicht ohne Berücksichtigung des Bruchtheils der niedrigsten Gewichtseinheit angegeben beziehentlich als Grundlage der Werthberechnung angenommen, selbst dann, wenn dieser Bruchtheil mehr als die Hälfte dieser Einheit beträgt.

§. 328.

1120) 8,055 ℔; 833 $^1/_3$ Tausendtel. **1121**) 958 $^1/_3$ *Mill.*; 92 Sol.; 15 $^1/_3$ Loth; 11 *Din.* 12 *Gr.* **1122**) 0,802 *K°.* **1123**) 868 *Mill.*; *W.* 13 *dwts.* 16 *grs.*; 13 Loth 16 Gr. **1124**) *a*) 1,104 *K°*; 817 *Mill.* — *b*) 2,208 ℔; 817 Tausendtel. — 4 *Mk.* 11 $^1/_2$ Loth; 19 Kar. 7 $^1/_2$ Gr. — *c*) 2 ℔ 66 Sol. 81 Doli; 78 $^1/_2$ Sol. — *d*) 4 *Marcos* 6 *Onz.* 3 *Och.*; 19 *Quil.* 2 $^1/_2$ *Gr.* **1125**) 18,703 *Onces.* **1126**) 9 ℔ 5 *oz.* 14 *dwts.* 21 *grs.* **1127**) 119 ℔ — *oz.* 14 *dwts.* 1 *gr.*

§. 347.

1128) *a*) 986 $^1/_9$; *b*) 67 $^{67}/_{78}$; 145,27. **1129**) *a*) 433,06 Troygr.; *b*) 28,06 Gr. **1130**) 354,06 Troygr. **1131**) *a*) 35 St.; *b*) 74,833 St. **1132**) 20 Kar. 11,77 Gr. **1133**) *a*) 900 *Millièmes*; *b*) 6 *dwts.* *W.*; *c*) von der Probe 86 $^2/_5$. **1134**) 22,395 *ℛ*. **1135**) 20,705 Piaster. **1136**) *a*) 91,8 Doli; *b*) 32,68 Rubel. **1137**) *a*) 466,56 Doli; *b*) 319,936 Troy-Gr.; *c*) 20,731 Grammen. **1138**) 68,283 *Sov.* **1139**) Nach einem 58 *f.*-Fuſse ca. **1140**) 3,22 Grammen. **1141**) *a*) 96,416; *b*) 78,967. **1142**) 1 $^1/_2$ *Gramme.* **1143**) 12,64 *Grammes.* **1144**) *a*) 6 $^{10}/_{11}$ %; *b*) 44,653 Stück. **1145**) *a*) 62 $^{26}/_{45}$ St.; *b*) 83,350 St. **1146**) *a*) 3546,39; *b*) 235,42. **1147**) 50,23 Stück.

§. 352.

1148) 1 *f.* 52,8 *xr.* **1149**) 16 *s.* 5,4 *d.* **1150**) *a*) 1,6514 Fd'or.; *b*) 0,6055 Kr. **1151**) 2,47 *Fr.* **1152**) 15 *s.* 9,56 *d.*; 9 *s.* 4,75 *d.*; 64 *s.* 0,875 *d.*; 43 *s.* 5,83 *d.*; 134 *s.* 1,42 *d.*; 4 *s.* 0,48 *d.*; 2 *s.* 11,72 *d.*; 3 *s.* 2,73 *d.*; 4 *s.* 4,04 *d.*; 1 *s.* 11,04 *d.* **1153**) *a*) 25,024 *Fr.*; *b*) 25,123 *Fr.*

§. 355.

1154) 2,103 *sgr.* **1155**) 35 *f.* = 74 *Fr.* **1156**) *a*) 110,78 P.; *b*) 88 P. ca. **1157**) *a*) 3 *Fr.* 99,9 *c.*; *b*) 1,6831 *Co. R.*; *c*) 2 *Rdlr.* 82 *Oere.* **1158**) *a*) 25,84 *Fr.*; *b*) 4,98 $; *c*) 6,17 *Rs.*; *d*) 20,49 *s.* **1159**) *a*) 2,351 *f.*; *b*) 2,419 *f.* **1160**) 1,0199 Goldkr. **1161**) *a*) 34 *Fr.* 44 $^4/_9$ *c.*; *b*) 6,646 $; *c*) 8,39 *ℛ*.

§. 365.

1162) *a*) 631 *ℛ* 23 *ngr.*; *b*) 631 *ℛ* 2 *sgr.*; *c*) *Bₒ.* 1258. 11 *β*; *d*) *Bₒ.* 1258. 9 *β*; *e*) 1579 *₰* 7 *β Ct.*; *f*) 1105 *f.* 55 *xr.* **1163**) *a*) 685 *ℛ* 8 *ngr.*; *b*) 1159 *f.* 92 Nkr.; *c*) 1191 *f.* 36 *xr.*; *d*) 1363 *₰* 8 *β Bº*; *e*) 1704 *₰* 6 *β Ct.*; *f*) 2538 *Fr.* **1164**) *a*) 154 Ld'or. und 12 $^3/_4$ *ngr.*; *b*) 221 Ld'or. und 2 *ℛ* 21 *sgr.* 5 *₰*; *c*) 249 Ld'or. und 5 *f.* 27 *xr.*; *d*) 113 Ld'or. und 4 *₰* 2 *β Ct.*; *e*) 134 Ld'or. und 9 *₰* 9 $^1/_2$ *β Ct.*; *f*) 145 Ld'or. und 1 *₰* 2 *β Ct.* **1165**) *a*) 425 # und

1 ℛ 21 ngr. Cour.; *b*) 316 # und 6 ℳ 9 ß Cour.; *c*) 279 # und 1 ƒ. 77 Nkr. **1166**) *a*) 109$^{3}/_{4}$; *b*) 109$^{7}/_{8}$; *c*) 37 %. **1167**) *a*) 105$^{3}/_{4}$; *b*) 5 ƒ. 37 Nkr. **1168**) 1826 ℛ 35 *gl.* **1169**) 1069 ℛ 15 ngr. **1170**) 202 Ld'or. und 3 ℛ $^{3}/_{4}$ ngr. **1171**) 276 # und 2 ℛ 5 ngr. 7 ₰. **1172**) 109$^{3}/_{4}$. **1173**) 103$^{1}/_{2}$. **1174**) 105$^{3}/_{4}$. **1175**) 10$^{1}/_{8}$ %. **1176**) 261 # und 2 ℛ 9 ngr. **1177**) 101 ℛ 2 ngr. 5 ₰. **1178**) ƒ. 450. —. und 2 ℛ 15 ngr. **1179**) 777 ℛ 10 *gl.* **1180**) 2288 ℛ und 1 ƒ. 32 xr. **1181**) 1075 ƒ. 41 xr. **1182**) 191 # und 1 ℛ 20 sgr. 6 ₰. **1183**) 1519 ℳ 11 ß.; 1537 ℳ 15 ß; 1542 ℳ 8 ß. **1184**) 1130 ℳ 2 ß; 1118 ℳ 15 ß; 1114 ℳ 8 ß. **1185**) 1215 ℳ 4 ß; 1214 ℳ 7 ß. **1186**) 391 ℳ 8 ß. **1187**) 26$^{1}/_{4}$ %. **1188**) 144 Ld'or. und 12 ℳ 13 ß Cour. **1189**) 1 ℛ Cour. ist zu wenig gezahlt. **1190**) 31,68 ß.

§. 368.

1191) 14538 ℳ 14 ß. **1192**) £ 3941. 0. 9. **1193**) £ 256942. 10. —. **1194**) 17,266 ℛ (17$^{1}/_{4}$ ℛ). **1195**) *a*) 73 *s*. 9 *d*. *b*) 6,44 %; *c*) 1577 £ 7 *s*. 11 *d*.

§. 381.

1196) 5,389 Gr. **1197**) 1$^{7}/_{10}$ %. **1198**) 47,44 St. à 5 Fr. und 200,77 St. à 20 xr. **1199**) 15,479 : 1. **1200**) 14,09 : 1. **1201**) 5 ℛ 17 ngr. 1 ₰. **1202**) *a*) 1 : 15,988; *b*) 1 : 14,884. **1203**) *a*) 9 ℛ 7 sgr. 10 ₰; *b*) 5667 ℛ 22 sgr.; *c*) 194 Goldkr. und 3 ℛ 11 sgr.; *d*) 106,336. **1204**) *a*) Einfuhr: (Gold) 2263·485830,125 Fr.; 606·804043,220 ℛ — (Silber) 1266·309904,205 Fr.; 339·477260,964 ℛ. — Ausfuhr: (Gold) 1854·815192,500 Fr.; 497·246036,735 ℛ — (Silber) 1448·998631,158 Fr.; 388·453162,068 ℛ. Silberausfuhr nach China und Indien: 1190·631496,056 Fr.; 319·189100,359 ℛ. *b*) 22,033 %; 14,426 %. *c*) 82,169 %. **1205**) 9,83 $. **1206**) *a*) 1,6 *grains W.*; *b*) 5 *dwts.* 10 *grs. W.*

§. 387.

1207) *a*) 187,27 Fr.; *b*) 189,19 Fr. **1208**) 399,909 Fr. **1209**) 107,97 ℛ. **1210**) 85,05 ƒ.; 85,714 ƒ.; 150 ƒ.; 40,50 ƒ.; 75,84 ƒ.; 40,50 ƒ. **1211**) 84,31; 86,86; 148,31; 39,89; 74,89; 39,99. **1212**) 35,62; 13 ℳ 1$^{3}/_{4}$ ß; 189,96. **1213**) 98$^{3}/_{4}$; 87$^{1}/_{8}$; 98$^{7}/_{8}$; 116,697; 92,209. **1214**) 4,43 %; 6,86 %.

§. 396.*)

1215) 534 ƒ. 20 *c*. **1216**) 4935 ƒ. 61 *c*. **1217**) 1672 ƒ. 92 *c*. **1218**) 12971 Fr. 52 *c*. **1219**) 99. **1220**) 4033 ƒ. 23 *c*.

*) Insoweit diese Uebungsaufgaben die Berechnung von Discont mit sich bringen, ist bei Ermittelung der Zeit, für welche der Discont zu berechnen

1221) 5132 *fl.* 19 *xr.* **1222**) 2839 *fl.* 54 *xr.* **1223**) 475 £ 9 *s.* **1224**) 1439 *fl.* 67 *c.* **1225**) 966 *fl.* 9 *xr.* **1226**) 1140 *fl.* 47 *xr.* **1227**) 564. 13. **1228**) 1488. 4. **1229**) 1385. 8. **1230**) 1178. 25. **1231**) 1483. 2. **1232**) 99 1/3. **1233**) 1463 *rß* 31 *gt.* **1234**) 7797. 8. **1235**) 5011 *ℳ* 15 *ß Bº* **1236**) 891. 15. **1237**) 1363. 16. **1238**) 6. 20 1/2. **1239**) 7131. 22. **1240**) 810. 5. **1241**) 57. **1242**) 965 *fl.* 87 Nkr. **1243**) 2545. 7. **1244**) 1714 *fl.* 58 *xr.* **1245**) 537 £ 15 *s.* 11 *d.* **1246**) 11173 *fl.* 30 *xr.* **1247**) 104 1/2. **1248**) 2391 *fl.* 46 *xr.* **1249**) 2212 *fl.* 10 *xr.* **1250**) 9002 *Fr.* 76 *c.* **1251**) 668 *fl.* 48 *xr.* **1252**) 2821 *fl.* 36 *xr.* **1253**) 3980 *fl.* **1254**) 151 £ 9 *s.* 7 *d.* **1255**) 711 *ℳ* 14 *ß.* **1256**) 5569 *ℳ* 1 *ß.* **1257**) 4728 *fl.* 62 *c.* **1258**) 2681 *ℳ* 9 *ß.* **1259**) 6390 *ℳ* 15 *ß.* **1260**) 46 *ß.* **1261**) 5235 *ℳ* 10 *ß.* **1262**) 7970 *ℳ* 2 *ß.* **1263**) 1890 *fl.* 42 *xr.* **1264**) 955 *ℳ* 2 *ß.* **1265**) 366 £ 11 *s.* **1266**) 315 £ 8 *s.* 5 *d.* **1267**) 312 £ 9 *s.* 11 *d.* **1268**) 8015 *Fr.* 47 *c.* **1269**) 129 £ — *s.* 4 *d.* **1270**) 118 1/2. **1271**) 2554 *Fr.* 81 *c.* **1272**) 1439 *fl.* 43 *xr.* **1273**) 2856 *Fr.* 71 *c.* **1274**) 27122 *Fr.* 30 *c.* **1275**) 174 £ 1 *s.* 10 *d.* **1276**) 6940 *Fr.* 91 *c.* **1277**) 15632 *Fr.* 6 *c.* **1278**) 4053 *fl.* 45 Nkr. **1279**) 1526 *fl.* 35 Nkr. **1280**) 2816 *fl.* 56 Nkr. **1281**) 2340 *fl.* 61 Nkr. **1282**) 1476 *ℳ* 6 *ß.* **1283**) 1782 *rß* 5 *ngr.* **1284**) 5450 *fl.* 23 Nkr. **1285**) 14860 *fl.* 56 *xr.* **1286**) 1532 Ld'or. und 1 *rß* 3 *ngr.* **1287**) 2853 *rß* 13 *ngr.* **1288**) 33407 *Fr.* 30 *c.* **1289**) *a*) 9407 *Fr.* 30 *c.*; *b*) 3222 *Fr.* 65 *c.* **1290**) *a*) 1288 *rß* 43 *gt.*; *b*) 702 *rß*; *c*) 1261 *rß* 54 *gt.*; *d*) 3534 *rß* 25 *gt.* **1291**) *a*) 1842 *rß* 36 *c.*; *b*) 1103 *rß* 94 *c.* oder 1104 *rß* 10 *c.*; *c*) 863 *rß* 8 *c.* **1292**) 818 £ 14 *s.* 8 *d.* **1293**) 22218 $. **1294**) 17544 *Co. R.* 11 *A.* 4 *P.*

§. 398.

1295) *a*) 764 *rß* 8 *ngr.*; *b*) 1,475 *rß.* **1296**) 1455 *rß* 35 *c.* **1297**) 1103 *rß* 22 *ngr.* **1298**) *a*) 805 *rß* 11 *sgr.*; *b*) 56,3. **1299**) *a*) 8913 *ℳ* 10 *ß*; *c*) 671 £ 2 *s.* 10 *d.*; *c*) 6 *rß* 21 1/2 *ngr.* ca.

§. 400.

1300) 2223 *rß* 24 *sgr.* **1301**) 5796 *fl.* 8 *c.* **1302**) 1296 *rß* 13 *sgr.* **1303**) 3607 *rß* Ld'or. **1304**) 5360 *rß* 23 *ngr.* (Die gemeinschaftliche Verfallzeit der Tratten ist der 17. Febr.) **1305**) 478 £ — *s.* 8 *d.* **1306**) 76745 *Fr.* 25 *c.* **1307**) 5563 *rß* 4 *ngr.* **1308**) 1) 2494 £ 5 *s.* 10 *d.*; 2) *Bℳ.* 32349. 1 *ß*; 3) 43,979 *ß*; 4) 4782 *rß* 1 *ngr.*; 3914 *rß* 29 *sgr.*; 4712 *fl.* 14 *xr.*; 2625 *fl.* 25 *xr.*; 13693 *Fr.* 30 *c.*;

ist, der Monat zu 30 Tagen zu nehmen. Ausgenommen sind die Aufgaben 1248, 1274, 1277, 1280, 1281, 1285, 1288, in denen ein Monat zu soviel Tagen zu rechnen ist als er hat.

5) 1 ℛ 11 ngr. 6 ₰; 1 ℛ 11,56 sgr.; 2 ƒ 25,96 xr.; 5,2175 ℱ.; 5,2149 ℱ.*)

§. 405.

1309) Remittieren, da es auf diesem Wege die gröfsere Summe Gulden ($88^{1}/_{4}$) mit 100 𝔅 deckt. **1310**) Remittieren, da ihm auf diesem Wege 40 𝔅 weniger Gulden (35,31) kosten. **1311**) Zum Remittieren 25. $22^{1}/_{2}$, zum Trassieren 25. 20. **1312**) Sich à 13. 6. Rimessen machen lassen. **1313**) Durch Tratte à 11. $17^{1}/_{2}$. **1314**) Trassieren, weil ihm 200 ℱ. durch Tratte 94,5 ƒ., durch Rimesse nur 94,22 ƒ. einbringen. **1315**) Sich à $56^{1}/_{4}$ Rimessen machen lassen, die ihm $213^{1}/_{3}$ ℱ. für 100 ƒ. einbringen. **1316**) 105 = Remittieren; $57^{1}/_{16}$ (105,14) = Trassieren. **1317**) Sich à $374^{1}/_{2}$ Rimessen machen lassen, die ihm 80,10 ℛ pr. 300 ℱ. (gegen $79^{7}/_{8}$ Ertrag der Tratte) einbringen. **1318**) Da der Paris-Frankfurter Cours auf die feste Valuta des Frankfurt-Pariser gebracht = 92,62 giebt, so besteht kaum ein Unterschied zwischen beiden Wegen.

§. 407.

1319) 2 Mt.-Papier (151,032 gegen 151,375). **1320**) Durch Tratten in 3 Mt.-P. (35. 53. gegen 35. 63). **1321**) Rimessen in 3 Mt.-P. (25,525 gegen 25,364 Rim. in k. S.). **1322**) Tratte in 2 Mt.-P. (111 gegen 111,086 Tratte in 1 Mt.-P.). **1323**) Beide Arten des Rembourses sind beinahe gleich: 189,741 (1 Mt.), 189,75 k. S. **1324**) $1^{17}/_{19}$ %. — Nein; durch Rimesse in 3 Mt. deckt es mit 1 £ nur 11,815 ƒ., während durch Rimesse in k. S. 11,875 ƒ. gedeckt werden.

§. 414.

1320) Dir. 137,125; Amsterdam 137,354; London 138,014; Paris 138,724; Frankfurt 139,591; Berlin 138,739. Daher direct remittieren. **1321**) Dir. 104,875; Amsterdam 104,723; Hamburg, 104,614; Paris 104,309; London 104,719. Daher trassieren à $104^{7}/_{8}$. **1322**) Durch Frankfurt (151,727 gegen 151,875 direct). **1323**) Durch Hamburg trassieren lassen (101,299 gegen 101,25 directe Tratte) **1324**) Direct remittieren ($99^{5}/_{8}$ gegen 100,328 indirect). **1325**) Zum Verkaufe von Londoner (13 𝔅 4,17 ß); zum Einkaufe von Amsterdam (36,045), Frankfurter (89,847) und Berliner (154,049) ohne Rücksicht auf Spesen.

§. 418.

1326) *a*) 4,874 $; *b*) 109,67 oder 9,67 % Prämie. **1327**) 49,315 *d.* **1328**) An der eigenen Börse verkaufen (92,923); 92,02 in Hamburg und 92,309 in Berlin. **1329**) Leipzig (57,047) oder direct =

*) Hierbei ist die Begebung des Pariser Papiers in Lyon mit 5 % Discont angenommen, was in der Aufgabe nicht bemerkt ist.

Remittieren; Pariser (57,366) = Trassieren. Auch die Papiere der übrigen Plätze sind besser zum Trassieren als directes Papier: Amsterdam k. S. 57,209; Amsterdam 2 Mt. = 57,237; Hamburg = 57,339; London 57,239. **1330**) Hamburgs Vermittelung eignet sich nur zum Einkaufe: Amsterdam = 127,215; London = 606,706; Paris = 17,185; Leipzig = 111,759; Berlin = 111,577; denn die Differenz für das Frankfurter (51,358 gegen 51,33), wonach sich Hamburgs Vermittelung für den Verkauf empfehlen würde, ist praktisch ohne Bedeutung. **1331**) Zum Remittieren ist nur direct (189,122) geeignet. Amsterdam 189,643; London 190,041; Frankfurt a. M. 189,516; Genua 189,392; Berlin 189,317 eignen sich zum Trassieren. **1332**) *a*) London: 808,289; 52,664. Paris: 801,454; 51,947. Amsterdam: 799,541; 52,194. Hamburg: 796,626; 52,138. *b*) London: 0,533 % theurer; 0,792 % theurer. Paris: 0,317 % wohlfeiler; 0,579 % wohlfeiler. Amsterdam: 0,555 % wohlfeiler; 0,107 % wohlfeiler. Hamburg: 0,918 % wohlfeiler; 0,215 % wohlfeiler. *c*) London: 117,872; 117,569. Paris: 93,546; 93,793. Amsterdam: 100,306; 99,856. Hamburg: 88,687; 88,064. *d*) London: Gold und Silber zum Remittieren. Paris: Gold und Silber zum Trassieren. Amsterdam: Gold und Silber zum Trassieren. Hamburg: Gold und Silber zum Trassieren. **1333**) Gold. Von London: 0,4101008 × P × C; von Paris: 80,316268 × P div. durch C; von Amsterdam: 134,943977 × P div. durch C; von Frankfurt a. M.: 46,771100 × P div. durch C. Silber. Von London: 0,033867 × P × C; von Paris: 5,142248 × P div. durch C; von Amsterdam: 9,354220 × P div. durch C; von Frankfurt a. M.: 46,771100 × P div. durch C. **1334**) 1) $ 9000.—. 2) £ 1826. 1. 4. 3) 45,8 *d.**) **1335**) *a*) *Rs.* 5 : 731 $ 450. *b*) £ 670. 13 *s.* 10 *d.* *c*) 28,085 *d.* **1336**) 1) $ 2083. —. 2) £ 414. 13. 3. 3) 47,77 *d.* **1337**) 89½ ca. (genau: 89,46). **1338**) 2 *f.* 19,92 *xr.*

§. 427.

1339) *a*) *ℛ* 1822. 15. *b*) 2004. 15. *c*) 1463. —. **1340**) *a*) *ℛ* 4336. 15. *b*) 2520. 22½. *c*) 5048. 2. *d*) 3097. 10. **1341**) *a*) *f.* 3078. 40. *b*) 2336. 32. *c*) 1992. 33. **1342**) *a*) *Bfr.* 2860. 11. *b*) 4189. 5. *c*) 4135. 11. *d*) 7087. 7. **1343**) *a*) *f.* 4694. 40. *b*) 6778. —. *c*) 4395. —. **1344**) *f.* 5145. 14. **1345**) *Fr.* 29160. 40. **1346**) *Rt.* 10656. 67. **1347**) In 5 % Papieren, welche 4,72 % Zinsen geben, während die 3½ % nur 4,10 %, die 4 % nur 4,16 %, die 4½ % nur 4,42 % Zinsen gewähren. **1348**) 4,448 %.

*) Die in dieser Aufgabe vorkommenden Consulargebühren, Kosten der Verpackung und Ausgangszoll sind von der in Piastern remittierten Summe zu berechnen.

§. 443.

1349) 100 ℔ schwed. = 103,783 ℔ russ. oder 100 ℔ russ. = 96,354 ℔ schwed.; 26 ℔ schwed. = 27 ℔ russ. **1350**) 45 *Khahoon* = 28 Last. **1351**) 10046,592 Hamb. Pfd. **1352**) 3,18 %; 0,30 %. **1353**) *a*) 102565,65 ℔ in Triest; *b*) 126624,82 ℔ engl.; *c*) 114873,53 ℔ preufs. **1354**) *a*) 100 Zollpfd. = 110,23 ℔ engl. oder 100 ℔ engl. = 90,72 Zollpfd.; *b*) 100 *Cwt.* = 101,606 Zollctr. oder 100 Zollctr. = 98,42 engl. Ctr. **1355**) *a*) 100 *K°* = 219,42 ℔ oder 100 ℔ = 45,57 *K°*; *b*) 100 *K°* = 217,324 ℔ oder 100 ℔ = 46,014 *K°*. **1356**) *a*) 82,44 ℔; *b*) 82,37 ℔; *c*) 192 ℔. **1357**) *a*) 163445 ℔; *b*) 32,086 Last. **1358**) 13 Quarters = 18 Tschetw.; 20 Tonnen = 1 Last. **1359**) 24732,17 *Acres.* **1360**) 577,229 *Bushels.*

§. 451.

1361) *Bf.* 5858. —. **1362**) *Bf.* 188. 13. **1363**) *Bf.* 879. 11. **1364**) *Bf.* 1108. 7. **1365**) *Bf.* 4020. 1. **1366**) *Bf.* 789. 10. **1367**) *Fr.* 6728. 30 *c.* **1368**) £ 175. 6 *s.* —. **1369**) £ 98. 11 *s.* 7 *d.* **1370**) *f.* 2269. 43 *c.* **1371**) *Rp* 1456. 20. **1372**) *Rp* 2344. —. **1373**) £ 1244. 4. 11. **1374**) *f.* 5814. 27. **1375**) *Fr.* 9655. 50. **1376**) *Fr.* 37596. 95. **1377**) *Rℓ* 7925. 11. **1378**) *Fr.* 15949. 40. **1379**) $ 2709. 3., fällig am 26. October. **1380**) £ 1268. 3. 5.

§. 454.

1381) *a*) 70,91 ₰; *b*) 85,90 ₰; *c*) 26 *ℛ* 14 *ngr.* 2 ₰. **1382**) *Fr.* 68. 52 *c.* pr. 100 *K°* (statt per 50 *K°*, wie in der Aufgabe steht). **1383**) *Bf.* 22. 4.*) **1384**) 5 *s.* 5½ *d.* **1385**) 3 *ℛ* 7¾ *ngr.* **1386**) 14,4 *ℛ*. **1387**) Gesamtbetrag: 184 *ℛ* 27 *sgr.* Preis von № 1: 14 *sgr.* 2 ₰. — 1ª 16 *sgr.* 3 ₰; 2ª 13 *sgr.* 3 ₰; 3ª 11 *sgr.* 3 ₰.

§. 460.

1388) 1) *C°'s R.* 10140. 13. 2) £ 1439. 10. 5. 3) *a*) £ 110. 1. 3. *b*) 10,188 % (ausschliefslich der Courtage und der Commission in London). 4) *a*) £ 213. 2. 10. *b*) 4 *s.* 7 *d.* 5) *Ghazeepore*: 1ª £ 1. 12. 11½; 2ᵈᵃ £ 1. 10. 11½. *Tirhoot*: £ 1. 13. 6.**) **1389**) 1) *Bf.* 4874. 14. 2) *Bf.* 4997. 12. *A.* 1) 35 1/16 *ß.* 2) № 1: 61⅜ *ß*; № 2: 66⅝ *ß*;

*) Bei Berechnung der Fracht ist das spanische Gewicht dem englischen gleich zu rechnen, also 4 *Arrobas* = 100 ℔ engl. (eigentlich = 101¾ ℔).

**) Gegenwärtig erfolgt die Notierung der Preise des Salpeter in Calcutta pr. *Cwt.* in *Company's Rupees.* Setzen wir den Preis für *Ghazeepore* = 8 *R.* 8 *A.*, den des *Tirhoot* = 8 *R.*, und rechnen wir den Ausgangszoll à 3 % auf *Rs.* 8100. —., so ergeben sich folgende Resultate: 1) *C°'s R.* 9009. 13. 2) £ 1304. 3 *s.* 8 *d.* 3) *a*) £ 106. 11 *s.* — *d.* *b*) 11,2 %. 4) *a*) £ 213. 2 *s.* 9 *d.* *b*) 4 *s.* 7 *d.* 5) *Ghazeepore*: 1ª £ 1. 10 *s.* ¼ *d.* 2ª £ 1. 8 *s.* ¼ *d.* *Tirhoot*: £ 1. 10 *s.* 2¾ *d.*

№ 6: 96 $^7/_{16}$ ß; № 8: 116 $^7/_8$ ß. *B.* 1) *Bk°.* 463. 5.; 8 $^5/_{32}$ ß. 2) № 1: 63 $^{13}/_{16}$ ß; № 2: 68 $^9/_{16}$ ß; № 6: 95 $^9/_{16}$ ß; № 8: 114 $^1/_8$ ß. *C.* 1) *Bk°.* 463. 5.; 32 $^7/_8$ ß. 2) № 1: 63 $^1/_8$ ß; № 2: 68 $^{13}/_{16}$ ß; № 6: 95 $^1/_2$ ß; № 8: 114 $^3/_4$ ß. **1390**) № 1: 19,18 *c.*; № 2: 32,88 *c.*; № 3: 46,58 *c.*; № 4: 74,48 *c.*; № 5: 94,20 *c.*; № 6: 1 $ 2,04 *c.*; № 7: 10,92 *c.*; № 8: 12,13 *c.*; № 9: 17,13 *c.*; № 10: 19,80 *c.*; № 11: 24,62 *c.*; № 12: 12,49 *c.*; № 13: 29,97 *c.* **1391**) 1) *Rp* 2766. 27. —. 2) 10,91 *ngr.* 3) 30^r. *Weft* 36,37 *ngr.* (174,56 *ngr.* pr. Grofs); 8^r. *Carded Weft* 32,5 *ngr.*; 10^r. do. 32,73 *ngr.*; 12^r. do. 32,94 *ngr.*; 14^r. do. 33,17 *ngr.*

§. 467.

1392) 1 $ 5 $^1/_2$ *r.* ca. **1393**) Die Werthspesen betragen 3,42 %; die Gewichtsspesen 17,57 ₰ pr. Pfd.; feste Zahl 0,01218 × *P* × *C.* **1394**) 1) 52,54 $; 2) 43,69 $. **1395**) *a*) *Bk°.* 10320. —. *b*) *Bk°.* 16,74. *c*) 12 $^5/_6$ %. *d*) *Bk°.* 2,16. *e*) 127,546 *ß*, mit dem New Yorker Preise zu multiplicieren und durch den New York-Hamburger Cours zu dividieren. *f*) 1) 0,911 *ß*. 2) 0,417 *ß*. 3) 0,04 *ß*. **1396**) № 1: 7,569 *ggr.*; № 2: 7,064 *ggr.*; № 3: 6,307 *ggr.*

§. 469.

1397) *Rp* 592. 22. **1398**) 2378 *f.* 48 Nkr. **1399**) 4,16596; 2,36220; 0,00328; 0,00107; 0,00024; 0,00067; 0,00159. **1400**) 59 *s.* 4 *d.*

Register.

Anmerkung. Die Ziffern ohne Stern bezeichnen die Paragraphen, die Ziffern mit einem * bezeichnen die Seite.

A.

Abbrevierung } der Brüche, 39.
Abkürzung }
Abkürzungen, kaufmännische —, für Münzen u. s. w., 7.
Actien, 421; Arbitragen mit —, 429.
Addition unbenannter Zahlen, 1; — benannter Z., 15; —, chronologische, 17; — der Brüche, 48; — der Decimalbrüche, 98.
Adrittura, 391.
Agio, 213. 253. 320. 359 ff. 420*.
Alkoholometer, 468.
Alligationsrechnung, 199.
Alloy, 319.
Al marco, 366.
Annäherungsbrüche, 40. 433* unter c.
Arbitragerechnung, 402 ff.
Arbitragetabellen, 417.
Arithmetik, was sie ist, 1*.
Assecuranzprämie, 213.
Aufheben der Brüche, 39.
Ausmünzungsverhältnisse, 339 ff.

B.

Balkenfufs, 429*, Anm. 1.
Banco, Hamburger —, 363.
Banknoten, Wiener, 362. 364. 333*.
Barren, 322; — güldisch, 325.
Berliner Wechselcourse, 392.
Betterness, 261*.
Bezugscalculaturen, 452 ff.
Billon, 348. 373. 505* unt. „Schweiz".
Bonification, 250.
Börsenzinsen, 420*.
Briefe (in den Courszetteln), 382.
Bronze, 330.
Bruch, gemeiner, 34 ff.; Veränderungen seiner Form, 40*; — seines Werthes, 46*.
Bruchtheile aus Hundert, 65. 77. 117.
Bruttogewicht, 446; — d. Münzen, 332.

C.

Calculationen, Calculaturen, 444. 452; einfache, 453; zusammengesetzte, 455 ff.
Calculationstabellen, 486.
Capital, in der Procent-, Zins- und Discontrechnung, 212. 226. 233. 245. 251. 261. 282. 288. 289. 294. 299. 300. 304. 305. 308.
Cash, 376.
Cents im Dollar, 219.
Commission, 213.
Consols, 417*.
Conto finto, 450.
Conventionsfufs, 361.
Coupons, 424.
Courant, Augsburger, 300*; Brabanter —, 301*; preufs. —, 362. 363; Hamburger oder lübisch —, 277* Anm. 3. 363; sächs.-poln. —, russ.-poln. —, 362.
Courant mit 2%, 253.
Courswerth der Münzen, 348. 357 ff.; — nach Procenten, 358 ff.; pr. Stück, 302*; — *al Marco,* 366.
Courszettel, 382; Leipziger u. Berliner —, 392; Hamburger —, 363. 393; Frankfurter —, 394. (S. auch d. Anhang.)
Courtage, 231. 400. 381*; — in Hamburg, 219.
Cross Multiplication, 109*.

D.

Decimalbrüche, 84 ff.; endliche —, 91; unendliche (periodische) —, 92; Benutzung der mehrstelligen —, 95.

Decimalzeichen, seine Versetzung, 88.
Decort, 250. 254.
Delcredere, 213. 413*.
Denkmünzen, 330.
Differenz, 130.
Direct wechseln, 391.
Disagio, 213.
Discont, 250. 294; — auf Hundert, 298; — vom Hundert, 303; einfacher —, 294. 298 ff.; zusammengesetzter —, 309; — bei den Wechselcoursen, 386. 392 ff.; — bei den Arbitragen, 406; — in den Calculaturen, 453. 463*. 459.
Discount, 417*.
Dividende, 213. 427.
Division unbenannter Zahlen, 5; — benannter Zahlen, 28; — der Brüche, 72; — der Decimalbrüche, 113; abgekürzte — der Decimalbrüche, 121.
Divisionsaufgaben der Regeldetri, 152.
Divisoren in der Zinsrechnung, 271. 273. 275.
Ducaten, 359; — ass, — gran, 254*.
Durchschnitts-Rechnung, — Werth, 199.

E.

Eau de vie, 491*.
Einkaufsrechnung, 450.
Einrichten gemischter Zahlen, 47.
Erweiterung der Brüche, 42.
Esprit, 491*.
Etalons, 431.
Exchequer Bills, 426.
Exponent, 130.
Extragutgewicht, 447.

F.

Fabrikationskosten der Münzen, 348. 350. 373. 374.
Factoren, Verwechselung d. —, 24. 141.
Factur, 450.
Feingehalt, Feinheit der Metalle, 317. 319; — der Münzen, 332. 344. 345.
Feingewicht, 259*. 232.
Feinheitsbezeichnung d. Metalle, 319; ihre Umrechnung, 327.
Feste Zahlen, s. Zahl.
Fingierte Rechnung, 450.
Flächenmafse, 435. 435*.
Flüssigkeitsmafse, 436. 437*.
Frachtsatz in den Calculaturen, 465. 486*.
Franco Spesen, 397. 419.
Franken effectiv (in Frankfurt), 299*.
Frankfurter Wechselcourse, 394.
Friedrichsd'or, 360. 363. 370.

G.

Geld (in den Courszetteln), 382.
Geldmünzen, 330.
Gemischte Aufgaben in der Regeldetri, 159.
Generalnenner, 44.
Gesellschaftsrechnung, einfache, 188; zusammengesetzte —, 194.
Getreide, 494*.
Gewicht, 437. 438*; — der Münzen 332.
Gewichtsspesen, 455. 456. 459. 465.
Gewichtsusanzen, 447.
Gewinn und Verlust, 244.
Glieder eines Verhältnisses, 129.
Goldagio, 253.
Goldkrone, deutsche, 293*. 294*. 296*. 314*. 325*.
Goldmünzfüfse, 337.
Gold und Silber, Berechnung des Werthes von —, 323.
Gold- und Silber-Gewicht, 318. 327; dessen Umrechnung, 327.
Gold- und Silber-Preise, 320. 378 ff. 415; ihre Auffindung aus dem Werthe der Münzen, 369; Vergleichung derselben, 415.
Gold- und Silber-Rechnung, 317.
Gold- und Silber-Verhältnis, 377.
Goldwährung, 332. 336. 379.
Güldisches Metall, 325.
Gulden, Conventions —, 361; süddeutsche —, 356 (unter 1. 2. 4.) 362.
Guldenfufs, $52^1/_2$-, 45-, 356. 307* Anm. 1.
Gutgewicht, 447. 448.

H.

Hamburger Courant, 277*. Anm. 3. — Geldcourse, 363; — Wechselcourse, 393.
Handelswerth der Münzen, 349. 357 ff.
Hauptnenner, 44.
Hauptplatz in der Arbitrage, 411.
Hohlmafse, 436. 437*.

I.

Inscriptionen, 426.
Interesse, 261.
Interessenrechnung, s. Zinsrechnung.

K.

Kaplaken, 450. Anm.
Kettenregel, 184. 259; Probe der —, 186.
Körpermafse, 436.
Korn der Münzen, 332. 341. 345.
Kronengewicht, 318.
Kronenthaler, 297*. 362.
Kubikmafse, 436. 436*.
Kupfermünzen, 330. 374. 505* unter „Schweiz."

L.

Längenmafse, 434. 433*.
Laubthaler, 297*.
Leccage, 447.
Leicht Geld in Hamburg, 363. Anm. 3.
Leichtgewicht, 437.
Leipziger Wechselcourse, 392.
Lübisch Courant, 277* Anm. 3. 363.
Lotterieanlehen, 423. 428.
Louisd'or, 360. 363. 371; über Cours, 253.
Louisd'orthaler, 276*, Anm. 3. 306*. Anm.

M.

Maklerlohn, s. Courtage.
Marco (*al*), Berechnung der Münzen —, 366.
Mark, kölnische, 318; — Banco, — Courant, 363.
Mefszahlung (*M. Z.*), 253.
Metall, legiertes (rauhes), feines —, 317; Auffindung des feinen — aus dem legierten, 321 *a*; Verwandlung legierten Metalls in legiertes Metall von bestimmter Feinheit, 321 *b*.
Metallarbitrage, 415.
Metrisches System, 427*.
Mittelplatz, 397; in d. Arbitrage, 411. 413.
Mittelwerth, 198.
Multiplication unbenannter Zahlen, 4; — benannter Z., 22; — der Brüche, 54; — der Decimalbrüche, 104; abgekürzte — der Decimalbrüche, 160. 108*.
Multiplicationsaufgaben der Regeldetri, 138.
Münzarbitrage, 415.
Münzcourse, 358; — in Hamburg, 363; gegenseitige Ermittelung der —, 370; Vergleichung der —, 371.
Münze, 330.
Münzen, Gewicht der —, 332. 340; Feingehalt der —, 332. 344; Vergleichung der Münzen nach Gewicht und Feingehalt, 334.
Münzfufs, 332. 345; Uebersicht der Münzfüfse, 337.
Münzmark, deutsche 317.
Münzpari, 349. 354.
Münzpfund, deutsches, 318.
Münzrechnung, 330 ff.
Münzvertrag, deutscher, 318.

N.

Nenner des Bruchs, 34; gemeinschaftlicher —, 44.
Nettogewicht, 446; — der Münzen, 332.
Nominalwerth der Münzen, 348. 353.
Norddeutsche Währung, 299*.

O.

Oesterreichische Währung, 299*.

P.

Papiergeld, 364. 375.
Parirechnung, 385.
Paritätstabellen, 417.
Periode des Decimalbruchs, 93.
Pfund vlämisch, 301*.
Pistole, 276* Anm. 3. 360.
Platinamünzen, 330. Anm. 1.
Platzspesen, 453*.
Prägeschatz, 348. 350. 373. 374.
Preisberechnung, 444.
Preisparitäten, 464. 490*. 497*.
Primage, 450*. Anm. 1.
Probiergewicht, 319.
Procent, 210; Procente im Kettensatze, 259; in der Wechselrechnung, 399 f. 413. 419.; — vom Hundert, 214; auf Hundert, 220; im Hundert, 223.
Procentfufs, Procentsatz, 209; als bequemer Theil aus dem Kapital, 217. 221. 224; Aufsuchung des Procentsatzes, 235; Verwandlung der Procentsätze, 239.
Procentrechnung, 209 ff.
Productionscalculaturen, 463.
Promille, 240.
Proportion, 131.
Provision, 213. 400.

Q.

Quadratfufs in Hamburg, 429*. Anm 1.
Quadratmafse, 435.

R.

Rabatt, 250. 294. 449. 463*; — der Buchhändler, 255.
Rauhgewicht, 259*. 332.
Realwerth der Münzen, 348.
Rechnen, was es ist, 1*.
Rechnungsgeld, 389.
Rechnungsmafse, 436.
Reduction, 12.
Reductionsrechnung, 310.
Reductionszahl, 8.
Refactie, 250. 447.
Regeldetri, Aufgabe der — 152; wo kann sie nicht angewendet werden, 136; einfache —, 133; — mit directen Verhältnissen, 138; — mit indirecten Verhältnissen, 175; zusammengesetzte —, 177.
Regel Multiplex, 178; Probe derselben, 183.
Reinertrag, 223.
Remedium, 332. 346. 291*. 293*. 294*.
Remittieren, 402 ff.
Renten (*rentes*), 426.
Repartitionsregel, 188.
Report, 319.
Resolvierung benannter Zahlen, 9; — der Brüche, 79; — der Decimalbrüche, 123.
Rubel Banco, Rubel Silber, 301*. 362.

S.

Sachwerth der Münzen, 348 ff.
Schachtfufs, 429*, Anm. 1.
Schatzkammerscheine, 426.
Scheidemünzen, 373 ff.
Schiffsfracht in den Calculaturen, 465. 466.
Schillinge im Pfund, 219.
Schrot der Münzen, 332. 340. 345.
Schwedisches Geld, 301*.
Schwergewicht, 437.
Sconto, 250.
Scontro in Augsburg, 273.
Seefracht, s. Schiffsfracht.
Sensarie, s. Courtage.
Sicht, Verwandlung einer — in die andre, 386. 392. 393. 394. 406. 412; Wahl zwischen kurzer u. langer —, 406.
Silberagio, 333*.
Silbermünzfüfse, 337.
Silberpreise, 320. 378 ff. 415.
Silberscheidemünzen, 373.
Silberwährung, 332. 336. 379.
Sopratara, 446.
Spesen im Wechselgeschäft, 399. 404 *b*. 385*. 388*. 413. 419; in der Waarenrechnung, 450. 451. 453 ff.
Spiritus, 488.
Sporcogewicht, 446.
Staatspapiere, 421 ff.; Arbitrage mit Staatspapieren, 429.
Stammkapital, 293.
Standard-Gold und — Silber, 319.
Stückelung der Münzen, 332.
Stückzahl einer Münze aus einer Gewichtseinheit rauhen (feinen) Metalls, 331. 336. 337. 342. 343. 345. 346.
Subtraction unbenannter Zahlen, 2; — benannter Zahlen, 19; chronologische —, 20; — der Brüche, 51; — der Decimalbrüche, 102.
Süddeutsche Währung, 300*. 362.

T.

Talon, 424.
Tantième, 213.
Tara, 446.
Tauschwerth der Münzen, 348. 353 ff.
Terminrechnung, Terminreductionsrechnung, 310.
Theilbarkeit der Zahlen, 6.
Tolérance, 346.
Trassieren, 402 ff.; Wahl zwischen — und Remittieren, 404.
Troy-Gewicht, 318.

U.

Untermafs, 447.
Usanzen im Waarenhandel, 447 ff.
Usanzrabatt, 250. 449.
Usotara, 446.

V.

Valuta, 332; feste —, veränderliche —, 382; fremde — in der Arbitragerechnung, 402.
Valvationswerth der Münzen, 354.
Verfallzeit, gemeinschaftliche (mittlere) —, 311. 395. unter 3.
Verkaufsrechnung, 450.
Verhältnis, 129; arithmetisches, geometrisches, 130.
Verhältniszahl, 8; — en, feste — für Münzen, 356; für Mafse und Gewichte, 441.
Verkehrswerth der Münzen, 348. 353.
Vermischungsrechnung, 199. 493*.
Versendungscalculaturen, 462.
Versetzung des Decimalzeichens, 88.

Vertheilungsregel, 189.
Verwandlung gemeiner Brüche in Decimalbrüche, 89; — der Decimalbrüche in gemeine Brüche, 96; — niederer Sorten in einen Bruch (Decimalbruch) der höhern Sorte, 81. (126); — eines Procentsatzes in den andern, 239; — von Münzen nach festen Verhältnissen, 356.
Vorziffern (eines Decimalbruchs), 93.

W.

Waarencalculationen, s. Calculationen.
Waarenrechnung, 444 ff.
Währung, 332. 336; norddeutsche, österreichische, süddeutsche, 299*. 300*; Wiener —, 300*.
Wechselcommissions-Rechnung, 418.
Wechselcours, 382; in den Calculaturen, 453*. 465.
Wechselcourtage, 240. 382*. 385*. 387*. 400.
Wechselgeld, Brabanter —, 301*.
Wechseloperation, 410.
Wechselpari, 383. 385.
Wechselrechnung, 382 ff.
Wechselreductionen, 388 ff.; directe —, 391; indirecte —, 397; — mit Spesen, 399.
Wechselsicht s. Sicht; Berechnung verschiedener Wechselsichten, 395.
Werth der Münzen, 335. 336. 348 ff.
Werth, verschiedener — in der Procentrechnung, 211. 215 ff. 259.
Werthspesen, 455. 457 ff. 465.
Worseness, 261*.
Würfelmafse, 436.

Z.

Zahl, 1*; benannte —, 7; gebrochene —, 34; gemischte —, 36; feste — bei den Arbitragen, 416; in der Waarenrechnung, 465.
Zahlenlehre, s. Arithmetik.
Zählen, 1*.
Zählende Güter, 433.
Zähler des Bruchs, 34.
Zählmafse, 433. 438.
Zehn- und Zwanzig-Kreuzer, 361.
Zeit, in der Zinsrechnung, 261. 286; — in der Discontrechnung, 302. 307.
Zeitrechnung, 310.
Zerfällung des Multiplicators, 4 unt. 4. 23. 60. 63; — der Tage in der Zinsrechnung, 277.
Zerfällungs- (Zerlegungs- oder Zerstreuungs-) Methode, 25. 150. 163.
Zinsen. 1) Einfache; jährliche, 264; monatliche, 268; wöchentliche, 273; tägliche, 274; Berechnung der — in England, 279; Berechnung der — mehrerer Kapitalien, 281; Berechnung der — aus einem Kapital und Zinsen einschliefsenden Werthe, 289. — 2) Zusammengesetzte —, 261. 292.
Zinsen der Staatspapiere und Actien, 424. 427.
Zinseszinsen, 261. 292.
Zinsfufs, was er ist, 261; Aufsuchung desselben: 1) in der Zinsrechnung, 284; 2) in der Discontrechnung; 301. 306; mittler —, 291. 313; 3) in der Wechselrechnung, 388. 391. 380*. unter *d.*
Zinsrechnung, 262. 292.

Berichtigungen.

Seite	70	Zeile	4	v. o.: $43^1/_3$ Okka statt $43^2/_3$ Okka.
-	150	-	10	v. o.: $364^1/_{16}$ statt $346^1/_{16}$.
-	175	-	20	v. o.: mufs es im Beispiel *a* heifsen: 138 ⅌ × 39 = 5382 ⅌.
-	266	-	19	v. o.: 22 *sgr.* 6 ₰ statt 12 *sgr.* 6 ₰.
-	267	-	21	v. u.: *W.* 2. $3^3/_4$. statt *W.* 2. $3^1/_4$.
-	275	-	17	v. u.: §. 379 statt §. 377.
-	289	-	18 u. 19	v. u.: $^1/_5$ Rubel statt $^1/_{20}$ Rubel.
-	301	-	1	v. u. lies: Vgl. Beisp. 7, S. 335.
-	305	-	20	v. o.: nichtpreufs. statt preufs.
-	313	-	14	v. u.: 2 ⅌ 1 *ngr.* 5 ₰ statt 2 ⅌ 18 *ngr.* 5 ₰.
-	325	-	9	v. u.: 18 ⅌ statt 17 ⅌.
-	325	-	10	v. u.: 9 *Rp* statt 6 *Rp*.
-	330	-	6	v. o. lies: . . . Procent wird bei ersterem Metall die Ausfuhr von der Einfuhr, bei letzterem die Einfuhr von der Ausfuhr überstiegen.
-	330	-	18	v. o.: Standard-Gold zu £ 3. 17. 9.
-	370	-	15	v. u. lies: Paris à $79^3/_4$.
-	371	-	10	v. o. lies: *Fr.* 4135. 60. à $187^3/_4$.
-	409	-	2	v. o.: $ 9567. 2. statt $ 9362. 1.
-	450	-	18	v. u. lies: 70 *Fr.* pr. 100 K° unverzollt mit $2^1/_4$ % Discont.
-	456	-	12	v. o.: 100 K° statt 50 K°
-	457	-	17	v. o. lies: 0,05 $ pr. Pfd. b^tto^.

BIBLIOTHECA REGIA MONACENSIS

Druck von B. G. Teubner in Dresden.

BSB Bayerische StaatsBibliothek

MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Feller, Friedrich Ernst,

Das Ganze der Kaufmännischen Arithmetik F. E. Feller und C. G. Odermann.
Für Handels-, Real- und Gewerb-Schulen, so wie zum Selbstunterricht für
Geschäftsmänner überhaupt. Hrsg. von Carl Gustav Odermann

Leipzig 1864

Merc. 329 c
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10292365-6